System obliczający wyniki wyborów dla uogólnienia systemu k-Borda

Tomasz Kasprzyk, Daniel Ogiela, Jakub Stępak

Akademia Górniczo-Hutnicza
Wydział Informatyki, Elektroniki i Telekomunikacji
Katedra Informatyki

Projekt realizowany pod opieką
dr. hab. inż. Piotra Faliszewskiego

26 stycznia 2017

Definicja wyborów

Wybory to para $E = (C, V)$, gdzie $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ to zbiór kandydatów, a $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ to ciąg wyborców. Każdy wyborca posiada swoje *preferencje*, które są ciągiem kandydatów w porządku od najbardziej preferowanego przez danego wyborcę do najmniej preferowanego. Ponadto dana jest liczba k, będąca wielkością wybieranego komitetu.

Przykładowe wybory

Wybory filmów

$C = \{$komedia, horror, film akcji, dramat, science fiction$\}$
$V = ($Anna, Jan, Piotr, Paweł$)$

Anna: $\overset{1}{\textit{dramat}} > \overset{2}{\textit{komedia}} > \overset{3}{\textit{film akcji}} > \overset{4}{\textit{horror}} > \overset{5}{\textit{science fiction}}$

Jan: $\overset{1}{\textit{science fiction}} > \overset{2}{\textit{komedia}} > \overset{3}{\textit{dramat}} > \overset{4}{\textit{film akcji}} > \overset{5}{\textit{horror}}$

Piotr: $\overset{1}{\textit{horror}} > \overset{2}{\textit{dramat}} > \overset{3}{\textit{film akcji}} > \overset{4}{\textit{komedia}} > \overset{5}{\textit{science fiction}}$

Paweł: $\overset{1}{\textit{science fiction}} > \overset{2}{\textit{film akcji}} > \overset{3}{\textit{komedia}} > \overset{4}{\textit{horror}} > \overset{5}{\textit{dramat}}$

$k = 2$

Punktacja Bordy

Niech v będzie głosem nad zbiorem kandydatów C. Punkty przyporządkowane każdemu kandydatowi $c \in C$ w v wynoszą $||C|| - pos_v(c)$, gdzie $pos_v(c)$ to pozycja kandydata c w v.

Funkcja Bordy

$$\beta(i) = m - i, \quad gdzie\ m = ||C||$$

Preferencje wyborcy

$$v_1 : \overset{m-1}{c_1} > \overset{m-2}{c_2} > \overset{m-3}{c_3} > \overset{m-4}{c_4} > \ldots$$

Ciąg pozycji

Dla wybranego komitetu S i danego wyborcy v definiujemy ciąg $pos_v(S)$ jako posortowany ciąg pozycji, które zajmują kandydaci z S w preferencjach wyborcy v.

Niech $S = \{c_1, c_3, c_5, c_6\}$

Preferencje wyborcy

$$v_1 : \overset{1}{c_5} > \overset{2}{c_3} > \overset{3}{c_1} > \overset{4}{c_2} > \overset{5}{c_6} > \overset{6}{c_4} > \dots$$

$$pos_{v_1}(S) = (1, 2, 3, 5)$$

Oznaczenie wartości funkcji satysfakcji

$$f(i_1, \dots, i_k)$$

Norma ℓ_p

Niech $x_1, x_2, \ldots, x_n \in \mathbb{R}, p \in \mathbb{N}$

Norma ℓ_p

$$\ell_p(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sqrt[p]{x_1^p + x_2^p + \ldots + x_n^p}$$

$$\begin{aligned} \ell_1 &\equiv + \\ \ell_\infty &\equiv max \end{aligned}$$

System ℓ_p – *Borda*

Funkcja satysfakcji ℓ_p – *Borda*

$$f_{\ell_p}(i_1, i_2, \ldots, i_k) = \ell_p(\beta(i_1), \beta(i_2), \ldots, \beta(i_k))$$

Funkcja satysfakcji k-Borda (gdy $p = 1$)

$$f_{k-Borda}(i_1, \ldots, i_k) = \beta(i_1) + \ldots + \beta(i_k)$$

Funkcja satysfakcji Chamberlina-Couranta (gdy $p \to \infty$)

$$f_{CC}(i_1, \ldots, i_k) = \beta(i_1)$$

Algorytm zachłanny zależny od parametru p

```
for i ⟵ 1 to k do
    for c ∈ C \ REZULTAT do
        for v ∈ V do
            dodaj_zadowolenie_wyborcy(v, REZULTAT ∪ c);
        end
        if badany_kandydat_najlepszy(c) then
            uaktualnij_lidera_iteracji(c);
        end
    end
    REZULTAT ⟵ REZULTAT ∪ zwyciezca_iteracji;
end
return REZULTAT
```

Algorytm zachłanny wg zasady *Chamberlina – Couranta*

- niezależny od parametru p
- aproksymacja wg funkcji satysfakcji *Chamberlina – Couranta*
- schemat działania identyczny jak wcześniejszego algorytmu
- zdecydowanie szybszy od głównego algorytmu zachłannego
- dobra aproksymacja systemu ℓ_p – *Borda* dla dużych wartości parametru p

Dziękujemy za uwagę