Zadanie 2. Ewolucja. (15 pkt)

Na planecie MLAP każdy żyjący organizm ma postać napisu złożonego z dużych liter alfabetu łacińskiego. Każdy nowo powstały organizm opisywany jest literą **A**. Po każdym roku życia wielkość organizmu podwaja się w taki sposób, że każda z liter zostaje zastąpiona dwiema literami zgodnie z pewnym ustalonym zbiorem reguł postaci:

$$L \rightarrow F S$$

oznaczających, że literę L można zastąpić przez dwie litery: F S. O literze L mówimy wówczas, że występuje po lewej stronie reguły, a F i S występują po prawej stronie reguły.

Przez wielkość organizmu rozumiemy tutaj długość odpowiedniego napisu.

Rozważmy następujący zbiór reguł:

 $A \rightarrow B C$ $A \rightarrow C D$ $B \rightarrow A D$ $C \rightarrow B A$ $D \rightarrow A A$ $D \rightarrow B B$

Wówczas organizmy roczne mogą przyjąć jedną z postaci:

BC

CD

zaś dwuletnie

 $A D B A (A \rightarrow B C \rightarrow A D B A)$

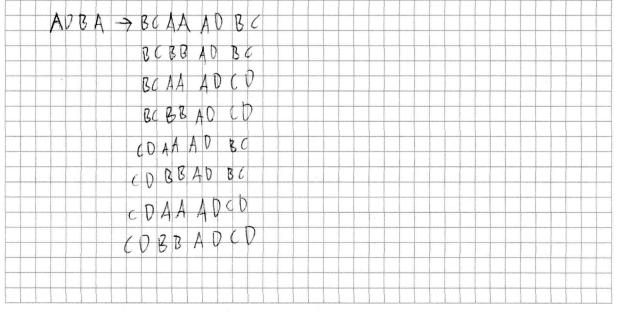
 $B A A A (A \rightarrow C D \rightarrow B A A A)$

 $B A B B (A \rightarrow C D \rightarrow B A B B)$

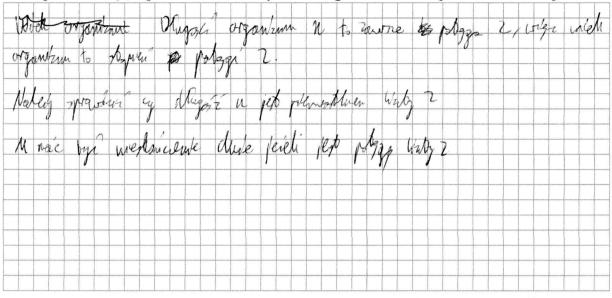
O dwóch organizmach mówimy, że są w danym momencie odróżnialne, jeśli różne są odpowiadające im napisy (mają różne długości lub różnią się na co najmniej jednej pozycji).

a) Wypisz poniżej wszystkie odróżnialne organizmy trzyletnie, które można uzyskać

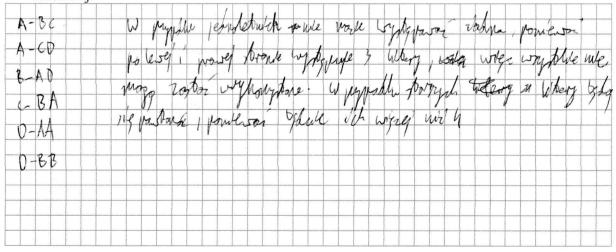
z organizmu dwuletniego o postaci ADBA.



b) Podaj sposób sprawdzania dla danej liczby naturalnej $n \ge 1$, czy mogą istnieć organizmy o długości n. W przypadku odpowiedzi pozytywnej należy również ustalić wiek organizmu o wielkości n. Podaj, ile poprawnych wielkości organizmów występuje w przedziale (n, m] dla liczb naturalnych n i m, gdzie $n \le m$. Odpowiedź uzasadnij.



c) Przyjmijmy, że każda litera pojawiająca się w regułach występuje dokładnie raz po lewej stronie reguły, przed "strzałką" (zauważmy, że powyższy przykład nie spełnia tego warunku, ponieważ litery A i D występują każda z lewej strony w dwóch regułach). Ile odróżnialnych organizmów w wieku 1, 2, 3 itd. może wówczas występować? Odpowiedź uzasadnij.



d) Poniżej przedstawiona jest funkcja wspomagająca realizację następującego zadania: dla zadanego zbioru reguł, nowo powstałego organizmu start i danego napisu należy ustalić, czy napis ten przedstawia organizm, który można uzyskać przy pomocy reguł zadanych w treści zadania.

Niech: $L_1 \rightarrow F_1 S_1, L_2 \rightarrow F_2 S_2, ..., L_p \rightarrow F_p S_p - \text{dany zbi\'or regul}$

Specyfikacja funkcji sprawdź:

Dane: napis –,
start – ...,

Wynik: odpowiedź, czy napis przedstawia organizm, który można uzyskać przy pomocy podanych reguł, gdy nowo powstały organizm jest opisywany przez *start*.

Treść funkcji sprawdź:

jeśli długość napisu nie jest potęgą liczby 2, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią NIE.

W przeciwnym razie wykonuj:

- > jeśli napis = start, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią TAK;
- jeśli długość napisu jest równa 1, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią NIE;
- podziel napis na dwie równe części: napis1 i napis2;
- \triangleright dla i=1, 2, ..., p wykonuj:
 - o jeśli $L_i = start$, to
 - wykonaj funkcję *sprawdź* rekurencyjnie dla *napis* = *napis1*, $start = F_i$ oraz dla *napis* = *napis2* i $start = S_i$;
 - jeśli oba rekurencyjne wywołania funkcji sprawdź zakończyły się odpowiedzią TAK, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzia TAK;
- jeśli w powyższej pętli nie zakończyliśmy działania funkcji, to zakończ jej wykonywanie z odpowiedzią NIE.

Dla podanej powyżej funkcji uzupełnij jej specyfikację.

Podaj parametry wszystkich rekurencyjnych wywołań funkcji *sprawdź* przy uruchomieniu jej dla następującego zbioru reguł:

 $A \rightarrow B C$

 $A \rightarrow CD$

 $B \rightarrow AD$

 $C \rightarrow B A$

 $D \rightarrow AA$

 $D \rightarrow B B$

oraz napis = B C A A A D C D i start = A.

Jaką odpowiedź da funkcja w tym przypadku?

BCAA ADCD

BCAA

BCAA