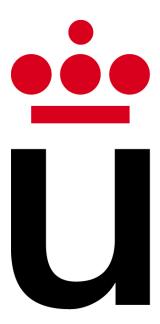
INVESTIGACIÓN OPERATIVA Práctica 2

TEORÍA DE COLAS Y SIMULACIÓN

GII+GIS: Jesús Alcalde Alcázar

Adrián Gutiérrez Jiménez

GIS: Carlos Vázquez Sánchez



Móstoles, 1 de enero de 2015

Índice

1.	<u>Introducción</u>	3
	1.1. Análisis del escenario	3
	1.2. Representación visual del sistema	4
2.	Estudio del modelo	4
	2.1. Tasa de uso de cada servidor	4
	2.2. Tiempo medio de espera en cada servidor	5
	2.3. Tiempo medio de respuesta por cada tipo de trabajo	5
	2.4. Tiempo medio de respuesta total	6
3.	Simulación y obtención de resultados	6
	3.1. Saturación servidores	6
	3.2. Tiempo medio de espera en las colas	6
	3.3. Tiempo medio de respuesta para cada servicio	7
4.	Conclusiones	7
5.	ANEXO 1: Cálculos teóricos	8
	5.1. Cálculo de las ecuaciones de tráfico	8
	5.2. Cálculo del número de operadores	8
	5.3. Cálculo de la tasa de uso de cada servidor	9
	5.4. Cálculo del tiempo medio de espera en cada servidor	10
	5.5. Cálculo del tiempo medio de espera para cada tipo de trabajo	11
	5.6. Cálculo del tiempo medio de espera total	12
6	ANEXO 2. Resultados simulación	12

1. Introducción

En este documento se redacta el informe correspondiente al estudio y simulación de un "CallCenter", mediante el cual la empresa de telecomunicaciones *TeleOne* desea implantar su sistema de atención al cliente.

En primer lugar vamos a hacer un análisis de dicho sistema.

1.1. Análisis del escenario

Éste sistema, según nos informa la compañía, puede o debe recibir información a través de tres puntos y que cada uno de éstos es procesado de manera independiente:

- Llamadas por teléfono: Se procesan en el "Servicio de tele-operadores". Tienen una media de llegadas de 15 llamadas por minuto (λ_1) y cada petición tarda una media de 15 segundos (\overline{X}_1) .
- Peticiones vía Internet: Se procesan mediante "Programas automáticos". Tienen una media de llegadas de 20 peticiones por minuto (λ_2) y cada petición tarda una media de 10 segundos (\overline{X}_2) .
- Peticiones vía FAX: Son procesadas por "Operadores de fax". Tienen una media de llegadas de 3 peticiones por minuto (λ_3) y cada petición tarda una media de 60 segundos (\overline{X}_3) .

Se explicita que las peticiones serán procesadas en orden de llegada y que esperaran en caso de que el servidor esté ocupado, por lo que suponemos que cada servidor dispone de una cola infinita para recibir peticiones.

Una vez que son procesados en los servidores mentados anteriormente, las peticiones se trasladas al servicio que corresponda, siguiendo una proporción similar, éstos son los servicios:

- Consultas sobre facturas: Cada petición tiene un tiempo medio de servicio de 1 minuto (\overline{X}_4) . Llegan hasta aquí el 80 % de las peticiones de cada servidor de llegadas más un 10 % de "reclamaciones de clientes".
- Solicitudes de nuevos clientes: Con un tiempo medio de servicio de 3 minutos (\overline{X}_5). Suponen el 10 % de las peticiones de cada servidor de llegadas.
- Reclamaciones de clientes: Se tardan 4 minutos de media en atender la petición (\overline{X}_6). Suponen el 2 % de las peticiones de cada servidor de llegadas.
- Servicio técnico: Cada petición tiene un tiempo medio de servicio de 5 minutos (\overline{X}_7). Llegan hasta aquí el 8 % de las peticiones de cada servidor de llegadas más un 20 % de "reclamaciones de clientes".

1.2. Representación visual del sistema

Para poder entender mejor el sistema, con los datos proporcionados anteriormente, se ha esbozado el siguiente esquema del sistema utilizando un diagrama TQM ("Total Quality Management"):

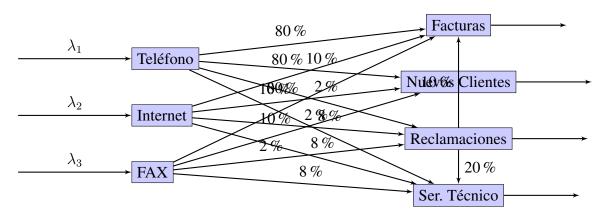


Figura 1: Diagrama TQM del sistema

2. Estudio del modelo

Como primer paso, se ha calculado el número mínimo de operarios necesarios en cada servidor para que se garantice un nivel máximo de saturación del 85 %. Los resultados se adjuntan en la tabla siguiente. Para más información sobre el proceso de obtención de estos datos puede consultarse el *Anexo 1: Cálculos teóricos*.

Servicio	Operadores	
Llamadas por Teléfono	5	
Peticiones por Internet	4	
Peticiones por FAX	4	
Consulta Facturas	36	
Nuevos Clientes	14	
Reclamaciones	4	
Servicio Técnico	19	

Cuadro 1: Numero de operadores mínimos para lograr una tasa de utilización inferior al 85 %

A partir de estos resultados podemos proceder a un estudio más pormenorizado del sistema. Para ello nos serviremos de los siguientes indicadores: tasa de uso de cada servidor, tiempo medio de espera en cada servidor y tiempo medio de respuesta por cada tipo de trabajo y general.

2.1. Tasa de uso de cada servidor

La tasa de uso de cada servidor se indica en la siguiente tabla. Para más detalles sobre la obtención de estos resultados puede consultarse el *Anexo 1: Cálculos teóricos*.

Servicio	Tasa de uso		
Llamadas por Teléfono	75 %		
Peticiones por Internet	80 %		
Peticiones por FAX	75 %		
Consulta Facturas	84,65 %		
Nuevos Clientes	82,25 %		
Reclamaciones	75 %		
Servicio Técnico	84 %		

Cuadro 2: Tasa de uso de cada servidor

2.2. Tiempo medio de espera en cada servidor

El Tiempo medio de espera en cada servidor se indica en la siguiente tabla. Para más detalles sobre la obtención de estos resultados puede consultarse el *Anexo 1: Cálculos teóricos*.

Servicio	Tiempo medio de espera en cada servidor (min)
Llamadas por Teléfono	0,2
Peticiones por Internet	0,1
Peticiones por FAX	1
Consulta Facturas	0,18
Nuevos Clientes	0,82
Reclamaciones	4,17
Servicio Técnico	1,79

Cuadro 3: Tiempo medio de espera en cada servidor

2.3. Tiempo medio de respuesta por cada tipo de trabajo

ESTOS DATOS ESTÁN MAL!!!!!!!!!

El Tiempo medio de espera en cada servidor se indica en la siguiente tabla. Para más detalles sobre la obtención de estos resultados puede consultarse el *Anexo 1: Cálculos teóricos*.

Servicio	Tiempo medio de respuesta por cada tipo de trabajo (min)		
Llamadas por Teléfono	0,66		
Peticiones por Internet	0,56		
Peticiones por FAX	1,46		

Cuadro 4: Tiempo medio de respuesta por cada tipo de trabajo

2.4. Tiempo medio de respuesta total

El tiempo medio de respuesta total del sistema resulta de 0,67. Para más detalles sobre la obtención de este resultado puede consultarse el *Anexo 1: Cálculos teóricos*.

3. Simulación y obtención de resultados

Una vez realizados los cálculos teóricos, procedemos a crear un modelo de que represente el sistema indicado y simule su funcionamiento durante 24 horas. Para ellos se ha utilizado el software de IN-CONTROL *Enterprise Dynamics*.

Una vez creado el modelo, ADJUNTAR PANTALLAZO DEL MODELO simulamos 150 réplicas durante 24 horas, obteniendo los siguientes datos:

Nota: los resultados mostrados directamente por *Enterprise Dynamics* se adjuntan en el *Anexo 2: Resultados simulación*

3.1. Saturación servidores

Servicio	Nivel de saturación
Llamadas por Teléfono	75 %
Peticiones por Internet	83,25 %
Peticiones por FAX	75 %
Consulta Facturas	84,62 %
Nuevos Clientes	81,38 %
Reclamaciones	76 %
Servicio Técnico	83,75 %

Cuadro 5: Nivel de saturación de cada servidor simulado

3.2. Tiempo medio de espera en las colas

REVISAR ESTOS DATOS!!!!!!!!!!!

Cola	Tiempo medio de espera (seg)
Llamadas por Teléfono	0
Peticiones por Internet	0
Peticiones por FAX	0
Consulta Facturas	0,01
Nuevos Clientes	11,51
Reclamaciones	67,93
Servicio Técnico	17,16

Cuadro 6: Tiempo medio de espera en cola simulado

3.3. Tiempo medio de respuesta para cada servicio

SACAR ESTOS DATOS!!!!!!!!!!!!!

Servicio	Tiempo medio de respuesta (min)		
Llamadas por Teléfono	???		
Peticiones por Internet	???		
Peticiones por FAX	???		

Cuadro 7: Tiempo medio de respuesta simulado

4. Conclusiones

Tras la realización de este estudio podemos concluir que si se dispone de los operadores mínimos indicados anteriormente, el sistema es estable y la saturación de cada estación multiservicio no sobrepasa el 85 %, aunque el servidor de consultas sobre facturas tiene un muy pequeño margen de error al funcionar al 84,62 %.

5. ANEXO 1: Cálculos teóricos

Uno de los requisitos especificados para la instalación del nuevo "Call Center" es que los servidores tienen que tener una tasa de utilización inferior al 85 %. Para que esta condición se cumpla, ha de cumplirse que:

$$p \le 0.85 \text{ siendo: } p = \frac{\lambda_n}{m\mu_n} \text{ y } \mu_n = \frac{1}{\overline{X}_n}$$
 (1)

Para m=numero de operadores, $\mu_n=tasa$ de servicio $n, \overline{X}_n=tiempo$ medio del servicio n y $\lambda_n=tasa$ de llegada del servicio n.

Por lo que para calcular el número de operadores para cada servicio, basta con:

$$p = \frac{\lambda_n}{m\mu_n} \to p = \frac{\lambda_n \overline{X}_n}{m} \to m = \frac{\lambda_n \overline{X}_n}{p}$$
 (2)

5.1. Cálculo de las ecuaciones de tráfico

Para poder poner en práctica las formula anterior necesitamos saber las tasas de llegada de cada servicio. Para los tres primeros estos datos se corresponden con λ_1 , λ_2 y λ_3 , respectivamente.

Para los demás es necesario saber qué porcentaje de llegadas procede da cada lugar, quedándonos lo siguiente:

$$I_{1} = \lambda_{1} \rightarrow I_{1} = 15$$

$$I_{2} = \lambda_{2} \rightarrow I_{2} = 20$$

$$I_{3} = \lambda_{3} \rightarrow I_{3} = 3$$

$$I_{4} = 0.8 \cdot (I_{1} + I_{2} + I_{3}) + 0.1I_{6} \rightarrow I_{4} = 30.476$$

$$I_{5} = 0.1 \cdot (I_{1} + I_{2} + I_{3}) \rightarrow I_{5} = 3.8$$

$$I_{6} = 0.02 \cdot (I_{1} + I_{2} + I_{3}) \rightarrow I_{6} = 0.76$$

$$I_{7} = 0.08 \cdot (I_{1} + I_{2} + I_{3}) \rightarrow I_{7} = 3.192$$
(3)

Una vez con estos datos podemos calcular el número de operadores.

5.2. Cálculo del número de operadores

Eso significa que han de cumplirse estos valores:

$$m_{1} = \frac{\lambda_{1}\overline{X}_{1}}{0.85} \to m_{1} = \frac{15 \cdot 0.25}{0.85} \to m_{1} = 4.41$$

$$m_{2} = \frac{\lambda_{2}\overline{X}_{2}}{0.85} \to m_{2} = \frac{20 \cdot 0.16}{0.85} \to m_{2} = 3.92$$

$$m_{3} = \frac{\lambda_{3}\overline{X}_{3}}{0.85} \to m_{3} = \frac{3 \cdot 1}{0.85} \to m_{3} = 3.52$$

$$m_{4} = \frac{\lambda_{4}\overline{X}_{4}}{0.85} \to m_{4} = \frac{30.476 \cdot 1}{0.85} \to m_{4} = 35.85$$

$$m_{5} = \frac{\lambda_{5}\overline{X}_{5}}{0.85} \to m_{5} = \frac{3.8 \cdot 3}{0.85} \to m_{5} = 13.41$$

$$m_{6} = \frac{\lambda_{6}\overline{X}_{6}}{0.85} \to m_{6} = \frac{0.76 \cdot 4}{0.85} \to m_{6} = 3.57$$

$$m_{7} = \frac{\lambda_{7}\overline{X}_{7}}{0.85} \to m_{7} = \frac{3.192 \cdot 5}{0.85} \to m_{7} = 18.77$$

$$(4)$$

Como no se tratan de valores enteros y éstos deben de ser los valores mínimos, el número mínimo de operadores ha de ser:

Servicio	Operadores		
Llamadas por Teléfono	5		
Peticiones por Internet	4		
Peticiones por FAX	4		
Consulta Facturas	36		
Nuevos Clientes	14		
Reclamaciones	4		
Servicio Técnico	19		

Cuadro 8: Numero de operadores mínimos para lograr una tasa de utilización inferior al 85 %

5.3. Cálculo de la tasa de uso de cada servidor

Como ya se ha indicado anteriormente, la tasa de uso de cada servidor la obtenemos mediante la fórmula:

$$p = \frac{\lambda_n}{m\mu_n} \tag{5}$$

Por tanto, insertamos el número de operarios necesarios calculados y obtenemos la tasa de uso de cada servidor:

$$p_{1} = \frac{\lambda_{1}}{m_{1}\mu_{1}} = \frac{15}{5 \times 4} = 0,75$$

$$p_{2} = \frac{\lambda_{2}}{m_{2}\mu_{2}} = \frac{20}{4 \times 6} = 0,8$$

$$p_{3} = \frac{\lambda_{3}}{m_{3}\mu_{3}} = \frac{3}{4 \times 1} = 0,75$$

$$p_{4} = \frac{\lambda_{4}}{m_{4}\mu_{4}} = \frac{30,476}{36 \times 1} = 0,8465$$

$$p_{5} = \frac{\lambda_{5}}{m_{5}\mu_{5}} = \frac{3,8}{14 \times 0,33} = 0,8225$$

$$p_{6} = \frac{\lambda_{6}}{m_{6}\mu_{6}} = \frac{0,76}{4 \times 0,25} = 0,75$$

$$p_{7} = \frac{\lambda_{7}}{m_{7}\mu_{7}} = \frac{3,192}{19 \times 0,2} = 0,84$$

Los resultados los agrupamos en la siguiente tabla:

Servicio	Tasa de uso
Llamadas por Teléfono	75 %
Peticiones por Internet	80 %
Peticiones por FAX	75 %
Consulta Facturas	84,65 %
Nuevos Clientes	82,25 %
Reclamaciones	75 %
Servicio Técnico	84 %

Cuadro 9: Tasa de uso de cada servidor

5.4. Cálculo del tiempo medio de espera en cada servidor

El tiempo medio de espera se calcula utilizando la siguiente fórmula:

$$\overline{R}_i = \frac{1}{m_i \mu_i - I_i} \tag{7}$$

(6)

Siendo i el servidor.

Sustituyendo en la formula obtenemos los siguientes resultados:

$$\overline{R}_1 = \frac{1}{m_1 \mu_1 - I_1} = \frac{1}{5 \times 4 - 15} = 0, 2$$

$$\overline{R}_2 = \frac{1}{m_2 \mu_2 - I_2} = \frac{1}{4 \times 6 - 20} = 0, 1$$

$$\overline{R}_3 = \frac{1}{m_3 \mu_3 - I_3} = \frac{1}{4 \times 1 - 3} = 1$$

$$\overline{R}_4 = \frac{1}{m_4 \mu_4 - I_4} = \frac{1}{36 \times 1 - 30, 48} = 0, 18$$

$$\overline{R}_5 = \frac{1}{m_5 \mu_5 - I_5} = \frac{1}{14 \times 0, 33 - 3, 8} = 0, 82$$

$$\overline{R}_6 = \frac{1}{m_6 \mu_6 - I_6} = \frac{1}{4 \times 0, 25 - 0, 76} = 4, 17$$

$$\overline{R}_7 = \frac{1}{m_7 \mu_7 - I_7} = \frac{1}{18 \times 0, 2 - 3, 04} = 1, 79$$

(8)

Los resultados los agrupamos en la siguiente tabla:

Servicio	Tiempo medio de espera en cada servidor(m)
Llamadas por Teléfono	0,2
Peticiones por Internet	0,1
Peticiones por FAX	1
Consulta Facturas	0,18
Nuevos Clientes	0,82
Reclamaciones	4,17
Servicio Técnico	1,79

Cuadro 10: Tiempo medio de espera en cada servidor

5.5. Cálculo del tiempo medio de espera para cada tipo de trabajo

El tiempo medio de respuesta para cada tipo de trabajo se calcula multiplicando el tiempo medio de espera de cada servidor por la probabilidad de que la solicitud pase por dicho servidor.

Es decir:

$$\overline{R}' = \overline{R}_1 + 0, 8\overline{R}_4 + 0, 1\overline{R}_5 + 0, 02\overline{R}_6 + 0, 08\overline{R}_7 + 0, 02 \times 0, 1\overline{R}_4 + 0, 02 \times 0, 2\overline{R}_7 = 0, 66$$

$$\overline{R}'' = \overline{R}_2 + 0, 8\overline{R}_4 + 0, 1\overline{R}_5 + 0, 02\overline{R}_6 + 0, 08\overline{R}_7 + 0, 02 \times 0, 1\overline{R}_4 + 0, 02 \times 0, 2\overline{R}_7 = 0, 56$$

$$\overline{R}''' = \overline{R}_3 + 0, 8\overline{R}_4 + 0, 1\overline{R}_5 + 0, 02\overline{R}_6 + 0, 08\overline{R}_7 + 0, 02 \times 0, 1\overline{R}_4 + 0, 02 \times 0, 2\overline{R}_7 = 1, 46$$
(9)

5.6. Cálculo del tiempo medio de espera total

El tiempo medio de respuesta total se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\overline{R}_T = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \times \overline{R}' + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \times \overline{R}'' + \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \times \overline{R}'''$$
(10)

Sustituyendo obtenemos el siguiente resultado:

$$\overline{R}_T = \frac{15}{15 + 20 + 3} \times 0,66 + \frac{20}{15 + 20 + 3} \times 0,56 + \frac{3}{15 + 20 + 3} \times 1,46 = 0,67$$
 (11)

6. ANEXO 2: Resultados simulación

La simulación realizada en el software de INCONTROL *Enterprise Dynamics* se ha realizado sobre todo el sistema, durrante 24 horas y con 150 réplicas. A continuación se adjuntan los resultados obtenidos:

Observation period: 12960000

Warmup period: 0
Number of observations: 150

Simulation method: Separate runs

Description:

TIempo en cola	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Program Service	Average		Lower bound (95%)	**		
Cola tifn						
Tlempo en cola	17.16	4.80	16.39	17.94	8.04	35.71
ola S. T.	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
	07.55	10.02	04.52	70.93	31.44	155.51
TIempo en cola	Average 67.93	18.62	Lower bound (95%) 64.92	70.93	31.44	135.31
Cola Reclam	Average	Standard Doviation	Lower bound (05%)	Upper hound (05%)	Minimum	Maximum
Tlempo en cola	11.51	2.16	11.16	11.86	7.72	19.07
ola nu.clien	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
Tlempo en cola	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Tanana an anla	Average		Lower bound (95%)			
ola internet						
TIempo en cola	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
cola fax	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
TIempo en cola	0.01	0.00	0.01	0.01	0.00	0.01
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Mınımum	Maximum

Figura 2: Resultados de la simulación 1

Facturas						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
op. trabajando	30.46	0.07	30.45	30.47	30.29	30.65
Nuevos						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
op. trabajando	11.38	0.15	11.36	11.41	11.08	11.82
Procesos						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
op. trabajando	3.00	0.00	3.00	3.00	3.00	3.00
Programas						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
op. trabajando	3.33	0.00	3.33	3,33	3.33	3.33
Reclamaciones						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
op. trabajando	3.04	0.09	3.02	3.05	2.83	3.32

Figura 3: Resultados de la simulación 2

S. Técnico						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
op. trabajando	15.91	0.24	15.87	15.95	15.25	16.43
Salida Facturas						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
Nº Llegadas	43844.23	104.23	43827.41	43861.04	43595.00	44117.00
Salida Nuevos						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
Nº Llegadas	5457.48	70.55	5446.10	5468.86	5313.00	5666.00
Salida Reclamaciones						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
Nº Llegadas	764.76	24.42	760.82	768.70	703.00	833.00
Salida S. Técnico						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
Nº Llegadas	4574.86	69.27	4563.68	4586.04	4385.00	4725.00
Teleoperadores						
	Average	Standard Deviation	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	Minimum	Maximum
op. trabajando	3.75	0.00	3.75	3.75	3.75	3.75

Figura 4: Resultados de la simulación 3

Por tanto, podemos obtener directamente el tiempo medio de espera en cada cola, así como el tráfico pasa por cada servidor. Para calcular la saturación del servidor basta con obtener el cociente entre el número medio de servidores activos obtenidos en la simulación (X_i) y el número de operarios totales

para cada servidor i ($op.s_i$):

$$p_{1simulado} = \frac{X_1}{op.s_1} = \frac{3,75}{5} = 0,75$$

$$p_{2simulado} = \frac{X_2}{op.s_2} = \frac{3,33}{4} = 0,832$$

$$p_{3simulado} = \frac{X_3}{op.s_3} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$p_{4simulado} = \frac{X_4}{op.s_4} = \frac{30,46}{36} = 0,846$$

$$p_{5simulado} = \frac{X_5}{op.s_5} = \frac{11,38}{14} = 0,813$$

$$p_{6simulado} = \frac{X_6}{op.s_6} = \frac{3,04}{4} = 0,76$$

$$p_{7simulado} = \frac{X_7}{op.s_7} = \frac{15,91}{19} = 0,837$$

(12)