

احتمال پیشرفته		
Rosenthal, J. S. (2006). <i>A first look at rigorous probability theory</i> . World Scientific Publishing Company.		مرجع
صفحه 1	عبداله جلیلیان، گروه آمار دانشگاه رازی	مدرس

جلسه اول

بررسی احتمال (شانس، تصادف، عدم قطعیت):

- جنبه‌ی فلسفی: وجود و ماهیت عدم قطعیت
- جنبه‌ی تفسیری: تفسیر مقدار احتمال پیشامد در رویکردهای مختلف
- جنبه‌ی ریاضی: تعریف احتمال در قالب یک نظریه‌ی مسنجم و مدون ریاضی
- جنبه‌ی کاربردی: به کار بردن احتمال در مسائل علمی، مهندسی، پزشکی و ...

در این درس به جنبه‌ی ریاضی احتمال پرداخته خواهد شد.

چرا احتمال پیشرفته؟ درس‌های مقدماتی (مبانی احتمال، احتمال ۱ و ۲) در دوره‌ی کارشناسی پاسخ‌گوی همه‌ی ابعاد ریاضی احتمال نیست.

مثال ۱: فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقلی به ترتیب با توزیع‌های پواسون با میانگین $\lambda = 5$ و نرمال استاندارد باشند. در این صورت

$$\mathbb{P}\{X = k\} = e^{-5} \frac{5^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\mathbb{P}\{Y = y\} = 0, \quad y \in \mathbb{R}$$

و برای $-\infty < a < b < \infty$ دلخواه داریم

$$\mathbb{P}\{a < X \leq b\} = \sum_{x=[a]+1}^{[b]} e^{-5} \frac{5^x}{x!},$$

$$\mathbb{P}\{a < Y \leq b\} = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy.$$

متغیر تصادفی جدید Z را به صورت

$$Z = \begin{cases} X & W = 1 \\ Y & W = 0 \end{cases}$$

تعریف می‌کنیم که در آن W یک متغیر تصادفی برنولی با احتمال پیروزی $p = 0.5$ و مستقل از X و Y است.

آیا Z مانند X گسسته و دارای تابع جرم احتمال است؟

آیا Z مانند Y (مطلقاً) پیوسته و دارای تابع چگالی احتمال است؟

چگونه می‌توان امید ریاضی تابعی از Z مانند Z^2 یا $\sin(2\pi Z)$ را محاسبه کرد؟

احتمال پیشرفته		
Rosenthal, J. S. (2006). <i>A first look at rigorous probability theory</i> . World Scientific Publishing Company.		مرجع
صفحه 2	عبداله جلیلیان، گروه آمار دانشگاه رازی	مدرس

مثال ۲: فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت روی بازه‌ی $[0, 1]$ است. در این صورت برای هر

$$0 \leq a \leq b \leq 1 \text{ داریم}$$

$$\mathbb{P}\{a < X \leq b\} = \mathbb{P}\{X \in (a, b]\} = b - a$$

یعنی احتمال قرار گرفتن X در هر بازه با طول آن برابر است.

آیا می‌توان نتیجه گرفت احتمال قرار گرفتن X در هر $A \subset [0, 1]$ برابر است با طول A ؟

آیا تابع (اندازه) موجود است که با دریافت هر $A \subset [0, 1]$ مقدار طول آن را برگرداند؟