CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

KOD | PESEL

*Miejsce na naklejkę.*
*Sprawdź, czy kod na naklejce to* **M-100**.
*Jeżeli tak – przyklej naklejkę.*
*Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.*

**Egzamin maturalny** ***Formuła 2023***

# MATEMATYKA

# Poziom podstawowy

*Symbol arkusza*
MMAP-P0-**100**-2306

DATA: **2 czerwca 2023 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

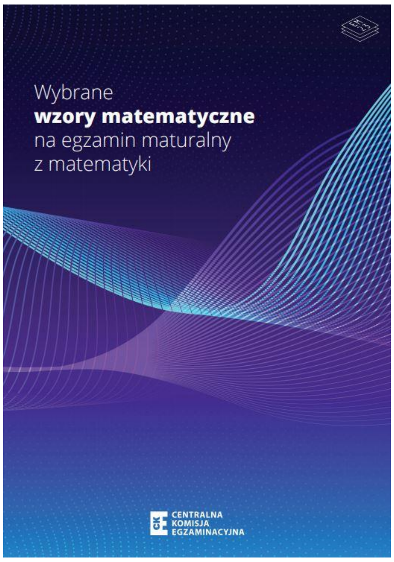
- [ ] dostosowania zasad oceniania
- [ ] dostosowania w zw. z dyskalkulią
- [ ] nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

**Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym**

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 34 strony (zadania 1–33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane**
**na następnych stronach.**

## Zadanie 1. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wszystkich liczb całkowitych dodatnich spełniających nierówność $|x + 5| < 15$ jest

**A.** $9$ **B.** $10$ **C.** $20$ **D.** $21$

*Brudnopis*

## Zadanie 2. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej $x$ iloczyn $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ jest równy

**A.** $x$ **B.** $\sqrt[10]{x}$ **C.** $\sqrt[18]{x}$ **D.** $x^2$

*Brudnopis*

### Zadanie 3. (0–2)

**Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej $k$ reszta z dzielenia liczby $49k^2 + 7k - 2$ przez $7$ jest równa $5$.**

## Zadanie 4. (0–1)

Klient wpłacił do banku $30\,000$ zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości $7\%$ od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

**A.** $2100$ zł **B.** $2247$ zł **C.** $4200$ zł **D.** $4347$ zł

*Brudnopis*

## Zadanie 5. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $\log_2 \frac{1}{8} + \log_2 4$ jest równa

**A.** $(-1)$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $2$ **D.** $5$

*Brudnopis*

## Zadanie 6. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $\left(1+\sqrt{5}\right)^2-\left(1-\sqrt{5}\right)^2$ jest równa

**A.** $0$ **B.** $(-10)$ **C.** $4\sqrt{5}$ **D.** $2+2\sqrt{5}$

*Brudnopis*

## Zadanie 7. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla każdej liczby rzeczywistej $x$ różnej od $0$ i $2$ wyrażenie $\frac{x^2+x}{(x-2)^2}\cdot\frac{x-2}{x}$ jest równe

**A.** $\frac{x^2+1}{x-2}$ **B.** $\frac{x+1}{2}$ **C.** $\frac{x^2}{(x-2)^2}$ **D.** $\frac{x+1}{x-2}$

*Brudnopis*

## Zadanie 8. (0–2)

**Rozwiąż nierówność**

$$x(2x-1) < 2x$$

**Zapisz obliczenia.**

## Zadanie 9. (0–3)

**Rozwiąż równanie**

$$x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$$

**Zapisz obliczenia.**

## Zadanie 10. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Równanie $\frac{(x^2-3x)(x+2)}{x^2-4} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

**A.** jedno rozwiązanie.

**B.** dwa rozwiązania.

**C.** trzy rozwiązania.

**D.** cztery rozwiązania.

*Brudnopis*

## Zadanie 11. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ wykresy funkcji liniowych $f(x) = (2m + 3)x + 5$ oraz $g(x) = -x$ nie mają punktów wspólnych dla

**A.** $m = -2$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 2$

*Brudnopis*

## Zadanie 12. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ prosta o równaniu $y = ax + b$ przechodzi przez punkty $A = (-3, -1)$ oraz $B = (4, 3)$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

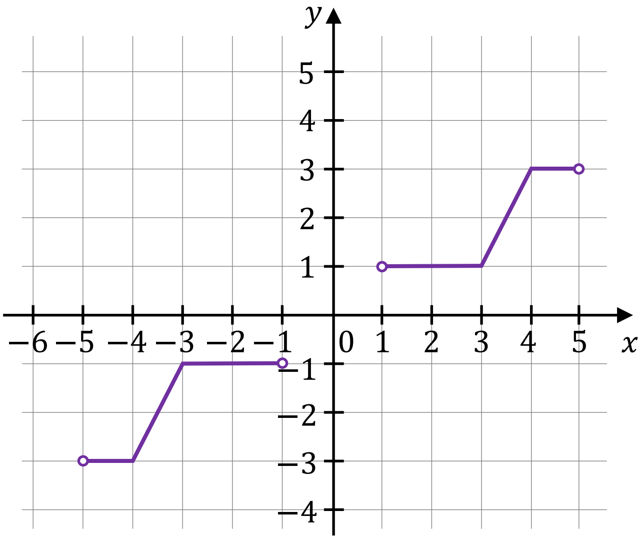
Współczynnik $a$ w równaniu tej prostej jest równy

**A.** $(-4)$ **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $2$ **D.** $\frac{4}{7}$

*Brudnopis*

## Zadanie 13.

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).




## Zadanie 13.1. (0–2)

**Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.**

| | |
|---|---|
| Dziedziną funkcji $f$ jest zbiór | |
| Zbiorem wartości funkcji $f$ jest zbiór | |

**A.** $[-3, -1] \cup [1, 3]$

**B.** $(-3, 3)$

**C.** $(-3, -1) \cup (1, 3)$

**D.** $[-5, -1] \cup [1, 5]$

**E.** $(-5, 5)$

**F.** $(-5, -1) \cup (1, 5)$

*Brudnopis*

## Zadanie 13.2. (0–1)

**Zapisz poniżej zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) < -1$.**

..............................................................................................................................................

*Brudnopis*

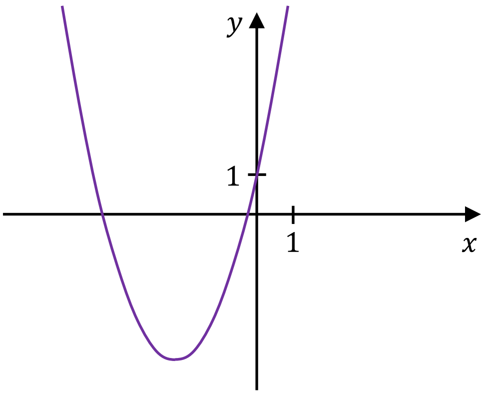
## Zadanie 14. (0–1)

Funkcja kwadratowa $f$ jest określona wzorem $f(x) = ax^2 + bx + 1$, gdzie $a$ oraz $b$ są pewnymi liczbami rzeczywistymi, takimi, że $a < 0$ i $b > 0$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono fragment wykresu tej funkcji w kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$.

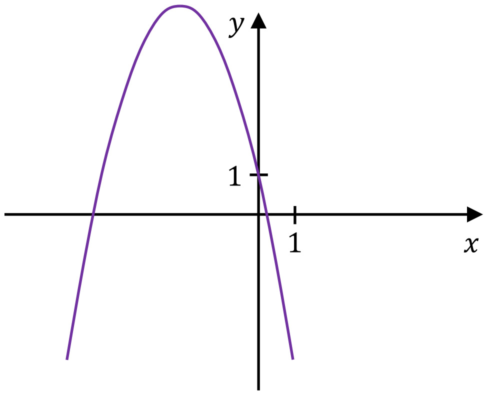
**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Fragment wykresu funkcji $f$ przedstawiono na rysunku

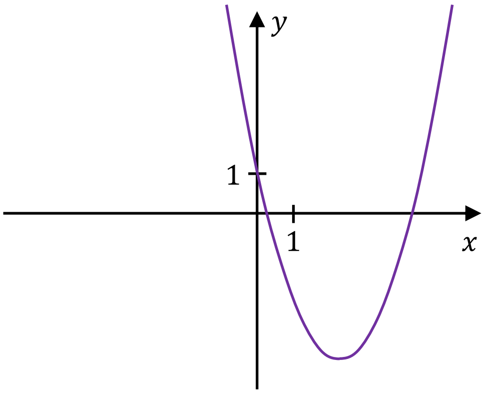
**A.**



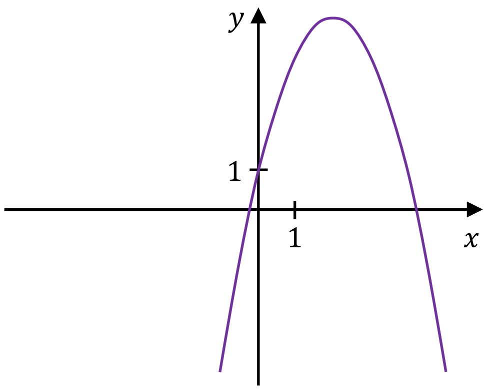

**B.**




**C.**




**D.**




*Brudnopis*

## Zadanie 15.

Masa $m$ leku $\mathcal{L}$ zażytego przez chorego zmienia się w organizmie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot (0{,}6)^{0{,}25t}$$

gdzie:

$m_0$ – masa (wyrażona w mg) przyjętej w chwili $t = 0$ dawki leku,

$t$ – czas (wyrażony w godzinach) liczony od momentu $t = 0$ zażycia leku.

## Zadanie 15.1. (0–1)

Chory przyjął jednorazowo lek $\mathcal{L}$ w dawce $200$ mg.

**Oblicz, ile mg leku $\mathcal{L}$ pozostanie w organizmie chorego po $12$ godzinach od momentu przyjęcia dawki. Zapisz obliczenia.**

## Zadanie 15.2. (0–1)

Liczby $m(2{,}5)$, $m(4{,}5)$, $m(6{,}5)$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny.

**Oblicz iloraz tego ciągu. Zapisz obliczenia.**

## Zadanie 16. (0–1)

Ciąg $(a_n)$ jest określony wzorem $a_n = \frac{n-2}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od $10$ jest równa

**A.** $28$ **B.** $31$ **C.** $32$ **D.** $27$

*Brudnopis*

## Zadanie 17. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(1, 4, a+5)$ jest arytmetyczny.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $a$ jest równa

**A.** $0$ **B.** $7$ **C.** $2$ **D.** $11$

*Brudnopis*

## Zadanie 18. (0–1)

Ciąg geometryczny $(a_n)$ jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_1 = 3{,}75$ oraz $a_2 = -7{,}5$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Suma trzech początkowych wyrazów ciągu $(a_n)$ jest równa

**A.** $11{,}25$ **B.** $(-18{,}75)$ **C.** $15$ **D.** $(-15)$

*Brudnopis*

## Zadanie 19. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

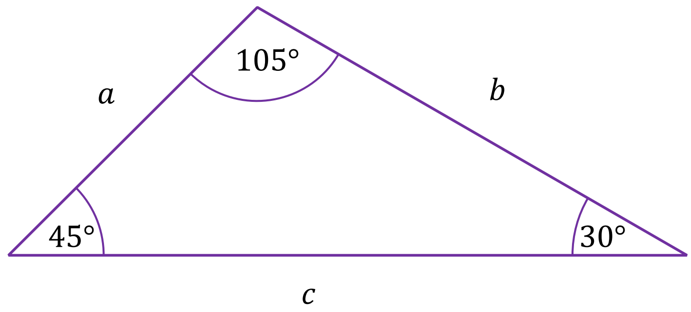
Dla każdego kąta ostrego $\alpha$ wyrażenie $\cos\alpha - \cos\alpha \cdot \sin^2\alpha$ jest równe

**A.** $\cos^3\alpha$ **B.** $\sin^2\alpha$ **C.** $1 - \sin^2\alpha$ **D.** $\cos\alpha$

*Brudnopis*

## Zadanie 20. (0–2)

Dany jest trójkąt, którego kąty mają miary $30°$, $45°$ oraz $105°$. Długości boków trójkąta, leżących naprzeciwko tych kątów są równe – odpowiednio – $a$, $b$ oraz $c$ (zobacz rysunek).




**Uzupełnij zdanie. Wybierz <u>dwie</u> właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.**

Pole tego trójkąta poprawnie określają wyrażenia oznaczone literami:

...................... oraz ...................... .

**A.** $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot c$

**B.** $\frac{1}{4} \cdot a \cdot c$

**C.** $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a \cdot c$

**D.** $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot b \cdot c$

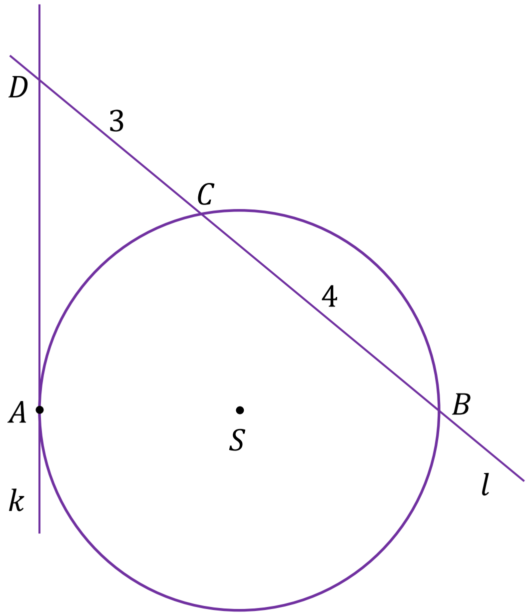
**E.** $\frac{1}{2} \cdot b \cdot c$

**F.** $\frac{1}{4} \cdot b \cdot c$

*Brudnopis*

## Zadanie 21. (0–1)

Odcinek $AB$ jest średnicą okręgu o środku $S$. Prosta $k$ jest styczna do tego okręgu w punkcie $A$. Prosta $l$ przecina ten okrąg w punktach $B$ i $C$. Proste $k$ i $l$ przecinają się w punkcie $D$, przy czym $|BC| = 4$ i $|CD| = 3$ (zobacz rysunek).




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

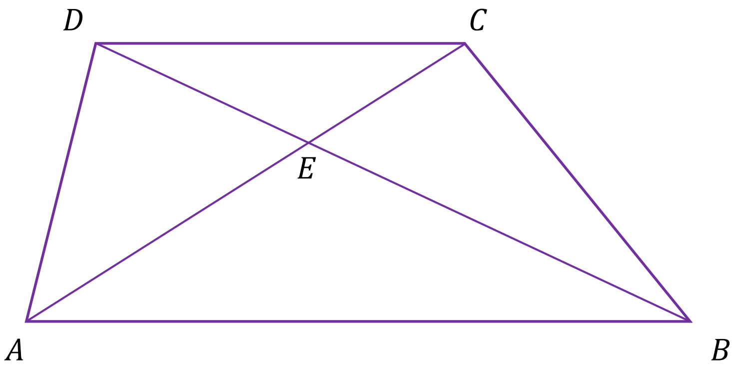
Odległość punktu $A$ od prostej $l$ jest równa

**A.** $\frac{7}{2}$ **B.** $5$ **C.** $\sqrt{12}$ **D.** $\sqrt{3} + 2$

*Brudnopis*

## Zadanie 22. (0–1)

W trapezie $ABCD$ o podstawach $AB$ i $CD$ przekątne przecinają się w punkcie $E$ (zobacz rysunek).



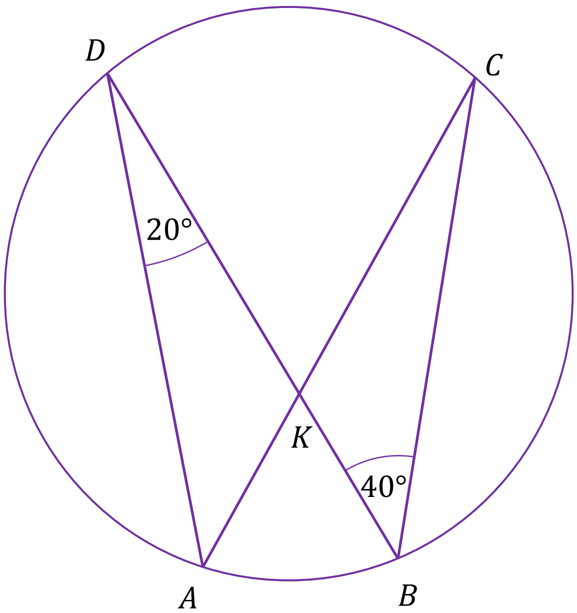

**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

| | | |
|---|---|---|
| Trójkąt $ABE$ jest podobny do trójkąta $CDE$. | **P** | **F** |
| Pole trójkąta $ACD$ jest równe polu trójkąta $BCD$. | **P** | **F** |

*Brudnopis*

## Zadanie 23. (0–1)

Na łukach $AB$ i $CD$ okręgu są oparte kąty wpisane $ADB$ i $DBC$, takie, że $|\sphericalangle ADB| = 20°$ i $|\sphericalangle DBC| = 40°$ (zobacz rysunek). Cięciwy $AC$ i $BD$ przecinają się w punkcie $K$.




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Miara kąta $DKC$ jest równa

**A.** $80°$ **B.** $60°$ **C.** $50°$ **D.** $40°$

*Brudnopis*

## Zadanie 24. (0–1)

Pole trójkąta równobocznego $T_1$ jest równe $\frac{(1{,}5)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$. Pole trójkąta równobocznego $T_2$ jest równe $\frac{(4{,}5)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.

**Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.**

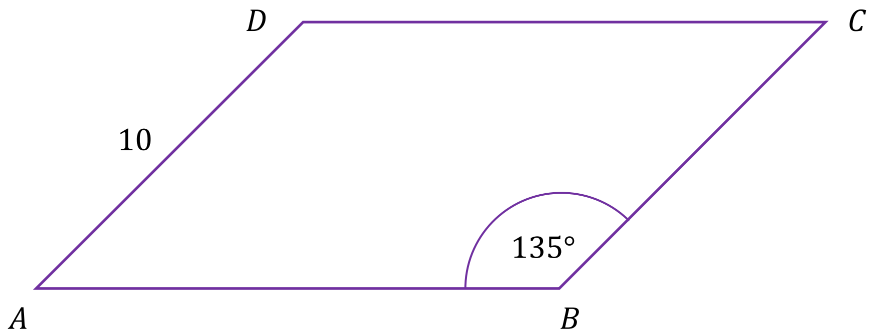
Trójkąt $T_2$ jest podobny do trójkąta $T_1$ w skali

<table>
<tr><td rowspan="2">A.</td><td rowspan="2">$3$,</td><td rowspan="6">ponieważ</td><td rowspan="2">1.</td><td rowspan="2">każdy z tych trójkątów ma dokładnie trzy osie symetrii.</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td rowspan="1"></td><td></td><td rowspan="2">2.</td><td rowspan="2">pole trójkąta $T_2$ jest $9$ razy większe od pola trójkąta $T_1$ .</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B.</td><td rowspan="3">$9$,</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.</td><td rowspan="2">bok trójkąta $T_2$ jest o $3$ dłuższy od boku trójkąta $T_1$ .</td></tr>
<tr></tr>
</table>

*Brudnopis*

## Zadanie 25. (0–1)

Pole równoległoboku $ABCD$ jest równe $40\sqrt{6}$. Bok $AD$ tego równoległoboku ma długość $10$, a kąt $ABC$ równoległoboku ma miarę $135°$ (zobacz rysunek).




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Długość boku $AB$ jest równa

**A.** $8\sqrt{3}$ **B.** $8\sqrt{2}$ **C.** $16\sqrt{2}$ **D.** $16\sqrt{3}$

*Brudnopis*

## Zadanie 26. (0–1)

Funkcja liniowa $f$ jest określona wzorem $f(x) = -x + 1$. Funkcja $g$ jest liniowa. W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ wykres funkcji $g$ przechodzi przez punkt $P = (0, -1)$ i jest prostopadły do wykresu funkcji $f$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wzorem funkcji $g$ jest

**A.** $g(x) = x + 1$

**B.** $g(x) = -x - 1$

**C.** $g(x) = -x + 1$

**D.** $g(x) = x - 1$

*Brudnopis*

## Zadanie 27. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ punkty $A = (-1, 5)$ oraz $C = (3, -3)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Pole kwadratu $ABCD$ jest równe

**A.** $8\sqrt{10}$

**B.** $16\sqrt{5}$

**C.** $40$

**D.** $80$

*Brudnopis*

## Zadanie 28. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ dane są punkty $A = (1, 7)$ oraz $P = (3, 1)$. Punkt $P$ dzieli odcinek $AB$ tak, że $|AP| : |PB| = 1 : 3$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Punkt $B$ ma współrzędne

**A.** $(9, -5)$ **B.** $(9, -17)$ **C.** $(7, -11)$ **D.** $(5, -5)$

*Brudnopis*

## Zadanie 29.

Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat o boku $6$. Jedna z krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość $12$ i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy.

## Zadanie 29.1. (0–1)

**Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią wartość liczbową w wykropkowanym miejscu.**

Objętość tego ostrosłupa jest równa ........................................ .

*Brudnopis*

## Zadanie 29.2. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

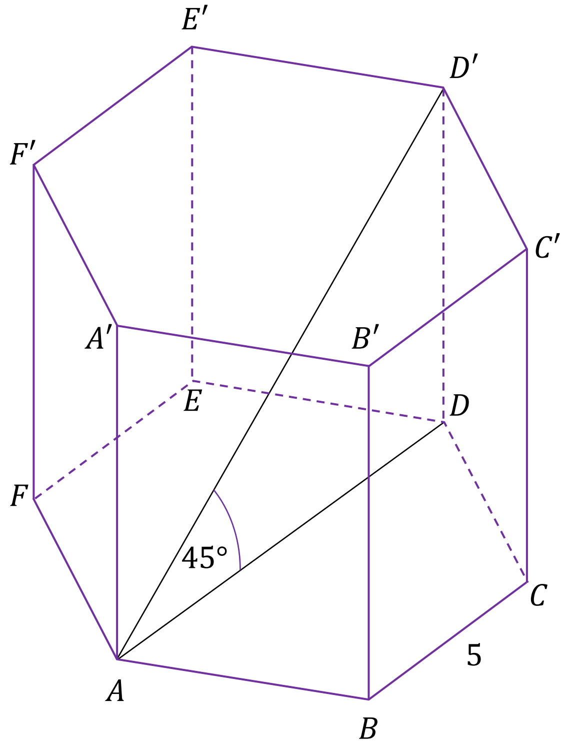
Tangens kąta nachylenia najdłuższej krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy jest równy

**A.** $\sqrt{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

*Brudnopis*

## Zadanie 30. (0–1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$, w którym krawędź podstawy ma długość $5$. Przekątna $AD'$ tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $45°$ (zobacz rysunek).




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Pole ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

**A.** $12{,}5$ **B.** $25$ **C.** $50$ **D.** $100$

*Brudnopis*

**Zadanie 31. (0–1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych o sumie cyfr równej $3$ jest

**A.** $8$ **B.** $4$ **C.** $5$ **D.** $6$

*Brudnopis*

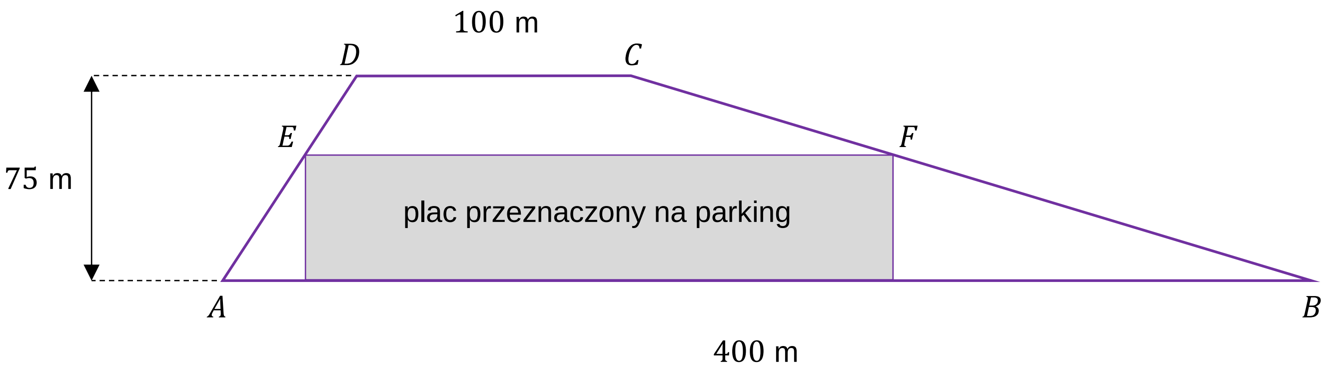
## Zadanie 32. (0–2)

Ze zbioru ośmiu kolejnych liczb naturalnych – od $1$ do $8$ – losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednej liczbie.
Niech $A$ oznacza zdarzenie polegające na tym, że suma wylosowanych liczb jest dzielnikiem liczby $8$.

**Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia $A$. Zapisz obliczenia.**

**Zadanie 33. (0–4)**

Działka ma kształt trapezu. Podstawy $AB$ i $CD$ tego trapezu mają długości $|AB| = 400$ m oraz $|CD| = 100$ m. Wysokość trapezu jest równa 75 m, a jego kąty $DAB$ i $ABC$ są ostre.
Z działki postanowiono wydzielić plac w kształcie prostokąta z przeznaczeniem na parking. Dwa z wierzchołków tego prostokąta mają leżeć na podstawie $AB$ tego trapezu, a dwa pozostałe – $E$ oraz $F$ – na ramionach $AD$ i $BC$ trapezu (zobacz rysunek).




**Wyznacz długości boków prostokąta, dla których powierzchnia wydzielonego placu będzie największa. Wyznacz tę największą powierzchnię.**
**Zapisz obliczenia.**

*Wskazówka:*
*Aby powiązać ze sobą wymiary prostokąta, skorzystaj z tego, że pole trapezu $ABCD$ jest sumą pól trapezów $ABFE$ oraz $EFCD$:*

$$P_{ABCD} = P_{ABFE} + P_{EFCD}$$

## **BRUDNOPIS** (nie podlega ocenie)

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

*Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

*Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

*Formuła 2023*