

INVESTIGACIÓN OPERATIVA

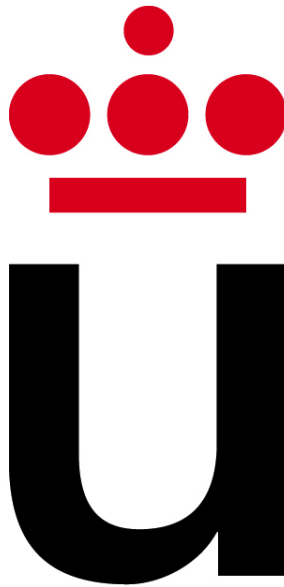
Práctica 2

TEORÍA DE COLAS Y SIMULACIÓN

GII+GIS: Jesús Alcalde Alcázar

Adrián Gutiérrez Jiménez

GIS: Carlos Vázquez Sánchez



MÓSTOLES, 29 DE DICIEMBRE DE 2014

Índice

1. Introducción	3
1.1. Análisis del escenario	3
1.2. Representación visual del sistema	4
2. Estudio del modelo	4
2.1. Tasa de uso de cada servidor	4
2.2. Tiempo medio de espera en cada servidor	5
2.3. Tiempo medio de respuesta por cada tipo de trabajo	5
2.4. Tiempo medio de respuesta total	5
3. Simulación y obtención de resultados	6
4. Conclusiones	6
5. ANEXO	7
5.1. Cálculo de las ecuaciones de tráfico	7
5.2. Cálculo del número de operadores	7
5.3. Cálculo de la tasa de uso de cada servidor	8
5.4. Cálculo del tiempo medio de espera en cada servidor	9
5.5. Cálculo del tiempo medio de espera para cada tipo de trabajo	10
5.6. Cálculo del tiempo medio de espera total	11

1. Introducción

En este documento se redacta el informe correspondiente al estudio y simulación de un “*CallCenter*”, mediante el cual la empresa de telecomunicaciones *TeleOne* desea implantar su sistema de atención al cliente.

En primer lugar vamos a hacer un análisis de dicho sistema.

1.1. Análisis del escenario

Éste sistema, según nos informa la compañía, puede o debe recibir información a través de tres puntos y que cada uno de éstos es procesado de manera independiente:

- **Llamadas por teléfono:** Se procesan en el “*Servicio de tele-operadores*”. Tienen una media de llegadas de 15 llamadas por minuto (λ_1) y cada petición tarda una media de 15 segundos (\bar{X}_1).
- **Peticiones vía Internet:** Se procesan mediante “*Programas automáticos*”. Tienen una media de llegadas de 20 peticiones por minuto (λ_2) y cada petición tarda una media de 10 segundos (\bar{X}_2).
- **Peticiones vía FAX:** Son procesadas por “*Operadores de fax*”. Tienen una media de llegadas de 3 peticiones por minuto (λ_3) y cada petición tarda una media de 60 segundos (\bar{X}_3).

Se explicita que las peticiones serán procesadas en orden de llegada y que esperaran en caso de que el servidor esté ocupado, por lo que suponemos que cada servidor dispone de una cola infinita para recibir peticiones.

Una vez que son procesados en los servidores mentados anteriormente, las peticiones se trasladan al servicio que corresponda, siguiendo una proporción similar, éstos son los servicios:

- **Consultas sobre facturas:** Cada petición tiene un tiempo medio de servicio de 1 minuto (\bar{X}_4). Llegan hasta aquí el 80 % de las peticiones de cada servidor de llegadas más un 10 % de “*reclamaciones de clientes*”.
- **Solicitudes de nuevos clientes:** Con un tiempo medio de servicio de 3 minutos (\bar{X}_5). Suponen el 10 % de las peticiones de cada servidor de llegadas.
- **Reclamaciones de clientes:** Se tardan 4 minutos de media en atender la petición (\bar{X}_6). Suponen el 2 % de las peticiones de cada servidor de llegadas.
- **Servicio técnico :** Cada petición tiene un tiempo medio de servicio de 5 minutos (\bar{X}_7). Llegan hasta aquí el 8 % de las peticiones de cada servidor de llegadas más un 20 % de “*reclamaciones de clientes*”.

1.2. Representación visual del sistema

Para poder entender mejor el sistema, con los datos proporcionados anteriormente, se ha esbozado el siguiente esquema del sistema utilizando un diagrama TQM (“Total Quality Management”):

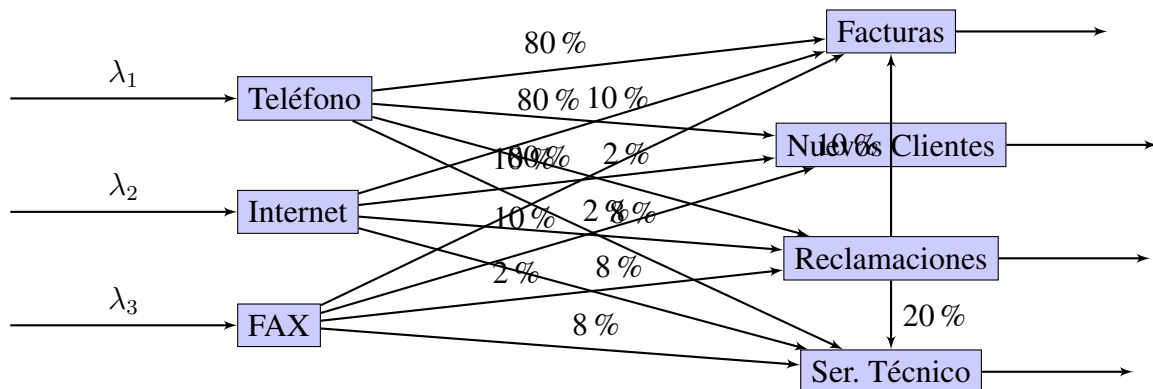


Figura 1: Diagrama TQM del sistema

2. Estudio del modelo

Como primer paso, se ha calculado el número mínimo de operarios necesarios en cada servidor para que se garantice un nivel máximo de saturación del 85 %. Los resultados se adjuntan en la tabla siguiente. Para más información sobre el proceso de obtención de estos datos puede consultarse el *Anexo*.

Servicio	Operadores
Llamadas por Teléfono	5
Peticiones por Internet	4
Peticiones por FAX	4
Consulta Facturas	36
Nuevos Clientes	14
Reclamaciones	4
Servicio Técnico	19

Cuadro 1: Numero de operadores mínimos para lograr una tasa de utilización inferior al 85 %

A partir de estos resultados podemos proceder a un estudio más pormenorizado del sistema. Para ello nos serviremos de los siguientes indicadores: tasa de uso de cada servidor, tiempo medio de espera en cada servidor y tiempo medio de respuesta por cada tipo de trabajo y general.

2.1. Tasa de uso de cada servidor

La tasa de uso de cada servidor se indica en la siguiente tabla. Para más detalles sobre la obtención de estos resultados puede consultarse el *Anexo*.

Servicio	Tasa de uso
Llamadas por Teléfono	75 %
Peticiones por Internet	80 %
Peticiones por FAX	75 %
Consulta Facturas	84,65 %
Nuevos Clientes	82,25 %
Reclamaciones	75 %
Servicio Técnico	84 %

Cuadro 2: Tasa de uso de cada servidor

2.2. Tiempo medio de espera en cada servidor

El Tiempo medio de espera en cada servidor se indica en la siguiente tabla. Para más detalles sobre la obtención de estos resultados puede consultarse el *Anexo*.

Servicio	Tiempo medio de espera en cada servidor(m)
Llamadas por Teléfono	0,2
Peticiones por Internet	0,1
Peticiones por FAX	1
Consulta Facturas	0,18
Nuevos Clientes	0,82
Reclamaciones	4,17
Servicio Técnico	1,79

Cuadro 3: Tiempo medio de espera en cada servidor

2.3. Tiempo medio de respuesta por cada tipo de trabajo

El Tiempo medio de espera en cada servidor se indica en la siguiente tabla. Para más detalles sobre la obtención de estos resultados puede consultarse el *Anexo*.

Servicio	Tiempo medio de respuesta por cada tipo de trabajo(m)
Llamadas por Teléfono	0,66
Peticiones por Internet	0,56
Peticiones por FAX	1,46

Cuadro 4: Tiempo medio de respuesta por cada tipo de trabajo

2.4. Tiempo medio de respuesta total

El tiempo medio de respuesta total del sistema resulta de 0,67. Para más detalles sobre la obtención de este resultado puede consultarse el *Anexo*.

3. Simulación y obtención de resultados

4. Conclusiones

5. ANEXO

Uno de los requisitos especificados para la instalación del nuevo “*Call Center*” es que los servidores tienen que tener una tasa de utilización inferior al 85 %. Para que esta condición se cumpla, ha de cumplirse que:

$$p \leq 0,85 \text{ siendo: } p = \frac{\lambda_n}{m\mu_n} \text{ y } \mu_n = \frac{1}{\bar{X}_n} \quad (1)$$

Para $m = \text{numero de operadores}$, $\mu_n = \text{tasa de servicio } n$, $\bar{X}_n = \text{tiempo medio del servicio } n$ y $\lambda_n = \text{tasa de llegada del servicio } n$.

Por lo que para calcular el número de operadores para cada servicio, basta con:

$$p = \frac{\lambda_n}{m\mu_n} \rightarrow p = \frac{\lambda_n \bar{X}_n}{m} \rightarrow m = \frac{\lambda_n \bar{X}_n}{p} \quad (2)$$

5.1. Cálculo de las ecuaciones de tráfico

Para poder poner en práctica las formula anterior necesitamos saber las tasas de llegada de cada servicio. Para los tres primeros estos datos se corresponden con λ_1 , λ_2 y λ_3 , respectivamente.

Para los demás es necesario saber qué porcentaje de llegadas procede da cada lugar, quedándonos lo siguiente:

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1 \rightarrow I_1 = 15 \\ I_2 &= \lambda_2 \rightarrow I_2 = 20 \\ I_3 &= \lambda_3 \rightarrow I_3 = 3 \\ I_4 &= 0.8 \cdot (I_1 + I_2 + I_3) + 0.1I_6 \rightarrow I_4 = 30.476 \\ I_5 &= 0.1 \cdot (I_1 + I_2 + I_3) \rightarrow I_5 = 3.8 \\ I_6 &= 0.02 \cdot (I_1 + I_2 + I_3) \rightarrow I_6 = 0.76 \\ I_7 &= 0.08 \cdot (I_1 + I_2 + I_3) \rightarrow I_7 = 3.192 \end{aligned} \quad (3)$$

Una vez con estos datos podemos calcular el número de operadores.

5.2. Cálculo del número de operadores

Eso significa que han de cumplirse estos valores:

$$\begin{aligned}
m_1 &= \frac{\lambda_1 \bar{X}_1}{0.85} \rightarrow m_1 = \frac{15 \cdot 0.25}{0.85} \rightarrow m_1 = 4.41 \\
m_2 &= \frac{\lambda_2 \bar{X}_2}{0.85} \rightarrow m_2 = \frac{20 \cdot 0.16}{0.85} \rightarrow m_2 = 3.92 \\
m_3 &= \frac{\lambda_3 \bar{X}_3}{0.85} \rightarrow m_3 = \frac{3 \cdot 1}{0.85} \rightarrow m_3 = 3.52 \\
m_4 &= \frac{\lambda_4 \bar{X}_4}{0.85} \rightarrow m_4 = \frac{30.476 \cdot 1}{0.85} \rightarrow m_4 = 35.85 \\
m_5 &= \frac{\lambda_5 \bar{X}_5}{0.85} \rightarrow m_5 = \frac{3.8 \cdot 3}{0.85} \rightarrow m_5 = 13.41 \\
m_6 &= \frac{\lambda_6 \bar{X}_6}{0.85} \rightarrow m_6 = \frac{0.76 \cdot 4}{0.85} \rightarrow m_6 = 3.57 \\
m_7 &= \frac{\lambda_7 \bar{X}_7}{0.85} \rightarrow m_7 = \frac{3.192 \cdot 5}{0.85} \rightarrow m_7 = 18.77
\end{aligned}
\tag{4}$$

Como no se tratan de valores enteros y éstos deben de ser los valores mínimos, el número mínimo de operadores ha de ser:

Servicio	Operadores
Llamadas por Teléfono	5
Peticiones por Internet	4
Peticiones por FAX	4
Consulta Facturas	36
Nuevos Clientes	14
Reclamaciones	4
Servicio Técnico	19

Cuadro 5: Numero de operadores mínimos para lograr una tasa de utilización inferior al 85 %

5.3. Cálculo de la tasa de uso de cada servidor

Como ya se ha indicado anteriormente, la tasa de uso de cada servidor la obtenemos mediante la fórmula:

$$p = \frac{\lambda_n}{m\mu_n} \tag{5}$$

Por tanto, insertamos el número de operarios necesarios calculados y obtenemos la tasa de uso de cada servidor:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \frac{\lambda_1}{m_1\mu_1} = \frac{15}{5 \times 4} = 0,75 \\
 p_2 &= \frac{\lambda_2}{m_2\mu_2} = \frac{20}{4 \times 6} = 0,8 \\
 p_3 &= \frac{\lambda_3}{m_3\mu_3} = \frac{3}{4 \times 1} = 0,75 \\
 p_4 &= \frac{\lambda_4}{m_4\mu_4} = \frac{30,476}{36 \times 1} = 0,8465 \\
 p_5 &= \frac{\lambda_5}{m_5\mu_5} = \frac{3,8}{14 \times 0,33} = 0,8225 \\
 p_6 &= \frac{\lambda_6}{m_6\mu_6} = \frac{0,76}{4 \times 0,25} = 0,75 \\
 p_7 &= \frac{\lambda_7}{m_7\mu_7} = \frac{3,192}{19 \times 0,2} = 0,84
 \end{aligned}$$

(6)

Los resultados los agrupamos en la siguiente tabla:

Servicio	Tasa de uso
Llamadas por Teléfono	75 %
Peticiones por Internet	80 %
Peticiones por FAX	75 %
Consulta Facturas	84,65 %
Nuevos Clientes	82,25 %
Reclamaciones	75 %
Servicio Técnico	84 %

Cuadro 6: Tasa de uso de cada servidor

5.4. Cálculo del tiempo medio de espera en cada servidor

El tiempo medio de espera se calcula utilizando la siguiente fórmula:

$$\bar{R}_i = \frac{1}{m_i\mu_i - I_i} \quad (7)$$

Siendo i el servidor.

Sustituyendo en la formula obtenemos los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}
\bar{R}_1 &= \frac{1}{m_1\mu_1 - I_1} = \frac{1}{5 \times 4 - 15} = 0,2 \\
\bar{R}_2 &= \frac{1}{m_2\mu_2 - I_2} = \frac{1}{4 \times 6 - 20} = 0,1 \\
\bar{R}_3 &= \frac{1}{m_3\mu_3 - I_3} = \frac{1}{4 \times 1 - 3} = 1 \\
\bar{R}_4 &= \frac{1}{m_4\mu_4 - I_4} = \frac{1}{36 \times 1 - 30,48} = 0,18 \\
\bar{R}_5 &= \frac{1}{m_5\mu_5 - I_5} = \frac{1}{14 \times 0,33 - 3,8} = 0,82 \\
\bar{R}_6 &= \frac{1}{m_6\mu_6 - I_6} = \frac{1}{4 \times 0,25 - 0,76} = 4,17 \\
\bar{R}_7 &= \frac{1}{m_7\mu_7 - I_7} = \frac{1}{18 \times 0,2 - 3,04} = 1,79
\end{aligned}$$

(8)

Los resultados los agrupamos en la siguiente tabla:

Servicio	Tiempo medio de espera en cada servidor(m)
Llamadas por Teléfono	0,2
Peticiones por Internet	0,1
Peticiones por FAX	1
Consulta Facturas	0,18
Nuevos Clientes	0,82
Reclamaciones	4,17
Servicio Técnico	1,79

Cuadro 7: Tiempo medio de espera en cada servidor

5.5. Cálculo del tiempo medio de espera para cada tipo de trabajo

El tiempo medio de respuesta para cada tipo de trabajo se calcula multiplicando el tiempo medio de espera de cada servidor por la probabilidad de que la solicitud pase por dicho servidor.

Es decir:

$$\begin{aligned}
\bar{R}' &= \bar{R}_1 + 0,8\bar{R}_4 + 0,1\bar{R}_5 + 0,02\bar{R}_6 + 0,08\bar{R}_7 + 0,02 \times 0,1\bar{R}_4 + 0,02 \times 0,2\bar{R}_7 = 0,66 \\
\bar{R}'' &= \bar{R}_2 + 0,8\bar{R}_4 + 0,1\bar{R}_5 + 0,02\bar{R}_6 + 0,08\bar{R}_7 + 0,02 \times 0,1\bar{R}_4 + 0,02 \times 0,2\bar{R}_7 = 0,56 \\
\bar{R}''' &= \bar{R}_3 + 0,8\bar{R}_4 + 0,1\bar{R}_5 + 0,02\bar{R}_6 + 0,08\bar{R}_7 + 0,02 \times 0,1\bar{R}_4 + 0,02 \times 0,2\bar{R}_7 = 1,46
\end{aligned}$$

(9)

5.6. Cálculo del tiempo medio de espera total

El tiempo medio de respuesta total se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\bar{R}_T = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \times \bar{R}' + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \times \bar{R}'' + \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \times \bar{R}''' \quad (10)$$

Sustituyendo obtenemos el siguiente resultado:

$$\bar{R}_T = \frac{15}{15 + 20 + 3} \times 0,66 + \frac{20}{15 + 20 + 3} \times 0,56 + \frac{3}{15 + 20 + 3} \times 1,46 = 0,67 \quad (11)$$