**Kolegium Nauk Przyrodniczych  
Uniwersytet Rzeszowski**

**Przedmiot:**

### Zastosowanie agregacji w uczeniu maszynowym

**Zastosowanie T-norm i T-konorm   
do Łączenia Rozmytych Reguł Decyzyjnych.**

**Wykonał:**

**Michał Wajdowicz 117841**

**Jakub Słota 117833**

**Informatyka Rok 2 magisterskie**

**Prowadzący: mgr inż. Aleksander Wojtowicz**

**Rzeszów 2025**

Spis treści

[1. Problem decyzyjny 3](#_Toc198327682)

[2. Funkcje przynależności 3](#_Toc198327683)

[2.1. Dochód 4](#_Toc198327684)

[2.2. Zadłużenie 5](#_Toc198327685)

[3. Definicje T-norm 5](#_Toc198327686)

[4. Definicje T-konorm 6](#_Toc198327687)

[5. Definicja reguł 7](#_Toc198327688)

[6. Porównanie wyników dla różnych operatorów 8](#_Toc198327689)

[7. Wnioski 9](#_Toc198327690)

## Problem decyzyjny

Celem projektu jest zbudowanie prostego modelu decyzyjnego opartego na logice rozmytej, który pomoże w ocenie, czy dana osoba powinna otrzymać kredyt. W przeciwieństwie do klasycznego podejścia zero-jedynkowego, wykorzystujemy logikę rozmytą, która pozwala na wyrażenie niepewności i stopniowości w ocenie.

**Założenia problemu:**

* Decyzja dotyczy udzielenia lub odmowy kredytu.
* W ocenie ryzyka kredytowego uwzględniane są dwie cechy:
  + Dochód klienta
  + Wysokośćzadłużenia
* Obie cechy są modelowane za pomocą funkcjiprzynależnościrozmytej, dzięki czemu wartości nie są oceniane binarnie (np. "niski" albo "wysoki"), ale z pewnym stopniem przynależności do każdego z pojęć.

**Cel:**

Zaimplementować system reguł decyzyjnych z wykorzystaniem różnych kombinacji operatorów:

* **T-norm** – do łączenia warunków w obrębie jednej reguły.
* **T-konorm**  – do agregacji wyników wielu reguł.

Następnie porównać wpływ wyboru tych operatorów na końcową decyzję systemu: czy kredyt powinien zostać przyznany (TAK), czy nie (NIE).

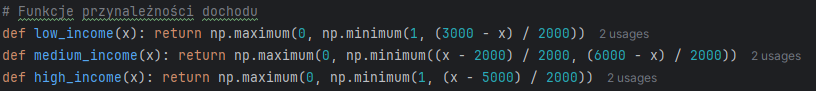
## Funkcje przynależności

W celu odwzorowania nieprecyzyjnych pojęć takich jak „niski dochód” czy „wysokie zadłużenie”, wykorzystano funkcje przynależności rozmytej. Zamiast przypisywać klienta do jednej kategorii, funkcje te pozwalają określić stopień przynależności do każdego z rozmytych zbiorów (wartość od 0 do 1).

## **Dochód**

Dla cechy dochód wyróżniono trzy zbiory rozmyte:

* Niski dochód: jest w pełni spełniony (wartość 1), gdy dochód wynosi 1000 zł lub mniej. Powyżej tej wartości przynależność maleje liniowo, aż do 0 przy dochodzie równym 3000 zł.
* Średni dochód: opisany funkcją trójkątną. Maksymalny stopień przynależności (1) osiąga przy dochodzie 4000 zł. Przynależność rośnie liniowo od 0 do 1 w zakresie 2000–4000 zł i następnie maleje od 1 do 0 w zakresie 4000–6000 zł.
* Wysoki dochód: nie występuje dla dochodów poniżej 5000 zł. Od tej wartości przynależność rośnie liniowo i osiąga maksimum (1) przy dochodzie 7000 zł lub więcej.



Rys. Definicja funkcji przynależności w pythonie dla cechy „Dochód”

Obraz zawierający linia, Wykres, diagram, tekst

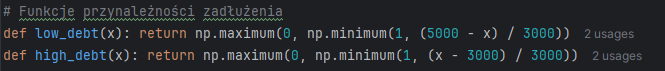
Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

Rys. Wykres funkcji przynależności dla cechy "Dochód"

## Zadłużenie

Dla cechy zadłużenie zdefiniowano dwa zbiory rozmyte:

* Niskie zadłużenie: dla wartości zadłużenia do 2000 zł przynależność wynosi 1. Powyżej tej wartości maleje liniowo, osiągając 0 przy 5000 zł.
* Wysokie zadłużenie: nie występuje dla wartości poniżej 3000 zł. Od tego poziomu przynależność rośnie liniowo i osiąga wartość 1 przy 6000 zł.



Rys. Definicja funkcji przynależności w pythonie dla cechy „Zadłużenie”

Obraz zawierający linia, tekst, Wykres, diagram

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

Rys. Wykres funkcji przynależności dla cechy "Zadłużenie"

## Definicje T-norm

T-normy (triangular norms) to operatory logiczne wykorzystywane w logice rozmytej do łączenia warunków w jednej regule decyzyjnej. Odpowiadają one rozmytemu odpowiednikowi logicznej koniunkcji – czyli spójnika „i”.

W tym projekcie, t-norma służy do określenia stopnia spełnienia reguły warunkowej, w której występuje więcej niż jedna przesłanka. Przykładowo: „Jeśli dochód jest wysoki i zadłużenie jest niskie, to decyzja = TAK.” W logice rozmytej stopień spełnienia takiej reguły to t-norma zastosowana do stopni przynależności każdej przesłanki. W projekcie zaimplementowano trzy najczęściej wykorzystywane t-normy:

Tabela T-normy

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Nazwa** | **Wzór matematyczny** | **Opis** |
| **Minimum** | min(a, b) | Wybiera mniejszą wartość – konserwatywna koniunkcja |
| **Iloczyn (produkt)** | a \* b | Mnoży wartości – zachowanie probabilistyczne |
| **Łukasiewicz** | max(0, a + b – 1) | Suma pomniejszona o 1, minimum to 0 |

Obraz zawierający zrzut ekranu, tekst, Czcionka

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

Rys. Definicja T-norm w pythonie

## Definicje T-konorm

T-konormy (s-normy) to operatory logiczne stosowane w logice rozmytej do łączenia wyników z różnych reguł. Są one odpowiednikiem rozmytej alternatywy logicznej – czyli spójnika „lub”. T-konorma określa, w jakim stopniu co najmniej jedna z reguł sugeruje daną decyzję (np. „TAK”). W projekcie wykorzystano trzy popularne t-konormy:

Tabela T-konormy

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Nazwa** | **Wzór matematyczny** | **Opis** |
| **Maksimum** | max(a, b) | Wybiera większą wartość – najbardziej optymistyczna |
| **Suma probabilistyczna** | a + b - a \* b | Unia probabilistyczna – uwzględnia nakładanie się wartości |
| **Łukasiewicz** | min(1, a + b) | Suma z ograniczeniem do 1 – zrównoważona agregacja |

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

Rys. Definicja T-konorm w pythonie

## Definicja reguł

W logice rozmytej reguły decyzyjne opisują zależność między cechami wejściowymi a decyzją wyjściową. Są one oparte na wiedzy eksperckiej i mają postać:

Jeśli (warunek1) i/lub (warunek2) to (decyzja)

W tym projekcie zdefiniowano trzy proste reguły eksperckie, które uwzględniają dochód i zadłużenie klienta w kontekście decyzji kredytowej.

**Zdefiniowane reguły:**

* Jeśli dochód jest wysoki i dług jest niski, to decyzja = TAK
* Jeśli dochód jest średni i dług jest niski, to decyzja = TAK
* Jeśli dochód jest niski lub dług jest wysoki, to decyzja = NIE

**Sposób działania:**

* Warunki w regule są łączone za pomocą T-normy (np. min, iloczyn, Łukasiewicz).
* Wyniki różnych reguł są agregowane za pomocą T-konormy (np. max, suma probabilistyczna, Łukasiewicz).

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

Rys. Implementacja reguł w pythonie

Na końcu system porównuje, która z wartości (TAK czy NIE) jest większa i na tej podstawie podejmuje decyzję.

**Decyzja końcowa:**

Jeśli credit\_yes > credit\_no → decyzja = TAK

W przeciwnym razie → decyzja = NIE

## Porównanie wyników dla różnych operatorów

Celem tego etapu było sprawdzenie, jak wybór T-normy i T-konormy wpływa na końcową decyzję systemu rozmytego. W tym celu przygotowano cztery przykładowe przypadki (kombinacje dochodu i zadłużenia), a dla każdego przetestowano 9 kombinacji operatorów (3 t-normy × 3 t-konormy).

| **Przykład** | **Dochód (zł)** | **Zadłużenie (zł)** |
| --- | --- | --- |
| 1 | 4500 | 2500 |
| 2 | 2000 | 5500 |
| 3 | 2632 | 3938 |
| 4 | 5571 | 3775 |

**Dla każdego przypadku obliczano:**

* Stopień przynależności do każdego zbioru (np. „średni dochód”)
* Stopień spełnienia każdej reguły (z użyciem t-norm)
* Wynik agregacji reguł (z użyciem t-konorm)
* Decyzję końcową: TAK lub NIE

**Przykładowy fragment wyników:**

| **Przykład** | **T-norma** | **T-konorma** | **TAK** | **NIE** | **Decyzja** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | min | max | 0.75 | 0.0 | TAK |
| 2 | product | prob\_sum | 0.0 | 0.92 | NIE |
| 3 | min | max | 0.316 | 0.313 | TAK |
| 4 | product | max | 0.117 | 0.258 | NIE |

## Wnioski

W projekcie przedstawiono zastosowanie logiki rozmytej do prostego systemu wspomagania decyzji – oceny ryzyka kredytowego na podstawie dochodu i zadłużenia klienta. Kluczowym celem było zbadanie wpływu różnych operatorów T-norm i T-konorm na wynik systemu decyzyjnego.

**Najważniejsze obserwacje:**

* Logika rozmyta pozwala modelować nieprecyzyjne pojęcia i warunki, które trudno opisać w sposób binarny. Przykłady to: „średni dochód” czy „wysokie zadłużenie”.
* Reguły można zapisać w formie rozmytej i przetwarzać z użyciem t-norm oraz t-konorm, co pozwala elastycznie łączyć przesłanki i decyzje.
* Wybór operatorów T-normy (do łączenia warunków) i T-konormy (do agregacji wyników reguł) ma znaczący wpływ na decyzję końcową.
* Niektóre operatory, jak min i max, prowadzą do bardziej „zero-jedynkowego” zachowania systemu. Inne, jak product i Łukasiewicz, umożliwiają stopniowanie decyzji.