

# Wyznaczanie minimalnego okręgu i prostokąta zawierającego chmurę punktów 2D

Jakub Stępak

Akademia Górniczo – Hutnicza w Krakowie

24 października 2016

# Problem

Zadana jest chmura punktów na płaszczyźnie dwuwymiarowej.

Znaleźć:

najmniejszy **okrąg** ją zawierający,  
prostokąt ją zawierający o minimalnym **polu**,  
prostokąt ją zawierający o minimalnym **obwodzie**.

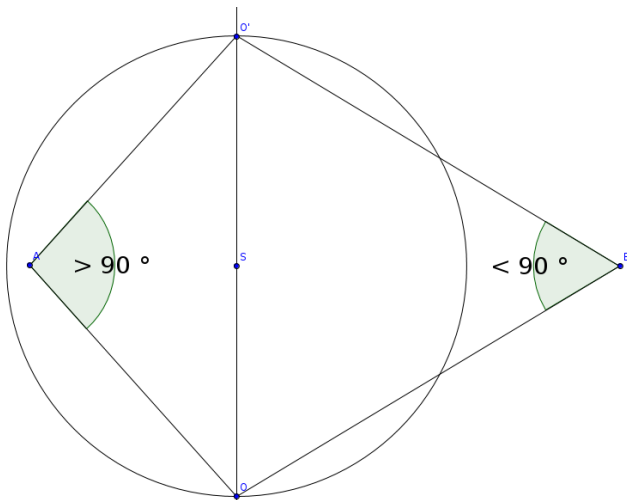
Wszystkie rozwiązania będą opierały się o wyznaczoną otoczkę wypukłą zadanej chmury punktów.

Otoczkę wyznaczamy, na przykład, algorytmem Grahama.

# Najmniejszy okrąg

Do znalezienia najmniejszego okręgu użyjemy **algorytmu Appleta**.

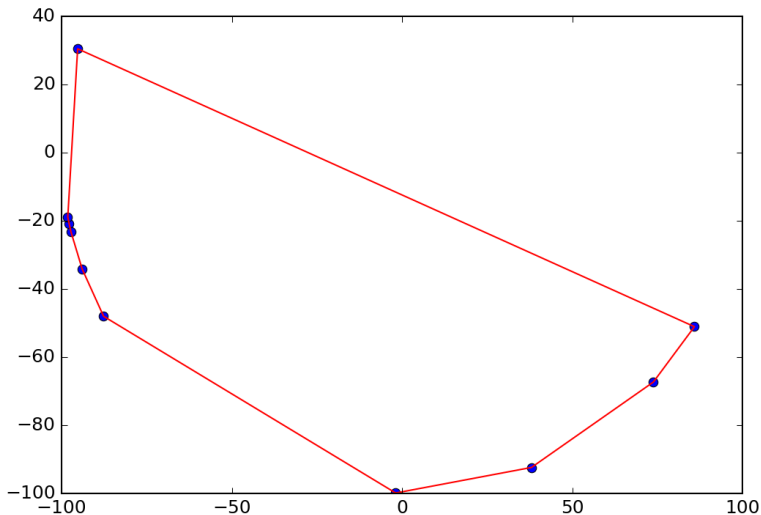
# Obserwacja



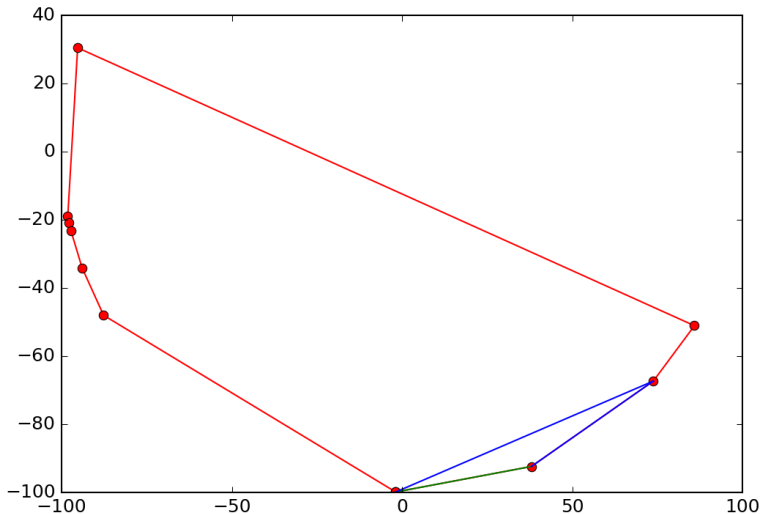
# Algorytm Appleta

1. Wybierzmy dowolną krawędź otoczki  $S = [P_1, P_2]$ .
2. Dla każdego wierzchołka  $P_0 \neq P_1, P_2$ , obliczamy  $\angle P_1 P_0 P_2$ .
3. Najmniejszy znaleziony kąt oznaczmy przez  $\alpha$ , a wierzchołek przy którym występuje przez  $V$ :
  - a) Jeśli  $\alpha > 90^\circ$  to rozwiązaniem jest okrąg opisany na  $S$ .
  - b) Jeśli  $\alpha < 90^\circ$  sprawdzamy pozostałe kąty  $\triangle P_1 V P_2$ :
    - Jeśli żaden nie jest rozwarty, to rozwiązaniem jest okrąg opisany na  $\triangle P_1 V P_2$ .
    - Jeśli któryś z kątów jest rozwarty, krawędź na przeciwko niego staje się nowym  $S$ . Wracamy do punktu 2.

# Przykład 1

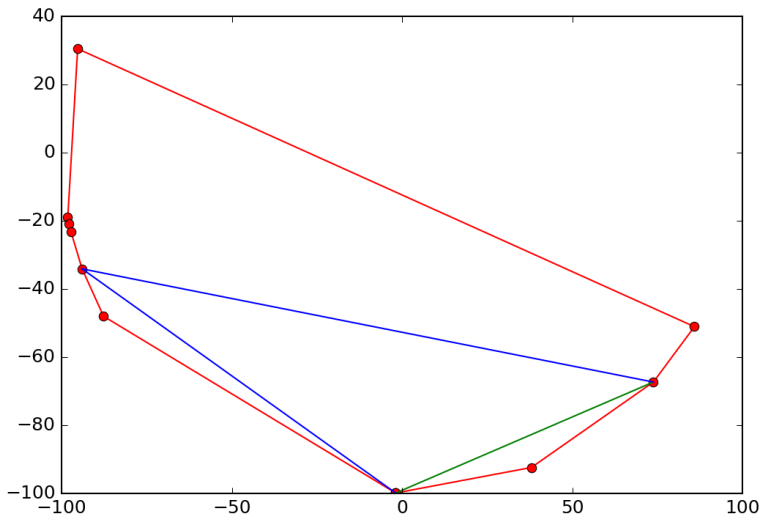


# Przykład 1

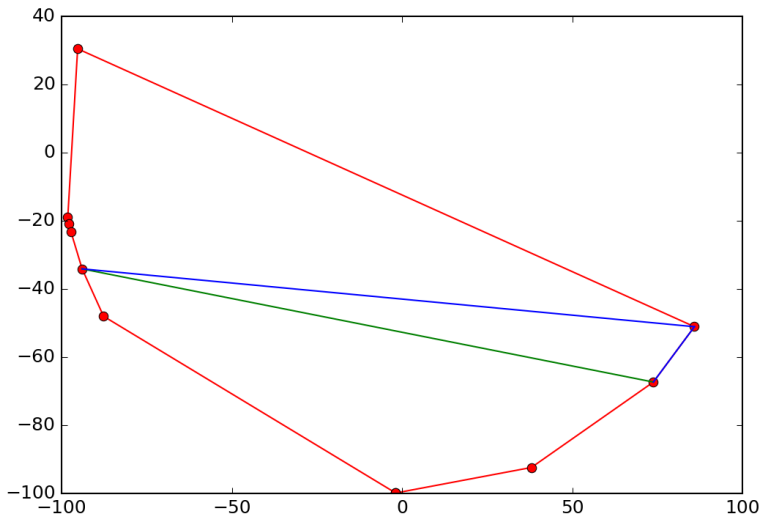




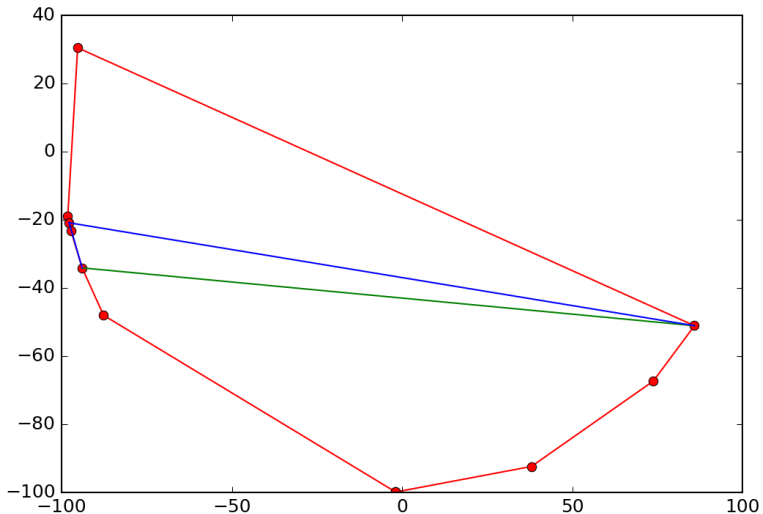
# Przykład 1



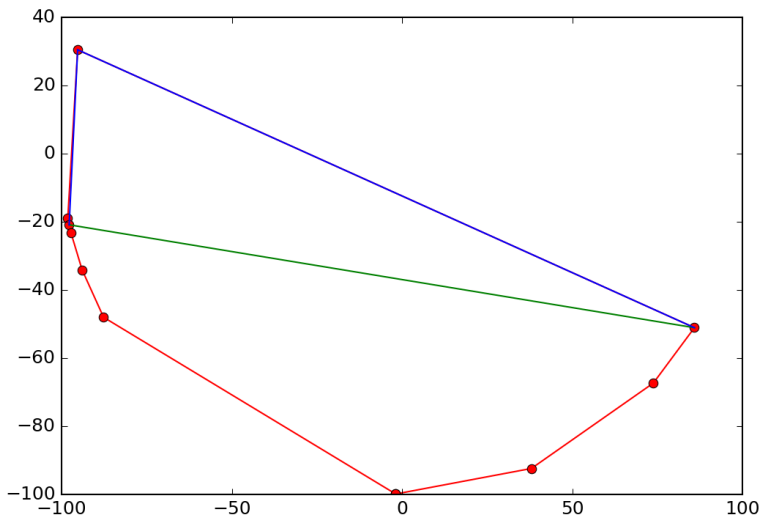
# Przykład 1



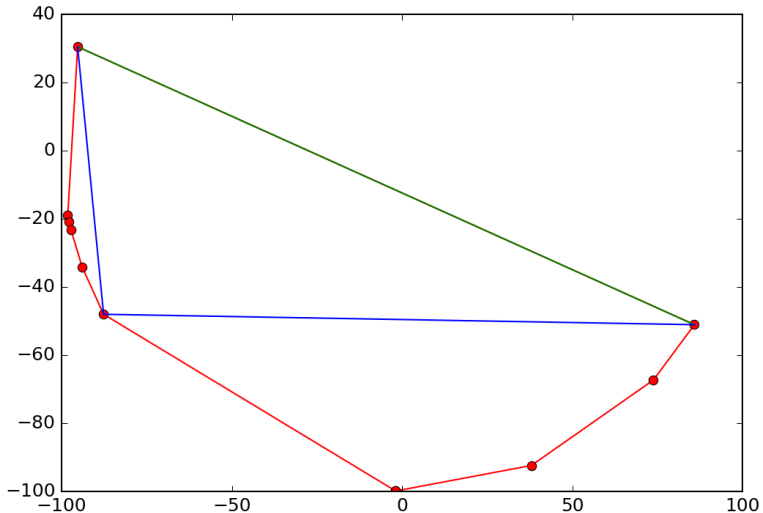
# Przykład 1



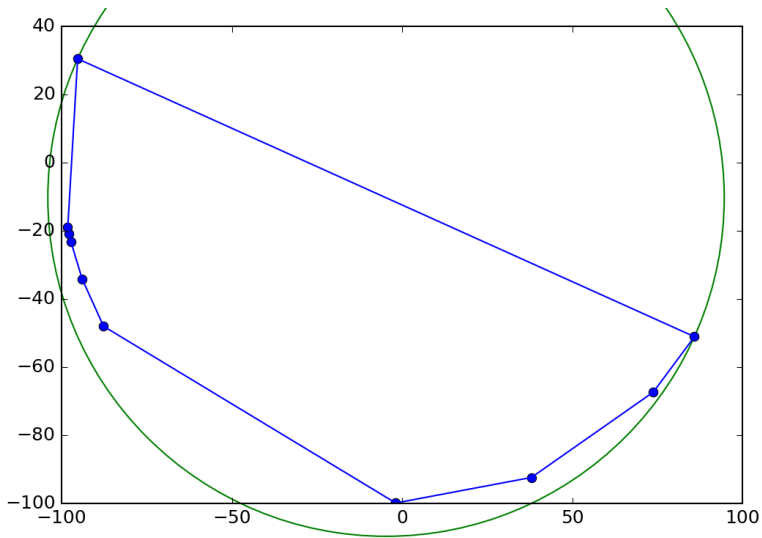
# Przykład 1



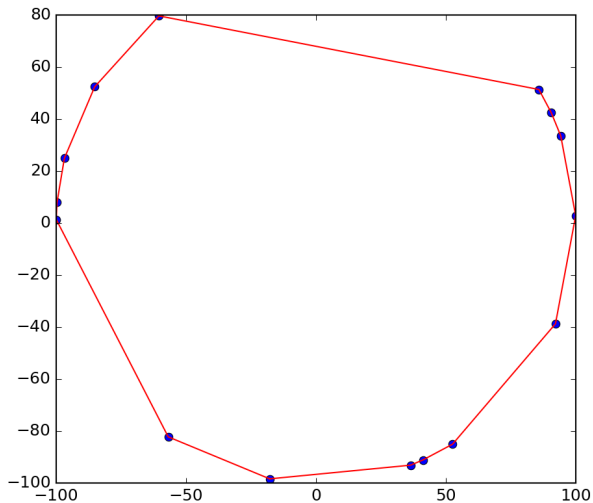
# Przykład 1



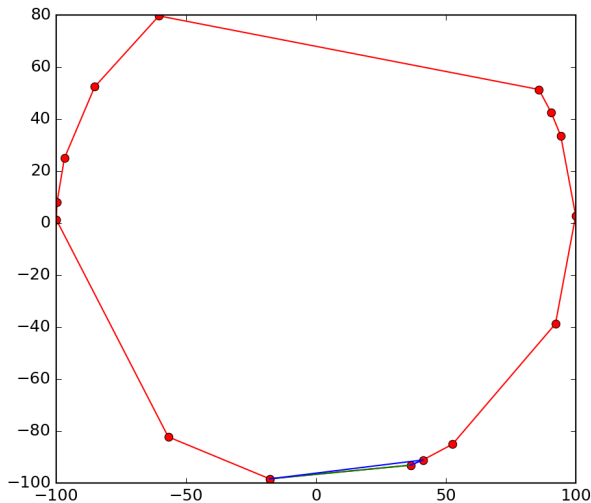
# Przykład 1



## Przykład 2

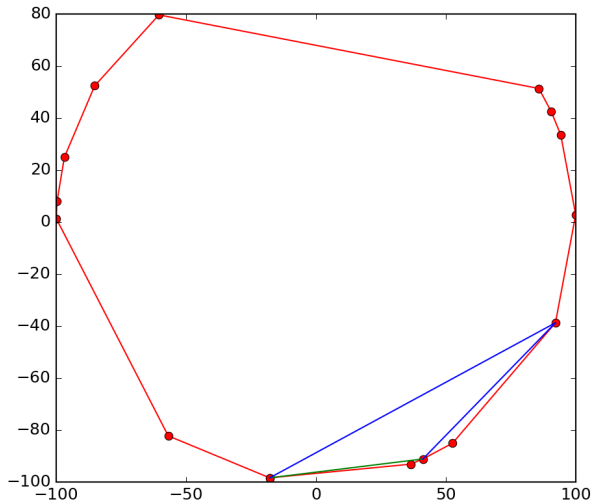


## Przykład 2

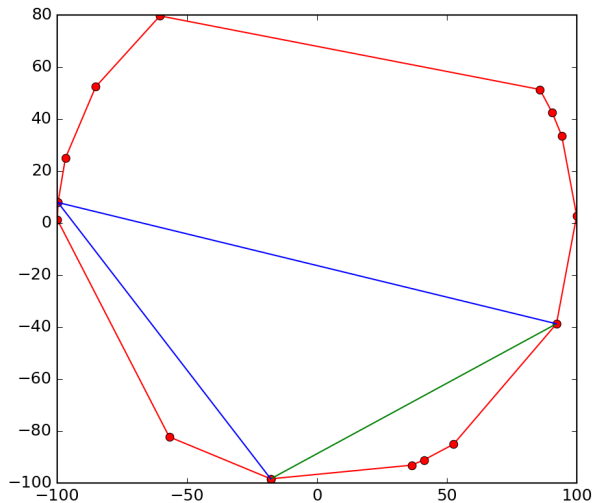




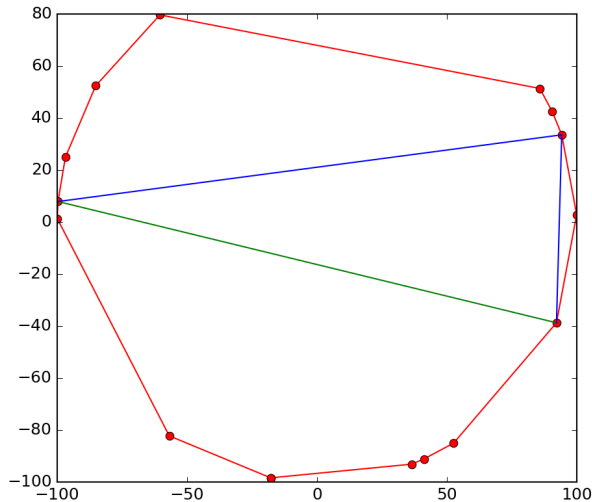
## Przykład 2



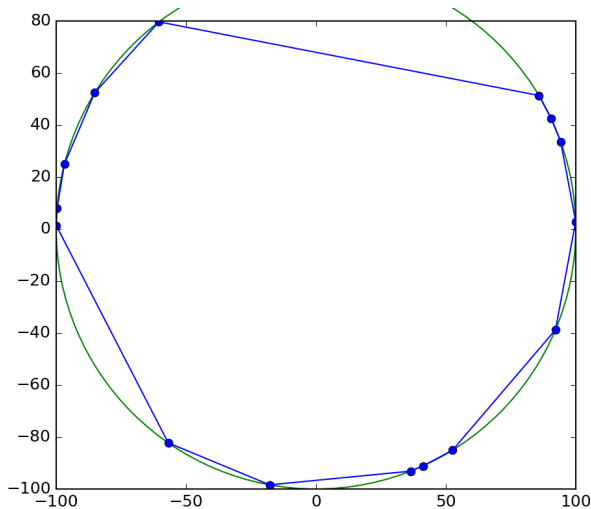
## Przykład 2



## Przykład 2



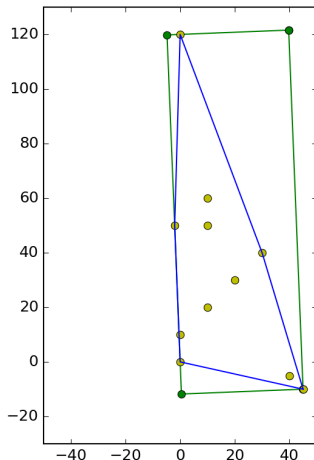
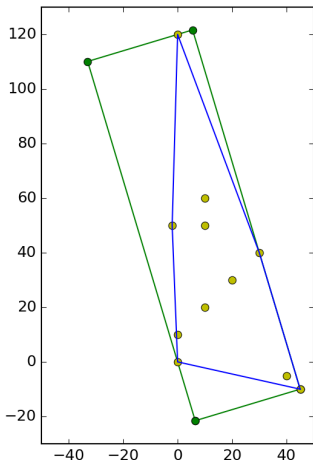
## Przykład 2



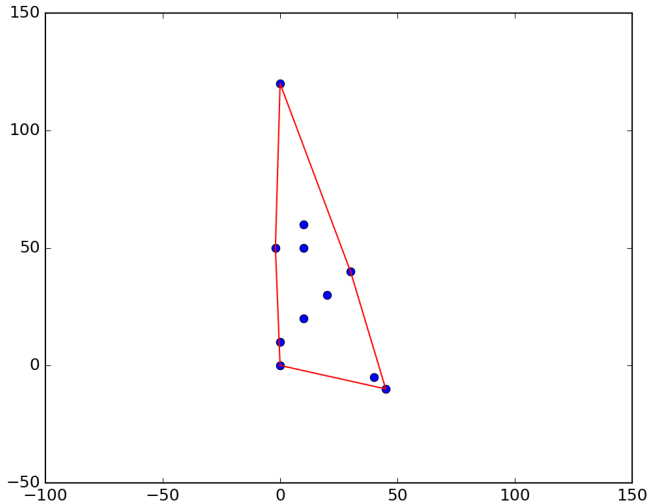
# Wyszukiwanie najmniejszego prostokąta

- 1) „Obróć” otoczką, „kładąc” ją na kolejnym boku na osi OX.
- 2) Oblicz pole i obwód prostokąta utworzonego przez skrajne punkty (z największą i najmniejszą współrzędną  $x$  i  $y$ )
- 3) Zapamiętaj które prostokąty był najmniejszy.

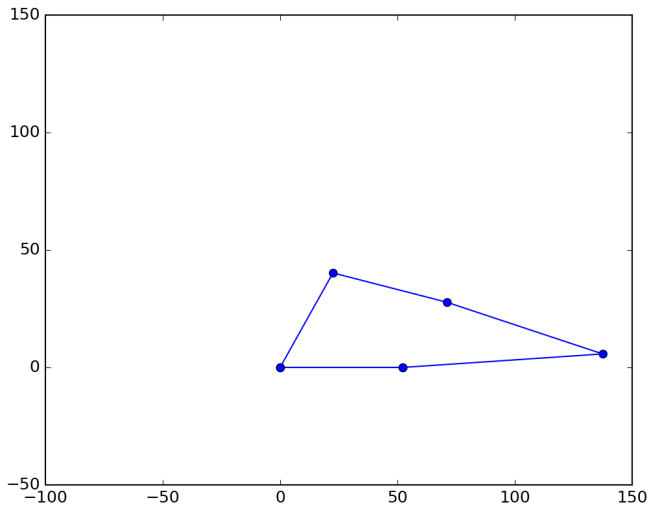
Prostokąt o najmniejszym polu i obwodzie to nie zawsze ten sam prostokąt!



# Przykład - najmniejsze pole

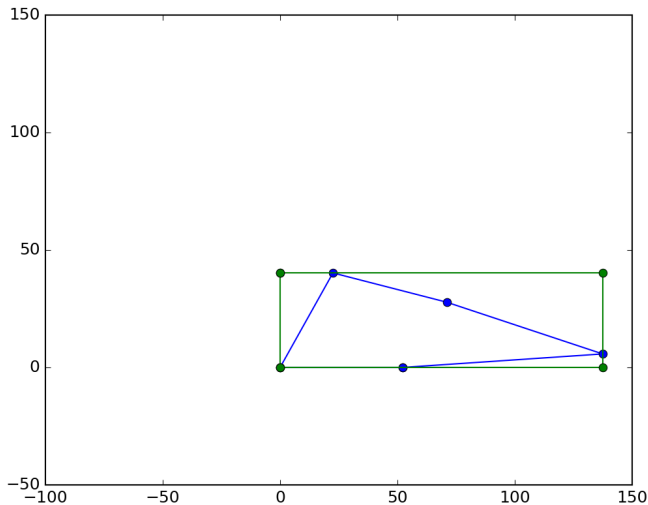


## Przykład - najmniejsze pole

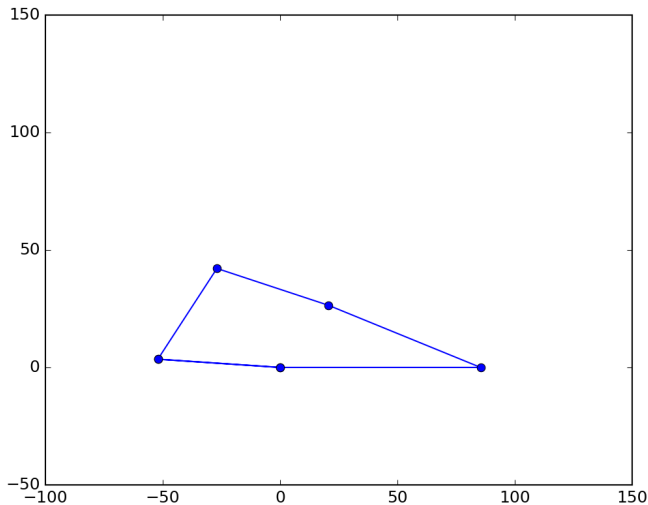




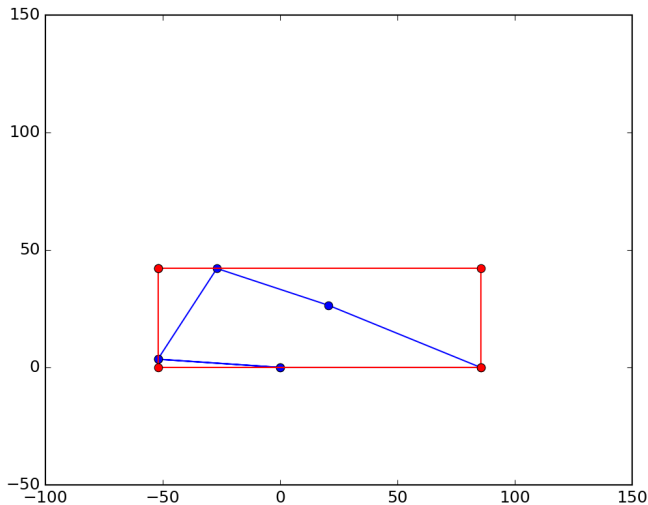
# Przykład - najmniejsze pole



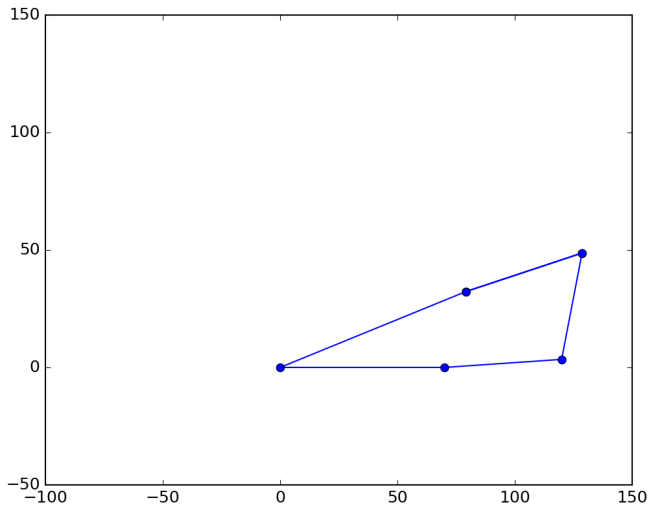
# Przykład - najmniejsze pole



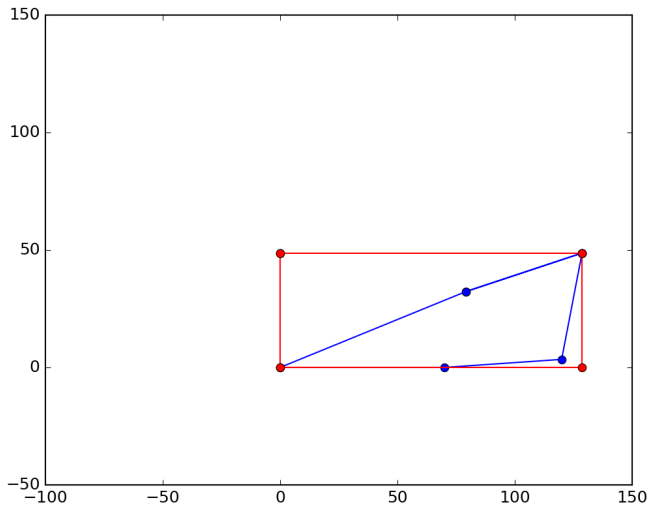
# Przykład - najmniejsze pole



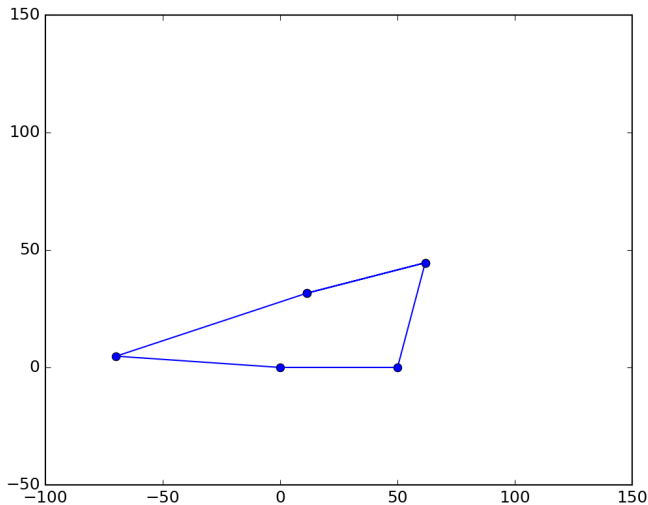
## Przykład - najmniejsze pole



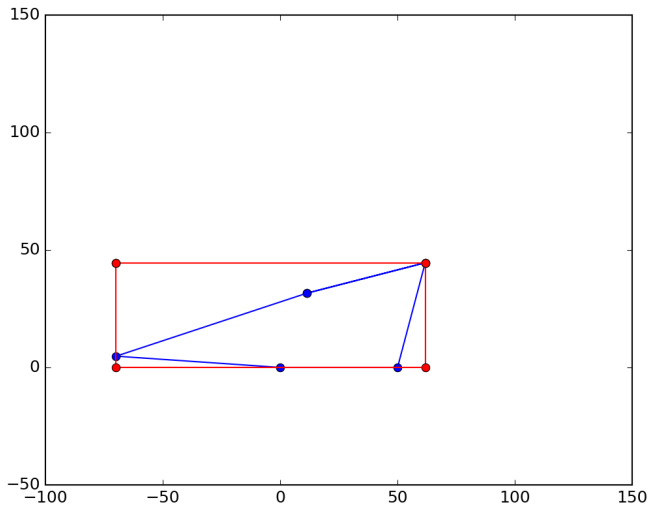
# Przykład - najmniejsze pole



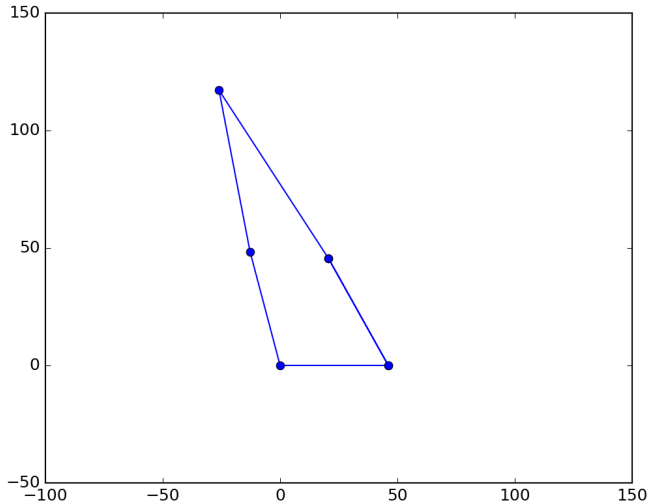
## Przykład - najmniejsze pole



# Przykład - najmniejsze pole

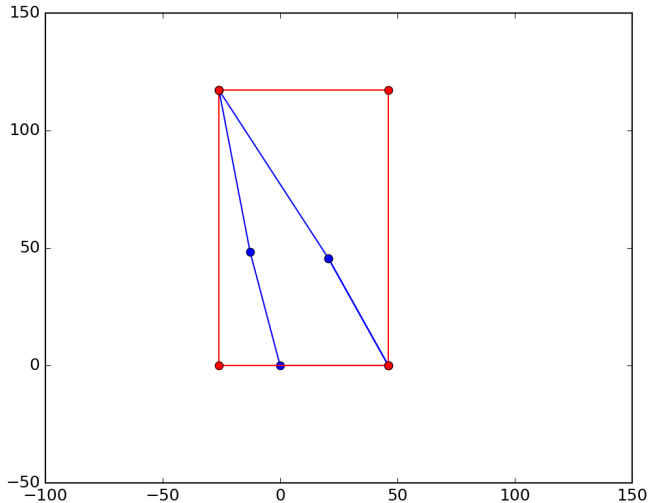


## Przykład - najmniejsze pole

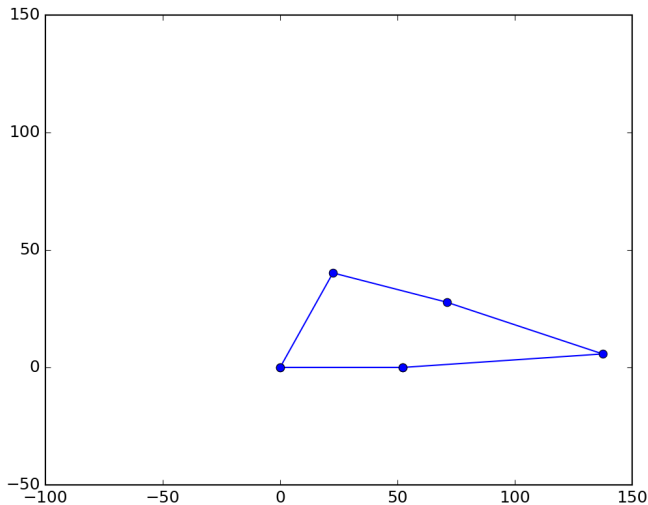




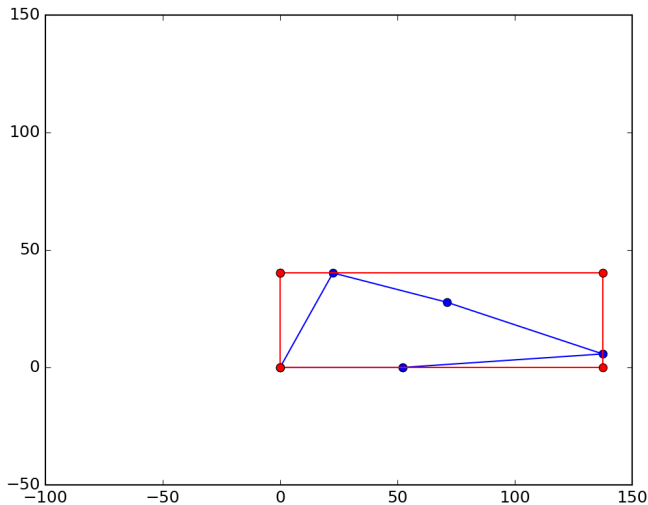
# Przykład - najmniejsze pole



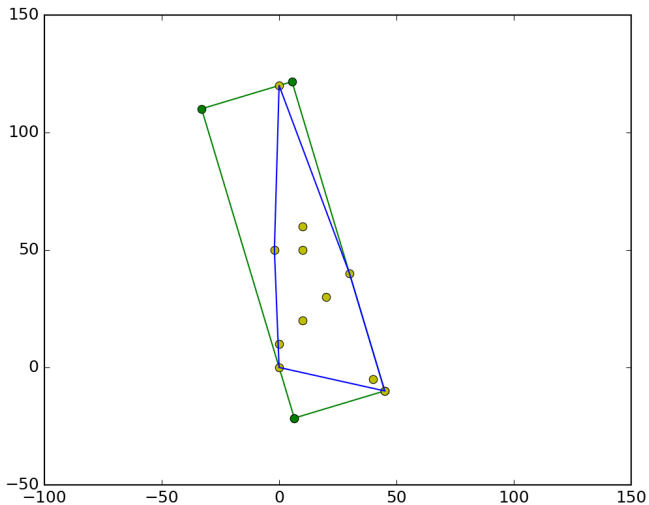
## Przykład - najmniejsze pole



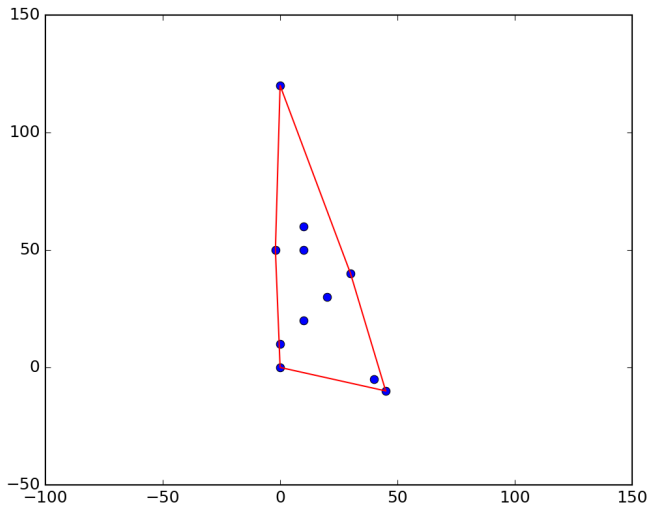
# Przykład - najmniejsze pole



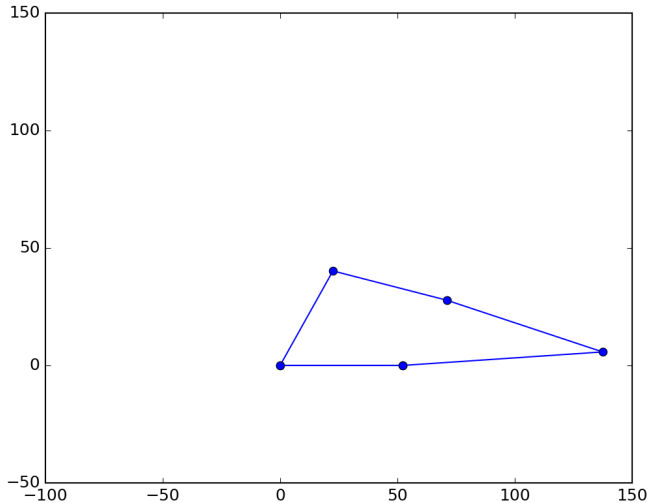
# Przykład - najmniejsze pole



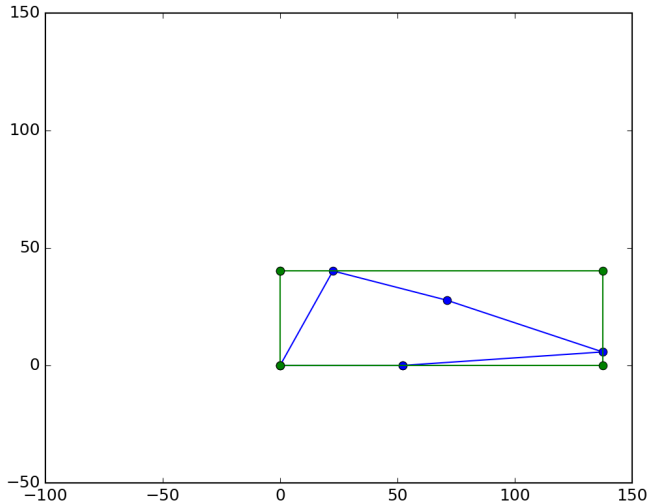
## Przykład - najmniejszy obwód



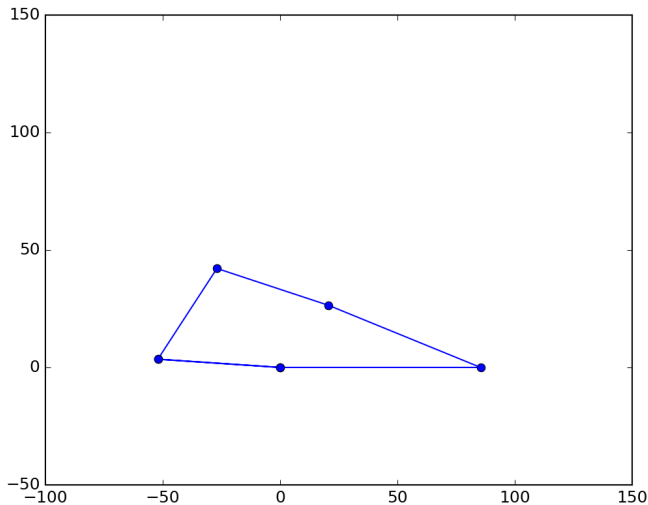
## Przykład - najmniejszy obwód



# Przykład - najmniejszy obwód

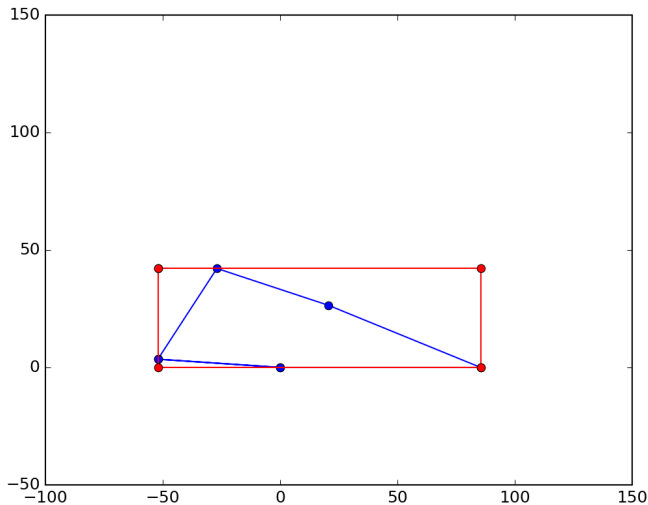


## Przykład - najmniejszy obwód

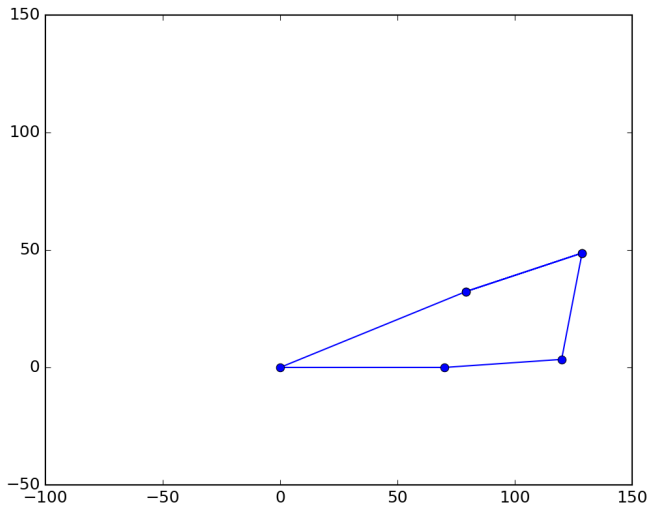




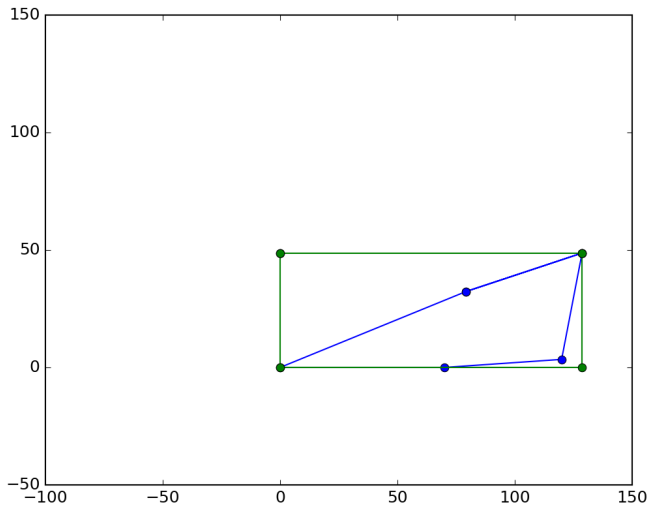
# Przykład - najmniejszy obwód



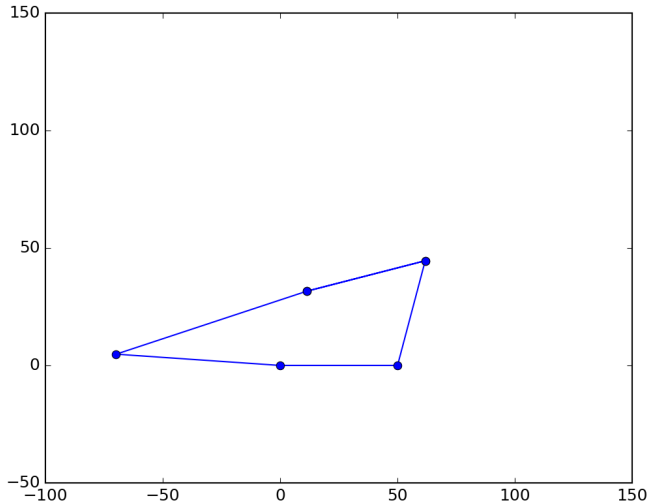
# Przykład - najmniejszy obwód



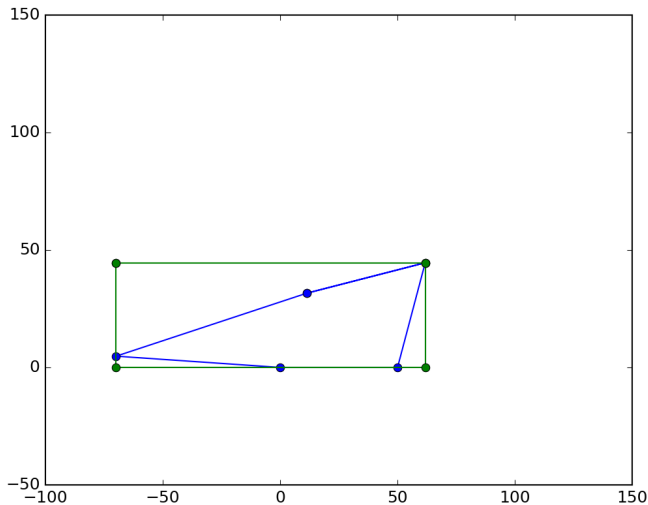
# Przykład - najmniejszy obwód



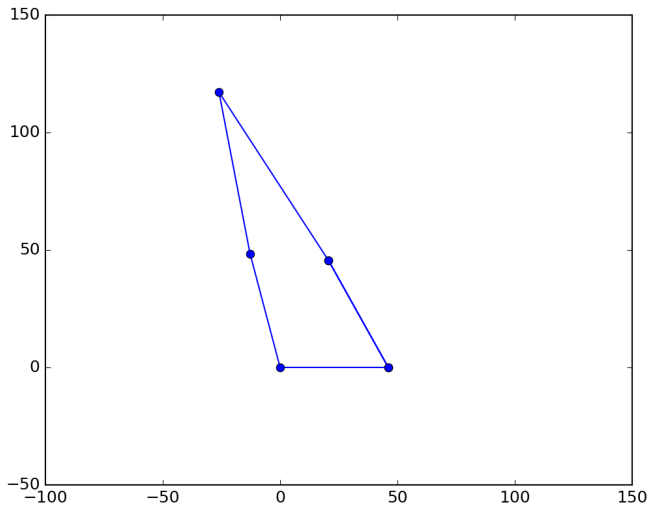
# Przykład - najmniejszy obwód



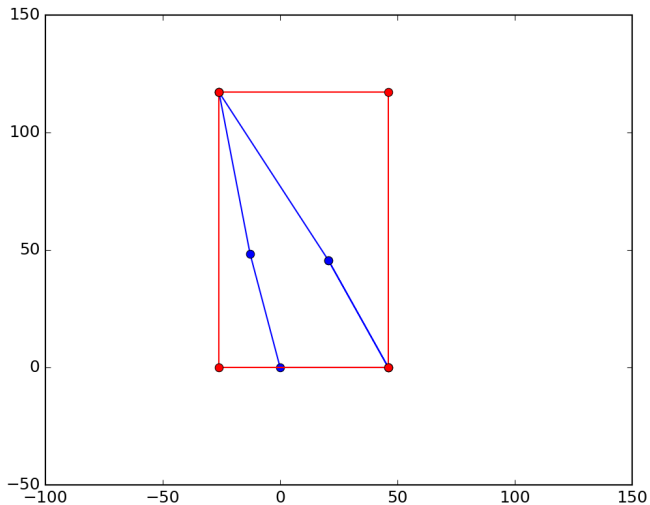
# Przykład - najmniejszy obwód



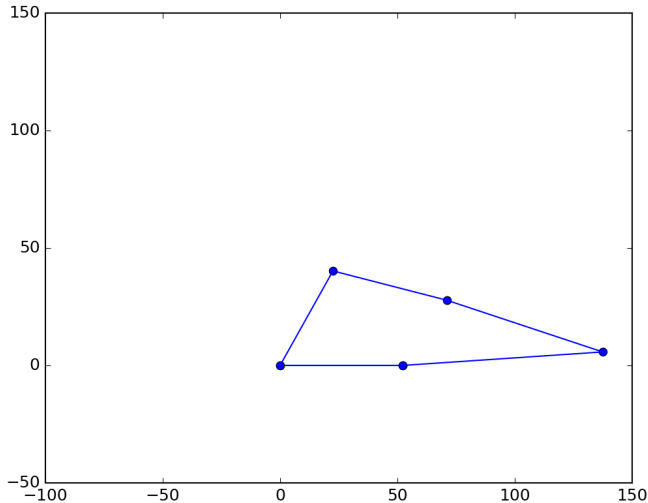
## Przykład - najmniejszy obwód



# Przykład - najmniejszy obwód

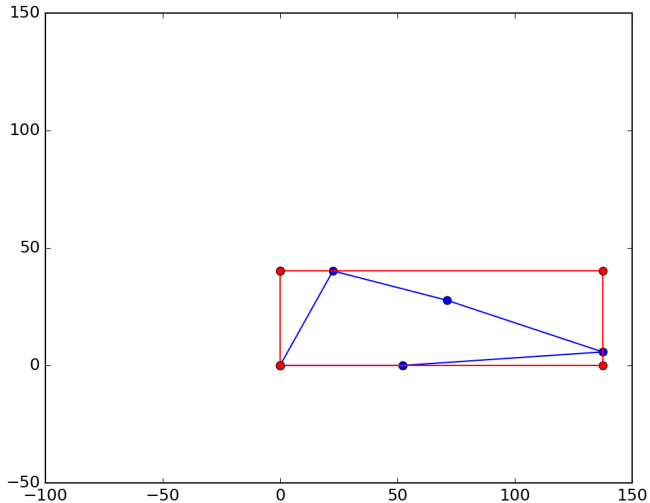


## Przykład - najmniejszy obwód

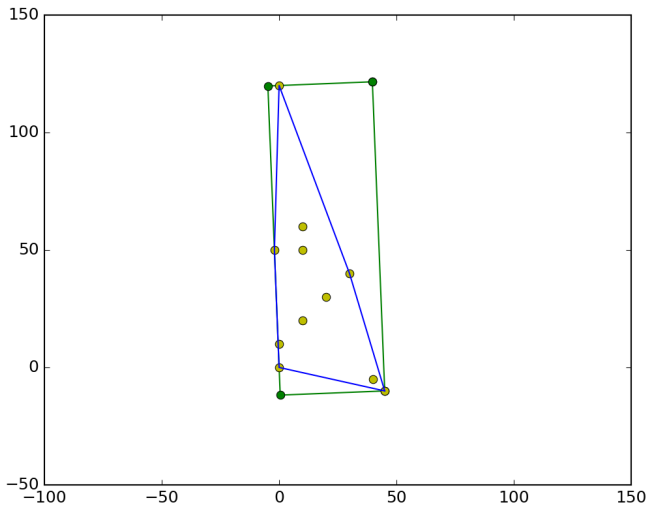




# Przykład - najmniejszy obwód



# Przykład - najmniejszy obwód



# Koniec

Dziękuję za uwagę

Prezentacja oraz kod programu dostępne na moim GitHubie:  
<https://github.com/jakubste/geo-project>