FUNDAMENTOS DE MECÁNICA

DINÁMICA

Clase No. 7

Doris Cadavid

Ecuaciones importantes

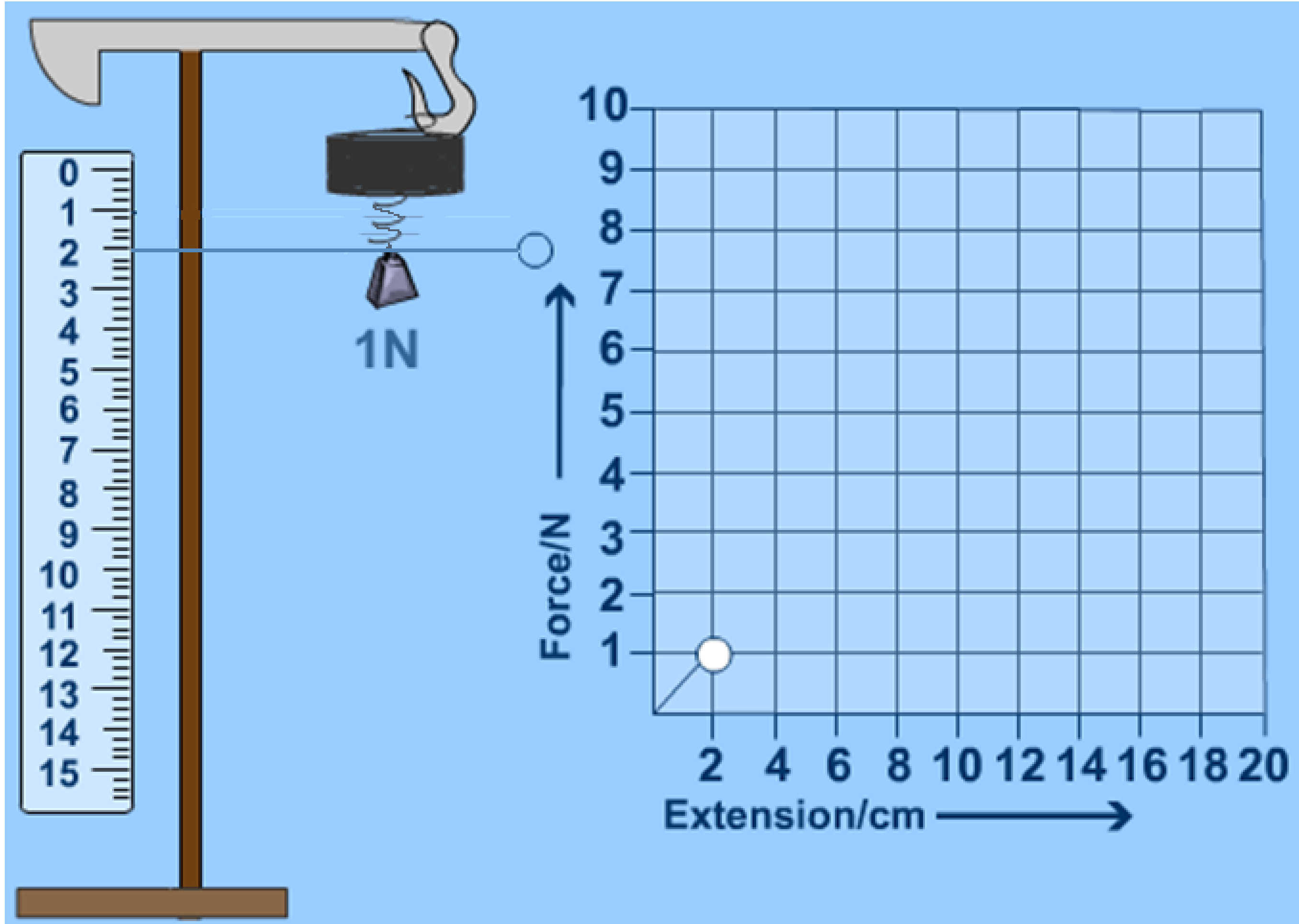
- $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$
- $f = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega}{2\pi}$
- $\omega = 2\pi f$
- $a_r = a_c = \frac{v^2}{r}$
- $\omega = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{v}{r}$
- $v = \omega r$

Ley de Hooke

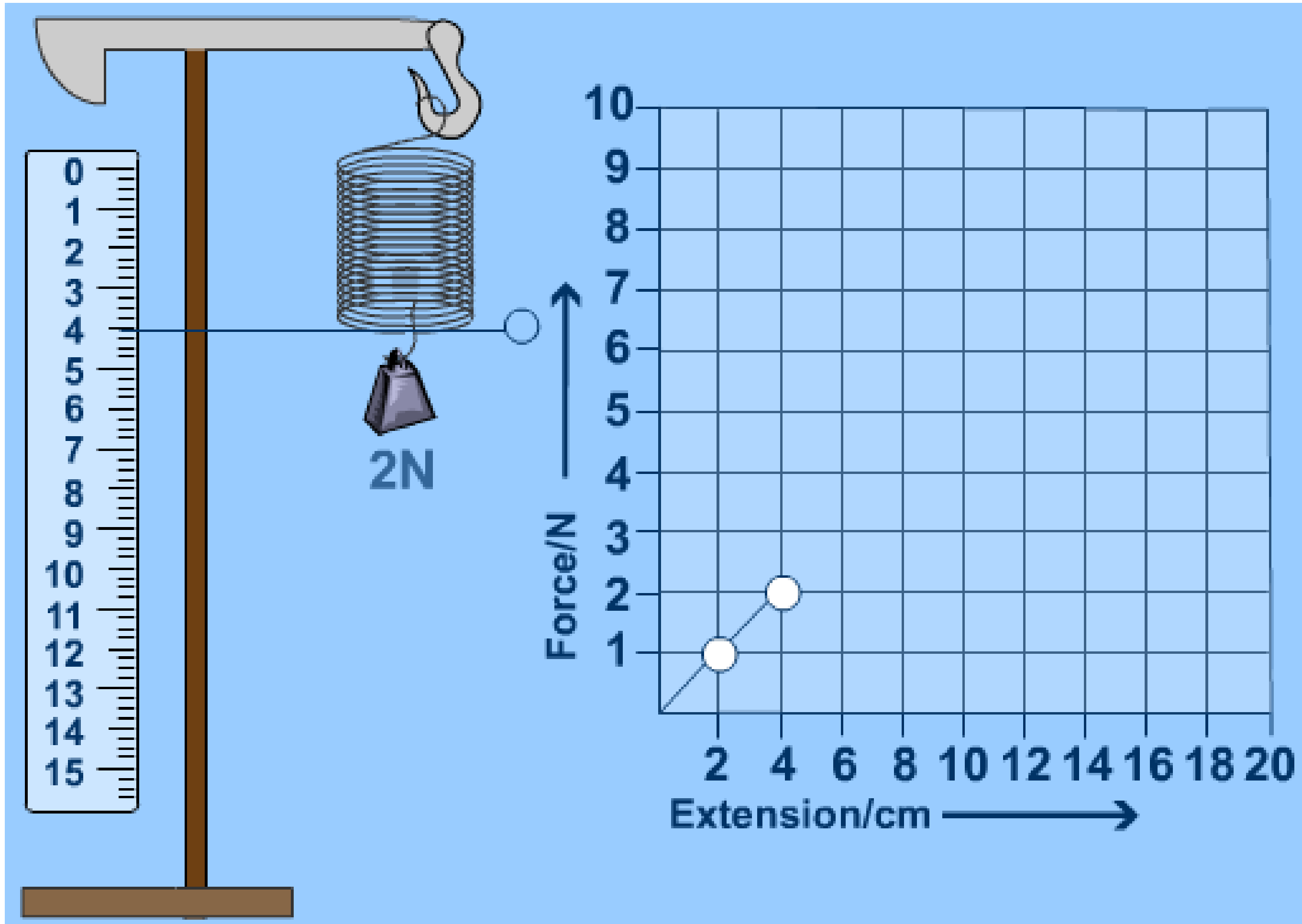
- Fuerzas restauradoras:
- La magnitud de la fuerza restauradora es directamente proporcional a la deformación

$$F = -kx$$

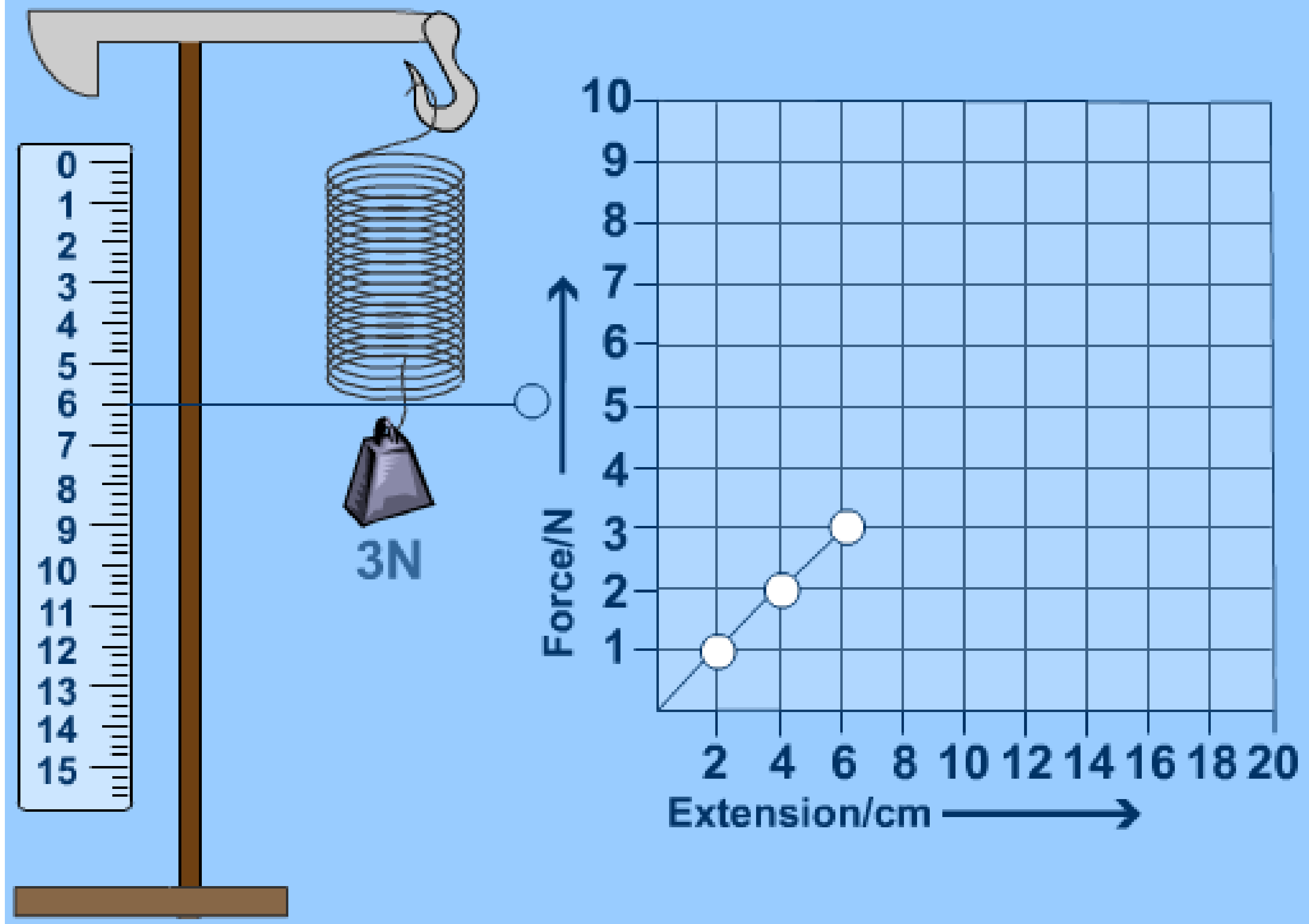
$$k = constante\ del\ resorte$$



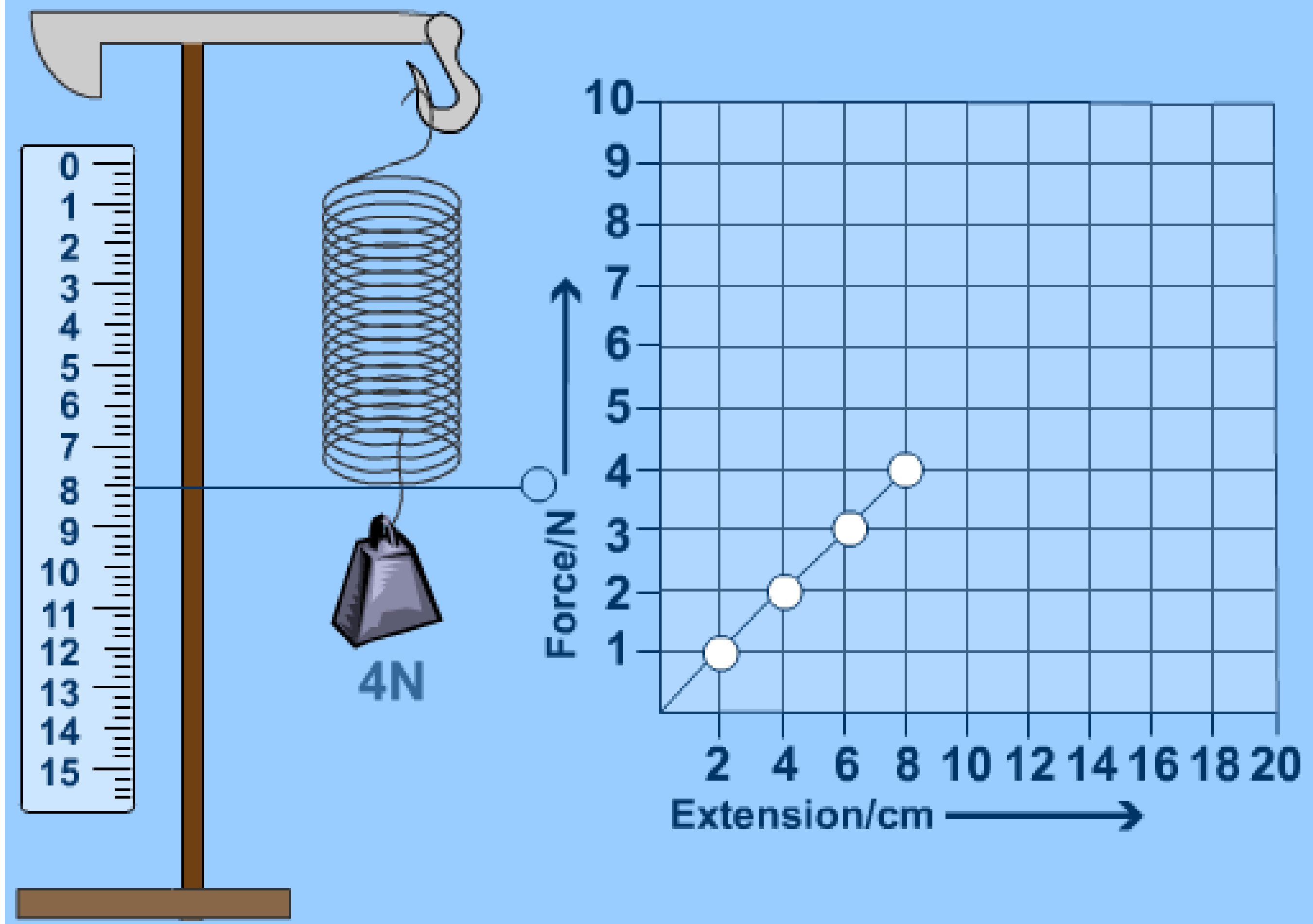
Weight in Newtons	1N	2N	3N	4N	5N	6N
Extension cm	2					



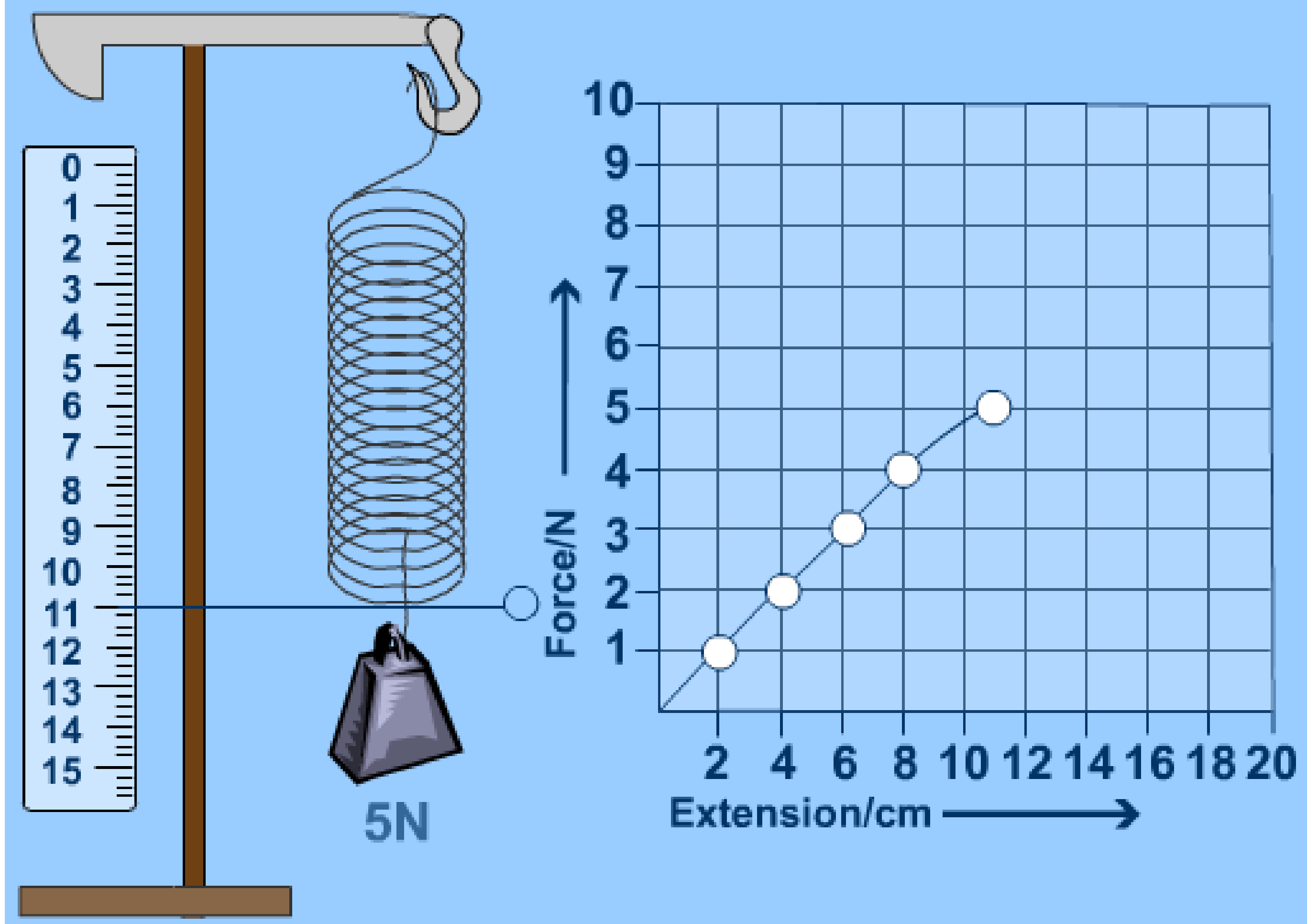
Weight in Newtons	1N	2N	3N	4N	5N	6N
Extension cm	2	4				



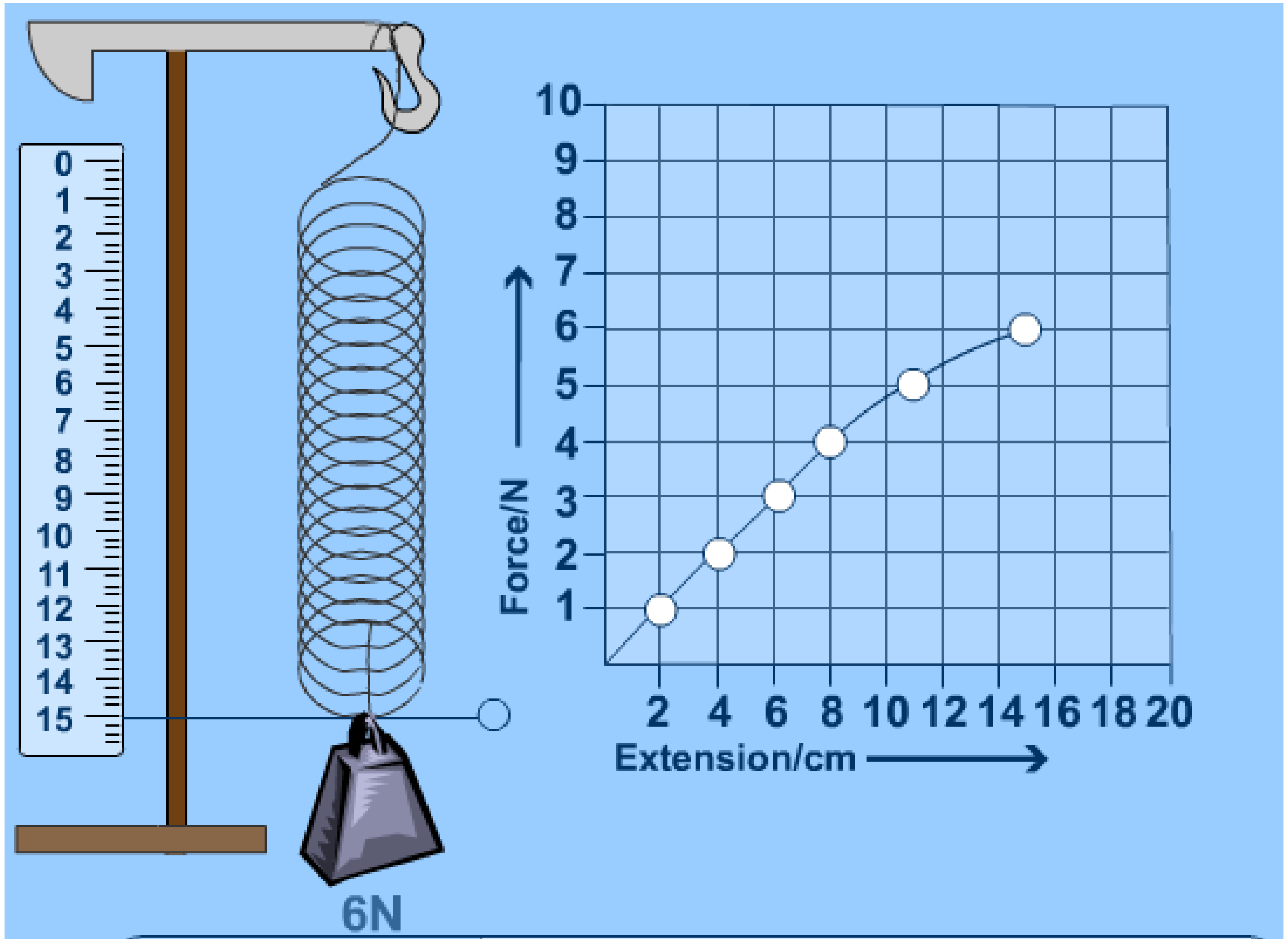
Weight in Newtons	1N	2N	3N	4N	5N	6N
Extension cm	2	4	6			



Weight in Newtons	1N	2N	3N	4N	5N	6N
Extension cm	2	4	6	8		

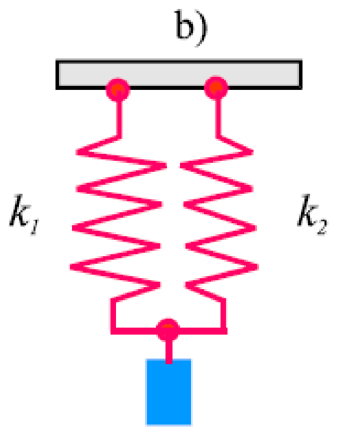


Weight in Newtons	1N	2N	3N	4N	5N	6N
Extension cm	2	4	6	8	11	



Weight in Newtons	1N	2N	3N	4N	5N	6N
Extension cm	2	4	6	8	11	15

Resortes en paralelo



En equilibrio:

$$-k_1x - k_2x + mg = 0$$

$$x = \frac{mg}{k_1 + k_2} = \frac{mg}{k_T}$$

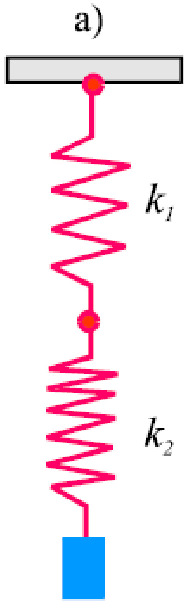
$$k_T = k_1 + k_2$$

Más fuerte (doble si k’s iguales):

$$k = k_1 = k_2$$

$$k_T = 2k$$

Resortes en serie



En equilibrio:

$$T = mg$$

$$k_1 x_1 = mg \;\; y \quad k_2 x_2 = mg$$

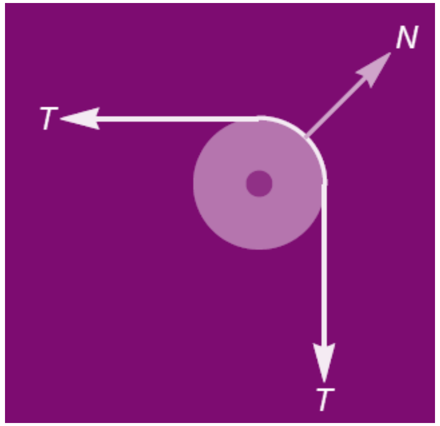
$$x = x_1 + x_2 = mg\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) = \frac{mg}{k_T}$$

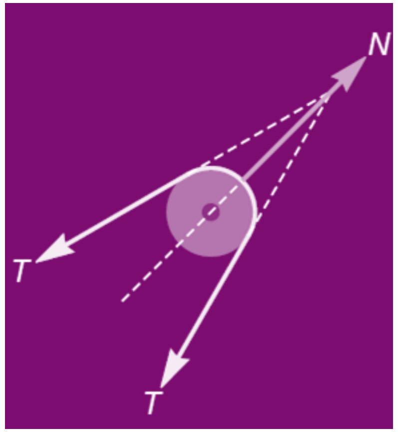
$$\frac{1}{k_T} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) \Rightarrow más\ débil$$

Más débil (doble si k's iguales): $k = k_1 = k_2$ $\quad k_T = 1/2\, k$

Poleas

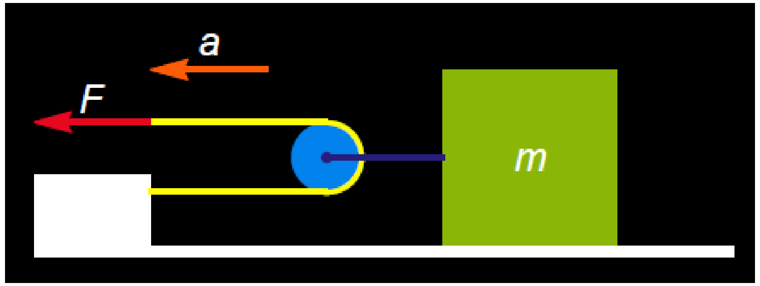
- Poleas ideales tienen masa despreciable y no hay fricción
- Cambian la dirección de las fuerzas ejercidas por las cuerdas
- Si tanto la polea como la cuerda tienen masa despreciable, entonces, la Tensión (T) en ambos lados es la misma
- La fuerza normal o de contacto, está a lo largo de la línea que biseca el ángulo



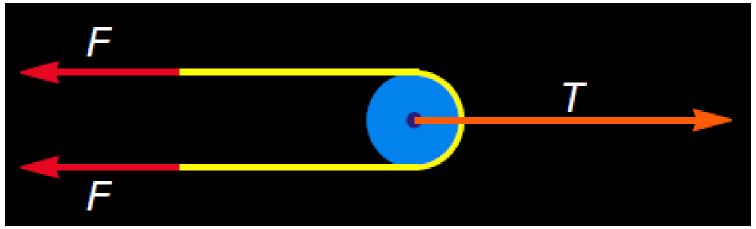


Problemas de bloques y poleas

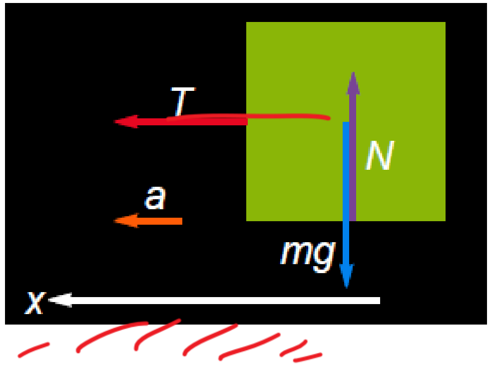
- Polea y cuerda con masa despreciable



- Superficie sin fricción (m=300 Kg y a= 5cm/s^2)
- Sobre la Polea:



- $T - 2F = 0 \qquad T = 2F$
- Sobre la masa:
- $T = ma$
- $2\mathrm{F} = ma$



- $a = \frac{2F}{m} \qquad F = \frac{ma}{2} = \frac{300\ \times 0.05}{2} = 7.5N$

Problemas de bloques y poleas

- Problema de la figura, sin fricción y masa de poleas y cuerdas despreciable.
- Masa 1 Masa 2 Polea

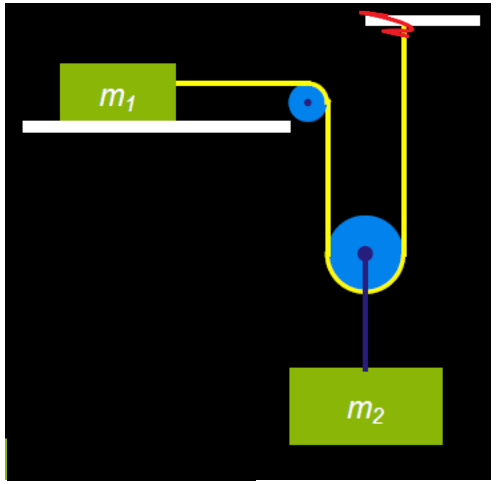
$$T_1 = m_1 a_1 \qquad m_2 g - T_2 = m_2 a \qquad 2T_1 - T_2 = 0$$

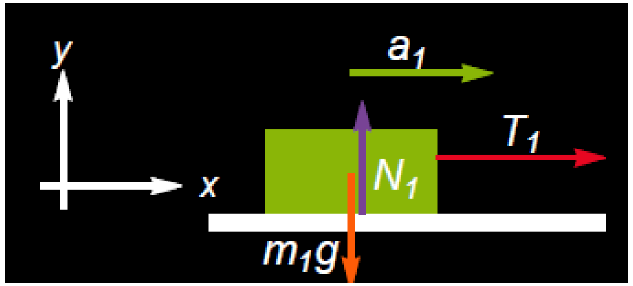
$$N_1 - m_1 g = 0$$

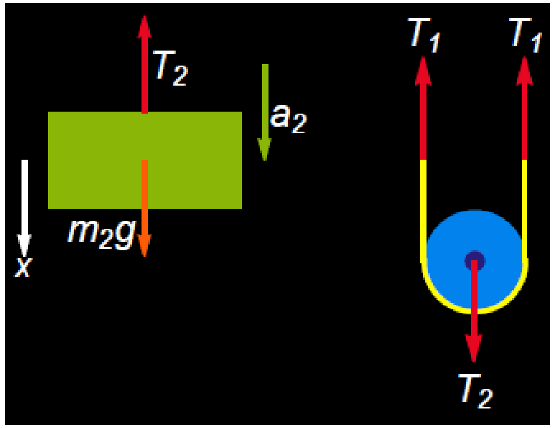
- Ligadura: m_1 se mueve una distancia x_1

  m_2 se mueve una distancia x_2

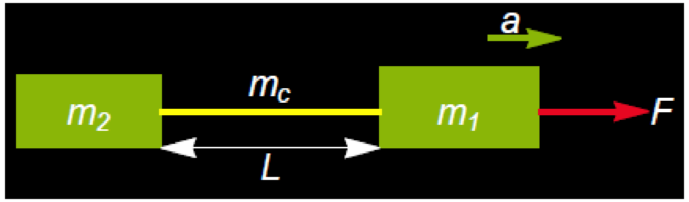
$$\boxed{x_2 = 1/2\, x_1} \Longrightarrow \frac{dx_2}{dt^2} = 1/2 \frac{dx_1}{dt^2} \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2} a_1$$

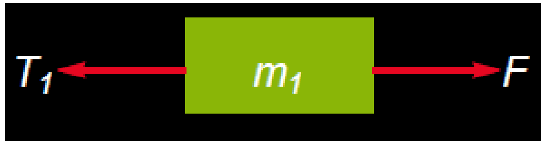






Poleas





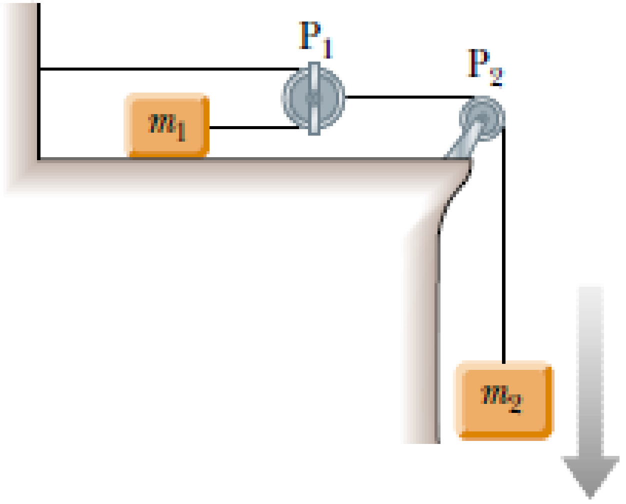
- Las cuerdas solo ejercen tensión: “jala
- Si las cuerdas no tienen masa la tensión es igual
- Si las cuerdas tienen masa, son otro cuerpo
- No se deforman, por tanto, longitud constante
- Se alinean con las fuerzas
- Ligaduras: Bloques unidos, aceleración igual
- m1: $F - T_1 = m_1 a$
- m2: $T_2 = m_2 a$
- mc: $T_1 - T_2 = m_c a$
- Resolviendo
- $F = (m_1 + m_2 + m_c)a \quad T_1 = F - m_1 a = (m_2 + m_c)a \quad T_2 = m_2 a$

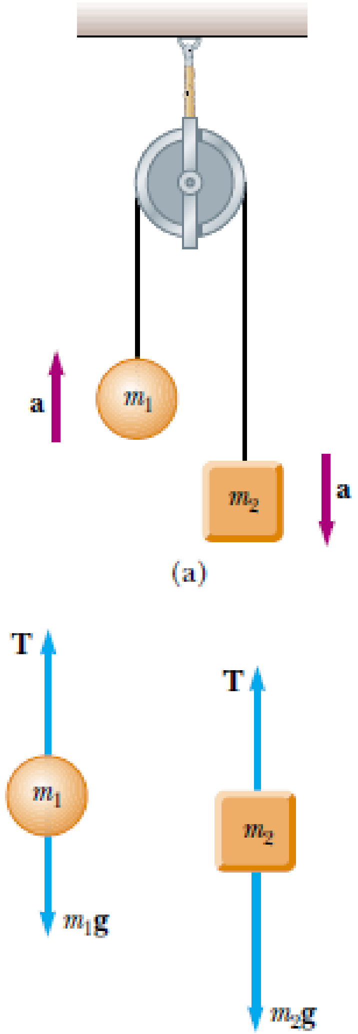
$$T_1 \neq T_2 \; cuerda\ con\ masa$$

$$m_c = 0 \quad \Rightarrow \quad T_1 = T_2$$

Problemas:

- Máquina de Atwood y modificaciones
- (ligaduras!)

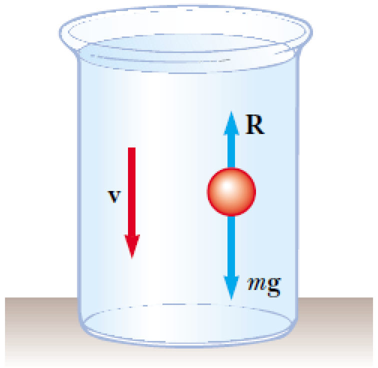




Fuerza resistiva a la velocidad del objeto

- Fuerza que actúa sobre un cuerpo que se mueve en un medio viscoso

$$F = R = -bv$$



$$a = dv/dt = 0.$$

$$\Sigma F_y = mg - bv,$$

$$mg - bv = ma = m\frac{dv}{dt}$$

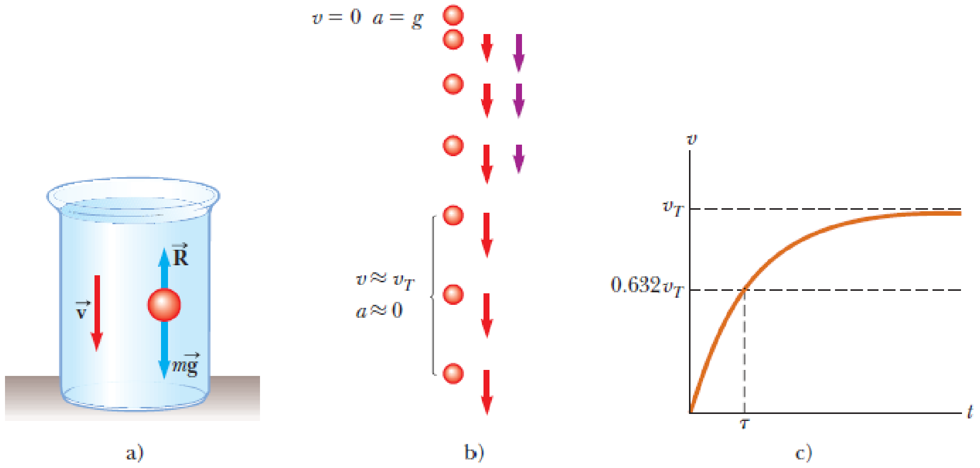
$$\boxed{\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v}$$

$$mg - bv_T = 0 \qquad \text{or} \qquad v_T = \frac{mg}{b}$$

Fuerza resistiva a la velocidad del objeto

- $F = R = -bv$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v}$$



$$mg - bv_T = 0 \qquad \text{or} \qquad v_T = \frac{mg}{b}$$

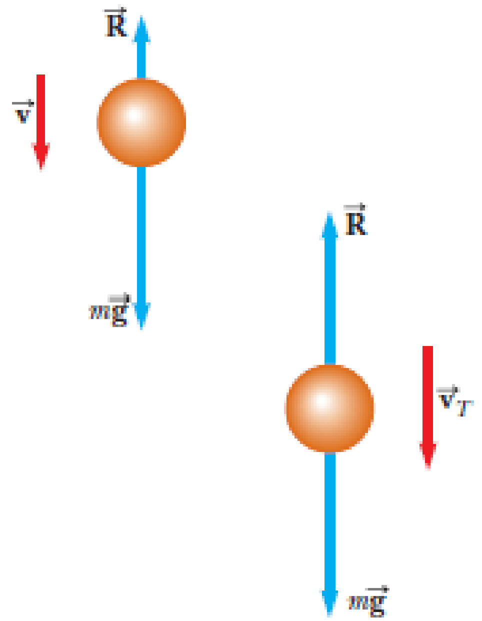
$$v = \frac{mg}{b}(1 - e^{-bt/m}) = v_T(1 - e^{-t/\tau})$$

e: número de Euler 2.71828

τ: constante de tiempo (m/b) es el tiempo en el que la esfera liberada del reposo en t=0 alcanza 63.2% de su rapidez terminal, cuando t= τ, entonces v= 0.632 v_T

Fuerza resistiva a la velocidad del objeto

- Para objetos que se mueven con grandes velocidades a través del aire, como aviones, pelotas, paracaidistas, etc.



$$F = R = -{}^{1}/_{2}\, D\rho A v^2$$

$$\sum F = mg - \frac{1}{2} D\rho A v^2$$

$$a = g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right) v^2$$

$$g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right) v_T^{\,2} = 0$$

$$v_T = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}}$$