Problema 1. La abuela María prepara sus deliciosas galletas caseras de forma artesanal desde hace más de 40 años. El toque secreto de la receta consiste en hornearlas cuidadosamente de acuerdo con las siguientes reglas:

R1. Si las galletas están un poco crudas, entonces la temperatura del horno debe ser alta.
R2. Si las galletas están medio hechas, entonces la temperatura del horno debe ser media.
R3. Si las galletas están doraditas, entonces la temperatura del horno debe ser baja.

Tras diversas entrevistas con la abuela se han podido establecer los siguientes conjuntos difusos sobre un índice cromático especial (0 = galleta cruda; 10 = galleta chamuscada) y la temperatura del horno:

Índice cromático de las galletas:

un poco crudas: (1/4, 0.5/6, 0/7)
medio hechas: (0/3, 1/5, 1/6, 0/8)
doraditas: (0/5, 1/7)

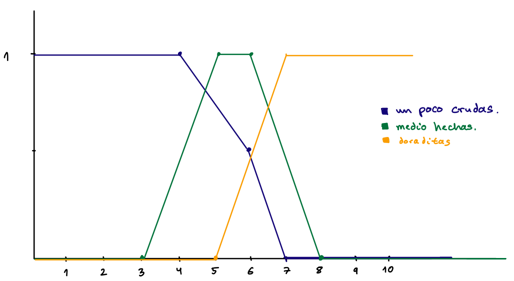
Temperatura del horno (ºC):

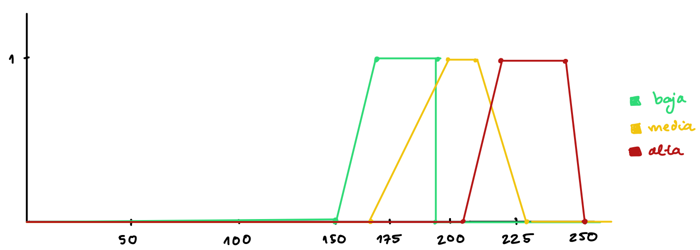
baja: (0/150, 1/160, 1/180, 0/190)
media: (0/170, 1/190, 1/210, 0/230)
alta: (0/210, 1/220, 1/240, 0/250)

Supóngase que se interpretan las reglas anteriores como implicaciones de Mamdani.

a) Suponiendo que en cierto momento el índice cromático de las galletas es 6, ¿Cuál será el valor de temperatura aplicado al horno si se utiliza la técnica del primer valor máximo para obtener valores nítidos?

b) Supongamos que en cierto momento el índice cromático de las galletas es *hechas*, cuya función de pertenencia viene definida por el conjunto (0/5, 1/6, 0/7). ¿Cuál será el valor de temperatura aplicado al horno si se utiliza la técnica de la media de los máximos para obtener valores nítidos?





Asumimos:

R1: Un poco crudas => Temperatura alta.
R2: Medio hechas => Temperatura media.
R3: Doraditas => Temperatura baja.

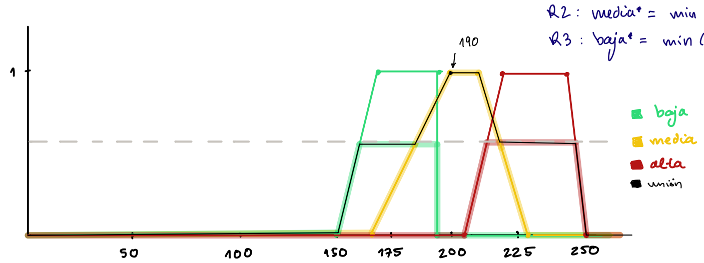
Como implicaciones Mamdani.

a) Calculamos cada uno de los z_i:

$R1 \to z_1 = \mu_{un\_poco\_crudas}(6) = 0{,}5$.
$R2 \to z_2 = \mu_{medio\_hechas}(6) = 1$
$R3 \to z_3 = \mu_{doraditas}(6) = \frac{1-0}{7-5} = 0{,}5$.

Para la activación de reglas como son de Mamdani utilizamos la función del mínimo y obtenemos:

R1: $alta^* = \min(0.5, alta)$
R2: $media^* = \min(1, media)$
R3: $baja^* = \min(0.5, baja)$



Valor nítido: Primer valor máximo: $\boxed{190°}$

b) Entrada: hechas y (0|5, 1|6, 0|7)

R1: z_1 = intersección de hechas y un poco crudas:

hechas: (5, 0) y (6, 1):

$$\begin{cases} 0 = 5a + b \to b = -5a = -5 \\ 1 = 6a + b \end{cases}$$
$1 = a$

$\Rightarrow \boxed{y = x - 5}$

un poco crudas: (4, 1), (6, $\frac{1}{2}$)

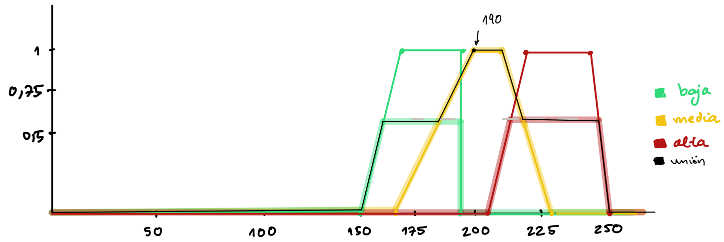
$1 = 4a + b \to b = 1 + 4 \cdot \frac{1}{4} = 2$
$\frac{1}{2} = 6a + b$
$\frac{1}{2} = -2a \to a = -\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{4}x + 2}$

$y = x - 5 \to y = 5{,}6 - 5 = \boxed{0{,}6}$
$y = -\frac{1}{4}x + 2$
$0 = \frac{5}{4}x - 7 \to x = \frac{7 \cdot 4}{5} = 5{,}6$

$z_2 = 1$

$z_3 = 1$



Aplicando la media de los valores máximos, la temperatura a la que debería estar el horno son 200°C.

Problema 2 (antecedentes compuestos). Considérese un sistema para la regulación automática de las cantidades de detergente y tiempo de aclarado que debe utilizar una lavadora industrial. El sistema dispone de las siguientes reglas:

R1. Si la cantidad de ropa es poca o grado de suciedad es muy bajo, entonces cantidad detergente es escasa
R2. Si cantidad de ropa es poca y grado de suciedad es alto, entonces cantidad detergente es normal
R3. Si la cantidad de ropa es normal y grado de suciedad es bajo, entonces cantidad detergente es normal
R4. Si la cantidad de ropa es normal y grado de suciedad es alto, entonces cantidad detergente es mucha

Los valores que toman las variables lingüísticas relacionadas con este ejemplo son los siguientes:

cantidad de ropa (en kilos, de 0 a 7)

poca	(1/0 1/1 0.8/2 0/5)
normal	(0/3 1/4 0/6)

cantidad detergente (en gramos, de 0 a 90)

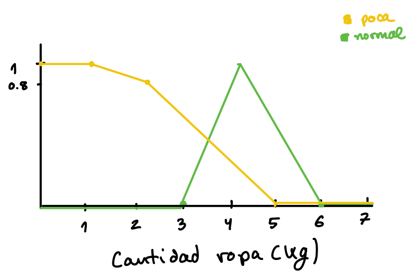
escasa	(0/10 0.8/30 1/40 0/50)
normal	(0/40 1/50 1/60 0/80)
mucha	(0/50 1/80)

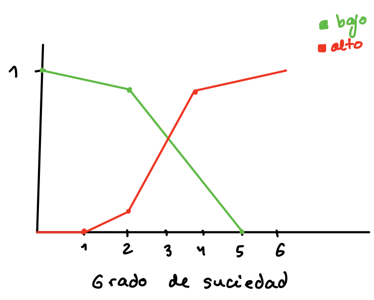
grado de suciedad (de 0 a 6)

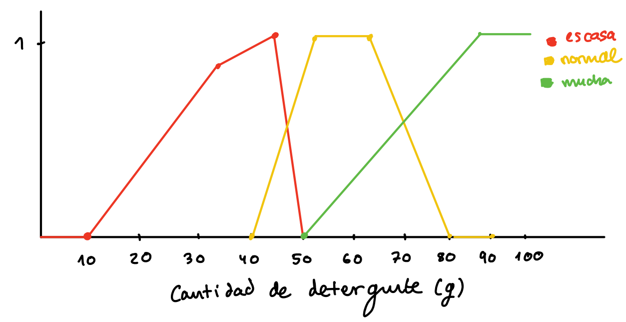
bajo	(1/0 0.8/2 0/5)
alto	(0/1 0.2/2 0.8/4 1/6)

Supongamos que vamos a lavar dos kilos de ropa con índice de suciedad 2. Considerando las reglas anteriores como implicaciones de Mamdani, calcula la cantidad de detergente a utilizar si se usa la media de los valores máximos para obtener el valor nítido.

Representamos los conjuntos difusos dados:







Vamos a obtener los z_i de activación de cada regla

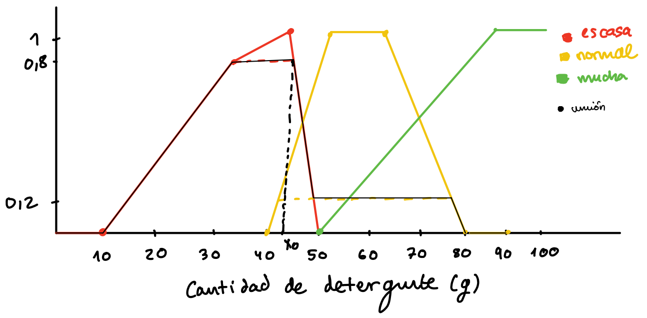
z_1: Hay 2kg ropa => $\mu_{poca-ropa}(2) = 0.8$
IS (índice suciedad) = 2 => $\mu_{muy-baja}(2) = 0{,}2^2$ } => $z_1 = 0{,}8$
Es un O, luego unión

z_2: Hay 2kg ropa => $\mu_{poca-ropa}(2) = 0{,}8$
IS = 2 => $\mu_{suciedad-alta} = 0{,}2$ } $z_2 = 0{,}2$ (es Y, luego intersección).

z_3: Hay 2 kg ropa => $\mu_{ropa\_normal}(2) = 0$ => $z_3 = 0$ (como es intersección no hace falta calcular el resto).

$z_4 = 0$ por el mismo motivo que z_3.

Activación de reglas:



Usando la estrategia de media de los valores máximos debemos determinar la abcisa x_0 que es intersección de $y = 0{,}8$ y de la recta $y = ax + b$ que pasa por $(40,1)$ y $(50,0)$:

$$\begin{aligned} 1 &= 40a + b \\ 0 &= 50a + b \rightarrow b = -50a = 5 \quad \Rightarrow y = -0{,}1x + 5 \\ \hline 1 &= -10a \Rightarrow a = -0{,}1 \end{aligned}$$

Calculemos la intersección $\rightarrow 0{,}8 = -0{,}1x_0 + 5 \Rightarrow x_0 = \dfrac{0{,}8 - 5}{-0{,}1} = 42$

Por tanto, $\dfrac{30 + 42}{2} = 36$. Debemos poner 36 g de detergente.

Problema 3 (encadenamiento de reglas). Considérese un sistema con las siguientes reglas, interpretadas como implicaciones de Mamdani:

R1. Si la temperatura es alta entonces la presión es elevada.
R2. Si la temperatura es baja entonces la presión es baja.
R3. Si la presión es baja entonces la entrada de combustible debe ser grande
R4. Si la presión es elevada entonces la entrada de combustible debe ser pequeña

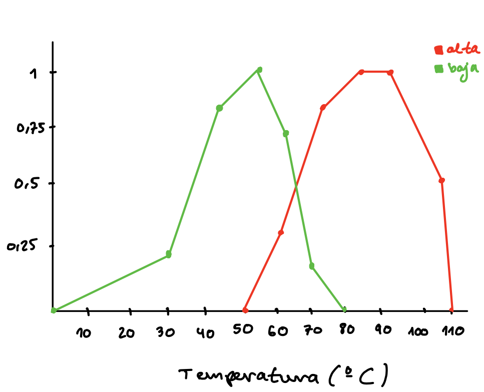
Con los siguientes conjuntos difusos:

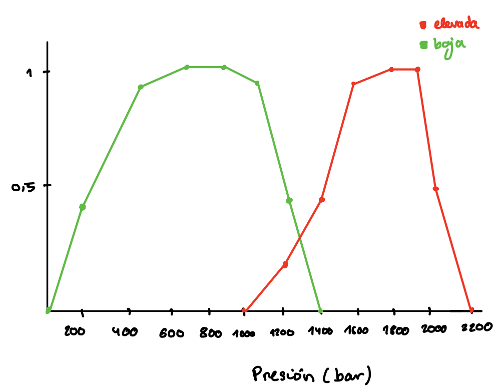
Temperatura(ºC):
baja = (0/0 0.2/30 0.8/40 1/50 0.7/60 0.2/70 0/80)
alta = (0/50 0.3/60 0.8/70 1/80 1/90 0.5/100 0/110)

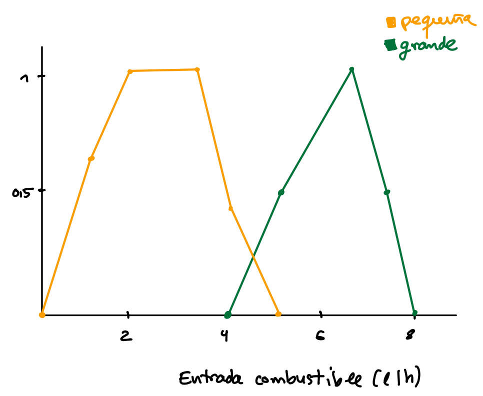
Presión(bar):
baja = (0/0 0.4/200 0.8/400 1/600 1/800 0.8/1000 0.4/1200 0/1400)
elevada = (0/1000 0.2/1200 0.4/1400 0.8/1600 1/1800 1/1900 0.5/2000 0/2200)

Entrada combustible(litros/hora):
pequeña = (0/0 0.6/1 1/2 1/3 0.4/4 0/5)
grande = (0/4 0.5/5 1/6 0.5/7 0/8)

Si la temperatura actual es 60ºC, determina el valor para la entrada de combustible empleando la técnica del primer valor máximo para transformar valores difusos en nítidos







Supongamos que la temperatura actual es 60°C. Queremos obtener la entrada de combustible empleada usando la estrategia del primer valor mínimo. Obtenemos primero cómo será la presión con las reglas 1 y 2 y luego la entrada de combustible con la 3 y 4.

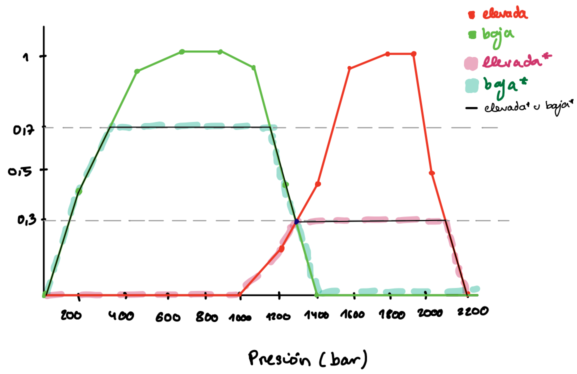
1. Tratar la entrada de la regla:

Como $T_0 = 60°C$, $z_1 = \mu_{t\_alta}(60) = 0{,}3$ y $z_2 = \mu_{t\_baja}(60) = 0{,}7$.

2. Activación de las reglas:

R1: elevada* = min (0.3, elevada) ← (Intersección)

R2: baja* = min (0.7, baja)



3. Acumulación de evidencia: baja* ∪ elevada* → Esta es la entrada para la sig. iteración

4. Tratar entrada de la regla:

R3: $\left.\begin{array}{l}\text{Presión: baja* ∪ elevada*}\\ \text{Si presión = baja}\end{array}\right\}$ $z_3 = \max(\min(\text{baja}^*, \text{baja})) = 0{,}7$

R4: Si presión = elevada → $z_4 = \max(\min(\text{elevada}^*, \text{elevada})) = 0{,}3$

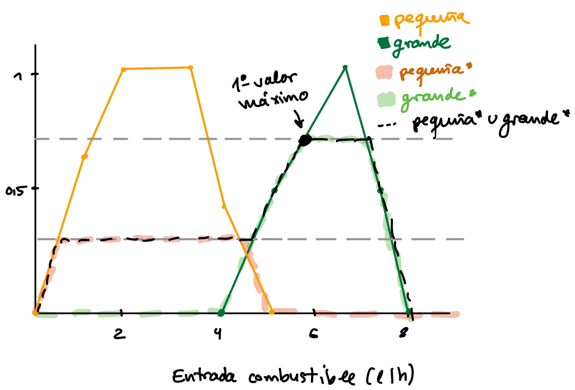
5. Activación de reglas:

grande* = min (0,7, grande)
Premisa ∩ Consecuente

pequeña* = min (0.3, pequeña)

6. Acumulación de evidencias

grande* ∪ pequeño*



Calculamos el pto. en el que se alcanza el máx. por 1ª vez:

y = 0,7

r que pasa por (4,0) y (5, 0.5)

$$\left.\begin{array}{l} 0 = 4a + b \\ 0.5 = 5a + b \end{array}\right\} \quad y = \frac{1}{2}x - 2$$

Intersección: $0{,}7 = \frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow x = \boxed{5{,}4\ l/h}$

Problema 4 (encadenamiento de reglas y antecedentes compuestos). Agapito lleva 8 años encargado del control de la turbina GG-35 y es ya una autoridad en su manejo. Agapito ha reconocido que para controlar la turbina solamente se fija en el ruido que produce y en un sensor de temperatura:

R1. Si el nivel de ruido es normal y la temperatura es alta, entonces establece una velocidad suave.
R2. Si el nivel de ruido es normal y la temperatura no es alta, entonces establece una velocidad moderada.
R3. Si el nivel de ruido es bajo, entonces establece una velocidad alta.
R4. Si la velocidad es suave, la fuerza de frenado debe ser normal.
R5. Si la velocidad es moderada, la fuerza de frenado debe ser alta.
R6. Si la velocidad es alta, la fuerza de frenado debe ser alta.

Tras diversas entrevistas con Agapito se han elaborado los siguientes conjuntos difusos para los valores del nivel de ruido, temperatura, velocidad y fuerza de frenado:

Nivel de ruido (escala 0 a 12)

bajo (0/1, 1/3, 1/5, 0/7)
normal (0/5, 1/7, 1/9, 0/11)

Temperatura (escala 20º-100º C):

alta (0/40, 1/60, 0/80)

Velocidad (escala 0 a 100 rpm)

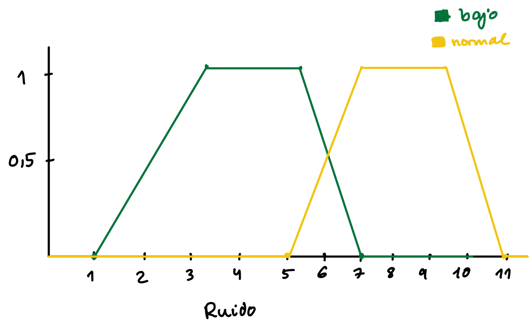
suave (0/10, 1/30, 0/50)
moderada (0/30, 1/50, 0/70)
alta (0/40, 0.5/50, 0.5/60, 1/70, 0.5/80, 0.5/90, 0/100)

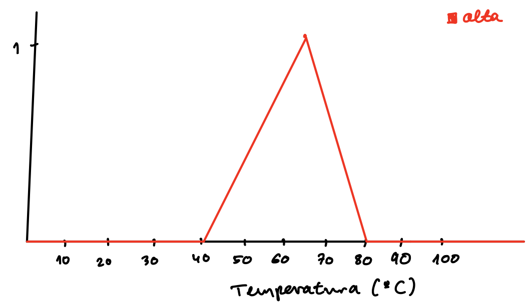
Fuerza de frenado (escala 0 a 5)

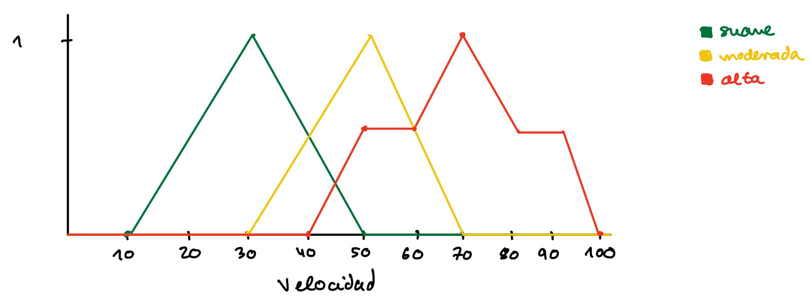
normal (0/1, 1/3, 0/5)
alta (0/3, 1/4)

Suponiendo que en cierto momento el nivel de ruido es 5,5 y la temperatura de 50º C, calcula el valor de la fuerza de frenado si se utiliza la técnica de la media de los valores máximos para obtener valores nítidos.

Entrada => Nivel de ruido = 5.5 y Temperatura = 50º







① Tratar la entrada de la regla:

R1: $z_{11} = \mu_{normal}(5{,}5) = 0{,}25$

$r: \{(5,0), (7,1)\} \to \left.\begin{array}{l} 0 = 5a+b \\ 1 = 7a+b \end{array}\right\}$ $1 = 2a \to a = \frac{1}{2}$, $b = -5a = -\frac{5}{2}$ $\to r: y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \to y = \frac{1}{2} \cdot 5{,}5 - \frac{5}{2} = 0{,}25$

$z_{12} = \mu_{alta}(50) = 0{,}5$

$s: \{(40,0), (60,1)\}$ $y = \frac{1}{20}x - 2$

$z_1 = \min(z_{11}, z_{12}) = 0{,}25$

R2: $z_{21} = \mu_{normal}(5{,}5) = 0{,}25$

$z_{22} = \mu_{no\text{-}alta}(50) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$

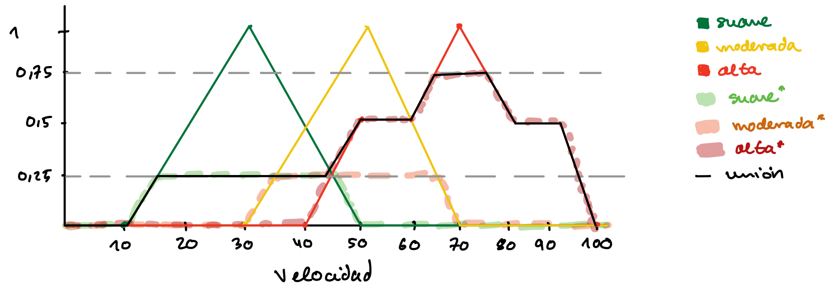
$z_2 = \min(z_{21}, z_{22}) = 0{,}25$

R3: $z_3 = \mu_{bajo}(5{,}5) = 0{,}75$

$t: \{(5,1), (7,0)\}$ $y = -\frac{1}{2}x + 3.5$

② Activación de reglas:

suave* = min(0.25, suave), alta* = min(0.75, alta), moderada* = min(0.25, moderada).



③ Acumulación de evidencia: suave* ∨ moderada* ∨ alta* → Entrada próxima iteración.

④ Tratar entrada regla:

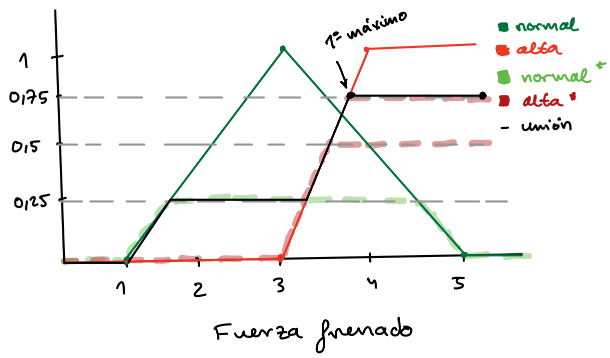
R4: $z_4 = \max(\min(suave^*, suave)) = 0{,}25$

R5: $z_5 = \max(\min(moderada^*, moderada)) = 0{,}5$

R6: $z_6 = \max(\min(alta^*, alta)) = 0{,}75$

⑤ Activación de reglas:

normal* = min(0.25, normal), alta* = min(0.5, alta), alta* = min(0.75, alta)



⑥ Acumulación de la evidencia normal* ∨ alta*

1º máximo: intersección de $y = 0.75$ con $r: \{(3,0), (4,1)\}$ → $0 = 3a + b$ → $b = -3$; $1 = 4a + b$; $1 = a$ → $r: y = x - 3$

Intersección: $0{,}75 = x - 3$ → $x = 3{,}75$

Media valores máximos → $\dfrac{3{,}75 + 5}{2} = \boxed{4{,}375}$