

# apuntes-resumen-y-ejercicios-blo...



apuntes38



Sistemas Inteligentes II



3º Grado en Ingeniería Informática



Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática  
Universidad de Málaga



Estamos de  
**Aniversario**

De la universidad al  
mercado laboral:  
especialízate con los posgrados  
de EOI y marca la diferencia.



EOI Escuela de organización industrial



saber más



# LOS RESULTADOS DE TU EXAMEN MEJOR EN LA CALLE

## BLOQUE II: ~~introducción al lenguaje computacional~~

tablas descriptivas y nodos predictivos: Si tengo la clave en mayor prioridad, no lo pago también tener grupos, digitar  
Tengo a un vendedor que pide precios más pronto

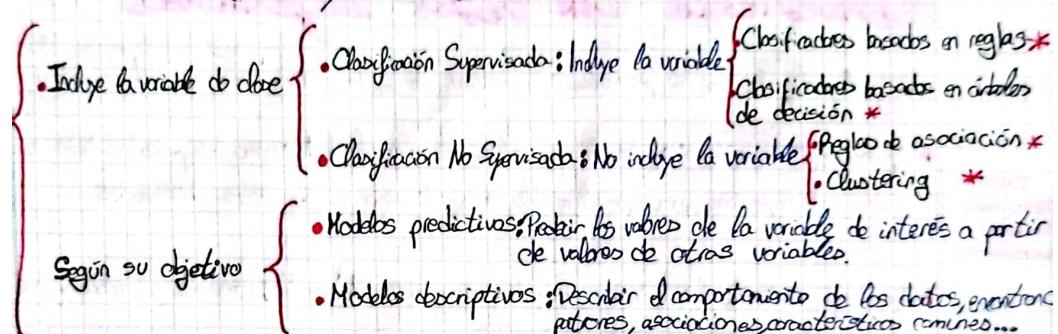
Aprendizaje supervisado/no supervisado: basado en el valor de la variable clave en los datos entraña valores

Ej (13): A, no supervisado, predictivo, usando datos etiquetados para sacar el resultado

Ej (14): No supervisado, descriptivo

Ej (15): No supervisado

Al principio es un modelo descriptivo pues agrupamos los datos en base a sus características. Una vez están clasificadas podemos predecir el resultado de nuevos datos en base a los ya obtenidos



\* Basados en reglas: (conjunto de atributos)  $\rightarrow$  clase

\* Basados en árboles: cada nodo de decisión contiene un test.

\* Clusters: tengo 2 grupos claramente diferenciados, calculamos la distancia entre medias, esto lo podemos usar para predecir



\* Reglas de asociación: Dado un conjunto de datos, hay que encontrar reglas que descubran hechos/valeores que ocurren simultáneamente

→ Soporte: proporción de ejemplos que contienen el antecedente y el consecuente de la regla con respecto al total  $S = \frac{\text{frecuencia}(x,y)}{N}$

→ Confianza: proporción de ejemplos que contienen el antecedente y el consecuente de la regla con respecto al total de ejemplos que contienen el antecedente  $C = \frac{\text{frecuencia}(x,y)}{\text{frecuencia}(x)}$

Scanned with  
CamScanner

Ej:

	dónde clasif?	cuántos clasif bien?
As	3	3

Regla con poca cobertura pero todos los que clasifican lo hacen bien  
En este caso el clasificador = árbol de decisión

Ej: clasificar:

- 1. no } siguiendo los datos de la
- 2. no } tabla monto el árbol lógico
- 3. yes } a estas conclusiones

## Aprendizaje Con Redes Bayesianas

Dój: A partir de un BD existente, construir de modo automático una red bayesiana que lo represente

TIPOS DE  
APRENDIZAJE  
EN REDES  
BAYESIANAS

- Aprendizaje Paramétrico: ajustar los parámetros de un modelo dado; como las probabilidades condicionales en una red bayesiana, para que el modelo se ajuste mejor a los datos observados
- Aprendizaje estructural: determinar la estructura misma del modelo; como las conexiones entre variables en una red bayesiana.

### • APRENDIZAJE PARAMÉTRICO DATOS COMPLETOS

Modelo ( $\theta$ ): asignación de valores para las probabilidades que se quiere estimar

$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  tenemos que encontrar este vector de valores para las probabilidades condicionadas

Verosimilitud del modelo:  $L(\theta/v) = P(O_1, \dots, O_n / \theta) = \prod P(O_i / \theta)$

$\downarrow$  objetivo       $\downarrow$  ej. de observaciones       $\downarrow$  la prob de los obteniendo  
MANTENER VEROSIMILITUD      si el vector es ese

Calcular  $\theta$  máximo verosímil a partir de observaciones

Th: El modelo de máxima verosimilitud se puede obtener asignando a cada parámetro la frecuencia relativa calculada a partir de las  $n$  observaciones

$$P(x) = \frac{n \text{ casos (+x)}}{n \text{ casos totales}}$$

$$P(x/y) = \frac{n \text{ casos (+x)}}{n \text{ casos (+y)}}$$

En la práctica se mide el logitro (aprox), o punto de la función de verosimilitud

$$l(\theta/\beta) = \log(L(\theta/\beta)) = \sum \log(P(O_i/\theta)) \quad \hat{\theta}(\theta/\beta) = \frac{1}{n} \sum \log(P(O_i/\theta))$$

l y  $\hat{\theta}$  s.d.

l te permite saber si un modelo es mejor que otro (la mayor l, mejor es el modelo)

#### • APRENDIZAJE PARÁMETRICO DATOS INCOMPLETOS

→ Resitar el valor completo por la media

$$\boxed{a | +a | +b | +c} \rightarrow P(+a) \cdot P(+b/a) \cdot P(+c/a)$$

p=media de todos los ln de  $P(O_i)$

son mejor la alternativa que da un p mayor  
[ $p = \hat{p} \cdot n$ ] en serie

→ Eliminar la observación incompleta

En la O de la observación incompleta se suman las dos posibilidades

$$\boxed{a | +a | ?b} \rightarrow [P(+a) \cdot P(?b/a) \cdot P(?c/a)] + [P(+a) \cdot P(?b/a) \cdot P(+c/a)]$$

P se calcula en los prob.

→ Expectation - Maximization

↓  
valor esperado del dato desparecido  
maxima la función de verosimilitud (costo menor)

Aquí nos enseña que hay 2 alternativas cuando los datos están incompletos y hay que calcular las 2 y quedarnos con la que tiene un mayor p

1. asumir el valor que sea como sea los jaqueos

2. Calcular l

3. Cuanto de malo le negaste y cuando ya veo que mejor para p.

→ Se van a partir del l calculado de hacer la media de los ln

$P(+c/a, ?b) = P(+c/a)$  dado que B es independiente de C dado A, así quitamos B, nos quedamos con A que es un dato

• Expectation {  $P(c/a, ?b) = 0,5$   
 $P(?a/a, ?b) = 0,5$

• Maximization



ESTIERRA TUS MOMENTOS



¡UNA HORA UN TRIDENT  
MÁS Y YA LO TIENES!



## Aprendizaje Computacional

### CLASIFICADOR PROBABILÍSTICO

$y$  dce,  $x_1 \dots x_n$  rasgos  $\rightarrow y$  s/n o n,  $x_i$  = los palabras del texto

$x_1$	$x_2$	$\vdots$	$x_n$	$y$
				$\rightarrow$ Habilo $\rightarrow y?$ $P(y/x_1)$ $(x_1, \dots, x_n)$

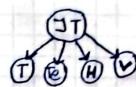
- Hipótesis Naïve = " $x_i$  son independientes dada  $y$ "  
Rasgos independientes dada la clase } La clase es la condición de todos los rasgos

$$P(x_1, \dots, x_n/y) = \prod_{i=1}^n P(x_i/y) \rightarrow$$

p<sub>y</sub> los rasgos son independientes uno de otros

Ejemplo:

- Modelo
  - Estructura
  - Probabilidades



$$P(\beta T = s_1) = 9/14$$

$$P(T = \text{ciudadano}/\beta T = s_1) = 2/9$$

$$P(T = \text{abuelo}/\beta T = s_1) = 4/9$$

$$P(T = \text{abuelo}/\beta T = s_2) = 3/5$$

$$P(T = \text{abuelo}/\beta T = s_3) = 0/15 = 0$$

- Nuevo caso =  $E = \beta T = s_2, T = \delta, H = \uparrow, V = \text{falso}$

$$\rightarrow P(\beta T/E) = \frac{P(\beta T, E)}{P(E)} = \frac{P(E/\beta T) \cdot P(\beta T)}{P(E)} = P(\beta T) \cdot P(s_2/\beta T) \cdot P(\delta/\beta T) \cdot P(\uparrow/\beta T) \cdot P(V/\beta T)$$

$$= P(\beta T) \cdot P(T = \delta, \beta T = s_2, H = \uparrow, V = \text{falso}/\beta T = s_2) = 0,0053$$

$$\rightarrow P(\beta T/E) = 0,0006$$

el que es mayor gana

$$\frac{0,0053}{0,0006 + 0,0053} =$$

$$\frac{0,0053}{0,0059} =$$

Problema = cuando un valor es 0,1 Corrección de Laplace

(multiplicamos los estimadores previos)

caso favorable

$$P(X_d/y) = \frac{n + m \cdot p}{n + m}$$

$n = n^{\text{a}}$  de variables de  $X$

$p = 1/n^{\text{a}}$  de variables de  $X$

A la hora de calcular los totales, con juegito hay veces que dan resultados 0 o 1 y con los jock si para hay que usar Laplace.

WUOL

Ej: *un mail hecho por el cliente*

	spam	ham	<i>y de correo</i>		spam	ham
a priori	1/3	2/3		acaso no		
P=1	1/2	1/2	se lo hace		0	1/2
r=1	1/3	3/4	hace		0	2/3
3:1	2/3	1/2			0	1/2
0:3	2/3	1/2			0	1/2
y=1	1/3	3/4			1/3	2/3
a=1	1/3	1/4			2/3	1/4

$$P(\text{spam}/\text{msg nuevo}) = \alpha \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = 0,0027d$$

dijo que si son uno y se acuerda la palabra p

el msg será clasificado como ham

$$P(\text{ham}/\text{msg nuevo}) = \alpha \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = 0,0058d$$

$$\begin{aligned} P(\text{"review"}/\text{spam}) &= 1/13 + 6 = 1/19 \\ P(\text{"year"}/\text{spam}) &= 2/13 + 6 = 2/19 \\ P(\text{"account"}/\text{spam}) &= 1/13 + 6 = 1/19 \end{aligned}$$

$$P(Xd/y) = \frac{\alpha \cdot d}{n \cdot m}$$

H

la función 3 está sobreajustada por lo que no es buena para hacer predicciones *[sol:*  
la función 1 está infrajustada

ver datos para entender y otras para comprobar si es bueno

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ y &= ax^2 + bx + c \quad 3 \text{ parámetros} \\ y &= \dots \quad n+1 \text{ parámetros} \end{aligned}$$

método de retroacción

70% entregar  
30% comprobar

refinamiento

validación cruzada

Bucle 0.10.

entrenar con un trazo, prueba con otro  
entrenar con otro trazo, prueba con otro...  
luego se hace predicción para comprobar cada

tipos de conjuntos

- conjunto de entrenamiento
- conjunto de test
- conjunto de prueba

¿Qué clasificador es mejor?

Matriz de confusión: matriz donde se comparan los valores obtenidos y los esperados

	+	-
+	+	-
-	+	-

	wu	wa	ha
wu	60	20	20
wa	10	70	20
ha	5	5	90

valores positivos

ya hay que ver si es peor  
equivalencias con unos que cometen errores

¿Hasta cuándo vas a aguantar así? Déjate de Keep Calm. Jovenmind.

**ESTE TEMA LO TIENES  
MASTICADÍÍÍÍSIMO**

**¡~~UNA HORA~~  
UN TRIDENT MÁS  
Y YA LO TIENES!**



**ESTIIIIIRA  
TUS MOMENTOS**

$$\text{Accuracy} (\% \text{ de predicciones correctas}) = \frac{VP + VN}{N} = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN}$$

$$(TP) \text{ Tasa/razón de VP/sensibilidad/recall} = \frac{VP}{TP} = \frac{VP}{VP+FN}$$

$$(TN) \text{ Tasa/razón de VN/especificidad} = \frac{VN}{TN} = \frac{VN}{VN+FP} = 1 - \text{TFP}$$

$$(FP) \text{ Tasa/razón de FP} = \frac{FP}{TN} = \frac{FP}{FP+VN}$$

Ej:

$$\text{Accuracy} = \frac{70 + 75}{200} = \frac{145}{200} = 0,725$$

$$\text{Sensibilidad/recall} = \frac{70}{100} = 0,7$$

$$\text{Especificidad} = \frac{75}{100} = 0,75$$

$$\text{Tasa falsos positivos} = \frac{25}{100} = 0,25$$

Ej: lo mejor sería coger el B y hacerlo contrario de lo que dice

Espacio ROC = Gráfica que representa la relación entre TFP y TFP

Mientras más arriba y más a la izquierda mejor es el clasificador

Límite: clasificadores que el 50% de los veces acierten y el 50% fallan

Como B está fatal, lo invertir y sale bomba.

Ej: El B pq no me dicen que preda sobre la vuelta al C; si me dejan el C

Ej: El C

Espacio AUC (siempre <1)

Z = umbral; A la hora de clasificar podemos marcar un umbral, decir que solo son de la clase X si su probabilidad supera el umbral

GA a la hora de fijarlos hay que ver qué nos importa más la hora de clasificar, si queremos que algunos no los clasifique bien o si no queremos que se equivoque

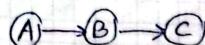
ESTIERRA TUS MOMENTOS



¡UNA HORA UN TRIDENT  
MÁS Y YA LO TIENES!



Ej (fig 6a)



	A	B	C
O1	+	+	+
O2	+	+	-
O3	+	-	-
O4	-	+	-
O5	-	-	+
O6	+	-	$\alpha_5$

Fase expectación: Calculando suponiendo que el modelo es  $\theta_0$

$$P(+c/\neg a, \neg b) = 0,5$$

$$P(\neg c/\neg a, \neg b) = 0,5$$

$$\left. \begin{array}{l} P(+a) = 4/6 = 2/3 = 0,67 \\ P(+b/a) = 2/4 = 0,5 \\ P(+b/\neg a) = 1/2 = 0,5 \\ P(+c/b) = 1/3 = 0,33 \\ P(+c/\neg b) = 1/3 = 0,33 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(O_1/\theta) = P(a) \cdot P(b/a) \cdot P(c/b) = \\ 0,67 \cdot 0,5 \cdot 0,33 = 0,1033 \\ P(O_2/\theta) = P(a) \cdot P(b/a) \cdot P(\neg c/b) = \\ 0,67 \cdot 0,5 \cdot 0,66 = 0,25 \\ P(O_3/\theta) = P(a) \cdot P(b/\neg a) \cdot P(\neg c/b) = \\ 0,67 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,1667 \\ P(O_4/\theta) = P(\neg a) \cdot P(b/a) \cdot P(\neg c/b) = \\ 0,33 \cdot 0,5 \cdot 0,66 = 0,1167 \\ P(O_5/\theta) = P(\neg a) \cdot P(\neg b/a) \cdot P(c/b) = \\ 0,33 \cdot 0,5 \cdot 0,33 = 0,05 \\ P(O_6/\theta) = P(\neg a) \cdot P(\neg b/a) \cdot P(\neg c/b) = \\ 0,33 \cdot 0,5 \cdot 0,67 = 0,1333 \end{array} \right\}$$

continuamos iterando:

Expectación	A	B	C
O1	+	+	+
O2	+	+	-
O3	+	-	-
O4	-	+	-
O5	-	-	+
O6	+	-	$\alpha_5$

$$\left. \begin{array}{l} P(+c/\neg a, \neg b) = P(+c/\neg b) = 0,5 \\ P(\neg c/\neg a, \neg b) = 0,5 \end{array} \right\}$$

ya podemos p<sub>0</sub> saber que p<sub>0</sub> no va a moverse

Partimos de un modelo arbitrario:

$$\left. \begin{array}{l} \theta_{0,1} = P(+a) = 0,5 \\ \theta_{0,2} = P(+b/a) = 0,5 \\ \theta_{0,3} = P(+b/\neg a) = 0,5 \\ \theta_{0,4} = P(+c/b) = 0,5 \\ \theta_{0,5} = P(+c/\neg b) = 0,5 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(O_1/\theta) = 0,5^3 = 0,125 \\ P(O_2/\theta) = 0,5^3 = 0,125 \\ P(O_3/\theta) = 0,5^3 = 0,125 \\ P(O_4/\theta) = 0,5^3 = 0,125 \\ P(O_5/\theta) = 0,5^3 = 0,125 \\ P(O_6/\theta) = 0,5^3 + 0,5^3 = 0,25 \end{array} \right\}$$

$$-1,3972$$

$$\frac{-1,3972}{6} = -0,2328$$

$$P = -1,9645$$

(Ej pág 94)

	+	-
a priori	2/5	3/5
SUST	0/5	1/5

nos tenemos que hacer  
el cálculo de Laplace

$$\frac{n+m \cdot p}{n^k + m} = \frac{n+1}{n^k + 2}$$

	+	-
a priori	2/5	3/5
SUST 1	0+1/4=1/4	1+1/3+2=2/5
PLAN = 1	0+1/4=1/4	1+1/3+2=2/5
BORING = 1	0+1/4=1/4	1+1/3+2=2/5
ENTERTAINLY = 1	0+1/4=1/4	1+1/3+2=2/5
PREDICTABLE = 1	0+1/4=1/4	1+1/3+2=2/5
ANDET = 1	0+1/4=1/4	2+1/5=3/5
(NO = 1)	0+1/4=1/4	1+1/5=2/5
SURPRISES = 1	0+1/4=1/4	1+1/5=2/5
VERY = 1	1+1/4=1/2	1+1/5=2/5
FEX = 1	0+1/4=1/4	1+1/5=2/5
LAUGHS = 1	0+1/4=1/4	1+1/5=2/5
LACKS = 1	0+1/4=1/4	1+1/5=2/5
ENERGY = 1	0+1/4=1/4	1+1/5=2/5
POWERFUL = 1	1+1/4=1/2	0+1/5=1/5
THE = 1	1+1/4=1/2	0+1/5=1/5
MOSF = 1	1+1/4=1/2	0+1/5=1/5
FUN = 1	1+1/4=1/2	0+1/5=1/5
FILM = 1	1+1/4=1/2	0+1/5=1/5
OF = 1	1+1/4=1/2	0+1/5=1/5
SUMMER = 1	1+1/4=1/2	0+1/5=1/5

confidencial de negs -

notar tenemos en cuenta pg no resta

$$P(+/\text{predictable w no fun}) =$$

$$P(\text{"predictable"}/+) = \frac{0+1}{14+20}$$

planteamiento ~~total posibles~~ ~~total posibles sin contar repetición~~

$$P(\text{"no"}/+) = \frac{0+1}{14+20}$$

$$P(\text{"fun"}/+) = \frac{1+1}{14+20}$$

$$P(\text{"predictable"}/-) = \frac{1+1}{14+20}$$

$$P(\text{"no"}/-) = \frac{1+1}{14+20}$$

$$P(\text{"fun"}/-) = \frac{0+1}{14+20}$$

$$P(-) \cdot P(S/-) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2+2+1}{39^3} = 6,1 \cdot 10^{-5}$$

$$P(+)\cdot P(S/+)=\frac{2}{5} \cdot \frac{1+1+2}{39^3}=3,2 \cdot 10^{-5}$$

$$P(+)=\alpha \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 = 4,9 \cdot 10^{-5} = 0,000049$$

$$P(-)=\alpha \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{10} \left(\frac{2}{5}\right)^3 \left(\frac{4}{5}\right)^6 \cdot \frac{1}{5} = 1,2 \cdot 10^{-5} = 0,000012 \quad 1,2 \cdot 10^{-5}$$

$$P(+)=\alpha \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^8 = 118098 \quad 8,5 \cdot 10^{-6} \dots$$

# LOGICO DIFUSO

aproximación  
máximo { Incertidumbre: es la probabilidad que hoy no llueva → **lógica hipersistema**  
Imperfección: Son los horizontes altos → **lógica difusa**

**Conjuntos Difusos:** lo que hoy por delante de los reglos

Se han asociados con conjuntos y se deben respetar sus propiedades

grado de pertenencia

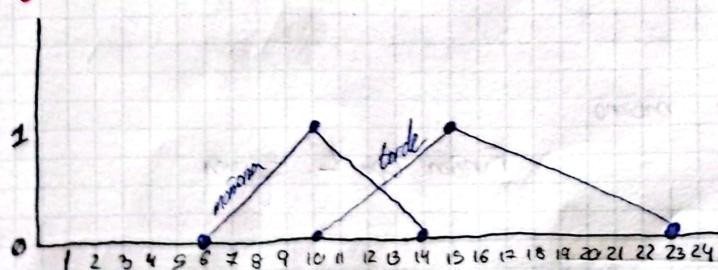
30	10	10/40	0,25
32	10	10/40	0,25
35	20	20/40	0,50

$$y = ax + b \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 = 25a + b; b = 1 - 25a; b = 1 + 25a; \boxed{b = 2} \\ 0 = 50a + b; 0 = 50a + 1 - 25a; 0 = 25a + 1; \boxed{a = -\frac{1}{25}} \end{array} \right\} \quad y = -\frac{1}{25}x + 2$$

Ej: Conjuntos Difusos

$$\left. \begin{array}{ll} \text{joven} & \mu_{\text{joven}}(35) = 0,3 \\ \text{mediana edad} & \mu_{\text{mediana edad}}(35) = 0,8 \\ \text{mayor} & \mu_{\text{mayor}}(35) = 0,2 \end{array} \right\} H_{\text{joven}}(x) = \begin{cases} 0 & x=0 \\ y = ax + b & 0 \leq x \leq 25 \\ -\frac{1}{25}x + 2 & x \geq 25 \end{cases}$$

Ej:



Nicho: aquella edad con función de pertenencia 1

¿Hasta cuándo vas a aguantar así? Déjate de Keep Calm. Jovenmind.

ESTIERRA TUS MOMENTOS

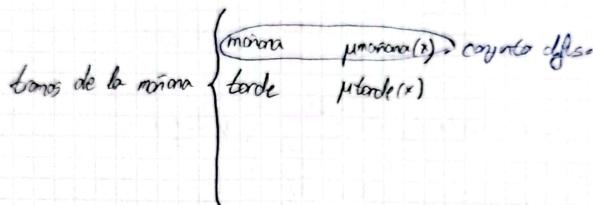
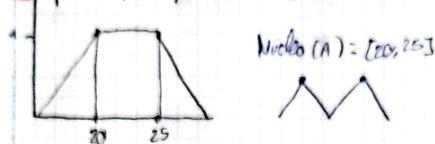


## ¡UNA HORA UN TRIDENT MÁS Y YA LO TIENES!



Def

- Variable Lógica  $X$ : concepto que vamos a clasificar de forma difusa
- Universo de discurso  $U$ : rango de valores que puede tomar  $X$
- Valor lógico: diferentes clasificaciones que tenemos sobre  $X$
- Núcleo del conjunto difuso:  $\{x \in U / \mu_A(x) = 1\} = \text{Núcleo}(A)$
- Góto nítido: función de pertenencia toma valor 0 o 1
- Góto difuso: función de pertenencia en  $[0, 1]$
- el -orte:  $A_\delta = \{x \in U / \mu_A(x) > \delta\}$   $\rightarrow$  estricto si la desigualdad es estricta
- Soporte:  $\{x \in U / \mu_A(x) > 0\}$

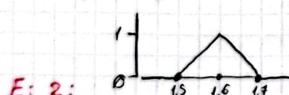


Ej:

joven  $(0,0) (25, 1) (50, 0)$  bival a trozos

muy joven  $(0,0) (25, 0.8) (50, 0)$   $\leftarrow$  no está normalizado pq mayor es 1

muy joven  $\subseteq$  joven

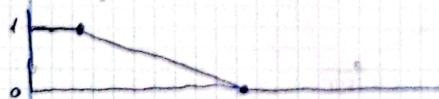


Ej 2:  $\mu_{joven}: 1,6$   
 $\mu_{muy\ joven}: 1,5, 1,7$   $\leftarrow$  incluido  $\rightarrow$  o completamente  $> 0$   
 $\mu_{adulto}: 0,5: [1,55, 1,65]$   
 $\mu_{niño}: 1,55, 1,65$

Ej 3:

$$\begin{cases} 0 & x=0 \\ \frac{1}{25}x + 2 & 0 \leq x \leq 25 \\ -\frac{1}{25}x + 2 & 25 \leq x \leq 50 \\ 0 & x \geq 50 \end{cases}$$

niño joven mediana mayor anciano



Función tipo L = joven

Def

- Altura: valor más grande de su función de pertenencia  $\rightarrow$  está normalizado si  $\exists x \in U \mu_A(x) = 1$
- Punto de cruce: elementos  $x$  de  $U$  tales que  $\mu_A(x) = 0,5$
- Góto difuso unitario (singleton): sólo un elemento específico pertenece al góto con altura total
- Góto incluido en otro: El góto A está incluido en el góto B si:  $\forall x \in U \mu_B(x) \leq \mu_A(x)$

Scanned with  
CS CamScanner

## Funciones de pertenencia

Etilétas lingüísticas/modificadores: usados para definir ejemplos difusos a partir de otros  
como comprender la función de pertenencia con otra función

ej:  $\mu_{muy\,algún}(x) = f[\mu_{algún}(x)]$

algún  $\rightarrow f(y) = \sqrt{y}$  muy  $\sqsubset$  algún  $\leftarrow$  dilatación

- modificadores
- Normalización:  $f(y) = y / \text{Altura}$
  - Contracción:  $f(y) = y^p$ , con  $p > 1$
  - Dilatación:  $f(y) = y^p$ , con  $0 < p < 1$
  - Intensificación contrastes:  $f(y) = \begin{cases} 2^{p-1} y^p & \text{para } y \leq 0,5 \\ 1 - 2^{p-1} (1-y)^p & \text{en otro caso} \end{cases}$
  - Difuminación:  $f(y) = \begin{cases} \sqrt{y/2} & \text{para } y \leq 0,5 \\ 1 - \sqrt{(1-y)/2} & \text{en otro caso} \end{cases}$

nombre · modificador	descripción
no	$1-y$
muy	$y^2$
algo	$\sqrt[3]{y}$
más o menos	$\sqrt{y}$
extremadamente	$y^3$

## operaciones con ejemplos difusos

### COMPLEMENTARIO

- Complementario de un ejemplo difuso:  $\bar{\mu}_A(x) = C(\mu_A(x))$

• Debe cumplir  $\begin{cases} C(1) = 0 \text{ y } C(0) = 1 \\ - \forall \alpha, \beta \in [0,1] \quad \alpha > \beta \rightarrow C(\alpha) < C(\beta) \text{ estrictamente decreciente} \\ - \forall \alpha \in [0,1] \quad C(C(\alpha)) = \alpha \end{cases}$

- funciones habituales
- $C(\alpha) = 1 - \alpha$
  - Yager:  $C_W(\alpha) = (1 - \alpha^w)^{1/w}$   $w \in [0, \infty]$
  - Sugeno:  $C_s(\alpha) = (1 - \alpha) / (1 - s\alpha)$   $s \in [0, 1]$

$$\begin{array}{ccc} \mu_A(0,0) & \mu_A(0,1) & \mu_A(1,0) \\ \mu_B(0,0) & \mu_B(0,1) & \mu_B(1,0) \end{array}$$

sección de número  $\alpha \in (\text{Mínimo}, \text{Máximo})$

$$\mu_{\text{sección}}(x) = 0.9$$

$$\mu_{\text{Máximo}}(x) = 0.5$$

$$\mu_{\text{joven número}}(x) = \min(0.9, 0.5) = 0.5$$

## INTERSECCIÓN

- Intersección de 2 ejemplos difusos:  $\mu_{A \cap B}(x) = i(\mu_A(x), \mu_B(x))$   
 $i: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$

- Debe cumplir
  - $i(0,1) = i(0,0) = i(1,0) = 0 \quad i(1,1) = 1$
  - $i(\alpha, \beta) = i(\beta, \alpha)$
  - $i(\alpha, i(\beta, \gamma)) = i(i(\alpha, \beta), \gamma)$
  - $i(\alpha, 1) = \alpha$
  - Si  $\alpha \leq \alpha'$ ,  $\beta \leq \beta'$ , ent.  $i(\alpha, \beta) \leq i(\alpha', \beta')$

- Fórmulas habituales** (t-normas)
- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• t-norma del mínimo <math>i_{\min}(\alpha, \beta) = \min(\alpha, \beta)</math></li> <li>• t-norma del producto <math>i_{\prod}(\alpha, \beta) = \alpha \beta</math></li> <li>• t-norma del producto dudoso <math>i_{\text{dú}}(\alpha, \beta)</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• t-índice de la media aritmética <math>i_{\text{media}}(\alpha, \beta) = \frac{\alpha + \beta}{2}</math></li> <li>• t-índice de la media geométrica <math>i_{\text{geom}}(\alpha, \beta) = \sqrt{\alpha \beta}</math></li> <li>• t-índice de la media armónica <math>i_{\text{arm}}(\alpha, \beta) = \frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta}</math></li> </ul> |
|---|--|

ESTIERRA TUS MOMENTOS



## ¡UNA HORA UN TRIDENT MÁS Y YA LO TIENES!



### UNIÓN

Unión de 2 ejtos difusos:  $\mu_{A \cup B}(x) = v(\mu_A(x), \mu_B(x))$   
 $v: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$

- Debe cumplir
 
$$\begin{cases} - v(0,1) \leq v(1,1) = v(1,0) = 1 & v(0,0) = 0 \\ - v(d,\beta) = v(\beta,d) \\ - v(d, v(\beta,y)) = v(v(d,\beta),y) \\ - v(d,\alpha) = \alpha \\ - \text{Si } d \leq d' \text{ y } \beta \leq \beta' \rightarrow v(d,\beta) \leq v(d',\beta') \end{cases}$$
- (verifica la t-norma cumple)
- leyes de Morgan
 
$$\begin{cases} i(d,p) = c(v(c(d),c(p))) \\ v(d,p) = c(i(c(d),c(p))) \end{cases}$$

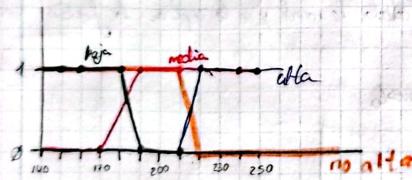
cada t-norma tiene asociada una t-corrima

t-corrima del máximo:  $v_{\max}(d,\beta) = \max(d,\beta)$

t-corrima de la suma:  $v_{+}(d,\beta) = d + \beta - d\beta$

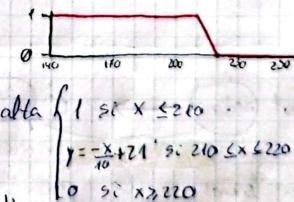
t-corrima de la suma drástica  $v_{\text{sup}}(d,\beta) = \begin{cases} \alpha & \text{si } \beta = 0 \\ \beta & \text{si } \alpha = 0 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$

Ej 3:



• Función de pertinencia del ejto difuso no alta  
 $\text{no-alta} = 1 - \text{alta}$

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ 0 &= 210a + b; b = -210a \quad \text{alta} \quad \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 210 \\ 1 & \text{si } 210 < x \leq 220 \\ 0 & \text{si } x \geq 220 \end{cases} \\ 1 &= 220a + b; 1 = 220a - 210a \\ 1 &= 10a; a = \frac{1}{10} \end{aligned}$$

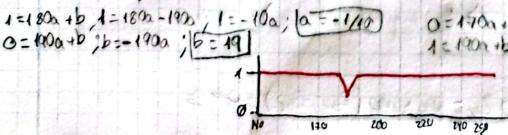


• Función de pertinencia del ejto difuso baja y media

$$\begin{aligned} \text{baja} &= \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 180 \\ -\frac{x-180}{10} & 180 \leq x \leq 190 \\ 0 & \text{si } x \geq 190 \end{cases} \\ 1 &= 180a + b; 1 = 180a - 180a; b = 1 \\ 0 &= 190a + b; b = -190a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{media} &= \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 170 \\ \frac{x-170}{20} & 170 \leq x \leq 190 \\ 1 & \text{si } x \geq 190 \end{cases} \\ 0 &= 170a + b; b = -170a \\ 1 &= 190a + b; 1 = 190a - 170a; a = \frac{1}{20} \end{aligned}$$

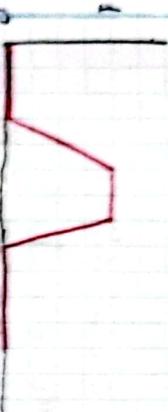
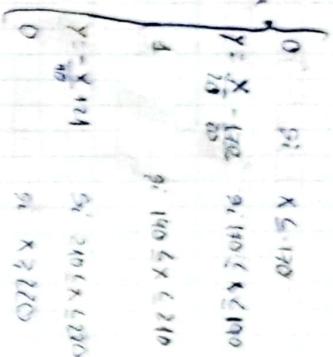
$$\begin{aligned} \text{baja y media} &= \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 180 \\ y = -\frac{x-180}{10} & 180 \leq x \leq 185 \\ y = \frac{x-170}{20} & 185 \leq x \leq 190 \\ 1 & \text{si } x \geq 190 \end{cases} \\ 1 &= 180a + b; b = -180a \\ 0 &= 185a + b; b = -185a \\ 1 &= 190a + b; b = -190a \end{aligned}$$



WUOLAH

• Función de potencia al gto difuso para una regla por entorno

$$m_{\text{pot}}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x}{100} & 0 \leq x < 100 \\ 1 & 100 \leq x < 200 \\ \frac{200-x}{100} & 200 \leq x < 300 \\ 0 & x \geq 300 \end{cases}$$



Ej:

$$R: p \rightarrow q$$

Supongamos que a p nos corresponde  $p^* = 50$  en tanto que  $q^*$

1. Nos piden la entrada para ver qué regla aplicar = **diferencia**

2. Aplicar regla  
3. Sacar el resultado = **desafiar**

1)

posible

entorno

- ha entrado en un valor nítido:  
 → El gto difuso está modificado se califica como y se aplica la función necesaria  
 → La entrada es un gto difuso  
 → El antecedente de la regla es compuesto

$$\text{1.1) Entrada } = 5,5 \xrightarrow{\text{calcular}} \mu(p, s) = 0,25 = z_1$$

1.2)

2.1) **Input mediano** → Si **t<sup>a</sup> alta**

→ En qué se parece el gto mediano al gto alto? **Intersección (min)**

Alta tiene un gto poco tenso pero tienen que coincidir con el valor (el más alto)

$$z_{22} = \max(\text{mediana, alta})$$

1.3)

**Ruido = no normal**, **t<sup>a</sup> alta**

$$z_{21} = 0,25$$

$$\begin{aligned} \text{Ruido = normal} \\ z_{31} = 0,75 \\ \text{Ruido = alto} \\ z_{32} = 0,75 \end{aligned}$$

1.4)

$$\begin{aligned} \text{Ruido = no normal, } t^a \text{ alta} \\ z_{21} = 0,25 \\ z_{22} = 0,75 \Rightarrow z_{22} = \min(z_{21}, z_{22}) = 0,25 \\ \text{Ruido = normal} \\ z_{31} = 0,75 \\ z_{32} = 0,75 \Rightarrow z_{32} = \max(z_{31}, z_{32}) = 0,75 \end{aligned}$$

Partimos los grafos de todo lo solo de los reglos normales y otras veces que modificamos con matrices  $Z$ .

Partimos la gráfica por el vértice  $t$  y seguimos de arriba que van más pr drajo, tratamos a  $t = c_{12}$  como una función

Un vértice tiene 3 grafos (los vértices)

• alta \* V modifica \*  $V_{\text{suma}}$  = en cada uno de los vértices previa.

(Si hay más de un componente se tratan uno a uno separado.)

{  
obtenido } Y si tiene vértices la función nos quedamos con la mitad de los más altos; si no  
hay otros técnicas quedamos con el menor máximo, mayor máximo ... )

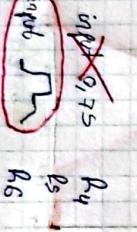
Reporte del ejercicio segun la opción más lógica (la media, el máximo, el mínimo)

### ENCADENAMIENTO DE REGLAS ( $P \rightarrow q \rightarrow s$ )



Los salidos de una regla se vuelven los entradas de otras

Para hacer esto no nos quedamos con un valor nítido en 1, 2, 3 sino que nos quedamos con el conjunto difuso (como hemos visto en 1.3)



$R_4$ : Si velocidad=suave ent\_presa frenando=normal  
Otra de la presa acelerada y la otra  
frenando mir del arribo y retro  
y luego d mir del arribo y retro

{  
obtenemos 3 tipos difusos,  
lunes y domingos



ESTIERRA TUS MOMENTOS



# ¡UNA HORA UN TRIDENT MÁS Y YA LO TIENES!



## PROBLEMAS

1)

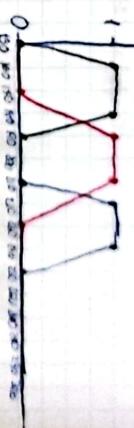
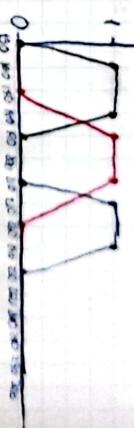
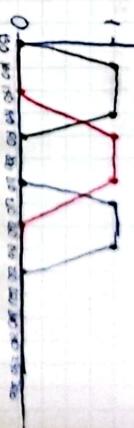
- R1: gallinas en pre orden, en la T<sup>a</sup> del horno solo sur alta
- R2: gallinas media edad, en la T<sup>a</sup> del horno solo se media
- R3: gallinas danditosa, en la T<sup>a</sup> del horno solo se baja

gallinas comidas [0,10]

- ingresos:  $(1/4, 0.5/6, 0/7)$
- medio edad:  $(0/13, 1/5, 1/6, 0/8)$
- edad:  $(0/5, 1/4)$

T<sup>a</sup> del horno [450-300]

- baja:  $(0/150, 1/460, 1/480, 0/440)$
- media:  $(0/170, 1/490, 1/240, 0/230)$
- alta:  $(0/210, 1/120, 1/240, 0/250)$

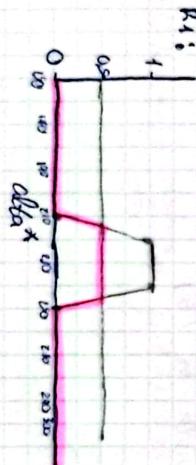


a) Input = 6

Estamos en el caso en el que la entrada es un valor nítido.  
El índice de actividad es 6, dT<sup>a</sup> horno?

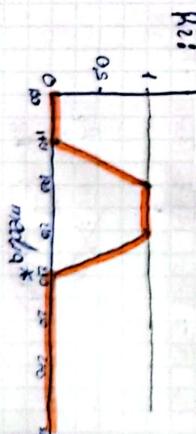
- R1:  $\mu_{\text{bajo}}(6) = 0,5 = z_1$        $\text{alta}^* = \min(0,5, \text{alta})$  } Obtendremos 3 ejes de pesos  
R2:  $\mu_{\text{medio}}(6) = 1 = z_2$        $\text{media}^* = \max(1, \text{media})$  } activación de los pesos  
R3:  $\mu_{\text{alto}}(6) = 0,5 = z_3$        $\text{baja}^* = \min(0,5, \text{baja})$

R1:



Alta las juntas y alta u media\* ubiq\*

R2:



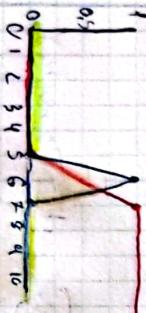
Alta las juntas y alta u media\* ubiq\*

Y ahora pasamos a obtener el valor nítido final y como nos dicen que seguimos la técnica del peso máximo obtenemos que el horno se pondrá a 190°

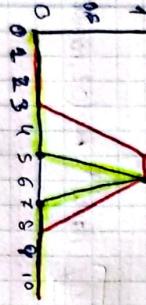
Algo parecido a obtener el valor nítido fijo, como nos dien que seguimos la tónica de la media de los máximos valores ( $\frac{100+200}{2} = 150$ ) obtenemos que el horo se pondrá a **150°C**.



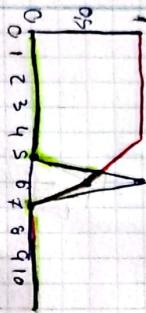
$$z_1 = 0,64 \rightarrow alta^* = \min(0,64, alta)$$



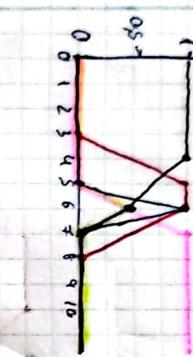
$$P_3 : \max(\min(\text{dardos}, \text{hechos})) = 0,75 - 23$$



$$P_2: \max_{\text{min}} (\text{medio heredos}, \text{hechos}) = 1 = z_2$$



R<sub>i</sub>:  $\max \left( \min \left( \text{in pass orders} \right) \right)$



**neutros**

en posiciones →  $y = -0,5x + 25$

**medios**

$\begin{aligned} 1 &= 4a + b; b = 1 - 4a; b = 1 \\ 0 &= 7a + b; 0 = 7a + 1 - 4a; 0 = \end{aligned}$

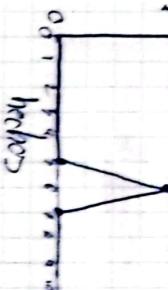
**extremos**

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = 5a + b \\ 1 = 7a + b \end{array} \right. \quad \boxed{y = 0,5x - 25}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ q = -0.3 \end{cases}$$

Teneras que hacer el maximo del numero de los galletos porque las estan dando una media galleta.

Estos en el caso en el que la entrada es un solo objeto modificado pero varios dentro del que se traten como si fuera en el que la entrada es un sólo objeto



$$\begin{aligned} l &= 6a, \quad b = 1 - 6a; \quad b = 1 - 6a, \quad b = 1 - 6a \\ O &= 3a + b; \quad O = 3a + 1 - 6a; \quad O = -1a + 1; \quad 1a = 1; \quad a = 1 \end{aligned}$$

$$(\epsilon/0, \vartheta/1, \zeta/0) = \mu^{\text{dil}}(q)$$

Activación de las reglas:

- $m_{\text{muy grande}} = \mu_{\text{mg}}(0, \text{Muy grande})$
- $m_{\text{normal}} = \mu_{\text{n}}(0.5, \text{normal})$
- $m_{\text{mucha}} = \mu_{\text{m}}(0, \text{mucha})$
- $m_{\text{exceq}} = \mu_{\text{e}}(0.5, \text{exceq})$

Normad\* u muda\* Verda\* =

Caso nos dan que usen la ruleta de los valores máximos:

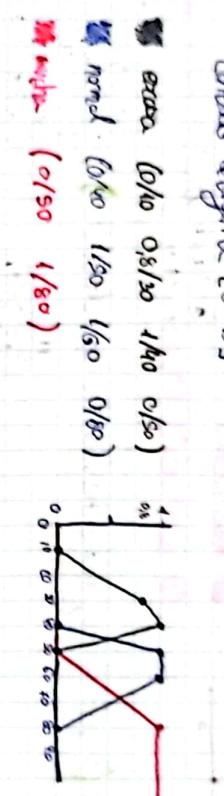
$$\frac{0.5+0.25}{0.5+0.25+0.5} = \boxed{0.3333}$$

$$\begin{aligned} R_4: \quad & \text{Hom}_M(z) = 0 = z_{31} \\ M_{\text{second}} \text{Mo}(z) = & 0, 2 = z_{32} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \min(0, 0, 2) = 0 = z_{31} \\ \min(0, 0, 2) = 0 = z_{32} \end{array} \right. \quad \text{Hom}_M := \min(0, \max(0, \min))$$

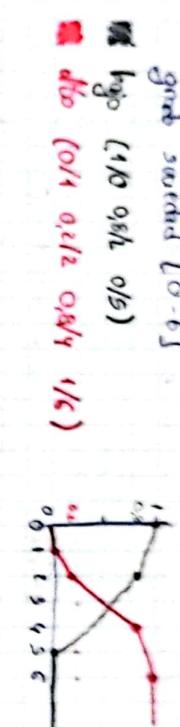
$$k_2 : \begin{cases} p_{\text{max}}(z) = 0, z = z_{11} \\ p_{\text{max}}(z) = 0, z = z_{12} \end{cases} \quad \min(0, \delta, \alpha_2) = 0, \alpha_2 = 22 \quad \text{range*} = \min(0, 2, \text{range})$$

Input: kloogaan succedat 2.

$R_1: \begin{cases} H_{\text{para}}(1) = 0,8 \\ H_{\text{para}}(1) = 0,2 \end{cases}$  } MAX  $(0,8, 0,2) = \boxed{21 = 0,8}$  exceptie = min ( $0,8, 0,2$ )



contido ategente lo-4b



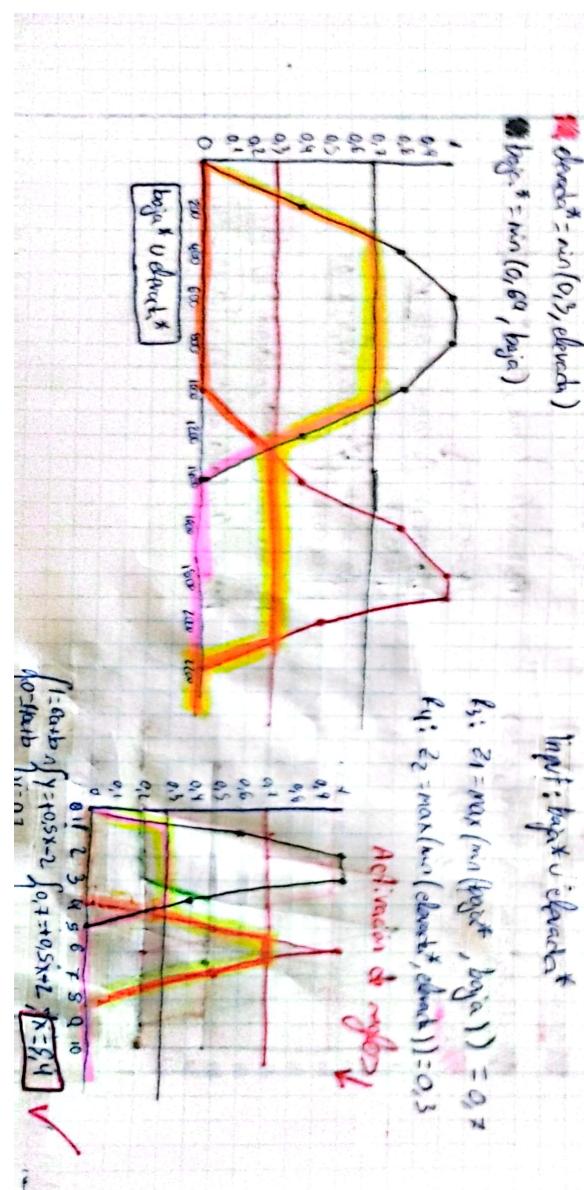
2) Pi pro coro c grado mixtum magis, ent coloribus de argentis et  
azuris pro coro Y grado mixtum altius, ent coloribus de argenteis et  
verdeis; verdeis Y grado mixtum hinc, ent coloribus de argenteis et  
azuris; azuris Y grado mixtum altissimum, ent coloribus de argenteis et  
verdeis.



ESTIIIIIRA TUS MOMENTOS



¡UNA HORA UN TRIDENT  
MÁS Y YA LO TIENES!



Activación de los gfo:

$$demand^* = \min(0,3, elevada)$$

$baja^* = \min(0,67, \text{baja})$

Input:  $baja^* \cup \text{elevada}^*$

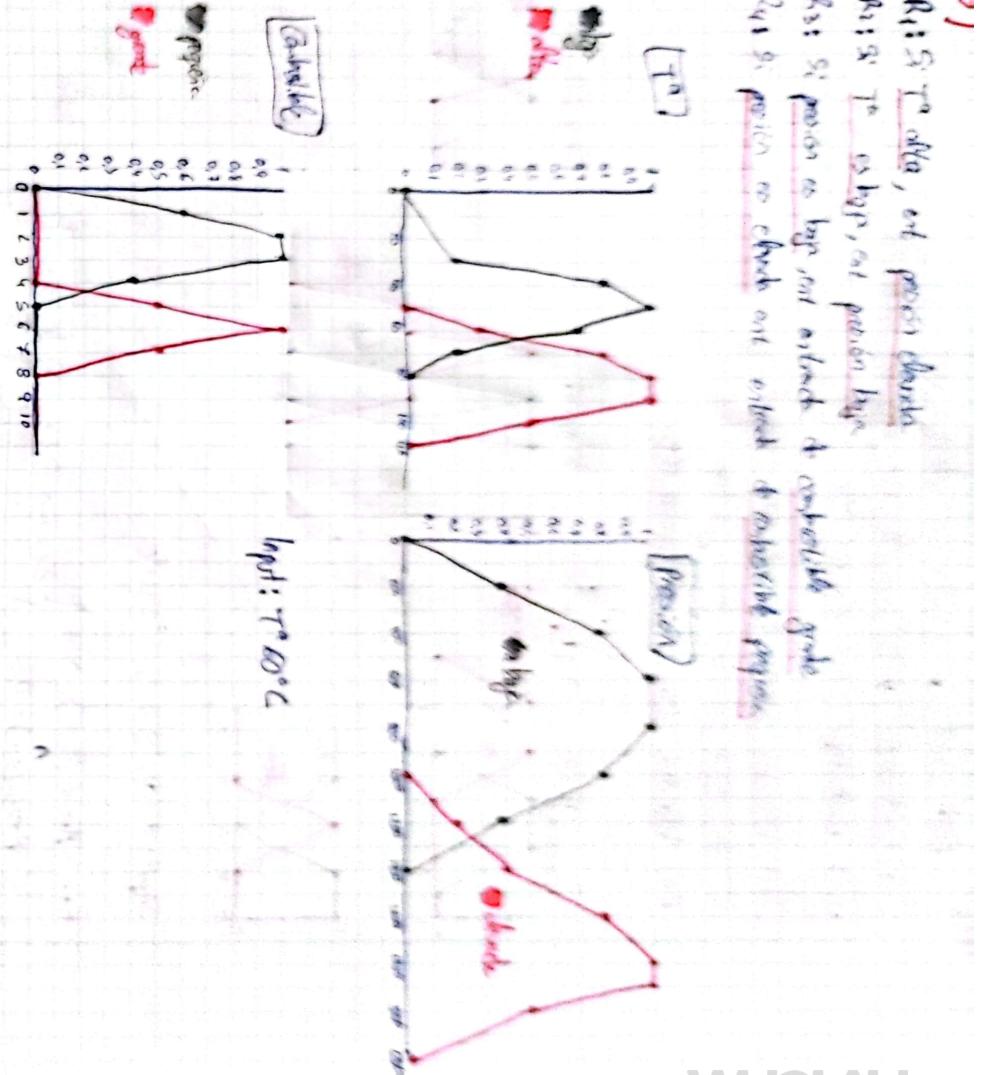
$$f_3: z_1 = \max(\min(baja^*, \text{baja}), 0) = 0,2$$

$$f_4: z_2 = \max(\min(elevada^*, elevada), 0) = 0,3$$

Activación de gfo2

$$\begin{cases} f_1 = 400x + b \\ Y = 0,5x + 2 \end{cases} \quad \begin{cases} f_2 = 0,5x + 2 \\ Y = 0,5x + 2 \end{cases}$$

$$b = 1000, b = 2$$



WUOLAH

**ESTE TEMA LO TIENES  
MASTICADÍÍÍÍSIMO**

**~~¡UNA HORA~~ UN TRIDENT MÁS  
Y YA LO TIENES!**



**ESTIIIIIRA  
TUS MOMENTOS**



1) R1:  $y = \frac{1}{2}x + 10$   
 2) R2:  $y = -\frac{1}{2}x + 10$   
 3) R3:  $y = \frac{1}{2}x - 10$   
 4) R4:  $y = -\frac{1}{2}x - 10$

5)  $\text{U}_{\text{modrada}} = \min(\text{modrada}, 0, 15)$

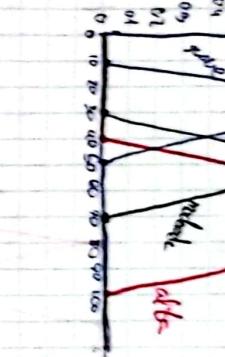
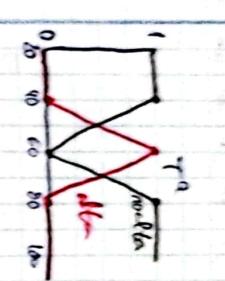
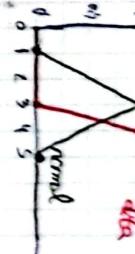
6)  $\text{U}_{\text{square}} = \min(\text{square}, 0, 15)$

7)  $\text{U}_{\text{alto}} = \min(\text{alto}, 0, 15)$

8)  $\text{U}_{\text{modrada}} = \max(\text{modrada}, 0, 15)$

9)  $\text{U}_{\text{square}} = \max(\text{square}, 0, 15)$

10)  $\text{U}_{\text{alto}} = \max(\text{alto}, 0, 15)$



Input:  $\text{ruedas} = 5, g = 7, a = 30^\circ C$

R1:  $\mu_{\text{modrada}}(5, 5) = 0,25$

$\mu_{\text{modrada}}(5, 0) = 0,5$

$\mu_{\text{modrada}}(5, 0) = 0,5$

R2:  $\mu_{\text{square}}(5, 5) = 0,25$

$\mu_{\text{square}}(5, 0) = 0,5$

$\mu_{\text{square}}(5, 0) = 0,5$

R3:  $\mu_{\text{alto}}(5, 5) = 0,25$

$\mu_{\text{alto}}(5, 0) = 0,5$

$\mu_{\text{alto}}(5, 0) = 0,5$

Activación de las reglas:

$\text{U}_{\text{modrada}}^* = \min(\text{modrada}, 0, 15)$

$\text{U}_{\text{square}}^* = \min(\text{square}, 0, 15)$

$\text{U}_{\text{alto}}^* = \min(\text{alto}, 0, 15)$

$[0,25 = 2,5]$

Input:  $\text{alto}^* \vee \text{square}^* \vee \text{modrada}^*$

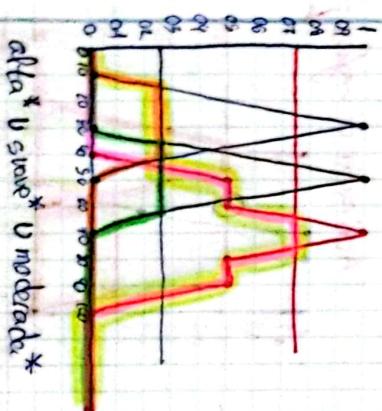
R3:  $\max(\min(\text{square}, \text{square}^*), \text{modrada}^*) = 0,25$

$[0,25 = 2,5]$

$$\begin{cases} y = 0,25 \\ 0 = 10a + b \\ 1 = 20a + b \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0,05x + 0,5; x \leq 15 \\ y = -0,05x + 12,5; x \geq 15 \end{cases}$$

$$R_4: \max(\min(\text{modrada}, \text{modrada}^*), \text{modrada}^*) = 0,5 = 2,5$$

$$R_5: \max(\min(\text{alto}, \text{alto}^*), \text{alto}^*) = 0,5 = 2,5$$

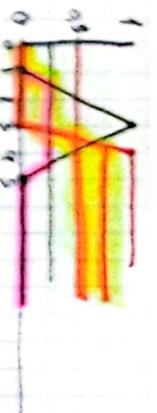


$\text{alto}^* \vee \text{square}^* \vee \text{modrada}^*$

## Atractores de Lyapunov

$$L_1 = \lambda_1 - \lambda_2 = 0.0000000000000005$$

$$L_2 = \lambda_1 + \lambda_2 = 0.0000000000000005$$



Gráfica:  $\begin{cases} y = 4x + b \\ y = x - 3 \end{cases}$ ;  $x = 3.5$

datos de una recta

$$\begin{cases} y = 4x + b \\ y = x - 3 \end{cases}; \boxed{x = 3.5}$$

Como la recta d las ubica más

$$\left( \frac{1}{2} \cdot 3.5^2 - 3 \right) = 4.25$$

Curva ROC y AUC

Def: herramienta para evaluar el desempeño de un clasificador binario probabilístico  
Avanz: relación entre TPR y FPR de un clasificador modificando el umbral de clasificación

El umbral de decisión varía dependiendo de la situación

ROC: representación del clasificador, dicen de bien se clasifica?

Luego se calcula la AUC para par de esta curva a un solo valor

Curva ROC te da un punto en esa curva + los (0,0) y (1,1)

Usamos el umbral del pte que este más arriba a la izda ( $\rightarrow$ )

PA minimiza el ratio TPR, FPR

El clasificador perfecto AUC=1