Jakub Bartoraczyk | 252885 | MUD-LAB03-C.D.

2° dla $u(t)=1$, $\ddot{x}(0)=0$, $\dot{x}(0)=0$

Rozwiązanie swobodne:
Jak dla punktu nr 1°.

Rozwiązanie wymuszone:
Jak dla punktu nr 1°

Rozwiązanie ogólne:

$$x = x_w + x_s = A_1 e^{-\frac{1}{4}t} + A_2 e^{-3t} + \frac{2}{3}$$

Sprawdzenie pkt. nr 2°:

$$4\ddot{x}(0) + 13\dot{x}(0) + 3x(0) = 2u$$
$$4\cdot 0 + 13\cdot 0 + 3\cdot x(0) = 2\cdot 1$$
$$3x(0) = 2$$
$$x(0) = \frac{2}{3} = x_w$$

Rozwiązanie szczególne:

$$\dot{x} = -\frac{1}{4}A_1 e^{-\frac{1}{4}t} - 3A_2 e^{-3t}$$
$$\ddot{x} = \frac{1}{16}A_1 e^{-\frac{1}{4}t} + 9A_2 e^{-3t}$$

$$\begin{cases} \dot{x}(0)=0 \\ \ddot{x}(0)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = -\frac{1}{4}A_1 - 3A_2 \quad / \cdot 3 \\ 0 = \frac{1}{16}A_1 + 9A_2 \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} 0 = -\frac{3}{4}A_1 - 9A_2 \;{}^{*1} \\ 0 = \frac{1}{16}A_1 + 9A_2 \end{cases}\right| +$$

$$0 = -\frac{3}{4}A_1 + \frac{1}{16}A_1 = -\frac{12}{16}A_1 + \frac{1}{16}A_1$$
$$0 = -\frac{11}{16}A_1 \Rightarrow A_1 = 0$$

$*_1$ $0 = -\frac{3}{4}A_1 - 9A_2$
$$-9A_2 = 0$$
$$A_2 = 0$$

$$x(t) = 0e^{-\frac{1}{4}t} + 0e^{-3t} + \frac{2}{3}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{2}{3}}$$

3° Odpowiedź skokowa układu, czyli $u(t) = 1(t)$, więc:

stan równowagi: $\dot{x}(0)=0$
skok jednostkowy od $x(0)=0$

Rozwiązanie swobodne:
Jak dla punktu nr 1°.

Rozwiązanie wymuszone:
Stała z wymuszenia t_0: $u(t) = \underline{1}(t)$
więc rozwiązanie wymuszone jak dla punktu nr 1°.

Rozwiązanie ogólne:

$$x = A_1 e^{-\frac{1}{4}t} + A_2 e^{-3t} + \frac{2}{3} \quad *_1$$

$$\begin{cases} x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = A_1 + A_2 + \frac{2}{3} \quad / \cdot 3 \\ 0 = -\frac{1}{4}A_1 - 3A_2 \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} 0 = 3A_1 + 3A_2 + 2 \\ 0 = -\frac{1}{4}A_1 - 3A_2 \end{cases}\right| +$$

$$0 = 3A_1 - \frac{1}{4}A_1 + 2$$
$$-2 = \frac{11}{4}A_1$$
$$A_1 = \frac{-8}{11}$$

$*_1$
$$0 = A_1 + A_2 + \frac{2}{3}$$
$$A_2 = -A_1 - \frac{2}{3}$$
$$A_2 = \frac{8}{11} - \frac{2}{3}$$
$$A_2 = \frac{24}{33} - \frac{22}{33}$$
$$A_2 = \frac{2}{33}$$

$$\boxed{x(t) = -\frac{8}{11}Ae^{-\frac{1}{4}t} + \frac{2}{33}e^{-3t} + \frac{2}{3}}$$

4° Odpowiedź impulsowa układu, czyli pochodna odpowiedzi skokowej:

$$k(t) = \frac{d(h(t))}{dt}$$

$$k(t) = -\frac{8}{11}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)e^{-\frac{1}{4}t} + \frac{2}{33}\cdot(-3)e^{-3t} + 0$$

$$k(t) = \frac{8}{44}e^{-\frac{1}{4}t} - \frac{2}{11}e^{-3t}$$

$$x(t) = \frac{8}{44}e^{-\frac{1}{4}t} - \frac{2}{11}e^{-3t}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{2}{11}e^{-\frac{1}{4}t} - \frac{2}{11}e^{-3t}}$$