

Zadanie 2. Ewolucja. (15 pkt)

Na planecie MLAP każdy żyjący organizm ma postać napisu złożonego z dużych liter alfabetu łacińskiego. Każdy nowo powstały organizm opisywany jest literą A. Po każdym roku życia wielkość organizmu podwaja się w taki sposób, że każda z liter zostaje zastąpiona dwiema literami zgodnie z pewnym ustalonym zbiorem reguł postaci:

$$L \rightarrow F S$$

oznaczających, że literę L można zastąpić przez dwie litery: F S. O literze L mówimy wówczas, że występuje po lewej stronie reguły, a F i S występują po prawej stronie reguły.

Przez wielkość organizmu rozumiemy tutaj długość odpowiedniego napisu.

Rozważmy następujący zbiór reguł:

$$A \rightarrow B C$$

$$A \rightarrow C D$$

$$B \rightarrow A D$$

$$C \rightarrow B A$$

$$D \rightarrow A A$$

$$D \rightarrow B B$$

Wówczas organizmy roczne mogą przyjąć jedną z postaci:

B C

C D

zaś dwuletnie

A D B A ($A \rightarrow B C \rightarrow A D B A$)

B A A A ($A \rightarrow C D \rightarrow B A A A$)

B A B B ($A \rightarrow C D \rightarrow B A B B$)

O dwóch organizmach mówimy, że są w danym momencie odróżnialne, jeśli różne są odpowiadające im napisy (mają różne długości lub różnią się na co najmniej jednej pozycji).

a) Wypisz poniżej wszystkie odróżnialne organizmy trzyletnie, które można uzyskać z organizmu dwuletniego o postaci ADBA.

A	D	B	A	→	B	C	A	A	A	D	B	C
					B	C	B	B	A	D	B	C
					B	C	A	A	A	D	C	D
					B	C	B	B	A	D	C	D
					C	D	A	A	A	D	B	C
					C	D	B	B	A	D	B	C
					C	D	A	A	A	D	C	D
					C	D	B	B	A	D	C	D

- b) Podaj sposób sprawdzania dla danej liczby naturalnej $n \geq 1$, czy mogą istnieć organizmy o długości n . W przypadku odpowiedzi pozytywnej należy również ustalić wiek organizmu o wielkości n . Podaj, ile poprawnych wielkości organizmów występuje w przedziale $(n, m]$ dla liczb naturalnych n i m , gdzie $n < m$. Odpowiedź uzasadnij.

~~Wiek organizmu~~ Długość organizmu n to zawsze n poleży 2, więc wiek organizmu to n poleży 2.
Należy sprawdzić czy długość n jest potęgą dwójki 2
Należy być wielokrotnością dwójki jeżeli jest potęgą dwójki 2

- c) Przyjmijmy, że każda litera pojawiająca się w regułach występuje dokładnie raz po lewej stronie reguły, przed „strzałką” (zauważmy, że powyższy przykład nie spełnia tego warunku, ponieważ litery A i D występują każda z lewej strony w dwóch regułach). Ile odróżnialnych organizmów w wieku 1, 2, 3 itd. może wówczas występować? Odpowiedź uzasadnij.

A-BC	W przypadku jednostek może mieć wystąpienie jedna, ponieważ
A-CD	po lewej i prawej stronie występuje 3 litery, która może wystąpić wiele
B-AD	można zostawić wykorzystane. W przypadku strzałki będą 2 litery będą
C-BA	nie powstanie i powstanie tylko ich więcej niż 4
D-AA	
D-BB	

- d) Poniżej przedstawiona jest funkcja wspomagająca realizację następującego zadania: dla zadanego zbioru reguł, nowo powstałego organizmu *start* i danego napisu należy ustalić, czy napis ten przedstawia organizm, który można uzyskać przy pomocy reguł zadanych w treści zadania.

Niech: $L_1 \rightarrow F_1 S_1, L_2 \rightarrow F_2 S_2, \dots, L_p \rightarrow F_p S_p$ – dany zbiór reguł

Specyfikacja funkcji sprawdź:

Dane: *napis* –,

start –,

Wynik: odpowiedź, czy napis przedstawia organizm, który można uzyskać przy pomocy podanych reguł, gdy nowo powstały organizm jest opisywany przez *start*.

Treść funkcji *sprawdź*:

- jeśli długość *napisu* nie jest potęgą liczby 2, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią NIE.

W przeciwnym razie wykonuj:

- jeśli *napis* = *start*, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią TAK;
- jeśli długość napisu jest równa 1, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią NIE;
- podziel *napis* na dwie równe części: *napis1* i *napis2*;
- dla $i=1, 2, \dots, p$ wykonuj:
 - jeśli $L_i = \text{start}$, to
 - wykonaj funkcję *sprawdź* rekurencyjnie dla $\text{napis} = \text{napis1}$, $\text{start} = F_i$ oraz dla $\text{napis} = \text{napis2}$ i $\text{start} = S_i$;
 - jeśli oba rekurencyjne wywołania funkcji *sprawdź* zakończyły się odpowiedzią TAK, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią TAK;
- jeśli w powyższej pętli nie zakończyliśmy działania funkcji, to zakończ jej wykonywanie z odpowiedzią NIE.

Dla podanej powyżej funkcji uzupełnij jej specyfikację.

Podaj parametry wszystkich rekurencyjnych wywołań funkcji *sprawdź* przy uruchomieniu jej dla następującego zbioru reguł:

$A \rightarrow B C$

$A \rightarrow C D$

$B \rightarrow A D$

$C \rightarrow B A$

$D \rightarrow A A$

$D \rightarrow B B$

oraz *napis* = B C A A A D C D i *start* = A.

Jaką odpowiedź da funkcja w tym przypadku?

