FUNDAMENTOS DE MECÁNICA

DINÁMICA

Clase No. 6

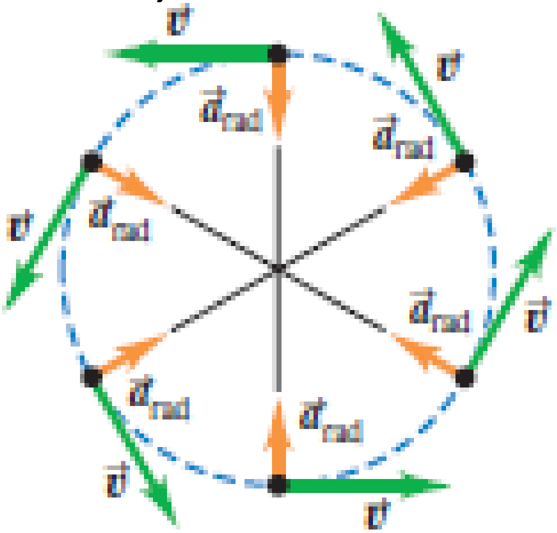
Doris Cadavid

Movimiento Circular y aplicaciones ley de Newton

- Una partícula que se mueve en una trayectoria circular de radio *r* con rapidez uniforme *v*, experimenta una aceleración de magnitud:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2\, r$$

- El vector aceleración se dirige hacia el centro del circulo, pues el vector velocidad cambia constantemente de dirección, se denomina **aceleración centrípeta**
- $\boldsymbol{a_r}$ siempre es perpendicular a **v**



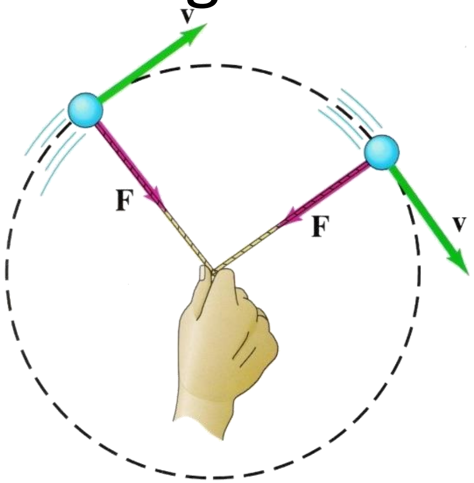
Movimiento Circular y aplicaciones ley de Newton

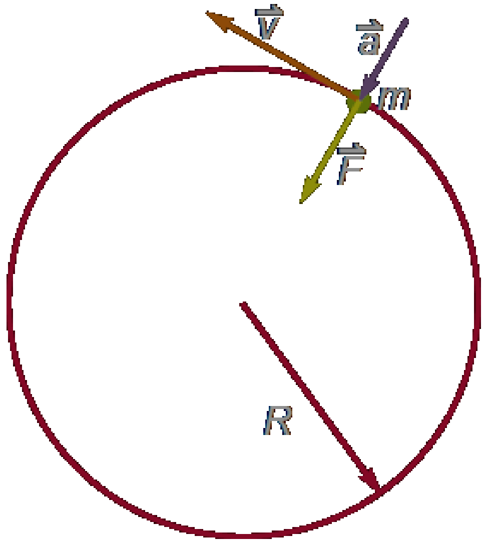
- Sí la partícula experimenta una aceleración centrípeta, entonces la fuerza que causa esta aceleración es la Fuerza Centrípeta

$$F_r = ma_r = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

- El Si una masa m se mueve en un circulo con velocidad constante v, la

fuerza F debe ser ejercida por un agente externo.

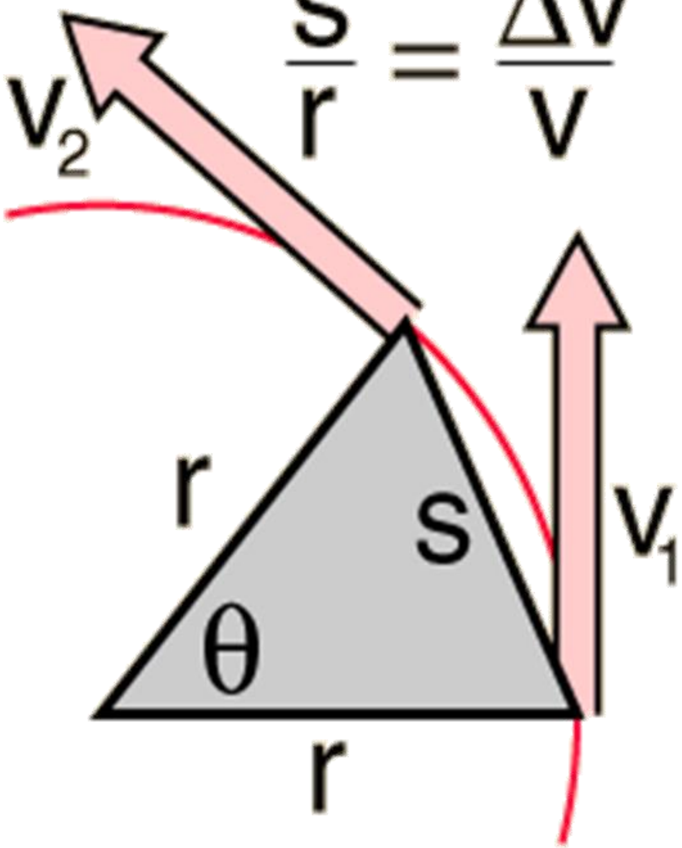




Aceleración centrípeta

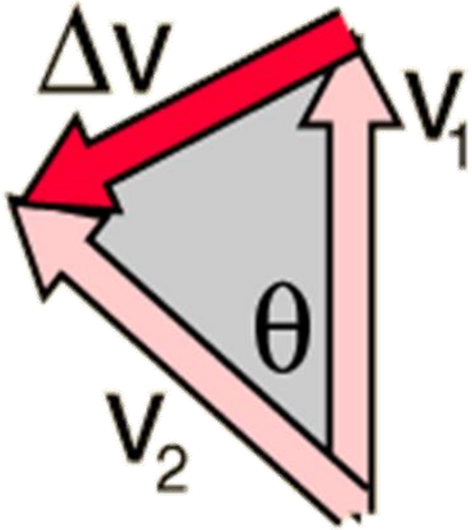
Triángulos similares

$$\frac{s}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$



Aproximando el arco

$$s = v\Delta t$$



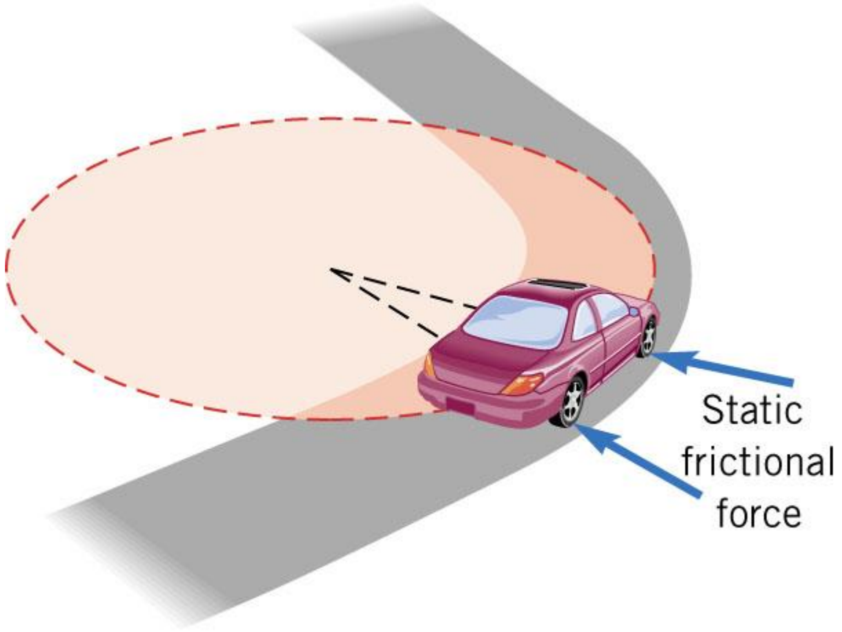
Sustituyendo a S y arreglando términos

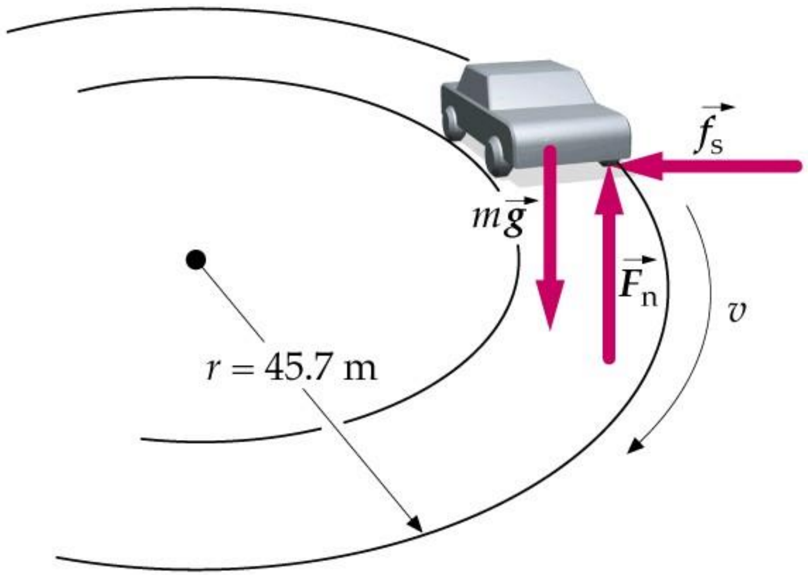
$$\boxed{\frac{\Delta v}{\Delta t} = a = \frac{v^2}{r}}$$

Ecuaciones importantes

- $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$
- $f = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega}{2\pi}$
- $\omega = 2\pi f$
- $a_r = a_c = \frac{v^2}{r}$
- $\omega = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{v}{r}$
- $v = \omega r$

Movimiento en una curva plana



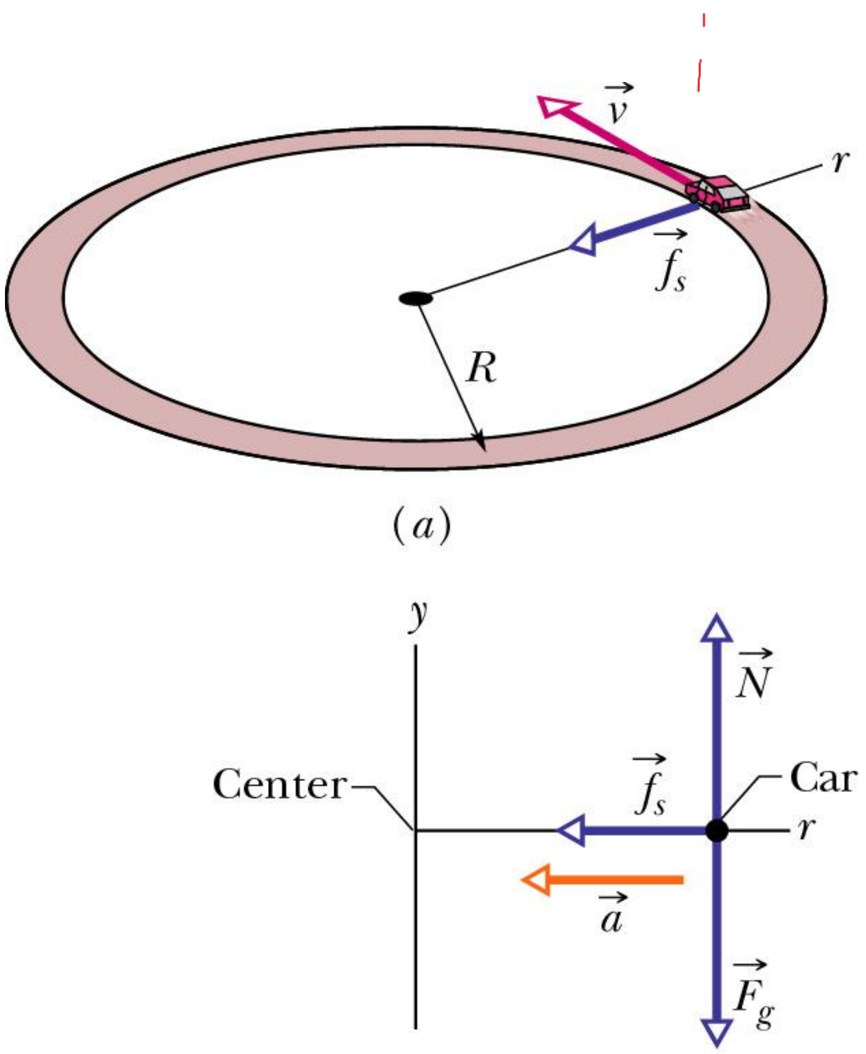


Movimiento en una curva plana

- Aceleración en cada dirección:
  - $a_y = 0\ m/s^2$
  - $a_x = a_c = \frac{v^2}{r}$
- Fuerzas: (Fricción estática justo cuando va iniciar a deslizarse)

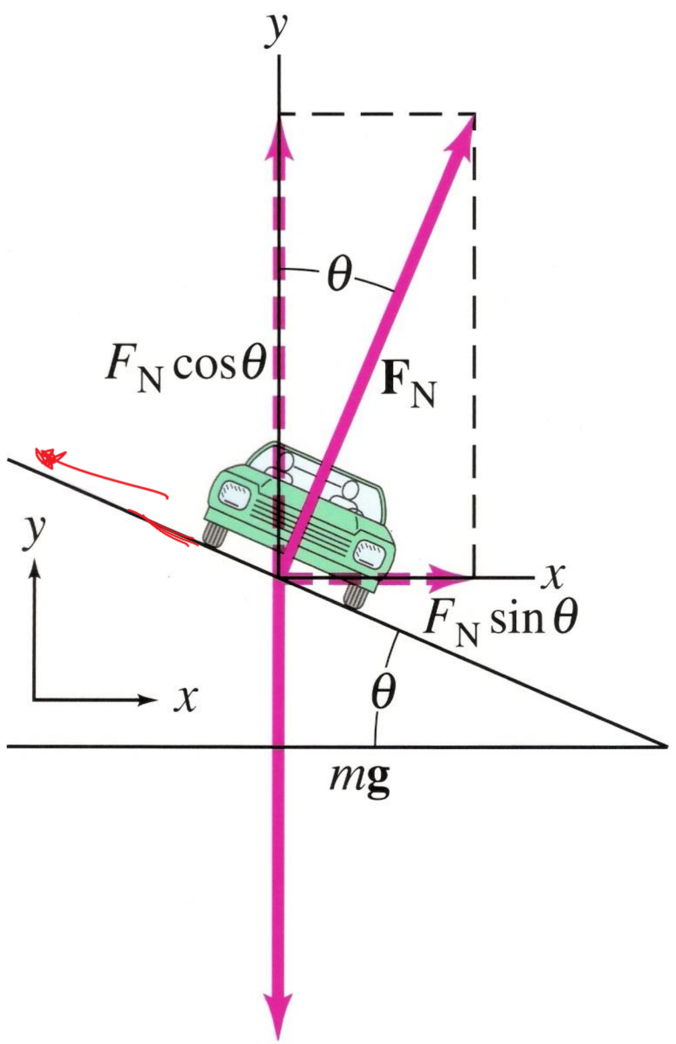
$$F_c = F_F\ ; \quad m\frac{v^2}{r} = \mu_s m g$$

$$\frac{v^2}{r} = \mu_s g$$

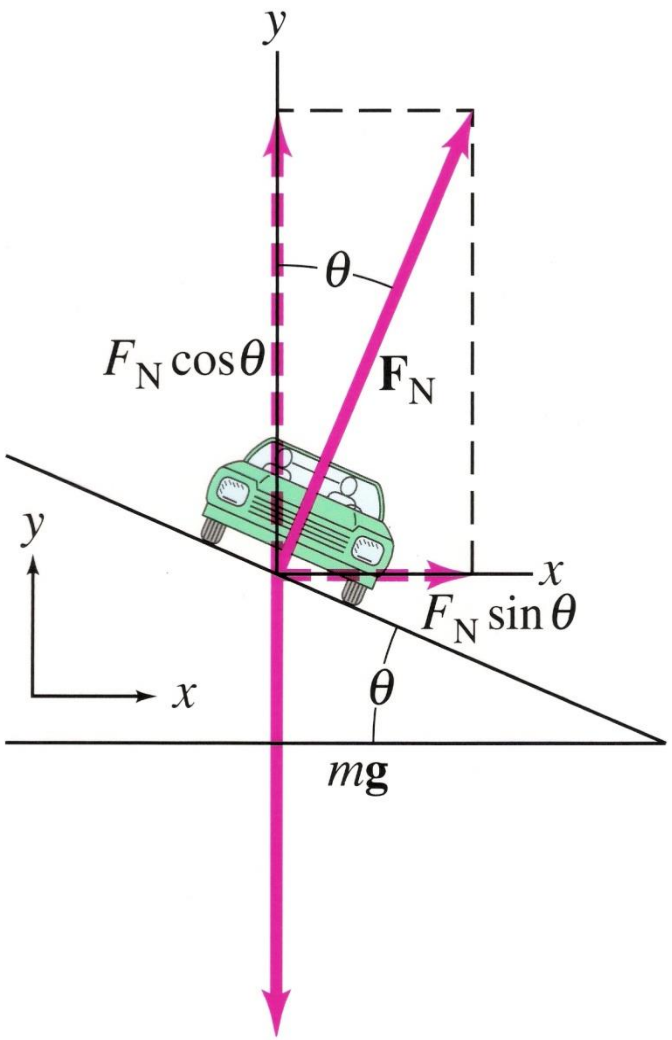


Movimiento en una curva con peralte

- El efecto del peralte es inclinar la fuerza normal F_N hacia el centro de curvatura de la carretera para que el componente radial interno $F_N \sin\theta$ pueda suministrar la fuerza centrípeta requerida.
- De tal manera que no se requiera solo la fuerza de fricción estática para que suministre la fuerza central (centrípeta)



Movimiento en una curva con peralte (Sin Fricción)



$$F_N \cdot \cos\theta - F_w = 0$$

$$F_N = \frac{F_w}{\cos\theta}$$

Esta ecuación proporciona el ángulo de inclinación que permite que un automóvil viaje en una curva de radio r con velocidad constante v y no requiere fuerza de fricción.

$$F_C = F_N \cdot \sin\theta$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = F_N \cdot \sin\theta$$

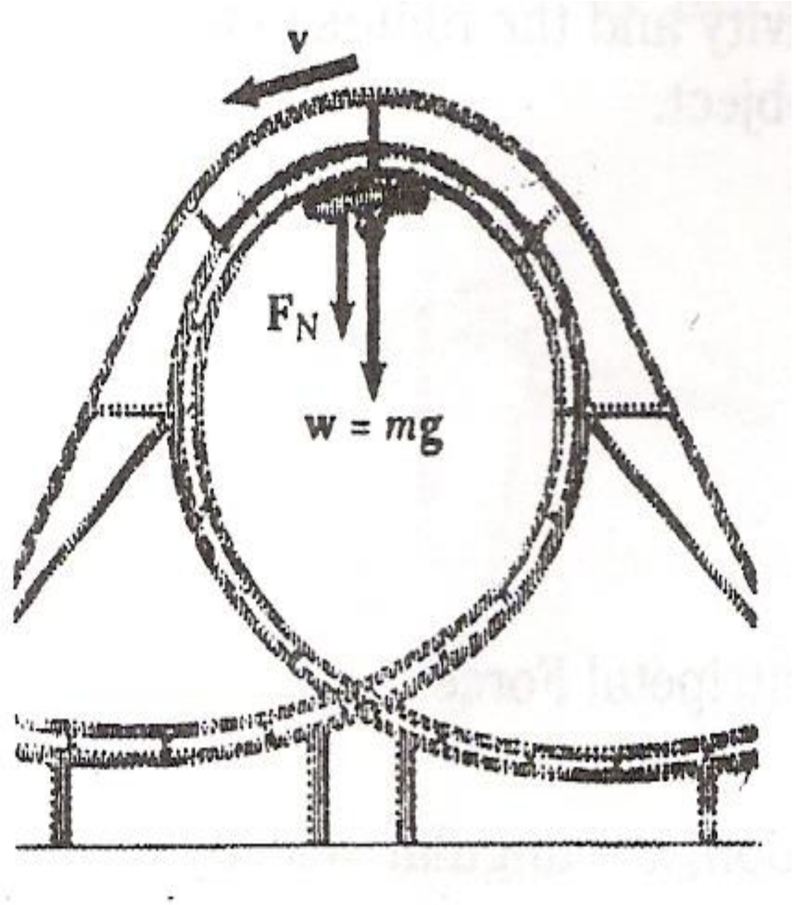
$$\frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{F_w}{\cos\theta} \cdot \sin\theta$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot g \cdot \tan\theta$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{r \cdot g}$$

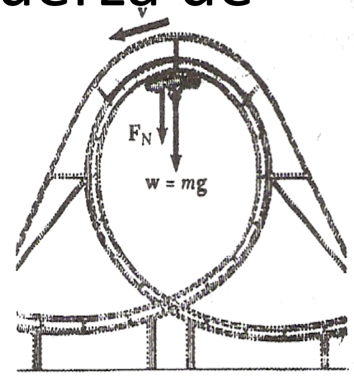
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{r \cdot g}\right)$$

Movimiento en circulo vertical



Movimiento en circulo vertical

- La fuerza de la gravedad hace que varíe la velocidad de un objeto en una trayectoria circular vertical. El objeto acelera en la porción hacia abajo de su trayectoria circular y desacelera en la porción hacia arriba de la trayectoria circular.
- En la parte superior e inferior de una trayectoria circular vertical, el peso y la fuerza normal (o una fuerza de soporte equivalente, como la tensión) son las únicas fuerzas que actúan sobre un objeto. La fuerza centrípeta es suministrada por la resultante del peso y una fuerza de soporte (a menudo la fuerza normal).



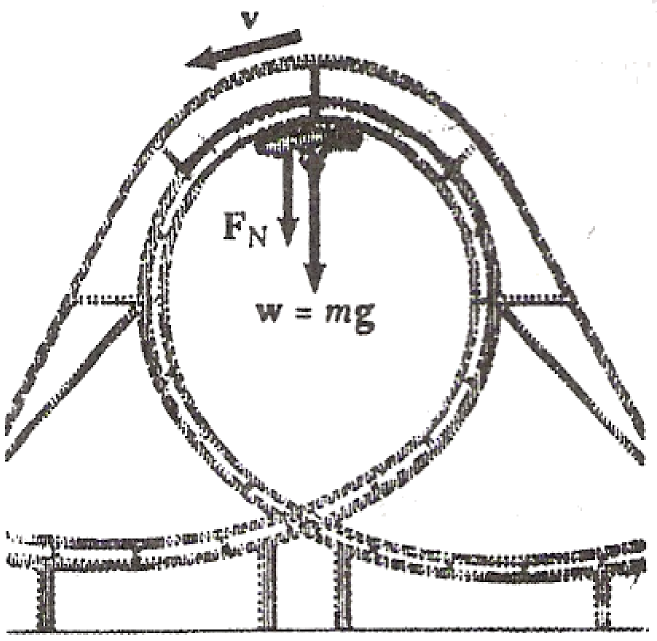
Movimiento en circulo vertical

$$F_C = F_W + F_N$$

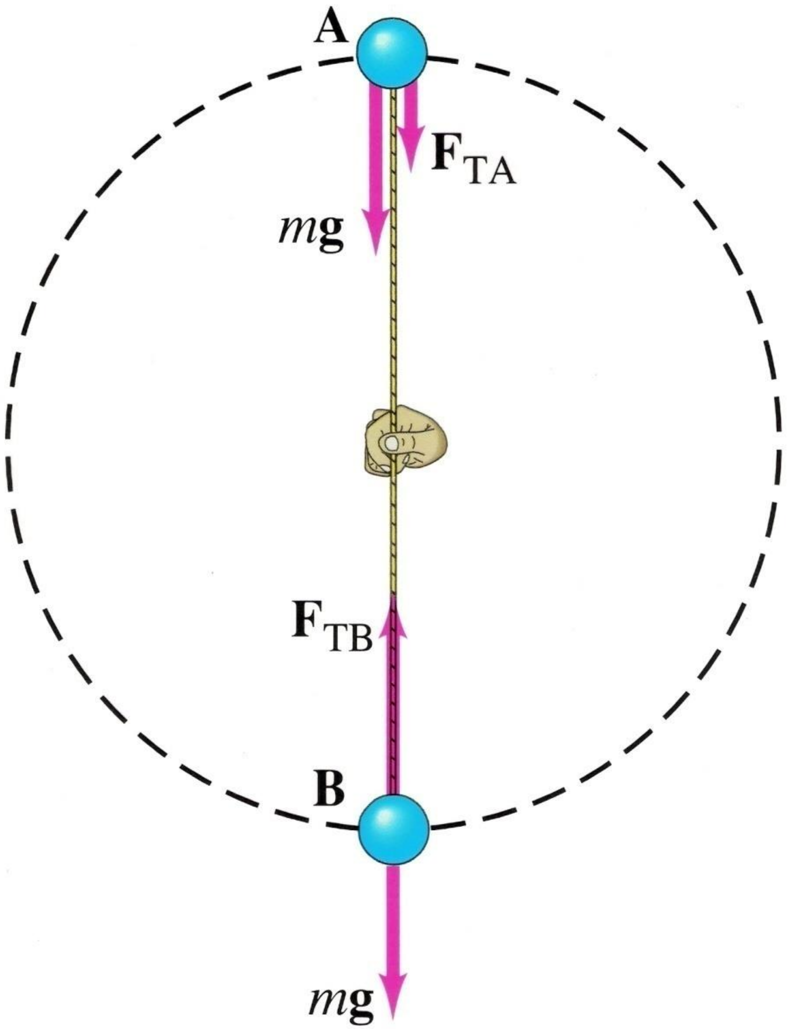
$$F_N = \frac{m \cdot v^2}{r} - m \cdot g$$

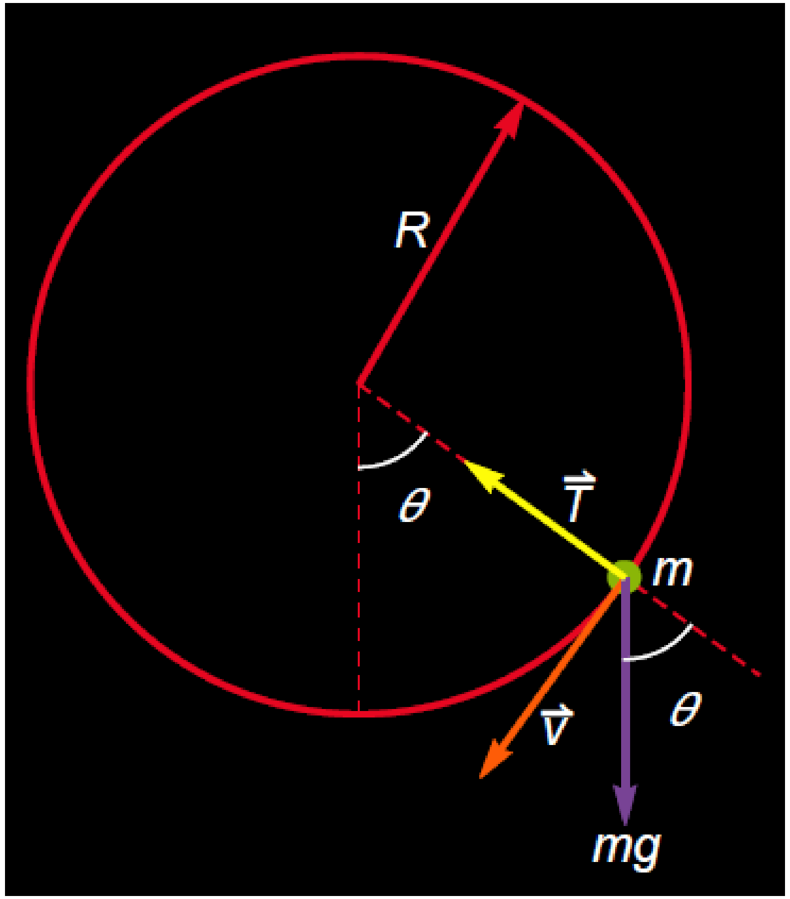
$$F_C = F_N - F_W$$

$$F_N = \frac{m \cdot v^2}{r} + m \cdot g$$



Movimiento en circulo vertical con tensión





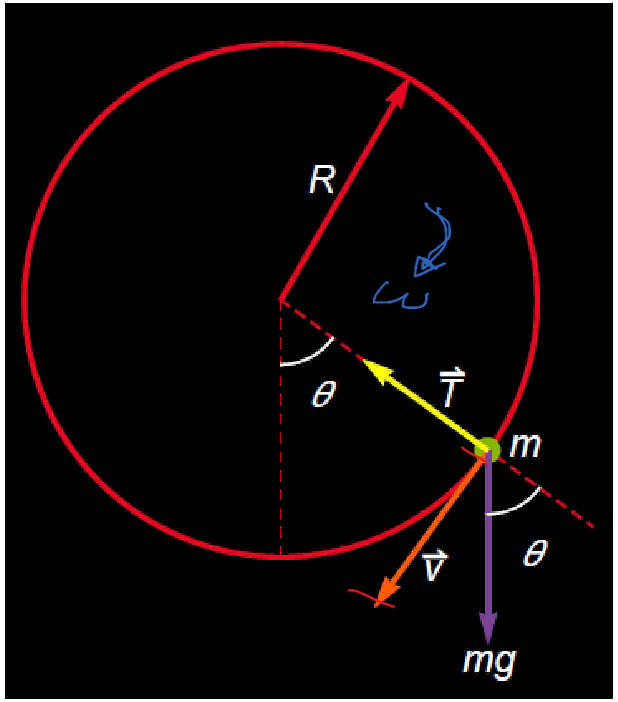
Movimiento en circulo vertical con tensión

- Fuerza sobre la masa

$$F_{\parallel} = mg \sin \theta$$
$$F_{\perp} = T - mg \cos \theta$$

- Entonces con las aceleraciones se obtiene:

$$F_{\parallel} = mg \sin \theta = ma_{\parallel}$$
$$F_{\perp} = T - mg \cos \theta = ma_{\perp}$$
$$T - mg \cos \theta = m \frac{v^2}{R}$$
$$T = m \left(\frac{v^2}{R} + g \cos \theta \right)$$



Movimiento en circulo vertical con tensión

$$T = m\left(\frac{v^2}{R} + g\cos\theta\right)$$

Punto más bajo: θ = 0 $F\|$ = 0; $a\|$ = 0

la aceleración es radial

$$T = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right)$$

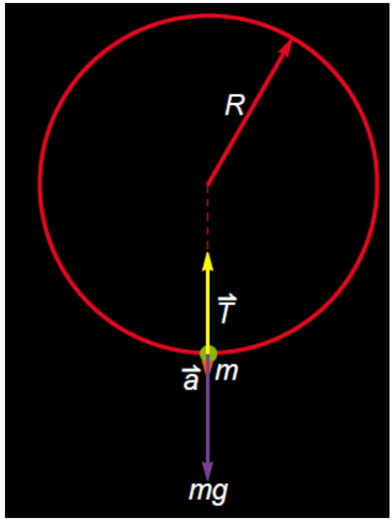
Punto más alto: $\theta = \pi$ $T = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$

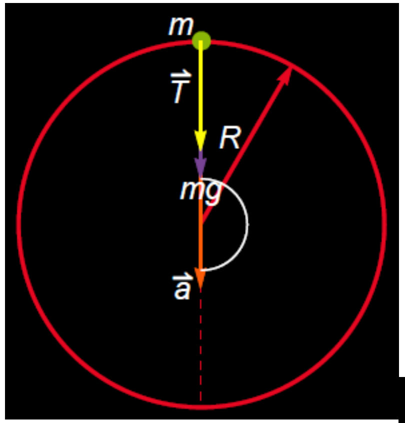
Para la velocidad crítica $v = v_c$, T=0

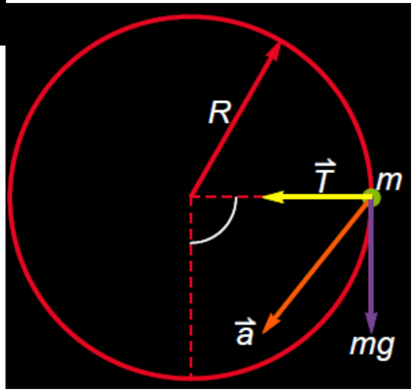
0$= m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$ $v_c = \sqrt{gR}$ mínima velocidad permitida!

Punto: $\theta = {}^{\pi}/_{2} = 90°$

$a\| = g$; $a_\perp = {}^{v^2}/_{R}$





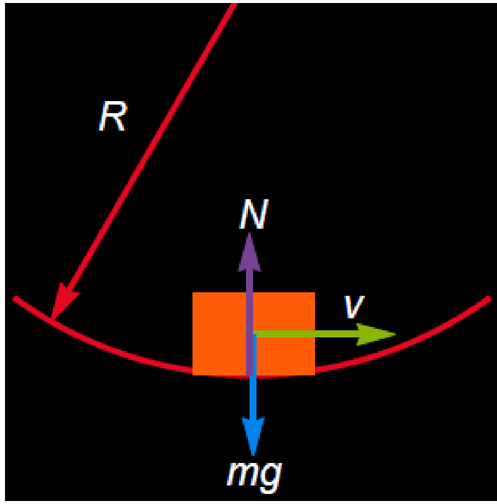


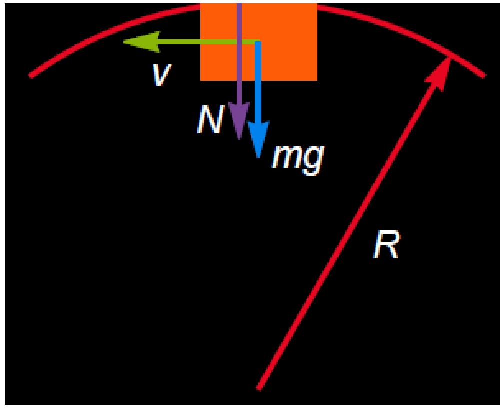
Ejemplo

- ¿Cuál es el peso aparente del hombre en la parte baja y en la parte alta de la trayectoria?
- m= 75 Kg
- R=3 m
- $v_0 = 9.5\, m/s$ (constante)

Ejemplo

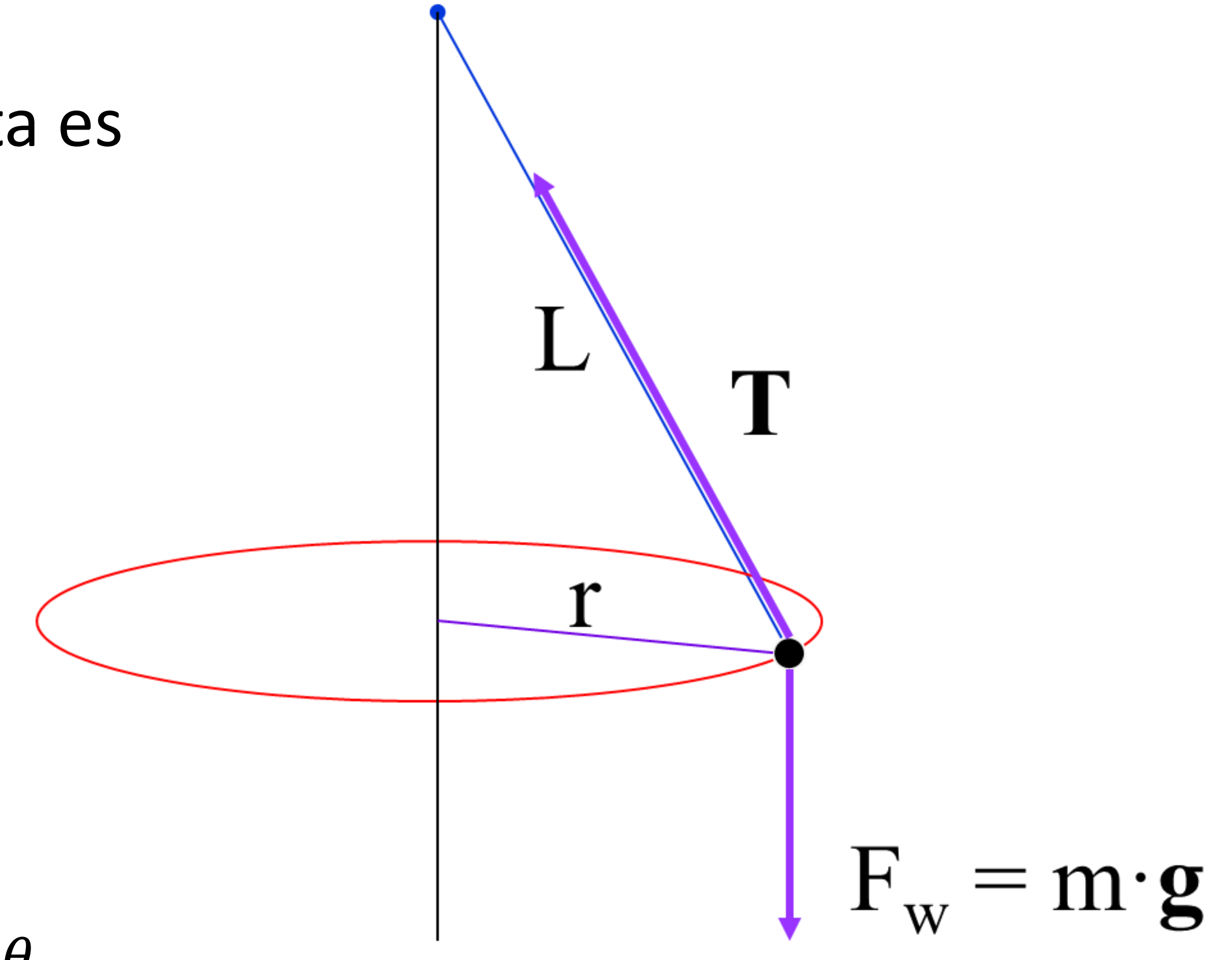
- En la parte de abajo:
- $N - mg = m\dfrac{v^2}{R}$
- $N = mg\left(1 - \dfrac{v^2}{gR}\right)$
- En la parte de arriba
- $N + mg = m\dfrac{v^2}{R}$
- $N = mg\left(\dfrac{v^2}{gR} - 1\right)$
- Qué pasa si : $v = \sqrt{gR}\ \ o\ \ \ v \leq \sqrt{gR}$





Péndulo Cónico

- Para péndulos cónicos, la fuerza centrípeta es proporcionada por un componente de la tensión.
- θ es el ángulo entre la vertical y el cable.
- Suponga que τ es el período de rotación
- Determinar la tensión y ángulo
- $\sum F_\rho = -T\sin\theta = -\frac{mv^2}{r}$
- $\sum F_z = T\cos\theta - mg = 0$
- Restricciones: $r = L\sin\theta \qquad v = \frac{2\pi\,\mathrm{L}\sin\theta}{\tau}$



Péndulo Cónico

- $\tan\theta = \dfrac{v^2}{gr}$

- Con: $r = L\sin\theta$ $\qquad v = \dfrac{2\pi L\sin\theta}{\tau}$
- $\tan\theta = \dfrac{4\pi^2 L\sin\theta}{g\tau^2}$
- $\cos\theta = \dfrac{g\tau^2}{4\pi^2 L}$
- $T = \dfrac{mg}{\cos\theta} = \dfrac{4\pi^2 Lm}{\tau^2}$