

Przekształcenie Fouriera, spłot sygnałów

1 Zadania

1. Przykład DFT. Przepisz poniższy przykład i przeanalizuj go szczegółowo! Program generuje sygnały: x_1 , będący sumą sinusoid o częstotliwościach 50, 150, 250 i 430 Hz oraz sygnał x_2 , który jest zaszumionym sygnałem x_1 . Następnie obliczane są transformaty Fouriera i rysowane widma dla obu sygnałów. Przyjęto następujące dane: $F_p = 1000$ Hz, długość okna sygnału $T = 0.1$ s.

```

clear all
close all

% Generacja sygnału
5 T=0.1; %długość okna sygnału
Fp=1000; %częstotliwość próbkowania
dt=1/Fp; %okres próbkowania
N=T/dt; %ilość próbek
t=0:dt:T-dt; %os czasu

10 x1=10+50*cos(2*pi*50*t)+30*cos(2*pi*150*t+pi)+50*cos(2*pi*250*t)+10*cos(2*pi*430*t+pi/2);
x2=x1+80*rand(1,length(t)); %szum losowy o rozkładzie normalnym
% dodany do sygnału

15 figure(1); subplot(2,1,1);
plot(t,x1,'r'); grid; xlabel('t'); ylabel('sygnał x1');
title('Postać czasowa sygnału');
figure(2); subplot(2,1,1);
plot(t,x2,'r'); grid; xlabel('t'); ylabel('sygnał x2');
20 title('Postać czasowa sygnału');

% Transformacja Fouriera sygnałów x1 i x2
y1=fft(x1,N);
y2=fft(x2,N);

25 %Widmo amplitudowe sygnału
Y1=sqrt(y1.*conj(y1))/N;
Y2=sqrt(y2.*conj(y2))/N;

30 %Skalowanie częstotliwościowej transformaty
f=(0:N/2)*Fp/N;
fHz=linspace(0,Fp/2,length(f));
%Przeniesienie mocy częstotliwości ujemnych na częstotliwości dodatnie
Y1(2:N/2)=Y1(2:N/2).*2;
35 Y2(2:N/2)=Y2(2:N/2).*2;
Y1(N/2+2:N)=[]; %wycina/kasuje wskazaną część tablicy
Y2(N/2+2:N)=[];

%Rysowanie widma
40 figure(1); subplot(2,1,2); bar(fHz,Y1); grid; xlabel('f');
ylabel('Amplituda FFT'); title('Widmo');

```

```
figure(2); subplot(2,1,2); bar(fHz,Y2); grid; xlabel('f');
ylabel('Amplituda FFT'); title('Widmo');
```

2. Narysuj widma amplitudowe następujących sygnałów:

- Zmień dane w zadaniu pierwszym tak, aby sprawdzić obliczenia wykonane dla przykładu rozwiązanego na poprzednich zajęciach tablicowych tzn. 8-punktowej DFT dla sygnału danego wzorem: $x_1 = \sin(2\pi f_1 t) + 0.5 \sin(2\pi f_2 t + 3/4\pi)$, gdzie $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 2$ Hz oraz $Fp = 8$ Hz.
- Czy otrzymane wyniki zgadzają się z obliczeniami wykonanymi na zajęciach?
- Co się stanie jeśli sygnał x_1 będzie posiadał składową o częstotliwości 1.5 Hz? Narysuj widmo dla takiego sygnału? Jakie zjawisko jest widoczne? Jak można je zminimalizować?
- Co się stanie jeśli sygnał x_2 będzie następującej postaci $x_2 = \sin(2\pi f_3 t)$, gdzie $f_3 = 10$ Hz? Jak nazywa się to zjawisko? Jak można je wyeliminować?

3. Korzystając z funkcji *sinus* (ćw.4, zad.2), napisz program, który pozwoli zaobserwować zjawisko alia-singu. Program ma polegać na generowaniu i rysowaniu funkcji *sinus* wywołanej z następującymi parametrami:

- częstotliwość próbkowania: $Fp=32$ Hz,
- czas trwania: $T=2$ s,
- faza: $p=\pi/3$,

oraz obliczaniu i narysowaniu jej widma. Częstotliwość funkcji *sinus* - f ma się zmieniać od $f = 2$ Hz do $f = Fp = 32$ Hz co 2 Hz (użyj pętli *for*). Funkcja *pause* umożliwia przejście do następnej iteracji pętli dopiero po naciśnięciu dowolnego klawisza. Sygnał i jego widmo narysuj na jednym rysunku, na dwóch wykresach znajdujących się jeden pod drugim.

UWAGA: Jeśli nie potrafisz napisać programu samodzielnie, skorzystaj z podanego poniżej przykładowego rozwiązania: Dostosuj podany program do napisanej przez siebie funkcji *sinus* (pamiętaj, że funkcja, z której korzystasz w programie musi znajdować się w tym samym katalogu co program).

```
clear all;
Fp=32;
T=2;
p=pi/3;
5 for f=2:2:Fp
  s=sinus(f,T,Fp,p);
  subplot(2,1,1);
  plot(s);
10 z=abs(fft(s)).^2;
  z(2:end/2)=z(2:end/2).*2;
  z(end/2+2:end)=[];
15 fHz=linspace(0,Fp/2,length(z));
  subplot(2,1,2);
  plot(fHz,z);
  title(['f = ',num2str(f)]);
20 pause;
end;
```

4. Splot: Splot dany jest wzorem:

$$s(t) = x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t - \tau)d\tau$$

Funkcja *conv* (ang. convolution) oblicza splot podanych sygnałów: $y = \text{conv}(h, x)$.

- (a) Oblicz splot sygnału $h=[1,2,1]$ oraz $x=[1,1,1]$. Narysuj na jednym rysunku, na trzech wykresach jeden pod drugim, używając funkcji *stem* odpowiednio: sygnał h , x oraz y . Podpisz wykresy.
- (b) Zadanie dodatkowe: Spróbuj samodzielnie zaimplementować operację splotu.
Podpowiedź: Skorzystaj z następującego wzoru na splot dyskretny:

$$y[n] = \sum_{k=0}^N h[k]x[n - k] \quad \text{dla } N = 0, 1, \dots, P + Q - 2 \quad (1)$$

gdzie P to długość ciągu $h[n]$, a Q to długość ciągu $x[n]$.

5. Oblicz i narysuj DFT dla sygnału "sygnal.dat". Pracuj na danych z kanału 5-tego dla 4 pierwszych sekund danych. Częstotliwość próbkowania $F_p=500$ Hz, dane zapisane binarnie na 32 kanałach ([32 inf]), z precyzją 'int16'. Na jednym rysunku, jeden pod drugim, przedstaw fragment sygnału oraz jego widmo.

```
s=fopen('sygnal.dat','r')
A=fread(s,[32 inf],'int16');
fclose(s)
```