

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

Wydział Informatyki, Elektroniki i Telekomunikacji

Katedra Informatyki



PROJEKT INŻYNIERSKI

**SYSTEM OBLICZAJĄCY WYNIKI WYBORÓW DLA
UOGÓLNIENIA SYSTEMU K-BORDA**

**TOMASZ KASPRZYK, DANIEL OGIELA
JAKUB STĘPAK**

OPIEKUN:
dr hab. inż. Piotr Faliszewski

Kraków 2016

OŚWIADCZENIE AUTORA PRACY

OŚWIADCZAM, ŚWIADOMY(-A) ODPOWIEDZIALNOŚCI KARNEJ ZA POŚWIADCZENIE NIEPRAWDY, ŻE NINIEJSZY PROJEKT WYKONAŁEM(-AM) OSOBIŚCIE I SAMODZIELNIE W ZAKRESIE OPISANYM W DALSZEJ CZĘŚCI DOKUMENTU I ŻE NIE KORZYSTAŁEM(-AM) ZE ŹRÓDEŁ INNYCH NIŻ WYMIENIONE W DALSZEJ CZĘŚCI DOKUMENTU.

.....

PODPIS

Spis treści

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Wizja produktu | 4 |
| 1.1 | Opis problemu | 4 |
| 1.2 | Możliwości | 5 |
| 1.3 | Motywacja do stworzenia projektu | 6 |
| 1.4 | Użytkownicy | 6 |
| 1.5 | Usługi dostarczanie przez system | 6 |
| 1.5.1 | Usługi wymagane | 6 |
| 1.5.2 | Usługi pożądane | 7 |
| 2 | Studium wykonalności | 7 |
| 2.1 | Opis wymagań | 7 |

1. Wizja produktu

1.1. Opis problemu

Projekt dotyczy obliczania wyników wyborów. Wybory i sposób wyłaniania zwycięzców są ściśle określone. Wybory można opisać jako parę (C, V) , gdzie $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ stanowi zbiór kandydatów, a $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ to ciąg wyborców. Każdy z wyborców posiada swoje preferencje wyborcze, które są opisane przez ciąg kandydatów ze zbioru C . Długość ciągu kandydatów wynosi m , a kandydaci są uporządkowani od najbardziej preferowanego do najmniej preferowanego. Ponadto określony jest rozmiar k zwycięskiego komitetu, który określa liczbę kandydatów, którzy zwyciężyli w wyborach.

Przykładowe wybory

$$C = \{a, b, c, d, e, \dots\}$$

$$V = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$$

$$v_1 : a > b > c > d > e > \dots$$

$$v_2 : c > d > a > b > f > \dots$$

$$v_3 : \dots$$

$$\vdots$$

$$v_n : f > g > e > b > a > \dots$$

$$k = 20$$

Ciąg kandydatów przyporządkowany danemu wyborcy traktowany jest jako głos w wyborach. Każdemu kandydatowi w ciągu stanowiącym głos, przyporządkowane są punkty według punktacji Bordy. Jeżeli przez i zostanie oznaczona pozycja danego kandydata w ciągu stanowiącym głos (jeżeli kandydat jest pierwszy w ciągu, wtedy $i = 1$, jeśli drugi, wtedy $i = 2$ itd.), to wartość punktowa przyporządkowana według metody Bordy w tym głosie dla tego kandydata wynosi $\beta(i) = m - i$, gdzie m to rozmiar zbioru C (liczba wszystkich kandydatów). Zatem dla danego głosu kolejni uporządkowani kandydaci otrzymują kolejno $m - 1, m - 2, \dots, 1, 0$ punktów.

Preferencje wyborcy

$$v_1 : \overset{m-1}{a} > \overset{m-2}{b} > \overset{m-3}{c} > \overset{m-4}{d} > \dots$$

W celu wyłonienia zwycięzców wyborów komitetów definiuje się tzw. funkcję satysfakcji, która bazuje między innymi na punktacji metodą Bordy. Funkcja satysfakcji określa zadowolenie danego wyborcy ze zwycięskiego komitetu. W celu zwięzłego zdefiniowania funkcji celu wprowadza się pojęcie ciągu pozycji, które określa dla danego wyborcy pozycje wszystkich zwycięskich kandydatów z jego preferencji. Ciąg pozycji jest posortowany rosnąco - pozycja najbardziej preferowanego kandydata spośród zwycięzców na początku ciągu, pozycja najmniej preferowanego kandydata spośród zwycięzców na końcu ciągu.

Przykład

Dla następujących preferencji:

Preferencje wyborcy

$$v_3 : \overset{m-1}{g} > \overset{m-2}{d} > \overset{m-3}{e} > \overset{m-4}{b} > \overset{m-5}{f} > \overset{m-6}{a} > \dots$$

komitetu $K = \{a, b, e\}$ i wyborcy v_3 ciąg pozycji oznaczany pos_{v_3} wynosi $(3, 4, 6)$, gdyż pozycja najlepszego kandydata ze zbioru K wynosi 3 (kandydat e), druga najlepsza to pozycja nr 4 (kandydat b), a ostatnią pozycją najmniej preferowanego kandydata jest pozycja nr 6 (kandydat a).

W tym momencie można zdefiniować funkcję satysfakcji, która jako argument przyjmuje zdefiniowany przed chwilą ciąg pozycji, który dla każdego wyborcy i dla każdego komitetu jest określony jednoznacznie. Funkcja satysfakcji określająca zadowolenie danego wyborcy ze zwycięskiego komitetu, będzie więc oznaczana jako $f(i_1, i_2, \dots, i_k)$.

Poprzez różne zdefiniowanie funkcji satysfakcji, definiowane są odmienne systemy wyborcze. Znanymi systemami wyborczymi są system $k - Borda$ oraz system *Chamberlin – Courant'a*. Funkcje satysfakcji dla tych systemów określone są odpowiednio:

$$f_{k-Borda}(i_1, i_2, \dots, i_k) = \beta(i_1) + \beta(i_2) + \dots + \beta(i_k)$$

$$f_{CC}(i_1, i_2, \dots, i_k) = \beta(i_1) = \max(\beta(i_1), \beta(i_2), \dots, \beta(i_k))$$

Wyniki wyborów dla podanych systemów mogą być różne (i zazwyczaj są) pomimo takich samych danych wejściowych. Inaczej rzecz ujmując, zwycięskie komitety mogą składać się z różnych kandydatów po zastosowaniu odmiennych funkcji satysfakcji.

Funkcja satysfakcji, która dotyczy niniejszego projektu inżynierskiego jest oparta na normie ℓ_p . Norma ℓ_p zdefiniowana jest następująco:

$$\ell_p(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt[p]{x_1^p + x_2^p + \dots + x_n^p}$$

, gdzie $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}, p \in \mathbb{N}$

Dla skrajnych przypadków, gdy $p = 1$ i gdy $p \rightarrow \infty$ norma ℓ_p przyjmuje odpowiednio postać sumy:

$$l_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

oraz postać operatora maksimum:

$$l_\infty(x_1, x_2, \dots, x_n) = \max(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Mając zdefiniowaną normę ℓ_p można określić funkcję satysfakcji będącą tematem pracy.

$$f_{\ell_p-Borda}(i_1, i_2, \dots, i_k) = \ell_p(\beta(i_1), \beta(i_2), \dots, \beta(i_k)) = \sqrt[p]{[\beta(i_1)]^p + [\beta(i_2)]^p + \dots + [\beta(i_k)]^p}$$

Funkcja jest uogólnieniem systemu $k - Borda$. Jeżeli za p przyjęta zostanie wartość 1, zdefiniowana funkcja przyjmuje postać funkcji satysfakcji dla zwykłego systemu $k - Borda$. Dla p dążącego do nieskończoności funkcja przyjmuje postać funkcji satysfakcji dla systemu *Chamberlin – Courant'a*.

1.2. Możliwości

Obliczanie wyników wyborów dla systemu $\ell_p - Borda$ metodą typu brute-force jest czasochłonne. Już dla stosunkowo niewielkich rozmiarów danych, algorytm jest nieużyteczny. Dlatego głównym zadaniem projektu jest zaprojektowanie i implementacja algorytmów heurystycznych, które możliwie dokładnie

i możliwie szybko obliczają wyniki wyborów. Ponadto do zadań zespołu należy próba oceny działania stworzonych algorytmów heurystycznych.

1.3. Motywacja do stworzenia projektu

Jednym z głównych celów realizacji projektu jest chęć poznania różnych sposobów tworzenia algorytmów heurystycznych oraz zastosowanie ich do rozwiązania problemów w interesującej zespół tematyce, jaką jest sposób wyłaniania zwycięzców w wyborach i związek między tym sposobem a satysfakcją wyborców ze zwycięzców. Ponadto zespół chciał porównać pod różnymi względami różne algorytmy heurystyczne. Interesujące jest zestawienie algorytmów pod względem dokładności obliczanych rozwiązań, czasu działania, czy trudności w projektowaniu i implementacji.

Drugą, istotną motywacją do stworzenia systemu jest możliwość wykorzystania go do wielu bardzo różnych sytuacji. Zdefiniowanie wyborów, których wyniki ma liczyć system, może dotyczyć różnego rodzaju wyborów. Mogą to być wybory ludzi do wszelakiego typu organów władz na różnych szczeblach organizacji państwowych lub organizacji prywatnych. Wybory nie muszą dotyczyć ludzi, a mogą polegać na selekcji innych rzeczy. Można zdefiniować wybory na filmy, które zostaną odtworzone w trakcie podróży samolotem, czy podczas seansu z rodziną i znajomymi. Mogą to być wybory na miejsca wspólnego wypadu znajomych na weekend. Wszędzie, gdzie ma sens zastosowanie preferencji (ułożenie rzeczy od najbardziej do najmniej pożądanej) można wykorzystać stworzony system. Dzięki stworzonemu systemowi według określonych wymagań, możliwe jest nie tylko szybkie obliczenie wyborów na bazie wprowadzonych do systemu preferencji. Możliwe jest sterowaniem sposobem obliczania wyborów według pożądanej reprezentatywności zwycięskich kandydatów. Można decydować czy zwycięzcy wyborów będą tacy, że każdy znajdzie wśród nich takiego, którego bardzo lubi, ale też taki, którego bardzo nie lubi. Czy może zwycięzcy mają być tacy, że większość wyborców co prawda nie znajdzie wśród nich bardzo pożądanego kandydata, ale jednocześnie nie znajdzie takiego, którego bardzo nie lubi. Możliwy jest również wybór pośredni między wskazanymi dwoma rozwiązaniami. Przykładowo, jeżeli użytkownik chce wybrać kilka filmów do wspólnego seansu z przyjaciółmi i rodziną, to może zdecydować między różnymi opcjami. Jedną z opcji jest taki wybór, aby wśród wybranych filmów każdy ze znajomych znalazł film, który mu bardzo odpowiada, lecz jednocześnie znalazły się takie, które większości znajomych wyraźnie nie odpowiadają. Druga możliwość to taka, w której wybrane zostaną filmy, które większości znajomych ani za bardzo nie odpowiadają, ani za bardzo nie przeszkadzają. Pozostałymi możliwościami są opcje pośrednie między wskazanymi.

1.4. Użytkownicy

Potencjalnymi użytkownikami systemu mogą być osoby i organizacje, które potrzebują systemu wybierania kilku elementów spośród puli wszystkich elementów w taki sposób, aby usatysfakcjonować swoich klientów. System może mieć przykładowe zastosowanie dla przedsiębiorstw realizujących usługi transportu lotniczego czy autokarowego do umilenia czasu podróży poprzez wybór odpowiednich filmów czy potraw. Ponadto system może służyć pojedynczym osobom w celu wyboru odpowiedniej formy spędzania wolnego czasu w grupie znajomych.

1.5. Usługi dostarczanie przez system

1.5.1. Usługi wymagane

- możliwość wprowadzenia wyborów do systemu
- obliczenie wyników wyborów

- wyświetlanie wyników wyborów

1.5.2. Usługi pożądane

- możliwość zarządzania swoimi wyborami (dodawanie nowych wyborów, nowych wyników, porównywanie różnych rezultatów)
- intuicyjna nawigacja po systemie

1.5.3. Usługi dodatkowe

- wygodny sposób definiowania wyborów - zadanie projektowe koncentruje się na projektowaniu i tworzeniu algorytmów obliczających wyniki wyborów. System musi wczytywać pewien format pliku wejściowego definiującego wybory, który niekoniecznie jest prosty i intuicyjny w tworzeniu. Jeżeli ta dodatkowa usługa zostałaby zrealizowana, ułatwiłaby użytkowanie systemu i poprawiła zadowolenie użytkowników z korzystania z systemu

2. Studium wykonalności

2.1. Opis wymagań