EJERCICIOS APRENDIZAJE BAYESIANO

EJERCICIO 3.1.

Calcular el modelo de máxima verosimilitud si el conjunto de observaciones es:

i) Cara, Cara

ii) Cruz, Cruz

iii) Cara, Cruz, Cara

---

i) Sea $\mathcal{O} = \{O_1, O_2\} = \{\text{cara}, \text{cara}\}$ y $\theta \in \mathbb{R}^4$, en este caso $n=1$ un modelo. Se define la función de verosimilitud del modelo dadas las observaciones como

$$L(\theta | \mathcal{O}) = P[O_1, O_2 | \theta] = \prod_{i=1}^{2} P[O_i | \theta] =$$

$= \theta^2$, buscamos maximizar la función θ^2 con $\theta \in [0,1]$, luego se toma $\theta = 1$, así el modelo de máxima verosimilitud sería

$\theta = P[\text{cara}] = 1$

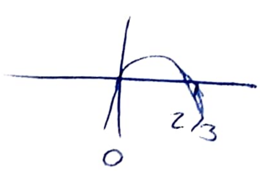
ii) Sería análogo solo que habría que maximizar $(1-\theta)^2$ luego para que eso ocurra

$\theta = P[\text{cara}] = 0$

iii) Habría que maximizar

$$f(\theta) = \theta^2(1-\theta) \Rightarrow \theta^2 - \theta^3 \Rightarrow f'(\theta) = 2\theta - 3\theta^2$$

$$= (2-3\theta)\theta = 0 \iff \theta = 0 \text{ ó } \theta = 2/3$$



Es creciente la función en $(0, 2/3)$ pues $f' > 0$, luego el máximo en $\theta = 2/3$

EJERCICIO 3.2.

Calcular el resto.

$\mathbb{P}[\text{edad} > 50] = 8/20$

$\mathbb{P}[\text{obesidad} = \text{si}] = 6/20$

$\mathbb{P}[\text{hernia} = \text{si} \mid \text{edad} > 50, \text{obesidad} = \text{si}] = 3/3$

$\mathbb{P}[\text{hernia} = \text{si} \mid \text{edad} > 50, \text{obesidad} = \text{no}] = 1/5$

$\mathbb{P}[\text{hernia} = \text{si} \mid \text{edad} < 50, \text{obesidad} = \text{si}] = 0$

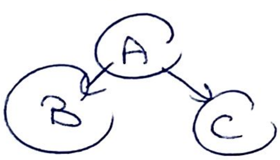
$\mathbb{P}[\text{hernia} = \text{si} \mid \text{edad} < 50, \text{obesidad} = \text{no}] = 0$

$\mathbb{P}[\text{indigestion}] = \dots$

Es contar.

EJERCICIO EJEMPLO ALTERNATIVA 1 (MODA)

Red:



	A	B	C
o_1	$+a$	$+b$	$+c$
o_2	$+a$	$+b$	$\neg c$
o_3	$+a$	$\neg b$	$\neg c$
o_4	$\neg a$	$+b$	$\neg c$
o_5	$\neg a$	$\neg b$	$+c$
o_6	$+a$	$\neg b$	

Calcular función verosimilitud $\hat{\ell}$

Establecemos que para completar datos se usa la moda de C, que es $\neg c$.

Así ahora necesitamos aprender

$\mathbb{P}[+a]$

$\mathbb{P}[+b \mid +a]$ $\quad$ $\mathbb{P}[+c \mid +a]$

$\mathbb{P}[+b \mid \neg a]$ $\quad$ $\mathbb{P}[+c \mid \neg a]$, son respectivamente

4/6

2/4 $\quad$ 1/4

1/2 $\quad$ 1/2

Ahora $\hat{\ell} = \frac{1}{6}\left(\sum \log(\mathbb{P}[O_i \mid \theta])\right)$

~~$\frac{1}{6}(-2.145) = -0.338$~~

$\mathbb{P}[o_1|\Theta] = \mathbb{P}[+a, +b, +c] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[+b|+a]\,\mathbb{P}[+c|+a]$

$\downarrow$ Th. Fundamental

$= \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} = 1/12$

$\mathbb{P}[o_2|\Theta] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[+b|+a]\,\mathbb{P}[\neg c|+a] =$

$= 4/6 \cdot 2/4 \cdot 3/4 = 3/12 = 1/4$

$\mathbb{P}[o_3|\Theta] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[\neg b|+a]\,\mathbb{P}[\neg c|+a] =$

$= 4/6 \cdot 2/4 \cdot 3/4 = 1/4$

$\mathbb{P}[o_4|\Theta] = \mathbb{P}[\neg a]\,\mathbb{P}[+b|\neg a]\,\mathbb{P}[\neg c|\neg a] =$

$= 2/6 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 1/12$

$\mathbb{P}[o_5|\Theta] = \mathbb{P}[\neg a]\,\mathbb{P}[\neg b|\neg a]\,\mathbb{P}[+c|\neg a] =$

$= 2/6 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 1/12$

$\mathbb{P}[o_6|\Theta] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[\neg b|+a]\,\mathbb{P}[\neg c|+a] =$

$= 4/6 \cdot 1/2 \cdot 3/4 = 3/12 = 1/4$

$\Rightarrow \hat{\ell} = \frac{1}{6}\left(3\log 1/4 + 3\log 1/12\right) = -1'9356$

EJERCICIO
EJEMPLO ALTERNATIVA &
ELIMINAR INCOMPLETAS

$\mathbb{P}[+a] = 3/5$
$\mathbb{P}[+b|+a] = 2/3$
$\mathbb{P}[+b|\neg a] = 1/2$
$\mathbb{P}[+c|+a] = 1/3$
$\mathbb{P}[+c|\neg a] = 1/2$

Eliminando o_6, calculas $\theta_i = \mathbb{P}[o_i|\Theta]$ como antes y por último $\hat{\ell}$

PREGUNTA 1

¿Qué modelo da menos confianza? ¿Y más?

a) verosimilitud = 2

b) verosimilitud = 0'9

c) verosimilitud = 0'1

d) verosimilitud = 0'00001

Menos: d)
Más: b)

PREGUNTA 2

¿Qué modelo da más confianza si el promedio de su log-verosimilitud es ...?

a) 0'9

b) -90

c) -10

d) -1

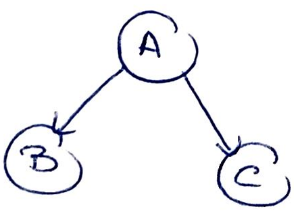
Más: d)
Menos: b)

RECORDATORIO

$0 \leq L \leq 1$
$\hat{\ell} \leq 0$

L cercana a 1 V
$\hat{\ell}$ cercana a 0 V

EJERCICIO EJEMPLO ALTERNATIVA 3 (ALGORITMO E-M)



	A	B	C
O_1	+a	+b	+c
O_2	+a	+b	¬c
O_3	+a	¬b	¬c
O_4	¬a	+b	¬c
O_5	¬a	¬b	+c
O_6	+a	¬b	

¿Máxima verosimilitud?

Necesitamos aprender

$\theta_1 = \mathbb{P}[+a]$

$\theta_2 = \mathbb{P}[+b \mid +a] \quad \mathbb{P}[+b \mid \neg a] = \theta_3$

$\theta_4 = \mathbb{P}[+c \mid +a] \quad \mathbb{P}[+c \mid \neg a] = \theta_5$

pero tenemos datos incompletos, vamos a aplicar Alg. EM.

Comenzamos con un modelo en que

$\theta_{0i} = 0'5 \quad \forall\, i \in \{1, \dots, 5\}$

En la fase de expectación, en vez de dar un valor fijo para el dato que falta, dejamos la probabilidad de cada uno, ie, tenemos la tabla anterior donde

$O_6 \equiv +a$	$\neg b$	$\mathbb{P}[+c \mid +a \neg b] =$ $= \mathbb{P}[+c \mid +a] = 1/2$ $\mathbb{P}[\neg c \mid +a, \neg b] = 1 - 1/2 = 1/2$

Así que si ahora pasamos a una fase de maximización

$\theta_{11} = \mathbb{P}[+a] = 4/6$

$\theta_{12} = \mathbb{P}[+b \mid +a] = 1/2$

$\theta_{13} = \mathbb{P}[+b \mid \neg a] = 1/2$

$\theta_{14} = \mathbb{P}[+c \mid +a] = \frac{1'5}{4}$

$\theta_{15} = \mathbb{P}[+c \mid \neg a] = 1/2$

Así ahora $\mathbb{P}[+c \mid +a \neg b] = 1'5/4$

$\mathbb{P}[\neg c \mid +a \neg b] = 1 - 1'5/4 = \frac{2'5}{4}$

Hacemos otra iteración nueva.

$\theta_{2i} = \theta_{1i} \quad \forall\, i \in \{1, 2, 3, 5\}$

$\theta_{24} = \mathbb{P}[+c \mid +a] = \dfrac{1 + \frac{1'5}{4}}{4} = 11/32$

Detenemos ya el algoritmo en esta iteración y calculamos

$$\hat{\ell}(\theta, \varphi) = \frac{1}{6}\left(\cancel{\Sigma} \log\left(\mathbb{P}[O_i \mid \theta]\right)\right)$$

Calculamos $\mathbb{P}[O_i \mid \theta]$

$$\mathbb{P}[o_1|\theta] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[+b|+a]\,\mathbb{P}[+c|+a] = \frac{4}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{11}{32} = \frac{11}{96}$$

Th. Fund.

$$\mathbb{P}[o_2|\theta] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[+b|+a]\,\mathbb{P}[\neg c|+a] = \frac{4}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{21}{32} = 7/32$$

$$\mathbb{P}[o_3|\theta] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[\neg b|+a]\,\mathbb{P}[\neg c|+a] = \frac{4}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{21}{32} = 7/32$$

$$\mathbb{P}[o_4|\theta] = \mathbb{P}[\neg a]\,\mathbb{P}[+b|\neg a]\,\mathbb{P}[\neg c|\neg a] = \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = 1/12$$

$$\mathbb{P}[o_5|\theta] = \mathbb{P}[\neg a]\,\mathbb{P}[\neg b|\neg a]\,\mathbb{P}[+c|\neg a] = 1/12$$

$$\mathbb{P}[o_6|\theta] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[\neg b|+a]\left(\mathbb{P}[+c|+a] + \mathbb{P}[\neg c|+a]\right)$$

$$= 4/6 \cdot 1/2\left(11/32 + 21/32\right) = 1/3$$

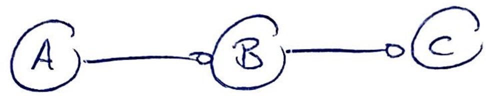
Luego $\hat{\ell}(\theta|\psi) = \frac{1}{6}\left(2\log 1/12 + 2\log 7/32 + 1\log 11/96 + 1\log 1/3\right)$

$$= -1'879088$$

EJERCICIO 3.8

Obtener la función de verosimilitud en su versión del promedio del logaritmo para la siguiente estructura y observaciones: Hacer 2 iteraciones del alg. EM.

Obs	A	B	C
O_1	$+a$	$+b$	$+c$
O_2	$+a$	$+b$	$\neg c$
O_3	$+a$	$\neg b$	$\neg c$
O_4	$\neg a$	$+b$	$\neg c$
O_5	$\neg a$	$\neg b$	$+c$
O_6	$+a$	$\neg b$	



Necesitamos aprender:

$\mathbb{P}[+a] = \theta_1$

$\mathbb{P}[+b|+a] = \theta_2$ $\quad$ $\mathbb{P}[+b|\neg a] = \theta_3$

$\mathbb{P}[+c|+b] = \theta_4$ $\quad$ $\mathbb{P}[+c|\neg b] = \theta_5$

Comenzamos con un modelo $\theta_0 = (\theta_{01}, \theta_{02}, \dots, \theta_{05}) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/2) \in \mathbb{R}^5$

Ahora consideramos $\mathbb{P}[+c|+a, \neg b] = 0'5$

$\mathbb{P}[\neg c|+a, \neg b] = 0'5$

Hacemos una primera iteración

$\theta_{11} = \mathbb{P}[+a] = 4/6$

$\theta_{12} = \mathbb{P}[+b|+a] = 1/2$

$\theta_{13} = \mathbb{P}[+b|\neg a] = 1/2$

$\theta_{14} = \mathbb{P}[+c|+b] = 1/3$

$\theta_{15} = \mathbb{P}[+c|\neg b] = 1'5/3 = 1/2$

~~$\theta_{16} = \mathbb{P}[+c|+b] = 1/3$~~

Se ha mantenido $\mathbb{P}[+c|+a\ \neg b] = 1/2$ y en nuevas iteraciones ocurrirá igual, luego no seguimos

Pasamos a calcular

$$\hat{\ell}(\theta,\varphi) = \frac{1}{6}\left(\sum \log\left(\mathbb{P}[O_i|\Theta]\right)\right) = (*)$$

$$\cancel{= \frac{1}{6}}$$

Calculamos

$$\mathbb{P}[O_1|\Theta] = \underbrace{\mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[+b|+a]\,\mathbb{P}[+c|+b]}_{\text{Th. Fund}} =$$

$$= 4/6 \cdot 1/2 \cdot 1/3 = 1/9$$

$$\mathbb{P}[O_2|\Theta] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[+b|+a]\,\mathbb{P}[\neg c|+b] =$$

$$= 4/6 \cdot 1/2 \cdot 2/3 = 2/9$$

$$\mathbb{P}[O_3|\Theta] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[\neg b|+a]\,\mathbb{P}[\neg c|\neg b] =$$

$$= \frac{4}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\mathbb{P}[O_4|\Theta] = \mathbb{P}[\neg a]\,\mathbb{P}[+b|\neg a]\,\mathbb{P}[\neg c|+b]$$

$$= \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\mathbb{P}[O_5|\Theta] = \mathbb{P}[\neg a]\,\mathbb{P}[\neg b|\neg a]\,\mathbb{P}[+c|\neg b]$$

$$= \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = 1/12$$

$$\mathbb{P}[O_6|\Theta] = \mathbb{P}[+a]\,\mathbb{P}[\neg b|+a] = \frac{4}{6}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2}{6} = 1/3$$

$$\Rightarrow \hat{\ell} = \frac{1}{6}\left(2\log\frac{1}{9} + \log\frac{2}{9} + \log 1/12 + \log 1/3 + \cancel{\log 1/6} + \log 1/6\right) =$$

$$= -1'8789.$$

EJERCICIO 3.4.

Realizar el ejercicio anterior con una iteración del algoritmo EM considerando como modelo inicial Θ_0 el obtenido con la alternativa 1 (moda).

Tomamos como modelo inicial

$$\Theta_0 = \left(P[+a] \quad P[+b|+a] \quad P[+b|\neg a] \quad P[+c|+b] \quad P[+c|\neg b] \right)$$
$$= \left(\frac{4}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$$

Así, ahora tendríamos $P[+c|+a, \neg b] = P[+c|\neg b] = 1/3$
$P[\neg c|+a, \neg b] = 1 - 1/3 = 2/3$

Realizamos una iteración del algoritmo EM.
Lo único que cambia es $P[+c|\neg b] = \frac{1+1/3}{3} = \frac{4}{9}$
$P[\neg c|\neg b] = 5/9$

$\Rightarrow \Theta = \left(\frac{4}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{9} \right)$

Entonces tendremos

$$\hat{e}(\Theta, \varphi) = \frac{1}{6}\left(\sum \log(P[O_i|\Theta]) \right) = (*) = \hat{e}$$

Calculamos

$$P[O_1|\Theta] = P[+a]\, P[+b|+a]\, P[+c|+b] = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$
$$P[O_2|\Theta] = P[+a]\, P[+b|+a]\, P[\neg c|+b] = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$
$$P[O_3|\Theta] = P[+a]\, P[\neg b|+a]\, P[\neg c|\neg b] = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} = 5/27$$
$$P[O_4|\Theta] = P[\neg a]\, P[+b|\neg a]\, P[\neg c|+b] = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$$
$$P[O_5|\Theta] = P[\neg a]\, P[\neg b|\neg a]\, P[+c|\neg b] = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} = 2/27$$
$$P[O_6|\Theta] = P[+a]\, P[\neg b|+a] \; \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \hat{e} = \frac{1}{6}\left(\log\frac{1}{3} + \log\frac{2}{27} + \log\frac{1}{9} + \log\frac{5}{27} + \log\frac{2}{9} + \log\frac{1}{9} \right) =$$
$$= -0'94$$

Mucho mejor que el del ejercicio 3.4.

PREGUNTA 3

El clasificador Naive Bayes se denomina así porque...

a) diseñado por Naive y Bayes

b) supone de forma ingenua que en la estructura de la red hay un solo padre y todos los hijos son independientes dado el padre.

c) supone de forma ingenua variables binarias

d) supone de forma ingenua que hay un solo hijo y que todos sus padres son independientes dado el hijo

Sol: b.

EJEMPLO
3.4. NAIVE BAYES
JUGAR TENIS

Dadas las 14 observaciones establecidas en la tabla de los apuntes buscamos conocer si jugar o no al tenis conociendo que está soleado, la temperatura es fría, hay alta humedad y viento fuerte.

—— o ——

Buscamos calcular

$\mathbb{P}[JT = sí \mid E]$ y $\mathbb{P}[JT = no \mid E]$

Como $\mathbb{P}[JT \mid E] = \dfrac{\mathbb{P}[JT, E]}{\mathbb{P}[E]}$

y solo queremos saber si es más alto para JT = sí o no, nos basta con calcular $\mathbb{P}[JT, E]$ pues el denominador es una constante presente en ambos lados.

$\mathbb{P}[JT, E] = \mathbb{P}[JT] \cdot \mathbb{P}[E|JT]$, pero E no es más

Hipótesis Naive
$\Rightarrow$ Th. Fundamental

que notación para abreviar, debemos calcular

$$\mathbb{P}[JT, E] = \mathbb{P}[JT]\,\mathbb{P}[T|JT]\,\mathbb{P}[TE|JT]\,\mathbb{P}[H|JT]\,\mathbb{P}[V|JT]$$

Así que vamos a calcular todos los datos necesarios a partir del modelo de la tabla.

$\mathbb{P}[+jt] = \frac{9}{14}$ $\qquad$ $\mathbb{P}[\neg jt] = \frac{5}{14}$

$\mathbb{P}[t=\text{soleado} \mid jt=\text{si}] = \frac{2}{9}$ $\qquad$ $\mathbb{P}[t=\text{soleado} \mid jt=\text{no}] = 3/5$

$\mathbb{P}[t=\text{cubierto} \mid jt=\text{si}] = 4/9$ $\qquad$ $\mathbb{P}[t=\text{cubierto} \mid jt=\text{no}] = 0$

$\mathbb{P}[t=\text{lluvia} \mid jt=\text{si}] = 3/9$ $\qquad$ $\mathbb{P}[t=\text{lluvia} \mid jt=\text{no}] = 2/5$

$\mathbb{P}[te=\text{fría} \mid jt=\text{si}] = 3/9$ $\qquad$ $\mathbb{P}[te=\text{fría} \mid jt=\text{no}] = 1/5$

$\mathbb{P}[te=\text{suave} \mid jt=\text{si}] = 4/9$ $\qquad$ $\mathbb{P}[te=\text{suave} \mid jt=\text{no}] = 2/5$

$\mathbb{P}[te=\text{alta} \mid jt=\text{si}] = 2/9$ $\qquad$ $\mathbb{P}[te=\text{alta} \mid jt=\text{no}] = 2/5$

$\mathbb{P}[h=\text{normal} \mid jt=\text{si}] = 6/9$ $\qquad$ $\mathbb{P}[h=\text{normal} \mid jt=\text{no}] = 1/5$

$\mathbb{P}[h=\text{alta} \mid jt=\text{si}] = 3/9$ $\qquad$ $\mathbb{P}[h=\text{alta} \mid jt=\text{no}] = 4/5$

$\mathbb{P}[v=\text{débil} \mid jt=\text{si}] = 6/9$ $\qquad$ $\mathbb{P}[v=\text{débil} \mid jt=\text{no}] = 2/5$

$\mathbb{P}[v=\text{fuerte} \mid jt=\text{si}] = 3/9$ $\qquad$ $\mathbb{P}[v=\text{fuerte} \mid jt=\text{no}] = 3/5$

luego $\mathbb{P}[jt=\text{si} \mid E] = \frac{\cancel{9}}{\cancel{14}\,7} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{9}} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{9} =$

$$= \frac{3}{81 \cdot 7} = \underline{0'0053}$$

$\mathbb{P}[jt=\text{no} \mid E] = \frac{\cancel{5}}{14} \cdot \frac{3}{\cancel{5}} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{36}{125 \cdot 14} =$

$$= \underline{0'020}$$

Como $0'02 \geq 0'0053 \Rightarrow$ No juega tenis.

EJEMPLO 3.5
CLASIFICADOR
DE SPAM

Dada la tabla del modelo, nos llega un mensaje que dice "review your account" queremos ver si se clasifica como spam

---

Vamos a calcular los datos del modelo

$\mathbb{P}[\text{spam}=\text{si}] = 4/6$ $\mathbb{P}[\text{spam}=\text{no}] = 2/6$

$\mathbb{P}[p \mid \underset{=\text{si}}{\text{spam}}] = 2/4$ $\mathbb{P}[p \mid \text{spam}=\text{no}] = 2/2$

$\mathbb{P}[r \mid \text{spam}=\text{si}] = 1/4$ $\mathbb{P}[r \mid \text{spam}=\text{no}] = 1$

$\mathbb{P}[s \mid \text{spam}=\text{si}] = 3/4$ $\mathbb{P}[s \mid \text{spam}=\text{no}] = 1/2$

$\mathbb{P}[u \mid \text{spam}=\text{si}] = 3/4$ $\mathbb{P}[u \mid \text{spam}=\text{no}] = 1/2$

$\mathbb{P}[y \mid \text{spam}=\text{si}] = 3/4$ $\mathbb{P}[y \mid \text{spam}=\text{no}] = 1$

$\mathbb{P}[a \mid \text{spam}=\text{si}] = 1/4$ $\mathbb{P}[a \mid \text{spam}=\text{no}] = 0$

Observamos que hay 1's y 0's, lo cual hacía que con ver eso ya salte como sí (1) o no (0), vamos a aplicarle suavizado de Lagrange.

Calculamos m y p.

Para todas, como los valores que toman es si o no se toma $m=2$ y $p=\frac{1}{2}$, luego si recalculamos obtenemos

$\mathbb{P}[\text{spam}=\text{si}] = 4/6 = 2/3$ $\mathbb{P}[\text{spam}=\text{no}] = 1/3$

$\mathbb{P}[p \mid \text{spam}=\text{si}] = 2/4 = 1/2$ $\mathbb{P}[p \mid \text{spam}=\text{no}] = 1/2$

$\mathbb{P}[r \mid \text{spam}=\text{si}] = \frac{1+mp}{4+2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\mathbb{P}[r \mid \text{spam}=\text{no}] = 3/4$

$\mathbb{P}[s \mid \text{spam}=\text{si}] = 3/4$ $\mathbb{P}[s \mid \underset{=\text{no}}{\text{spam}}] = 1/2$

$\mathbb{P}[u \mid \text{spam}=\text{si}] = 3/4$ $\mathbb{P}[u \mid \text{spam}=\text{no}] = 1/2$

$\mathbb{P}[y \mid \text{spam}=\text{si}] = \frac{3+1}{4+2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $\mathbb{P}[y \mid \text{spam}=\text{no}] = 3/4$

$\mathbb{P}[a \mid \text{spam}=\text{si}] = \frac{1+1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\mathbb{P}[a \mid \text{spam}] = \frac{1}{4}$

Entonces si el mensaje es "Retrieve your account"

lo que tendremos que hacer es calcular

$$\mathbb{P}[\text{spam}=\text{si} \mid E] \quad y \quad \mathbb{P}[\text{spam}=\text{no} \mid E]$$

$$\mathbb{P}[\text{spam}=\text{si} \mid E] = \frac{\mathbb{P}[\text{spam}, E]}{\mathbb{P}[E]} \qquad \mathbb{P}[\text{spam}=\text{no} \mid E] = \frac{\mathbb{P}[\neg\text{spam}, E]}{\mathbb{P}[E]}$$

luego con calcular $\mathbb{P}[\text{spam}, E]$ $\mathbb{P}[\neg\text{spam}, E]$ nos sirve para comparar.

$$\mathbb{P}[\text{spam}, E] = \mathbb{P}[\text{spam}]\,\mathbb{P}[\neg p \mid \text{spam}]\,\mathbb{P}[r \mid \text{spam}]\,\mathbb{P}[\neg s \mid \text{spam}]\,\mathbb{P}[\neg u \mid \text{spam}]\,\mathbb{P}[y \mid \text{spam}]\,\mathbb{P}[a \mid \text{spam}] =$$

Hipotesis Naive + Th. Fundamental

$$= \frac{\cancel{2}}{3} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \underbrace{\frac{1}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{2}}{8}}_{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{648} = 0'0015$$

¿ 1/3 1/3 ?

$$\mathbb{P}[\text{spam}=\text{no}, E] = \mathbb{P}[\neg\text{spam}]\,\mathbb{P}[\neg p \mid \neg\text{spam}]\,\mathbb{P}[r \mid \neg\text{spam}]\,\mathbb{P}[\neg s \mid \neg\text{spam}]\,\mathbb{P}[\neg u \mid \neg\text{spam}]\,\mathbb{P}[y \mid \neg\text{spam}]\,\mathbb{P}[a \mid \neg\text{spam}] =$$

$$= \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\cancel{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{2^9} = 0'0058$$

$\Rightarrow$ No spam $(0'0058 > 0'0015)$

EJERCICIO 3.5

CLASIFICADOR DE PELÍCULAS

Opiniones

Just plain Boring −
Entirely predictable and lacks energy −
No surprises and very few laughs −
Very powerfull +
The most fun film of the summer +

Clasificar "predictable with no fun" usando Naive Bayes con corrección de Laplace $p = 1/2$ $m = 2$

---

	plain	Boring	Predictable	Lacks Energy	No Surprises	Few Laughs	Powerful	Fun
C1 −	1	1	0	0	0	0	0	0
C2 −	0	0	1	1	0	0	0	0
C3 −	0	0	0	0	1	1	0	0
C4 +							1	
C5 +								1

luego tendríamos

$\mathbb{P}[\text{plain} | -] = \mathbb{P}[\text{boring} | -] = \mathbb{P}[\text{pred} | -]$
$= \mathbb{P}[\text{lackE} | -] = \mathbb{P}[NS | -] = \mathbb{P}[FL | -] =$
$= \frac{1 + 1}{3+2} = 2/5$

$\mathbb{P}[\ldots] = 1/4$ (para cuando sean positivos)

$\mathbb{P}[\text{Powe} | -] = 1/5$ y $1/2$ si es positivo.
$\shortparallel$
$\mathbb{P}[\text{Fun} | -] = 1/5$

$\Rightarrow$ Negativo : $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 = 0'024 \Rightarrow$ <u>Negativo</u>
$\Rightarrow$ Positivo : $2/5 \cdot 1/4 \cdot 1/2 \cdot (3/4)^4 = 0'015$

EJEMPLO
3.6.
MEDIDAS
RENDIMIENTO

Para un conjunto de datos se han obtenido los siguientes resultados para 3 modelos diferentes:

a)

	VP	FP
	63	28
	37	72
	FN	VN

b)

77	77
23	23

c)

24	88
76	12

i) Calcular Tasa Verdaderos Positivos,
Tasa Falsos Positivos
Tasa Verdaderos Negativos
Precisión

ii) Representar Gráficamente falsos positivos y verdaderos negativos. Deducir mejor.

---

i) Para a)

$$TVP = \frac{VP}{VP+FN} = \frac{63}{63+37} = 0'63$$

$$TFP = \frac{FP}{VN+FP} = \frac{28}{28+72} = 0'28$$

$$TVN = \frac{VN}{VN+FP} = \frac{72}{28+72} = 0'72$$

$$AC = \frac{VN+VP}{total} = \frac{63+72}{200} = 0'675$$

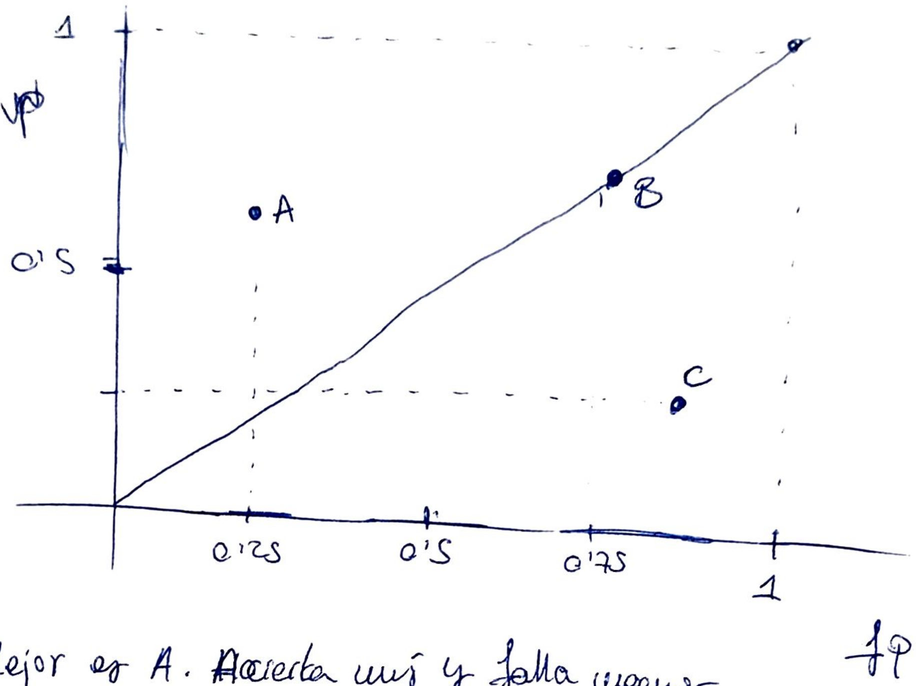
Para b)

$TVP = 0'77$
$TFP = 0'77$
$TVN = 0'23$
$AC = 0'5$

Para c)

$TVP = 0'24$
$TFP = 0'88$
$TVN = 0'12$
$AC = 0'18$

ii)



Mejor es A. ~~A~~certa más y falla menos.

PRGUNTA DIAPOSITIVAS ESPACIO ROC

¿Cual inspira mayor confianza?

a) $\begin{pmatrix} 50 & 50 \\ 50 & 50 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 70 & 30 \\ 30 & 70 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 5 & 95 \\ 95 & 5 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 95 & 5 \\ 95 & 5 \end{pmatrix}$

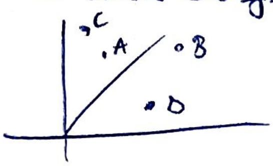
o

El de mayor diagonal dominante. En este caso b)

Si pudiesemos coger C y tomar C^* de forma que si C dice a, entonces C^* dice b) y cuando C dice b, C^* dice a, cogeria C pues C^* daría $\begin{pmatrix} 95 & 5 \\ 5 & 95 \end{pmatrix}$

Pregunta Diapositivas Espacio Roc II

¿Cual más confiable?



C

PREGUNTA 3 DIAPOSITIVAS CURVA ROC

Queremos decidir si un jurado condena a cadena perpetua a un sospechoso o lo deja libre. Se aplica la presunción de inocencia como principio

a) condenaría culpable si la probabilidad de serlo es mayor de 0'4
b) " " " " " " " " " " 0'5
c) " " " " " " " " " " 0'9

La correcta sería la 0'9 pues de esta forma evitamos falsos ~~positivos~~, aunque aumentan falsos negativos, es decir, disminuimos la probabilidad de condenar a alguien inocente aunque pueda que aumenten los culpables libres.

PREGUNTA 1
CURVA ROC

Clasificador con más confianza?

a) AUC 0'9 → Este, el mayor auc posible (10 no puede ser auc < 1)
b) AUC 0'2
c) AUC 10
d) Ninguno

PREGUNTA
ULTIMA CLASE
9 10 11

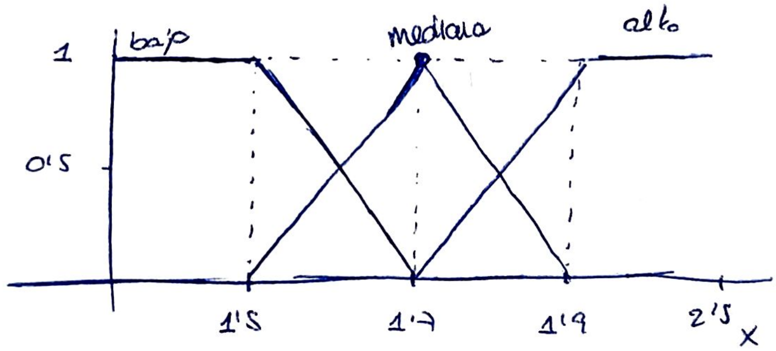
Afirmación más acertada?

a) La única forma fiable de comparar modelos a la función de reconstitud, mayor reconstitud, mejor modelo
b) Única forma de comparar modelos es AUC. Mayor AUC mejor modelo
c) Única forma de comparar modelos es precisión, mejor precisión mejor modelo.
d) Ninguna → Esto que todas son formas válidas, no son únicas.

EJERCICIOS LOGICA DIFUSA

EJEMPLO 4.1. ALTURA

Consideramos la variable linguistica altura de los seres humanos que toma valores en el universo de discurso $U=[1'4, 2'5]$ Consideraremos alto, mediano y bajo como los conjuntos difusos siguientes:



a) Calcular alpha-corte 0'5 de mediano.
b) Nucleo de mediano
c) Soporte de mediano
d) Puntos de Cruce de mediano.

---

a) En qué puntos se alcanza 0'5 en mediano? las rectas son

i) $1 = m\,1'7 + n$
$0 = m\,1'5 + n$
$1 = 0'2m \Rightarrow m = \frac{1}{0'2} = 5$
$0 = 5(1'5) + n \Rightarrow n = -7'5$

$\Rightarrow 0'5 = 5x - 7'5$
$\Rightarrow x = 8/5 = 1'6$

ii) $1 = m\,1'7 + n$
$0 = m\,1'9 + n$
$1 = -0'2m \Rightarrow m = -5$
$0 = 1'9(-5) + n \Rightarrow n = 5 \cdot 1'9 = 9'5$

$\Rightarrow 0'5 = -5x + 9'5$
$\Rightarrow x = 9/5 = 1'8$
$\Downarrow$
αcorte $0'5 = [1'6, 1'8]$

b) 1'7
c) (1'5, 1'9) d) 1'6 , 1'8

EJEMPLO 4.2.

A partir de los siguientes datos, graficar el conjunto difuso A, sabiendo que toma valores discretos.

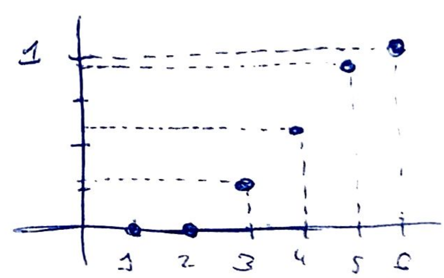
Tirada	Pertenencia
1	0
2	0
3	0'3
4	0'6
5	0'9
6	1

Calcular:

a) Soporte
b) Nucleo
c) Alfa-corte 0'6 y estricto
d) Altura

———— o ————

a) Soporte es aquellos en que toma pertenencia > 0
$S = \{3, 4, 5, 6\}$



b) Nucleo es donde toma 1, luego $N = 6$

c) 0'6-corte $= \{4, 5, 6\}$
0'6-corte estricto $= \{5, 6\}$

d) $h = 1$ (normalizado)

EJERCICIO 4.1.

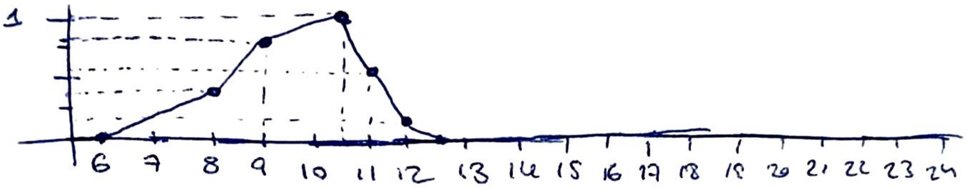
Sea $U = [0, 24] \subset \mathbb{R}$. Consideremos un dia de verano. Dar definiciones razonables de los siguientes conjuntos difusos.

a) la mañana
b) la tarde
c) la noche
d) la madrugada
e) sobre las dos de la tarde

———— o ————

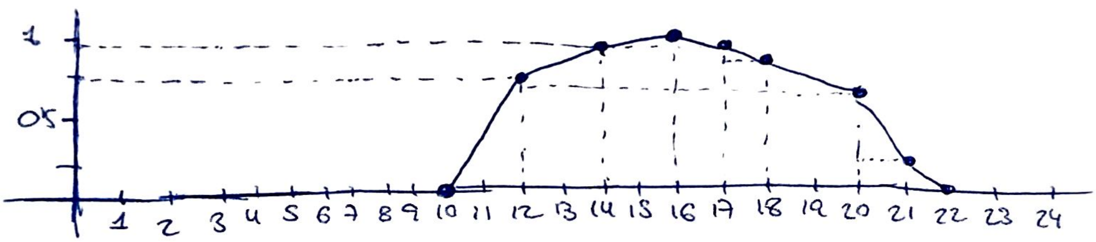
Considerando valores continuos:

a) Mañana: ((0/6), (0'4, 8), (0'8, 9) (1, 10'5) (0'6, 11)
(0'3, 12) (0, 12'5))

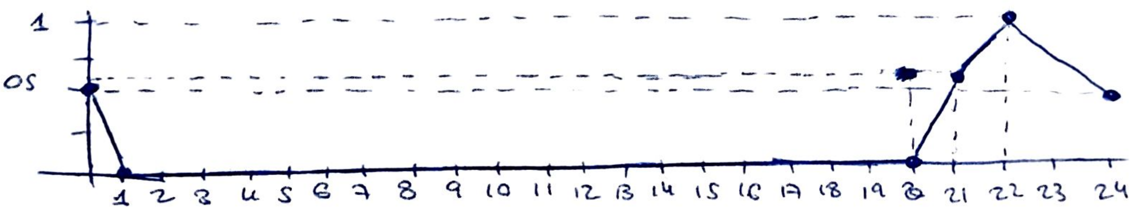


b) Tarde

((0/10) (0'7/12) (0'9/14) (1/16) (0'9/17) (0'8/18) (0'7/20)
(0'2/19) (0, 22))

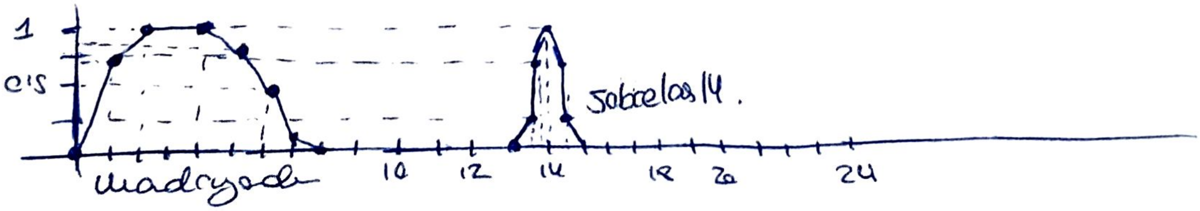


c) Noche ((0/20) (0'6/21) (1/22) (0'5/24) (0'5/0) (0, 1))



d) Madrugada

((0/0) (0'7/1) (1/2) (1/4) (0'8/5) (0'5/6) (0/8) (0'1/7))



Sobre las 2 de la tarde

((0/13) (0'2/13'5) (0'5/13'75) (1/14) (0'5/14'25) (0'2/14'5) (0/15)

EJERCICIO 4.2

Para cada función siguiente, indicar si puede ser una función de pertenencia de un conjunto difuso sobre $\mathbb{R}$. En caso afirmativo, dar una descripción verbal intuitiva

a) $sen(x)$

b) $|sen(x)|$

c) $u(x) = \begin{cases} 0 & si\ x<0 \\ 1 & si\ x \geq 0 \end{cases}$

d) $\delta(x) = \begin{cases} \infty & si\ x=0 \\ 0 & si\ x\neq 0 \end{cases}$

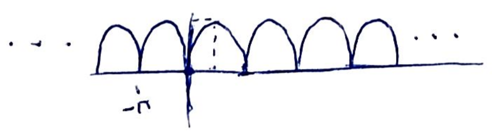
e) $f(x)$ función de densidad de probabilidad

f) $F(x)$ función de distribución de probabilidad.

---

a) No puede pues $sen(x)$ toma valores negativos.

b) Sí puede



Números que tiene parte entera que se encuentran a una distancia más o menos de $\pi/2$ de un múltiplo de π en la forma $n\pi$ con $n \in \mathbb{Z}$.

c) Sí, números positivos y negativos

d) No, toma valores mayores a 1

e) No $\int_a^b f$ puede tomar valores mayores que 1.

f) Sí, que simboliza la misma cosa que la distribución

Ejercicio 4.3.

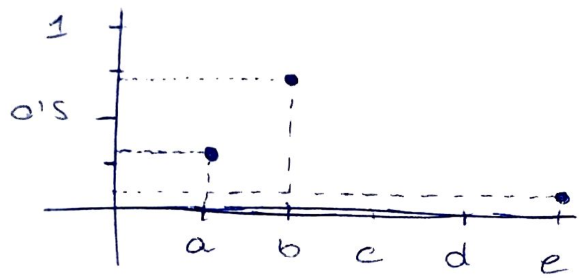
Sea $U = \{a, b, c, d, e\}$

Conjunto difuso $C = 0'3/a + 0'7/b + 0'1/e$

a) Nucleo
b) Soporte
c) Altura

d) Mayor α tal que α-corte no estricto = Soporte(C)
e) " " " " " " " = nucleo

—— a ——



Nucleo = $\emptyset$

Soporte = $\{a, b, e\}$

Altura = $0'7$

d) $\alpha = 0'2$

e) $\alpha = 1$

EJERCICIO 4.4.

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Alfa-cortes no estrictos → $C_\alpha \begin{cases} \{1,3,4,6\} & 0 < \alpha \leq 0'3 \\ \{1,3,6\} & 0'3 < \alpha \leq 0'8 \\ \{1,6\} & 0'8 < \alpha \end{cases}$

Todos los conjuntos difusos que satisfacen esas condiciones serían los D_i tales que

$$D_i = 1/\alpha_i + 2/0 + 3/\beta_i + 4/\gamma_i + 5/0 + 6/\xi_i$$

donde $\alpha_i \geq 0'8$, $\alpha_i \leq 1$ $\quad \beta_i \in [0'3, 0'8) \quad \gamma_i \in (0, 0'3) \quad \xi_i \in [0'8, 1]$

$\boxed{\text{Ejercicio 4.B}}$

Definimos sobre $\mathbb{N}$ los siguientes conjuntos:

"Unos Cuantos": $0'5|3 + 1|4 + 1|5 + 0'5|6$

"Poco Mayor Que Uno": $1/2 + 0'8|3 + 0'5|4 + 0'2|5$

F3: Resultado de sumar unos cuantos veces un número poco mayor que uno.

Queremos núcleo y soporte de F3.

——— o ———

Si se sumase 3 veces el 2 tendríamos 6, ¿con qué pertenencia? es una especie de composición luego tomemos el producto $1 \cdot 0'5 = 0'5$.

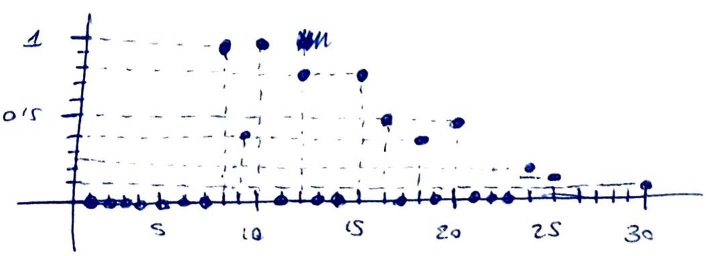
3 veces el 3 ⇒ 9 con pertenencia $0'8 \cdot 0'5 = 0'4$
3 veces el 4 ⇒ 12 con pertenencia $0'25$
3 veces el 5 ⇒ 15 con pertenencia $0'1$

8 → 1
9 → 0'4
10 → 1
12 → 0'8
15 → 0'8
16 → 0'5
20 → 0'5
25 → 0'2
18 → 0'4
24 → 0'25
30 → 0'1

4 veces el 2 ⇒ 8 con función de pertenencia $1 \cdot 1 = 1$
4 veces el 3 ⇒ 12 con función de pertenencia 0'8
4 " " 4 ⇒ 16 - - - - - - 0'5
4 " " 5 ⇒ 20 - - - - - - 0'2

$5 \cdot 2 = 10$ y $1 \cdot 1 = 1$ $5 \cdot 4 = 20$ y $1 \cdot 0'5 = 0'5$
$5 \cdot 3 = 15$ y $1 \cdot 0'8 = 0'8$ $5 \cdot 5 = 25$ y $1 \cdot 0'2 = 0'2$

$6 \cdot 2 = 12$ y $0'5 \cdot 1 = 0'5$
$6 \cdot 3 = 18$ y $0'5 \cdot 0'8 = 0'4$
$6 \cdot 4 = 24$ y $0'5 \cdot 0'5 = 0'25$
$6 \cdot 5 = 30$ y $0'5 \cdot 0'2 = 0'1$



Unimos todo y queda

Núcleo = {8, 10}
Soporte = {8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30}

EJERCICIO 4.7

Una relación difusa entre dos conjuntos nítidos U y V es un conjunto difuso sobre $U \times V$.

Dar relaciones lógicas entre:

i) "x disfruta estudiando y" x soy yo e y una asignatura que curso ahora

ii) "x cerca de y" $x, y \in \{$Nerja, Marbella, Fuengirola, Bilbao$\}$

iii) "x mucho mayor que y" donde $x, y \in \mathbb{N}$.

---

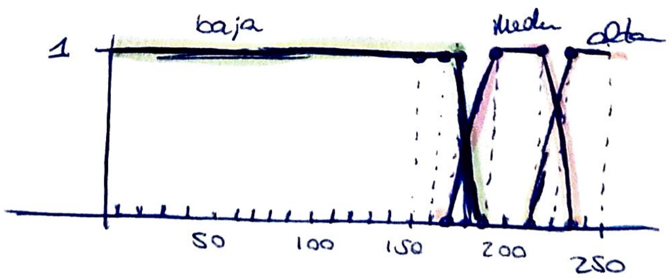
i) 0'4/SII + 0'7/Concurrencia + 0/Software + 0'9/MNII +
+ 0'5/ALTV + 0'7/Curvas

ii) 0'7/Nerja×Marbella + 0'6/Nerja×Fuengirola + 0'05/Nerja×Bilbao +
+ 0'9/Marbella×Fuengirola + 0'03/Marbella×Bilbao + 0'02/Fuengirola×Bilbao

iii)

$$\mu(x,y) = \begin{cases} 0'1 & \text{si } |x-y| > 10 \\ 0'2 & \text{si } |x-y| > 20 \\ \vdots & \\ 1 & \text{si } |x-y| > 100 \end{cases}$$

EJERCICIO 3 CLASES TU PARTE 1



No alta → 1-alta (1/210, 0/220, 0/240, 0/250)

Baja∪Media → Sacamos la intersección de dos rectas

$1 = 180m + n$
$0 = 190m + n$

$1 = -10m \Rightarrow m = -0'1$

$1 = 180(-0'1) + n \Rightarrow$
$\Rightarrow 19 = n$

$y = -0'1x + 19$

$190m + n = 1$
$170m + n = 0$

$20m = 1 \Rightarrow m = 1/20 = 0'05$

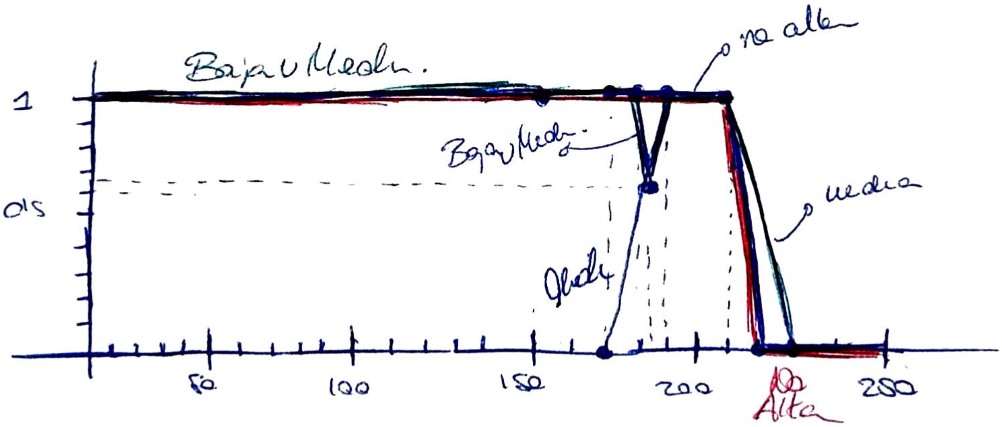
$0 = 170(0'05) + n$
$n = -8'5$

$y = +0'05x - 8'5$

$0'05x - 8'5 = -0'1x + 19 \Leftrightarrow x = 183'3 \Rightarrow y = 0'66$

⇒ Baja u Media = (1/150, 1/170, 1/180, 0'66/183'3,
1/~~190~~, 1/210, 0/230)

Media ∩ No Alta. = (0/170, 1/190, 1/210, 0/220)



EJERCICIO 4.8

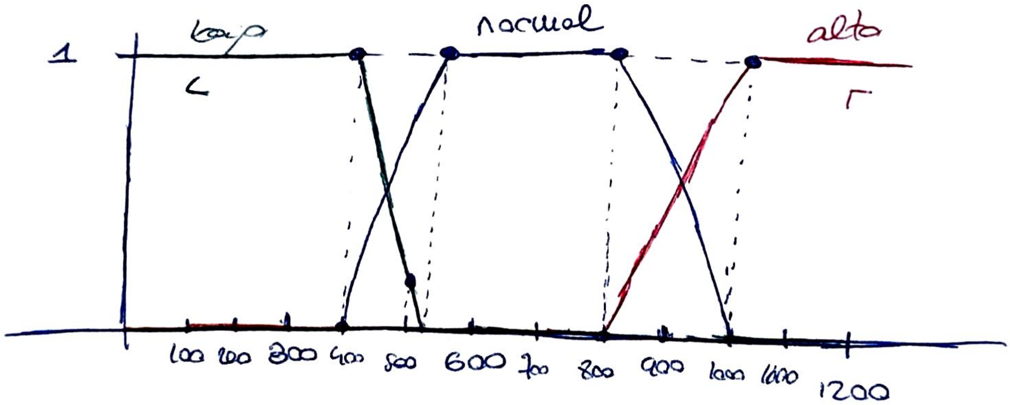
Numero Revoluciones

↳ Alto > 1000   1200 tope
  algo alto 800

↳ bajo < 400,   algo bajo < 500

a) Representar Graficamente todo solo con funciones L, Γ, π

b) Idem pero añade normal si no es alto ni bajo

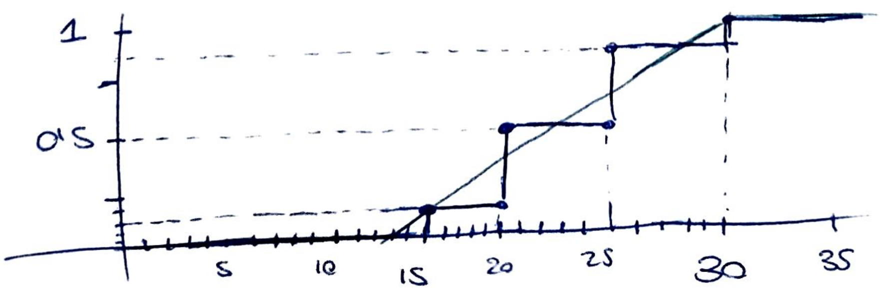


EJERCICIO 4.9

Servicio

$$rico(x) = \begin{cases} 0 & si\ x < 15 \\ 0'167 & si\ 15 \leq x < 20 \\ 0'50 & si\ 20 \leq x < 25 \\ 0'823 & si\ 25 \leq x < 30 \\ 1 & si\ x \geq 30 \end{cases}$$

en como está definida actualmente



queremos

actual

Buscamos la media

Recta que pasa por

$(15, 16'7)$ y $(30, 100)$

$$100 = 30m + n$$
$$16'5 = 15m + n$$

$$83'5 = 15m \Rightarrow m = 5'56$$
$$100 = 30(5'56) + n \Rightarrow n = -67$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{y = 5'56x - 67}}$$

Luego la mínima será

$$0 = 5'56x - 67 \Leftrightarrow x = \frac{67}{5'56} \Rightarrow x = 12'05 \simeq 12$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 12'05 \\ 5'56x - 67 & \text{si } 12'05 \leq x < 30 \\ 1 & \text{si } x \geq 30 \end{cases}$$

EJERCICIO 4.11

Para el ejemplo 4.1.
Representar:

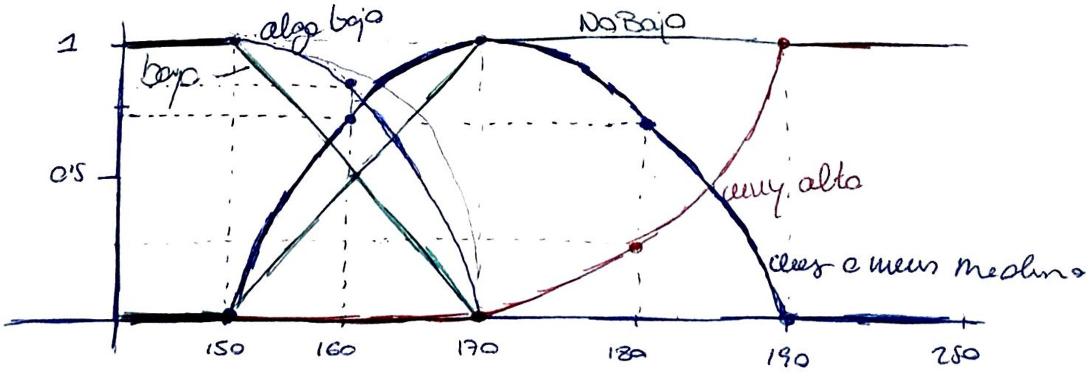
i) NoBajo
ii) Muy alto
iii) Algo Bajo
iv) Más o menos mediano

Calcular x en que más difieren μ_{bajo} y $\mu_{algo\ bajo}$. Valor de esa diferencia

Bajo = ((1|1'5)(0'1'7))
Mediano = ((0|1'5)(1|1'7)(0|1'9))
Alto = ((0|1'70)(1'1'9))

i) NoBajo = ((0|1'5)(1|1'7))
ii) MuyAlto = ((0|1'7),(1|1'9)) (alto^2) → 1'8 ~ 0'25
iii) AlgoBajo = $\sqrt[3]{bajo}$ → 1'6 ~ 0'~~79~~ ≃ 0'8
iv) Más o menos Mediano = $\sqrt[2]{mediano}$

→ 1'6 y 1'8 ≃ 0'7



Buscamos ahora la diferencia máxima entre algo bajo y bajo.
La recta que define a bajo es la siguiente

$1 = 150m + n$
$0 = 170m + n$

$-1 = 20m \Rightarrow m = -\frac{1}{20} = 0'05$ $\qquad -0'05x + 8'5$

$n = -170\left(-\frac{1}{20}\right) = 8'5$

algo bajo queda como $\sqrt[3]{bajo}$

Maximizamos algo bajo − bajo $\quad f(t) = \sqrt[3]{t} - t$

$$f'(t) = \frac{1}{3\sqrt[3]{t^2}} - 1$$

ahora ~~calculamos~~

$$f\circ g(x) = \sqrt[3]{-0'05x+8'5} + 0'05x - 8'5$$

$$(f\circ g)'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(-0'05x+8'5)^2}} \cdot (-0'05) + 0'05$$

~~Se anula~~ $\iff 0'05 - \frac{0'05}{3\sqrt[3]{\quad}} = 0$

$\iff 3\sqrt[3]{(-0'05+8'5)^2} = 1 \iff 27(-0'05+8'5)^2 = 1$

$\iff -0'05x + 8'5 = \frac{1}{\sqrt{27}} \iff x = \frac{\frac{1}{27} - 8'5}{-0'05} = 170$

No tiene sentido pues en 170 ambos

coinciden, graficando se ve que se alcanza en

160 para bajo

Me habré equivocado al calcular.

EJERCICIO 4.18

Reglas

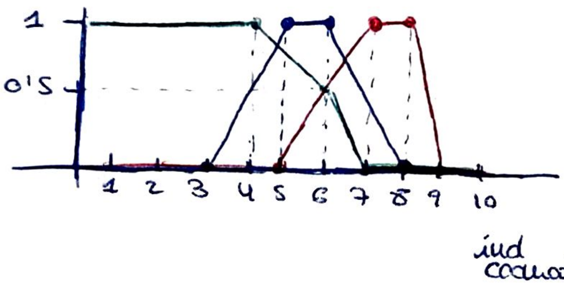
1) PocoCrudas ⇒ TempAlta
2) GalletasMedio ⇒ TempMedia
3) Doraditas ⇒ TempBaja

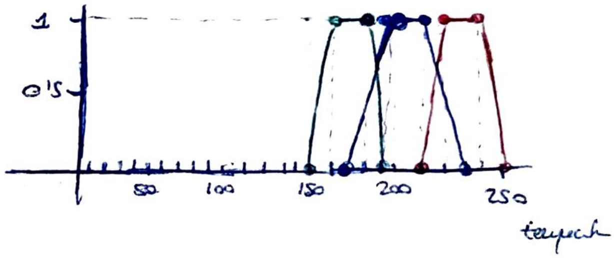
Conjuntos Difusos

- PocoCrudas: (1/4, 0'5/6, 0/7)
- MedioHechas: (0/3, 1/5, 1/6, 0/8)
- Doraditas: (0/5, 1/7, 1/8, 0/9)

Temperatura

Baja (0/150, 1/160, 1/180, 0/190)
Media (0/170, 1/190, 1/210, 0/230)
Alta (0/210, 1/220, 1/240, 0/250)





Indice Cromatico = 6

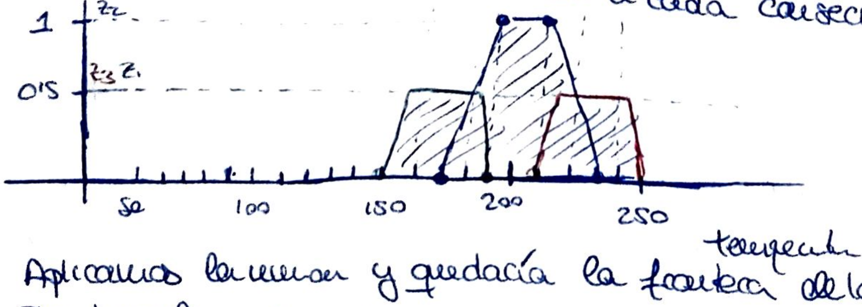
a) Trazar graficamente el sistema mostrando el resultado producido por cada regla y el conjunto difuso resultante de temperatura.

b) Temperatura aplicada con técnica media valores maximos.

Como la entrada es nitida, $ic = 6$. Calculamos las activaciones de cada regla, z_i con $\mu_i(6)$.

Para poco crudas $\mu_{pc}(6) = 0'5 = z_1$
Para medio hechas $\mu_{mh}(6) = 1 = z_2$
Para Doraditas $\mu_d(6) = 0'5 = z_3$ (graficamente)

Luego nos quedaria los siguientes conjuntos para temperaturas aplicandolas (aplicamos intersección a cada consecuente de las reglas $z_i \cap d_i$)



Aplicamos la union y quedaría la frontera de la zona sombreada ⇒ $t = \frac{210+190}{2} = 200$

EJERCICIO 4.19.

Reglas

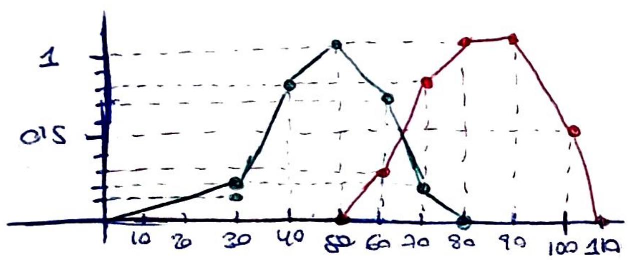
R1) T alta ⇒ P alta

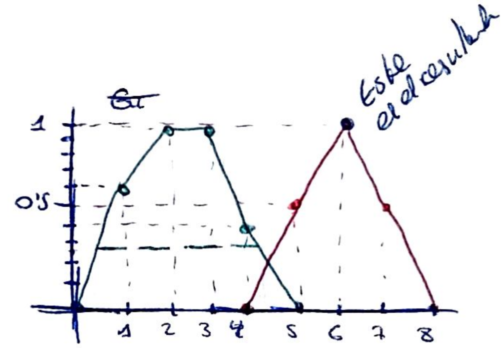
R2) T baja ⇒ P baja

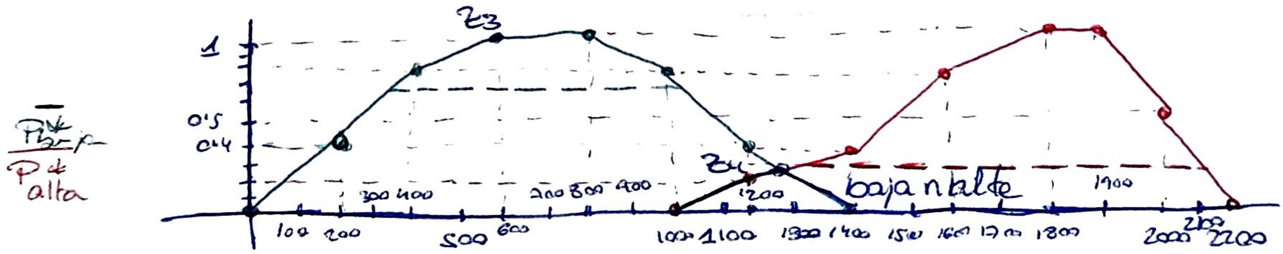
R3) P baja ⇒ Comb Grande

R4) P alta ⇒ Comb Pequeña

Conjuntos Difusos







Primer valor llama. $Temp_0 = 60°C$

Aplicamos primero R1 y R2

$\mu_{baja}(60) = 0'7 = z_2$

$\mu_{alta}(60) = 0'3 = z_1$ Entonces se selecciona presión baja

Ahora conociendo que presión es baja. Calculamos las intersecciones baja∩baja = baja baja∩alta

$z_3 = 1$

z_4 es intersección de dos rectas

$$\begin{aligned} 0'4 &= 1200m + n \\ 0 &= 1400m + n \\ \hline -0'4 &= 200m \Rightarrow m = -\frac{0'4}{200} = -0'002 \end{aligned}$$

$\Rightarrow n = 1400(0'002) = 2'8$

$y = -0'002x + 2'8$

$$\begin{aligned} 0'2 &= 1200m + n \\ 0'4 &= 1400m + n \\ \hline 0'2 &= 200m = m = 0'001 \end{aligned}$$

$0'2 = 1200 \cdot 0'001 + n$

$\Rightarrow n = -1$

$y = 0'001x - 1$

$0'001x - 1 = -0'002x + 2'8$

$0'003x = 3'8$

$x = 1266'6 \Rightarrow z_4 = 0'001 \cdot 1266'6 - 1 = 0'26$

6 de Combustible

EJERCICIO 4.20

R1) Ruido Normal ∩ Temp Alta ⇒ Velocidad Suave

R2) Ruido Normal ∩ Temp No Alta ⇒ Velocidad Moderada

R3) Ruido Bajo ⇒ Velocidad alta

R4) Velocidad Suave ⇒ Ff normal

R5) Velocidad Moderada ⇒ Ff alta.

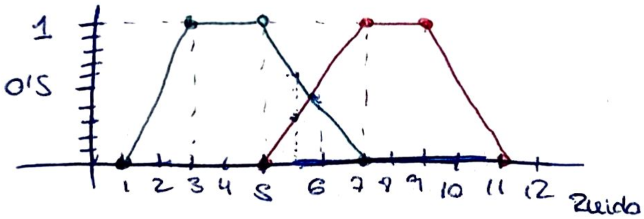
R6) Velocidad alta ⇒ Ff alta.

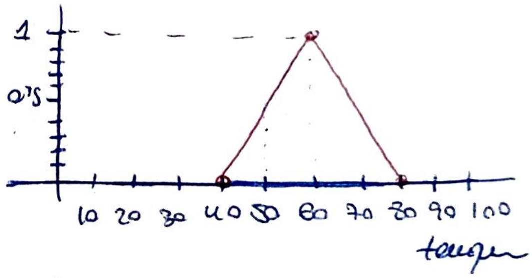
$T_0 = \cancel{30}$

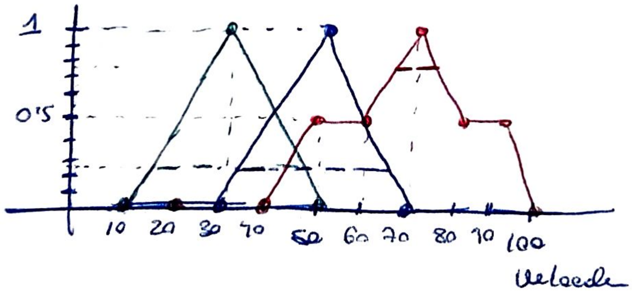
$R_0 = 5'5$

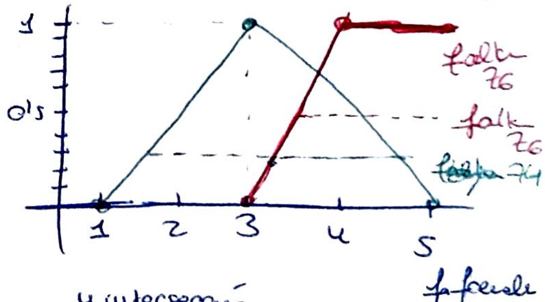
Ff. MediaMax.

Conjuntos Difusos









y intersección

$Z_{11} = \mu_{normal}(5'5) = 0'25$ aprox visual

$Z_{12} = \mu_{talta}(30) = 0'35$

$\Rightarrow Z_1 = 0'25$

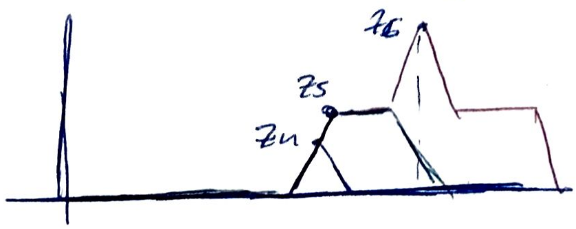
$Z_{21} = \mu_{normal}(5'5) = 0'25$

$Z_{22} = \mu_{noalta}(50) = 1 - 0'5$

$\Rightarrow Z_2 = 0'25$

$Z_3 = 0'75$ ⇒ Aplicar regla 3 ⇒ (líneas discontinuas)

Calculamos intersecciones y $Z_6 = 1$ y el resto más bajos



bajo ∩ alta

alta ∩ alta

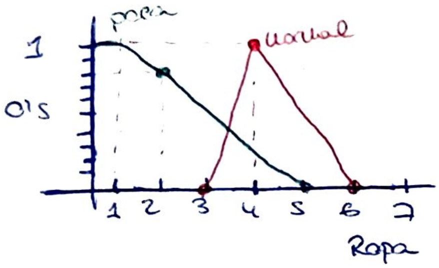
alta ∩ media

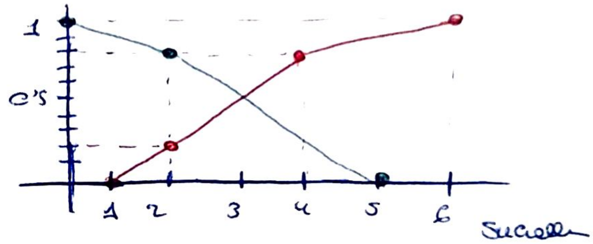
(líneas discontinuas)

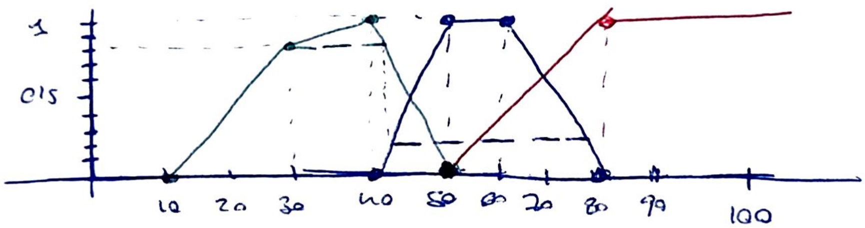
⇒ Ff alta : Media Máximos $= \frac{\cancel{4}\,5}{2} = 4'5$

EJERCICIO 2
ANTECEDENTES
COMPUESTOS

R1) PocaRopa ∩ SuciedadMuyBaja ⇒ Det Escasa
R2) PocaRopa ∩ Suciedad Alta ⇒ Det Normal
R3) NormalRopa ∩ SucioBajo ⇒ Det Normal
R4) NormalRopa ∩ Sucio Alto ⇒ Det Mucho.







is = 2 2kg

$Z_{11} = 0'8$, $Z_{12} = 0'8$? $\Rightarrow$ $Z_1 = 0'8$ (0 ?)

$Z_{21} = 0'8$, $Z_{22} = 0'2$ $\Rightarrow$ $0'2$ (y cuter ?)

$Z_{31} = 0$, $Z_{41} = 0$ son intersecciones $\Rightarrow Z_3 = Z_4 = 0 \Rightarrow$ No aplican

Como Maximo de Det Escasa entre 30 y 42 usando la media $\Rightarrow \frac{72g}{2}$ de det. = 36g

desde que va de 1 en 40 a 0 en 50, baja media a media, como baja a 0'8, de 1, baja 2 ud, luego x pasa 2, ie, 42

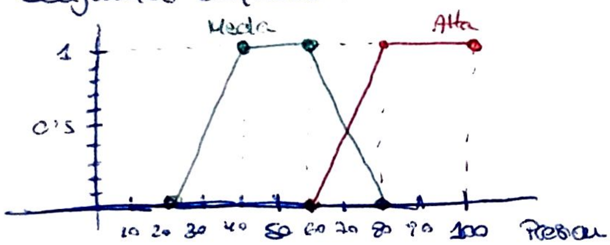
EJERCICIO 4.21

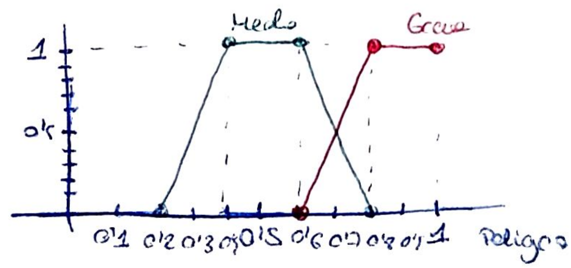
Presión $\in [20,100]$ ...
Grado Peligro $\in [0,1]$ ...

R1) Pr Alta $\Rightarrow$ GP Grave
R2) Pr Media $\Rightarrow$ GP medio

a) $P = 60$
b) $P = 70$

Conjuntos Difusos.





a) $P=60$

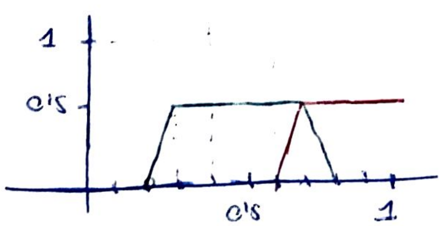
$\Rightarrow z_1 = \mu_{media}(60) = 1$
$z_2 = \mu_{alta}(60) = 0$

luego aplica la regla 2, luego GP = medio en concreto tomando la media de valores maximos GP=0'50

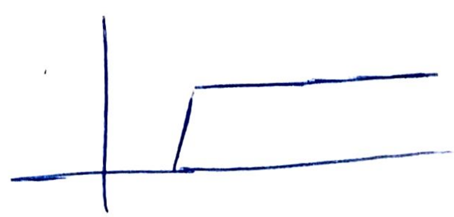
b) $P=70$

$z_1 = \mu_{alta}(70) = 0'5$
$z_2 = \mu_{media}(70) = 0'5$

$\Rightarrow$



Aplicamos la unión y obtenemos



La media de los valores maximos es $\frac{0'3+1}{2} = \underline{0'65}$

EJERCICIO 4.22.

a) Definir variables y valores linguisticos necesarios

b) Va a 750 rpm ¿Fuerza sobre el botón?

---

a) Velocidad

Despacio: ((500|1)(1000|0))

Deprisa: ((1000|0)(1500|1))

FuerzaBotón

Poca((6|1)(10|0))

Mucha((10|0)(14,1))

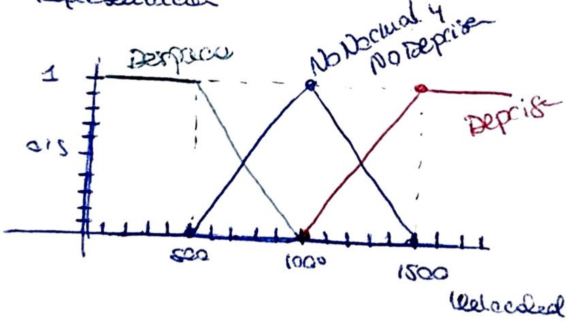
Normal((6|0)(10|1)(14|0))

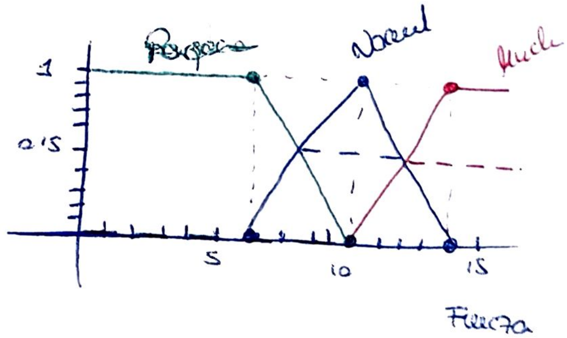
b) R1) Despacio ⇒ Mucho

R2) Deprisa ⇒ Poco

R3) NoDespacio y NoDeprisa ⇒ Normal

Representación





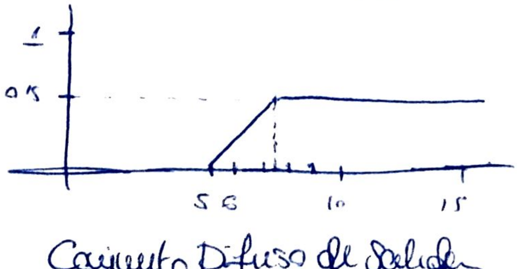
750 rpm

⇒ $Z_1 = \mu_{desp}(750) = 0'5$

$Z_3 = \mu_{nodesp\,nodepr}(750) = 0'5$

$Z_2 = \mu_{dep}(750) = 0$ (No aplica)

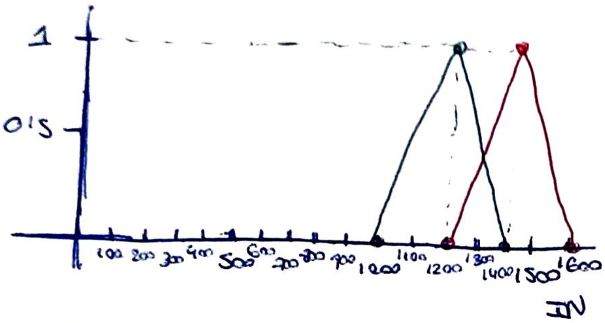
Unimos resultados y queda

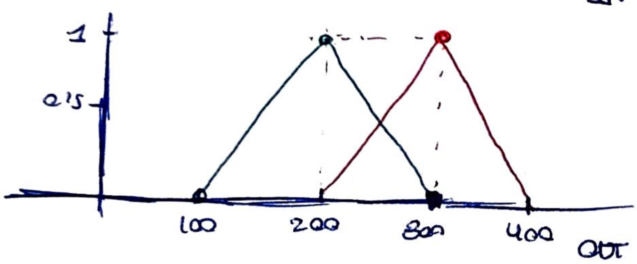


Conjunto Difuso de Salida

Valor medio de salida $= \frac{7'5+15}{2} = 11'25$

EJERCICIO 4.23





R1) InBajo ⇒ OutBajo
R2) InAlto ⇒ OutAlto

a) x Nitido con Centroide
b) x nitido MOM
c) x $[x-20, x+20]$ ∧ MOM

a) Calculamos

$$z_1 = \mu_{bajo}(x)$$
$$z_2 = \mu_{alto}(x)$$

Sea $z = \max\{z_1, z_2\}$

Considero $outBajo^* = \min\{\mu_{outBajo}, z_1\} = O_1$

$OutAlto^* = \min\{\mu_{outalto}, z_2\} = O_2$

Tomo como resultado el conjunto difuso

$A = outBajo^* \vee outAlto^*$ y calculo el valor nitido res $= COG(A)$

b) Igual pero res tomo $MOM(A)$

c) Considero el conjunto difuso

B dado por una función X de soporte $[x-20, x+20]$

Consideramos

$$z_1 = \max\{B \wedge OutBajo\}$$
$$z_2 = \max\{B \wedge OutAlto\}$$
$$z = \max\{z_1, z_2\}$$

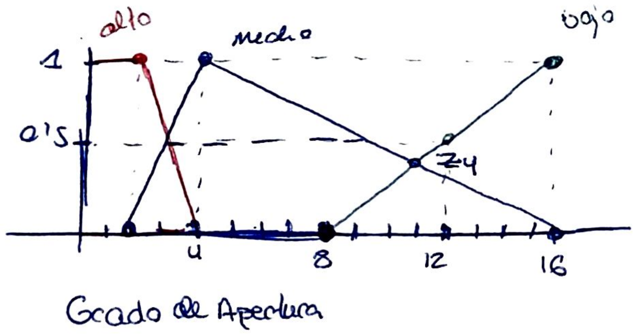
y repito como antes.

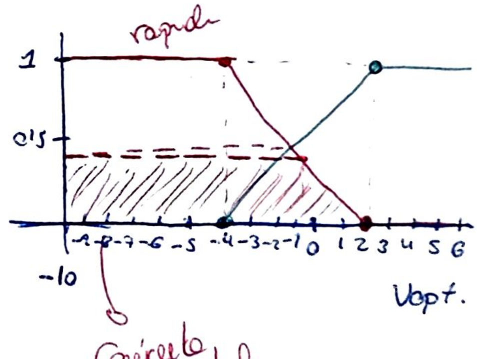
$\boxed{\text{EJERCICIO 4.24}}$

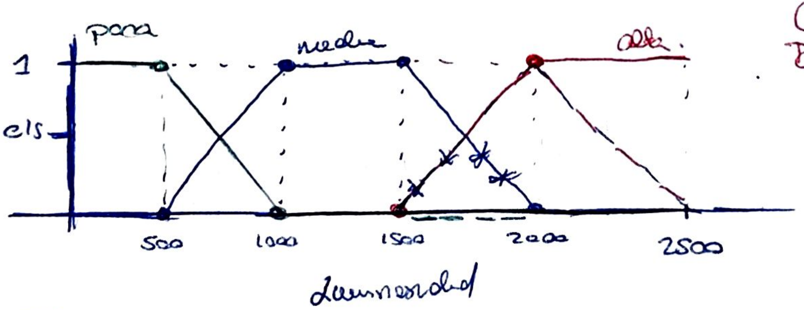
R1) Luminosidad Poca ⇒ G.A. alto
R2) Luminosidad Media ⇒ G.A. Medio.
R3) Luminosidad Intensa ⇒ G.A. bajo
R4) G.A alto o medio ⇒ V.opt rapida
R5) G.A alto ⇒ Vopt. lenta.

Luminosidad Actual

$(0/1500,\ 1/2000,\ 0/2500)$







-- entrada n poca
-- la entrada
-- alta inter entrada
—✱— media n entrada

$$\left.\begin{array}{l} Z_1 = 0 \\ Z_2 = 0'5 \\ Z_3 = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{g.a. bajo}$$

$$\begin{array}{l} -4m + n = 1 \\ 2m + n = 0 \\ \hline -6m = 1 \\ m = -1/6 \\ n = 1/3 \end{array} \qquad y = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$$

$$0'4 = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -2/5$$

$$\frac{-10 - 2/5}{2} = \underline{\underline{-5'2}}$$

$Z_5 = 0$

Z_4:

$$\begin{array}{l} 1 = 4m + n \\ 0 = 16m + n \\ \hline -1 = 12m \Rightarrow m = -1/12 \\ n = -16(-1/12) = 4/3 \\ y = -\frac{1}{12}x + \frac{4}{3} \end{array} \qquad \begin{array}{l} 0 = 8m + n \\ 1 = 16m + n \\ \hline 1 = 8m \Rightarrow m = 1/8 \\ n = -1 \\ y = \frac{1}{8}x - 1 \end{array}$$

$$-\frac{1}{12}x + \frac{4}{3} = \frac{1}{8}x - 1 \Leftrightarrow x = \frac{7}{3} \Big/ \frac{5}{24} = 11'2$$

$$Z_4 = 2/5 = 0'4$$