Solemne 1

Tiempo: 80 minutos. **Solo consultas de enunciado, en voz alta y desde el puesto.**

1. La glicemia es la medida de concentración de glucosa libre en la sangre de las personas y se sabe que, históricamente, se distribuye normal con media 90 mg/dL y varianza 169 $(\text{mg/dL})^2$. Se tomó una muestra aleatoria de pacientes de un laboratorio, donde se obtuvo lo siguiente:

Glicemia (mg/dL)	N° de Pacientes
68 - 78	6
78 - 88	13
88 - 98	18
98 - 108	11
108 - 118	8

   (a) (10 pts) Las autoridades del Ministerio de Salud tienen la sospecha que el valor promedio de glicemia ha aumentado, pero ha disminuido la variabilidad. ¿Qué puede indicar usted al respecto? Justifique su respuesta con las medidas descriptivas adecuadas.

   (b) (5 pts) Históricamente, la variabilidad porcentual de la glicemia ha sido del 20 %. ¿La muestra obtenida es más o menos homogénea que el registro histórico? Justifique estadísticamente su respuesta.

   (c) (10 pts) Las personas con glicemia sobre 100, serán parte de un tratamiento experimental. ¿Qué porcentaje de pacientes de este estudio serán parte del tratamiento experimental?

   (d) (5 pts) ¿Qué porcentaje de los pacientes está bajo el valor de la media?

2. (30 pts) Un complejo sistema de ingeniería posee un interruptor automático de seguridad, que debe activarse en condiciones de falla del sistema. Suponga que la probabilidad de que el interruptor se active, dado que hay una falla es $0,99$ y que la probabilidad de no activarse, dado que no hay falla también es $0,99$. Finalmente, suponga que la probabilidad de que el sistema falle es $0,001$. Calcule la probabilidad de que el sistema haya fallado, sabiendo que el interruptor de seguridad se activó.

3. Un asunto de importancia médica es determinar si trotar conduce a una reducción del pulso cardiaco. Para probar esta hipótesis, 8 voluntarios sedentarios acordaron iniciar un programa de entrenamiento en trote por 1 mes. Al finalizar el mes se determinaron los nuevos valores de sus pulsos, y se compararon con los valores que tenían anteriormente. Si los datos son los siguientes,

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7	8	$\overline{x}$	S
Pulso inicial	74	86	98	102	78	84	79	70	83,875	11,21781
Pulso final	69	85	90	105	71	80	69	74	80,375	12,58046

   Use una significancia $\alpha = 5\,\%$.

(a) (15 pts) ¿Podemos concluir que trotar ha tenido un efecto reductor sobre el pulso cardíaco?

Solución: Tal como ha sido planteado el enunciado, la tabla anterior presenta dos muestras pareadas, por lo tanto hacemos el test correspondiente para las diferencias Antes − Después: (1 pts)

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7	8	$\overline{d}$	S_d
diferencia	5	1	8	-3	7	4	10	-4	3,5	5,09902.

(2 pts)

Queremos hacer el test:

$$H_0 : \mu_d = 0$$
$$H_1 : \mu_d > 0$$

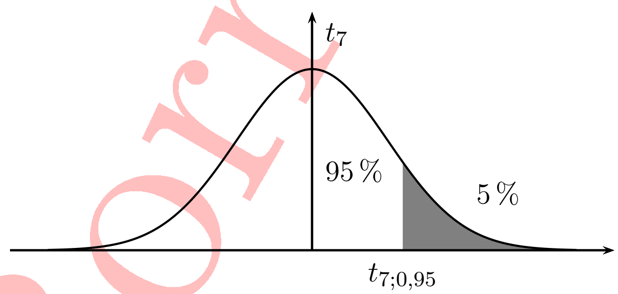
(3 pts)

El estadístico a usar es

$$Z_0 = \frac{\overline{d}}{S_d/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}.$$

(2 pts)

La región de rechazo está achurada en la figura:



De la tabla t de Student para 7 grados de libertad, hallamos $t_{7;0,95} = 1,895$, por lo rechazamos H_0 si $t_{\text{obs}} > t_{7;0,95} = 1,895$. (3 pts)

Calculemos el valor observado del estadístico:

$$t_{\text{obs}} = \frac{\overline{d}}{S_d/\sqrt{n}} = \frac{3,5}{5,08802/\sqrt{8}} = 1,94145.$$

(1 pts)

Como $t_{\text{obs}} = 1,94145 > t_{7;0,95} = 1,895$, el valor observado está en la región de rechazo, por lo que se rechaza H_0. Concluimos que hay suficiente evidencia estadística para afirmar que hubo un descenso en el pulso cardíaco medio. (3 pts)

(b) (15 pts) Imagine que a la tabla anterior le cambiamos "Pulso inicial" por "Sedentarios", y "Pulso final" por "Trotadores", de manera que la nueva tabla exprese el pulso de 16 personas distintas, 8 de ellos sedentarios, y 8 de ellos trotadores, sin relación entre ellos. ¿Se puede concluir que los trotadores tienen menor pulso que los sedentarios? *Suponga varianzas iguales.*

Solución: Las condiciones de este enunciado indican que debemos considerar la tabla anterior como dos muestras independientes. Sea X_S el pulso de un sedentario y X_T el de un trotador, los cuales asumimos distribuidos de manera normal.
Según enunciado, asumimos $\sigma_S^2 = \sigma_T^2$. Haremos un test para comparar las medias de X_S y X_T: (2 pts)

$$H_0\colon \mu_S = \mu_T$$
$$H_1\colon \mu_S > \mu_T$$

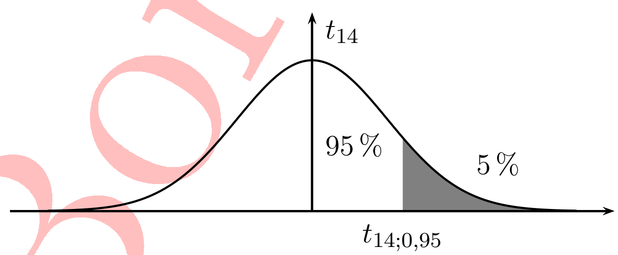
(3 pts)

Como cada muestra tiene tamaño $n = 8$, el estadístico a usar es

$$\frac{\overline{x}_S - \overline{x}_T}{S_p\sqrt{\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}} \sim t_{14}.$$

(3 pts)

La región de rechazo está achurada en la figura:



De la tabla Normal, hallamos $t_{14;0,95} = 1,761$. Por lo que rechazaremos H_0 si es que $t_{\text{obs}} > 1,761$. (3 pts)
Calculemos el valor observado del estadístico:

$$S_p^2 = \frac{7\cdot 11,21781^2 + 7\cdot 12,58046^2}{14} \Rightarrow S_p = 11,91862.$$
$$t_{\text{obs}} = \frac{\overline{x}_S - \overline{x}_T}{S_p\sqrt{\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}} = 0,58732.$$

(1 pts)

Como $t_{\text{obs}} = 0,58732 < t_{14;0,95} = 1,761$, el valor del observado no está en la región de rechazo, por lo que no hay suficiente evidencia estadística para rechazar H_0. Concluimos que no hay evidencia para asegurar que el pulso de trotadores es menor que el de sedentarios, con una confianza del 95 %. (3 pts)