

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Курсовая Работа

Поиск скрытых поведенческих паттернов

Вишневский Валерий

группа 317

научный руководитель: Ветров Дмитрий Петрович

Москва, 2009

Аннотация

В работе рассматривается алгоритм поиска скрытых поведенческих закономерностей (hidden T-Patterns), которые сложно обнаружить визуально, или с помощью стандартных статистических методов. Проводится анализ параметров алгоритма. Предложенный метод поиска паттернов основывается на определении взаимосвязи между парами событий, названной критическим отношением (critical interval relation). Поиск производится снизу вверх: алгоритм сначала находит простые закономерности, потом, путем соединения простых, образуются более сложные паттерны. На каждом шаге проводится отбор самых существенных и полных паттернов. Данный алгоритм был реализован на языке Си в виде консольного приложения и модуля Matlab.

Содержание

1	Теоретическое обоснование. Определения	3
1.1	Наблюдаемый временной ряд	3
1.2	Понятие критического интервала	3
1.3	Определение Т-Паттерна	4
2	Алгоритм поиска Т-Паттернов	4
2.1	Формальное описание	5
2.2	О параметрах α и N_{min}	6
2.3	Случайные паттерны	6
3	Анализ результатов работы алгоритма	7
3.1	Стратегия выбора критического интервала	7
3.2	Запрет паттернов с одинаковыми событиями	9
4	Документация модуля к Matlab	9
4.1	Описание функций	9

1 Теоретическое обоснование. Определения

1.1 Наблюдаемый временной ряд

Пусть время наблюдения разбито на N_t интервалов. В каждый момент *периода наблюдения* (*observation period*) $[1, N_t]$ может произойти некоторое событие (*действие*, *event*) ¹ из множества допустимых событий \mathcal{E} (*event types*). Соответственно, каждому типу событий сопоставляется множество моментов времени $TS(\mathbf{A})$

$$TS(\mathbf{A}) = \{T_{\mathbf{A},1}, \dots, T_{\mathbf{A},N_{\mathbf{A}}}\}, \quad \mathbf{A} \in \mathcal{E}, \quad 0 \leq T_{\mathbf{A},i} \leq N_t \quad (i = 1, \dots, N_{\mathbf{A}})$$

.

1.2 Понятие критического интервала

Во время поиска закономерностей в данных, нас интересуют отношения между распределениями отдельных событий. Если предположить, что в исходных не существует никаких закономерностей, то каждое событие должно появляться независимо, от других; то есть распределение компонентов должно быть независимым. Но паттерн характеризуется появлением своих компонентов в одинаковом порядке, более того, временные интервалы, разделяющие компоненты, должны быть примерно одинаковыми.

Будем говорить, что события \mathbf{A} и \mathbf{B} связаны отношением *критического интервала* (*Critical Interval, CI*), если, после появления события \mathbf{A} в момент времени t , существует интервал $[t + d_1, t + d_2]$, ($d_2 \geq d_1 \geq 0$), содержащий \mathbf{B} , чаще, чем это ожидается из предположения о независимости событий. Данную взаимосвязь будем обозначать, как $\mathbf{A}[d_1, d_2]\mathbf{B}$, или, короче, (\mathbf{AB}) .

Далее раскроем понятие «чаще чем это ожидается». Пусть $N_{\mathbf{A}}$ и $N_{\mathbf{B}}$ — количество возникновений \mathbf{A} и \mathbf{B} , соответственно, в течение $[1, N_t]$. $P(\mathbf{A}) = N_{\mathbf{A}}/N_t$ — вероятность появления события \mathbf{A} в некоторый момент времени; $P(\neg\mathbf{A}) = 1 - P(\mathbf{A})$. $P(\neg\mathbf{A})^d$ — вероятность, что \mathbf{A} не появится в течение какого-либо интервала $[d_1, d_2]$, ($d = d_2 - d_1 + 1$), длины d . Вероятность наблюдать \mathbf{A} на интервале длины d один или более раз, равна $1 - P(\neg\mathbf{A})^d$.

Зафиксируем события \mathbf{A} , \mathbf{B} , и длину интервала d . Приняв гипотезу о независимом распределении событий, событие \mathbf{B} содержится² в интервале длины d , после события \mathbf{A} , $N_{\mathbf{A}} * (1 - P(\neg\mathbf{B})^d)$ раз.

$$\rho = P(\geq N_{\mathbf{AB}}) = 1 - P(< N_{\mathbf{AB}})$$

¹ Чаще всего понимается, что в этот момент времени имеет место *начало* действия

² Один или более раз.

— априорная вероятность того, что $N_{\mathbf{AB}}$ из $N_{\mathbf{A}}$ интервалов содержат вхождения \mathbf{B} . Очевидно, что $P(< N_{\mathbf{AB}})$ распределено по биномиальному закону, где $N_{\mathbf{A}}$ — количество «испытаний», $1 - P(\neg \mathbf{B})^d$ — вероятность «успеха». Следовательно,

$$\rho = P(\geq N_{\mathbf{AB}}) = 1 - \sum_{i=0}^{N_{\mathbf{AB}}-1} C_{N_{\mathbf{A}}}^i (1 - P(\neg \mathbf{B})^d)^i P(\neg \mathbf{B})^{N_{\mathbf{A}}-i}$$

Полученная вероятность ρ сравнивается с пороговым значением α , являющимся структурным параметром поиска: если $\rho \leq \alpha$, то заданный интервал признается критическим. Заметим, что ρ зависит от $N_{\mathbf{A}}, N_{\mathbf{B}}, N_t, N_{\mathbf{AB}}, d$:

$$\rho = \rho(N_{\mathbf{A}}, N_{\mathbf{B}}, N_t, N_{\mathbf{AB}}, d)$$

1.3 Определение Т-Паттерна

Дадим рекурсивное определение Т-Паттерна. Договоримся называть каждое допустимое событие *псевдопаттерном*. Тогда Т-Паттерн \mathbf{Q} можно определить как:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \mathbf{X}_1[dL_1, dR_1] \mathbf{X}_2[dL_2, dR_2] \dots \mathbf{X}_i[dL_i, dR_i] \mathbf{X}_{i+1} \dots \mathbf{X}_m, \\ Events(\mathbf{Q}) &= \begin{cases} \{Events(\mathbf{X}_1), \dots, Events(\mathbf{X}_m)\}, & \text{если } \mathbf{Q} \text{ — Т-Паттерн} \\ \mathbf{Q}, & \text{если } \mathbf{Q} \text{ — событие (псевдопаттерн)} \end{cases} \end{aligned}$$

где $\mathbf{X}_i, (i = 1 \dots m)$ — Т-Паттерн, или псевдопаттерн. Для паттернов отношение критического интервала $\mathbf{Q}_L[dL, dR] \mathbf{Q}_R$ вводится, как и для событий, с учетом того, что интервал $[dL, dR]$ отсчитывается от последнего элемента \mathbf{Q}_L , и вхождение \mathbf{Q}_R определяется его первым элементом. Будем называть *двойными сериями (double series, DS)* паттерна \mathbf{Q} , множество $\{\{Left_i, Right_i\}_{i=1 \dots N_Q}\}$, где N_Q — количество появлений паттерна \mathbf{Q} , $Left_i, Right_i$ — индексы начального и конечного событий i -го появления паттерна \mathbf{Q} .

2 Алгоритм поиска Т-Паттернов

Алгоритм поиска Т-Паттернов, описанный ниже, заключается в итеративном повторении двух стадий: конструирование новых паттернов и удаление неполных паттернов. На выходе алгоритм выдает множество Т-Паттернов с их сопутствующими характеристиками: критическим интервалом, уровнем значимости, частотой встречаемости.

Пусть \mathcal{D}_i — множество паттернов, обнаруженных к i -ой итерации. Фактически, множество

$$\mathcal{D}_m \setminus \mathcal{E},$$

где m — номер последней итерации, и будет результатом работы алгоритма.

Стадия 1: Поиск и конструирование:

На данном шаге, для любой упорядоченной пары

$$(\mathbf{Q}', \mathbf{Q}'') : \mathbf{Q}', \mathbf{Q}'' \in \mathcal{D}_i,$$

проверяется существование критической связи. Если критическая связь $[dL, dR]$ была найдена, и паттерн $(\mathbf{Q}'\mathbf{Q}'')$ встречается чаще, чем N_{min} раз, то в множество \mathcal{D}_{i+1} добавляется новый паттерн $\mathbf{Q}'[dL, dR]\mathbf{Q}''$.

Однако такие действия приводят к тому, что один и тот же паттерн **ABCD** может быть сконструирован разными способами (например как $(\mathbf{A}(\mathbf{BCD}))$ и $((\mathbf{AB})(\mathbf{CD}))$), что ведет к заполнению множества \mathcal{D} лишними паттернами, и как следствие, к замедлению работы программы. Для избежания данной проблемы предлагается следующее решение: паттерн $(\mathbf{Q}'\mathbf{Q}'')$ добавляется в множество \mathcal{D} тогда и только тогда, когда не существует паттерна \mathbf{P} из \mathcal{D} такого, что $Events(\mathbf{P}) = Events((\mathbf{Q}'\mathbf{Q}''))$ и $DS(\mathbf{P}) = DS((\mathbf{Q}'\mathbf{Q}''))$. Другими словами, найденный паттерн, перед добавлением, сравнивается с уже существующими паттернами и проверяется, не является ли он дубликатом.

Стадия 2: Удаление неполных паттернов:

На данной стадии алгоритм стремится удалить найденные паттерны, являющиеся меньшими частями, или неполными версиями других обнаруженных паттернов. Для индикации таких паттернов можно применять разные эвристики. Ниже опишем условие, взятое из статьи [?].

Итак, паттерн \mathbf{Q}_x считается менее полным, чем \mathbf{Q}_y , если \mathbf{Q}_x и \mathbf{Q}_y появляются одинаково часто, и все события возникающие в \mathbf{Q}_x , также возникают в \mathbf{Q}_y .

2.1 Формальное описание

Require: \mathcal{E} — допустимые события,

N_t — продолжительность наблюдения,

α — минимальный уровень значимости,

N_{min} — минимальное количество вхождений паттерна.

1: $\mathcal{D}_{-1} = \emptyset$

2: $\mathcal{D}_0 = \mathcal{E}$ ▷ Инициализируем множество паттернов

3: $t = 0$

4: **while** $\mathcal{D}_t \neq \mathcal{D}_{t-1}$ **do**

5: $t = t + 1$

6: $\mathcal{D}_t = \mathcal{D}_{t-1}$

7: **for** $P_L \in \mathcal{D}_{t-1}$ **do** ▷ Стадия 1

8: **for** $P_R \in \mathcal{D}_{t-1}$ **do**

```

9:      for all  $d_L, d_R \in [1, N_t]$  таких, что  $d_L \leq d_R$  do
10:          if  $\rho(N_{P_L}, N_{P_R}, N_t, N_{P_L P_R}, d_R - d_L + 1) < \alpha$  then
11:              if  $\text{isUnique}(P_L \cup P_R, \mathcal{D}_t)$  then
12:                   $\mathcal{D}_t = \mathcal{D}_t \cup \{P_L \cup P_R\}$ 
13:      for  $P_L \in \mathcal{D}_t \setminus \mathcal{E}$  do ▷ Стадия 2
14:          for  $P_R \in \mathcal{D}_t$  do
15:              if  $P_L \subset P_R^3$  and  $|\text{DS}(P_L)| = |\text{DS}(P_R)|$  and  $\text{isIntersect}(P_L, P_R)$  then
16:                  удалить  $P_L$  из  $\mathcal{D}_t$ 
17: function  $\text{ISUNIQUE}(Q, \mathcal{D})$ 
18:     for  $P \in \mathcal{D}$  do
19:         if  $\text{DS}(Q) = \text{DS}(P)$  and  $\text{Events}(Q) = \text{Events}(P)$  then
20:             return false
21:     return true
22: function  $\text{ISINTERSECT}(P_L, P_R)$ 
23:     for  $i = 1 \dots |\text{DS}(P_L)|$  do
24:         if  $\text{DS}_{i, \text{Left}}(P_L) > \text{DS}_{i, \text{Right}}(P_R)$  or  $\text{DS}_{i, \text{Right}}(P_L) < \text{DS}_{i, \text{Left}}(P_R)$  then
25:             return false
26:     return true
27: return true

```

2.2 О параметрах α и N_{min}

Так как для задачи поиска Т-Паттернов не вводится определение функционала качества найденных паттернов, то алгоритм требует ручной настройки параметров α и N_{min} . Выбор значений параметров должен основываться на специфике наблюдаемых процессов и ожидаемых результатов. Однако выбор значений $\alpha = 0.005$ и $N_{min} = 3$ обычно удовлетворителен [?, с. 99]. Для более тонкой настройки поиска, можно использовать разные α и N_{min} для паттернов разной длины. Например, при значениях $\alpha = 0.00001$, $N_{min} = 7$ для паттернов длины 2, и $\alpha = 0.005$, $N_{min} = 3$ для паттернов длины 3 и более, алгоритм найдет только несколько самых ярко выраженных паттернов длины 2, и уже потом будет конструировать множество более длинных паттернов.

2.3 Случайные паттерны

Когда исследования проводятся на больших наборах данных, то Т-Паттерны могут возникать даже, если выборка была сгенерирована случайно. Поэтому, для найденного множества паттернов было бы полезно оценить, являются ли они случайными,

³Имеется в виду упорядоченная вложенность множеств. Т.е. $abd \subset abcd$, но $bdc \not\subset abcd$

или «структурными». Одним из подходов к решению данной задачи, является анализ рандомизированных данных:

По множеству \mathcal{E} строится множество \mathcal{E}' :

$$\mathcal{E}' = \{rand(\mathbf{A}) | \mathbf{A} \in \mathcal{E}\}, \text{ где}$$

$$rand(\mathbf{A}) = \mathbf{A}' : TS(\mathbf{A}') = \{\xi_1, \dots, \xi_{N_{\mathbf{A}}}\}$$

$$\xi_1, \dots, \xi_{N_{\mathbf{A}}} \sim \mathbf{U}[1, N_t].$$

Проще говоря, создаются данные с такой же протяженностью периода наблюдения и мощностью множества допустимых событий, но для каждого допустимого события \mathbf{A} , моменты времени его появления генерируются случайно с вероятностью появления $N_{\mathbf{A}}/N_t$.

Для полученного множества \mathcal{E}' применяется процесс поиска паттернов с *теми же параметрами*, которые применялись на исходных данных. Описанные действия выполняются несколько раз, после чего, результаты поиска на рандомизированных данных сравниваются с исходными.

Считается, что поиск Т-Паттернов прошел успешно, если в исходных данных было выявлено значительно больше Т-Паттернов, чем в рандомизированных, или они оказались длиннее.

3 Анализ результатов работы алгоритма

3.1 Стратегия выбора критического интервала

Во время поиска связи критического интервала $\mathbf{Q}_L[dL, dR]\mathbf{Q}_R$ между двумя паттернами, вообще говоря, проверяются все возможные интервалы $[dL, dR]$. На практике, не является редкостью случай, когда для двух паттернов существует несколько пар dL и dR , удовлетворяющих отношению критического интервала. Для выбора конкретных значений dL и dR , предлагается использовать одну из нижеописанных стратегий. Для каждой стратегии представлен результат работы алгоритма на тестовых данных. Данные содержат паттерн длины 7, встречающийся 8 раз.


Выбор кратчайшего критического интервала: При использовании данной стратегии, на каждом шаге выбирается критический интервал, имеющий наименьшую длину d ($d = dR - dL + 1$). Такой подход позволяет уменьшить длину критических связей, тем самым выявляя более выраженные и «стройные» паттерны. Одним из недостатков данного метода является эффект «расщепления». Поясним данный эффект на примере: пусть в исходных данных существует критическая связь $\mathbf{A}[4, 20]\mathbf{B}$, наблюдаемая 15 раз. Данная связь настолько ярко

выражена, что алгоритму не требуется подбирать границы критического интервала, чтобы **В** появлялось после **А** все 15 раз. Алгоритм, скорее, выделит два(или даже больше) критических интервала: **А**[4, 12]**В**, наблюдаемый 6 раз, и **А**[13, 18]**В**, наблюдаемый 7 раз. Таким образом, один ярко выраженный паттерн будет распадаться на несколько более редких, что в свою очередь, может помешать дальнейшему выявлению закономерностей. Ниже описанный метод позволяет избавиться от такой проблемы.

Выбор самого длинного критического интервала: Как следует из названия, при использовании этой стратегии, среди всех значимых $[dL, dR]$, выбирается интервал, соответствующий наибольшему значению d . В результате некоторые паттерны «загрубляются», и алгоритм стремится найти максимальное количество вхождений каждого критического интервала.

Выбор самого значимого критического интервала: При этом подходе выбирается критический интервал, имеющий максимальный уровень значимости ρ .

В общем случае, нету каких-либо рекомендаций по выбору стратегии поиска критического интервала. Выбор должен основываться на априорных сведениях о наблюдаемом процессе и ожидаемых результатов эксперимента.



test_1.png

Рис. 1: Визуализация исходного паттерна `abcdef`.

Стратегия	Найдено паттернов	Найдено вхождений целевого паттерна
Короткий	40	Найдено 3 представления целевого паттерна. Для каждого представления 4 вхождения.
Длинный	5	8
Значимый	7	7

3.2 Запрет паттернов с одинаковыми событиями

Если при поиске поведенческих закономерностей известно, что в один и тот же паттерн не могут входить два одинаковых события, то существует возможность сообщить это алгоритму. Таким образом, если, $Events(Q_L) \cap Events(Q_R) \neq \emptyset$, то паттерн $(Q_L Q_R)$, просто не будет создан. Это условие позволяет отбросить множество лишних паттернов, и найти более длинные и ценные закономерности.

4 Документация модуля к Matlab

Matlab-реализация алгоритма состоит из следующих файлов:

mexPattern.mex*: откомпилированный mex-файл, реализующий алгоритм поиска паттернов.

mexPattern.m: объявление mex-функции.

T_DRAW_PATTERNS.m: графический вывод найденных паттернов.

T_GENERATE_PATTERNS.m: создание искусственных паттернов во временных рядах.

T_LOAD_FILE.m: загрузка временного ряда из файла для дальнейшей работы с ним.

T_STAT_VALIDATE.m: процедура статистической валидации.

test.m: пример использования модуля.

4.1 Описание функций

```
function [events, Nt, ts] = T_GENERATE_PATTERN( pat_sym, noise_sym, CIs, Npat,  
        dist_b_patterns, Pnoise1, Pnoise2 )
```

Создает временной ряд, содержащий один искусственный паттерн.

Параметр	Описание
<i>Вход:</i>	
pat_sym	Матрица $1 \times N_p$ типа char, определяющая паттерн. Каждый символ — событие.
noise_sym	Матрица $1 \times N$ типа char. Определяет события которые будут генерироваться случайно.

<code>CIs</code>	Матрица $(N_p-1) \times 2$ типа <code>int</code> . В i -й строке которой, записан соответствующий критический интервал.
<code>Npat</code>	Количество паттернов, которые требуется сгенерировать.
<code>dist_b_patterns</code>	Максимальное расстояние между двумя появлениями паттерна.
<code>P_noise1</code>	Частота встречаемости шумовых символов.
<code>P_noise2</code>	Вероятность того, что символ из паттерна будет зашумлен.
<hr/>	
<i>Выход:</i>	
<code>events</code>	Массив структур $1 \times N$, где N — количество событий. Каждая структура состоит из двух полей: <code>event_name</code> — строка названия события, и <code>indexes</code> — матрица $1 \times N$ типа <code>int</code> . Определяет время появления событий.
<code>Nt</code>	Продолжительность получившегося периода наблюдений.
<code>ts</code>	Символьная матрица $1 \times Nt$.

```
function patterns = mexPattern(events, Nt, levels, allow_same_events, ci_strategy);
```

Реализует поиск паттернов во временных рядах.

Параметр	Описание
<hr/>	
<i>Вход:</i>	
<code>texttt{events, Nt}</code>	См. определение <code>T_GENERATE_PATTERN</code> .
<code>levels</code>	Матрица $N \times 3$ уровней значимости. Каждая строка содержит: длину паттернов, к которым должны применяться следующие параметры; минимальный уровень значимости α ; минимальное количество вхождений паттерна N_{min} .
<code>allow_same_events</code>	1 если, разрешается появление одинаковых событий в паттерне, 0 иначе.
<code>ci_strategy</code>	Стратегия выбора критического интервала. 1 — стратегия выбора длиннейшего интервала, 2 — кратчайшего, 3 — самого значимого.
<hr/>	
<i>Выход:</i>	
<code>patterns</code>	Массив структур. Каждая структура описывает найденный паттерн. Поля структуры: <code>Events</code> — индексы событий, которые составляют паттерн. <code>CIs</code> — интервалы, соответствующие критическим связям между событиями в паттерне. <code>Sign</code> — уровень значимости найденного паттерна. <code>Nab</code> — количество появлений паттерна. <code>DS</code> — двойные серии (<i>double series</i>) паттерна. <code>String</code> — строка, описывающая паттерн в следующем формате: $Event_1[dL_1, dR_1]Event_2 \dots Event_m < \text{уровень значимости} > \{N_{ab}\} : (DS_1)(DS_2) \dots (DS_{N_{ab}})$

```
function T_DRAW_PATTERNS(patterns, events, Nt, np)
```

Строит диаграмму найденных паттернов.

Параметр	Описание
<i>Вход:</i>	
patterns, events,	См. предыдущие определения.
Nt	
np	Номер паттерна, который нужно представить. Или -1 для последовательного вывода всех паттернов.

```
function [events, Nt] = T_LOAD_FILE(fname)
```

Загружает временной ряд из файла для последующей работы с ним. Формат входного файла:

```
Time    Event
0       :
time    event
...
time    event
time    &
```

```
function [p] = T_STAT_VALIDATE( Nt, events, levels, nvalidations )
```

Процедура статистической валидации.

Параметр	Описание
<i>Вход:</i>	
Nt, events,	См. предыдущие определения.
levels	
nvalidations	Количество повторений процедуры рандомизации.
<i>Выход:</i>	
p	Целочисленная матрица 1 x nvalidations. В каждой ячейке — количество паттернов, найденных в рандомизированных данных.

Список литературы

[1] Magnus Magnusson

[2] Кнут Д. Всё про \TeX . — Протвино, $\text{RD}\text{\TeX}$, 1993.