

Fenomenología de ALPs

Javier Martín del Barrio

Tutora: María Belén Gavela Legazpi



Universidad Autónoma
de Madrid

Facultad de Ciencias
Madrid, España
2023-2024

Índice

1. Introducción	2
1.1. Diagramas de Feynman: árbol y loops	2
1.2. Mecánica Lagrangiana	3
1.3. Teorías de campos efectivas: Interacción de Fermi	3
2. Dinámica de campos libres	5
2.1. Ecuación de Klein-Gordon	5
2.2. Ecuación de Dirac	5
3. Simetrías discretas	6
3.1. Campo electromagnético	7
3.2. Campo fuerte	8
3.3. Bilineales fermiónicos	8
4. Violación de simetría CP: Momento dipolar eléctrico del neutrón	9
5. Ruptura espontánea de simetría	10
5.1. Simetría discreta	10
5.2. Simetría continua	11
5.3. Pseudobosones de Goldstone	12
6. Simetrías de spinores y el problema CP fuerte	13
6.1. Fermiones libres	13
6.2. Fermiones con carga de color	14
6.3. Una solución al problema CP fuerte: el axión	15
6.4. Lagrangiano efectivo del axión	16
7. Lagrangiano de los ALPs	16
8. Conclusiones	18

En este trabajo se estudia la fenomenología asociada al concepto de pseudobosones de Goldstone, específicamente de partículas tipo axión. La interacción entre partículas tipo axión y fermiones puede ser fuente de violación de la simetría CP -conjugación carga paridad-, lo que contribuiría al valor del momento dipolar eléctrico del neutrón mediante un proceso a un único loop cuántico. Se espera que esta contribución sea mayor a la predicha por el Modelo Estándar, donde el proceso dominante ocurre a tres loops cuánticos. Los avances previstos para los próximos años en la medida del momento dipolar eléctrico del neutrón ofrecen una ventana hacia nueva física donde las teorías efectivas de partículas tipo axión están ganando importancia debido a su generalidad y aplicabilidad a distintos modelos.

1. Introducción

En física de partículas el concepto de Bosón o Pseudobosón de Goldstone (GB o PGB en adelante) describe la aparición de partículas ligadas a la ruptura espontánea de una simetría, exacta o aproximada. Este efecto resulta muy interesante, ya que su aparición es un indicio de una simetría escondida no descubierta. A pesar del nombre, ruptura espontánea indica una simetría no rota, exactamente preservada por en el Lagrangiano. El nombre alude a que dicha simetría no es explícita en el espectro de bajas energías.

Los axiones -partículas hipotéticas propuestas por Frank Wilczek y Steven Weinberg [1] basándose en el trabajo realizado por Roberto Peccei y Helen Quinn [2] en su búsqueda de una solución al problema CP fuerte- son un tipo de PGB, igual que las partículas tipo axión (en adelante ALPs por sus siglas en inglés). Este concepto ha ganado importancia en los últimos años en el desarrollo de teorías más allá del Modelo Estándar (en adelante ME) por lo que resulta interesante estudiarlo como un formalismo independiente de modelos concretos. En este trabajo se explicarán los fundamentos necesarios para entender este concepto y se emplearán en una teoría de campos efectiva (en adelante EFT) que describa cómo podrían estas partículas afectar al valor del momento dipolar eléctrico del neutrón (en adelante MDEN).

En el ME el valor del MDEN está muy suprimido, siendo el proceso dominante a tres loops cuánticos. Actualmente hay cuatro órdenes de magnitud entre el valor esperado del ME y la cota superior obtenida experimentalmente, por lo que si hubiese una medida positiva en los próximos años, sería un claro indicio de nueva física. Este hecho sumado a los continuos avances experimentales en este campo, hacen que el MDEN sea un campo de estudio muy interesante para el desarrollo de teorías más allá del ME, en particular sus implicaciones respecto a la conservación de las simetrías de carga y paridad.

Para poder entender todas estas ideas, resulta necesario introducir primero conceptos de mecánica cuántica relativista como los diagramas de Feynman, la ecuación de Klein-Gordon o la ecuación de Dirac. También se introducirá el concepto de EFT partiendo del ejemplo de la interacción de Fermi. Se estudiarán las distintas simetrías, tanto discretas como continuas, de los campos y los efectos de la ruptura de una simetría. Se obtendrán las

propiedades que debe cumplir un operador para contribuir al MDEN. Se introducirán los ALPs, partiendo del axión como solución del Problema CP Fuerte del ME. Finalmente, se obtendrá la expresión que describe una EFT de interacción entre los ALPs y los fermiones y cómo esto afecta al valor predicho para el MDEN.

1.1. Diagramas de Feynman: árbol y loops

En física de partículas se utilizan los diagramas de Feynman [3] para realizar representaciones esquemáticas de los procesos que se llevan a cabo en una interacción entre dos o más partículas. En estos diagramas debe cumplirse la conservación del cuadrimomento en todos los vértices de interacción. La probabilidad de que ocurra un proceso es proporcional a la multiplicación de las constantes de acoplo de la fuerza que media la interacción en cada vértice, pesadas por los propagadores de las partículas mediadoras de la interacción. Exceptuando la interacción fuerte, estas constantes de acoplo son menores que uno, por lo que, cuantos más vértices tenga una interacción menos probable es la misma.

En teoría cuántica de campos la sección eficaz se calcula mediante un tratamiento perturbativo, como el cuadrado del módulo de la suma de amplitudes de los sistemas intermedios posibles, representados por los distintos diagramas de Feynman. En función del número vértices de un diagrama, podemos hacer una clasificación de su importancia perturbativa. Dentro de un mismo proceso, esta clasificación se puede hacer simplemente en función del número de bucles cerrados o “loops”.

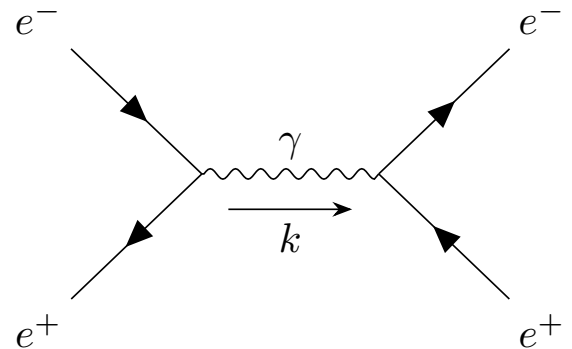


Figura 1: Diagrama de Feynman ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$) tipo árbol. También se le denomina clásico o de orden cero.

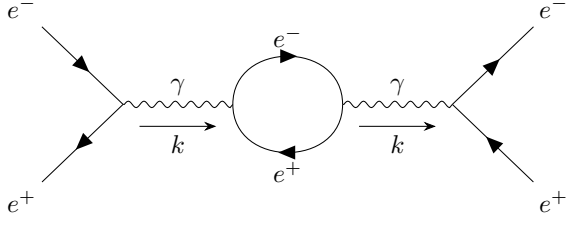


Figura 2: Diagrama de Feynman ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$) a un loop. También se le denomina cuántico o de primer orden.

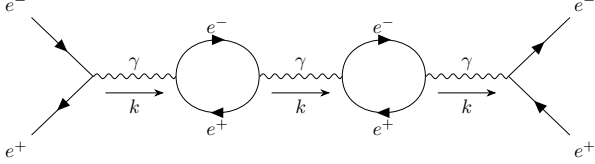


Figura 3: Diagrama de Feynman ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$) a dos loops. También se le denomina cuántico o de segundo orden.

1.2. Mecánica Lagrangiana

En mecánica clásica se puede estudiar la trayectoria de una partícula en base al Principio de Mínima Acción [4]. Para ello se define el Lagrangiano como

$$L = T - V, \quad (1)$$

donde T es la energía cinética y V el potencial. La acción se define como:

$$S(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} L dt. \quad (2)$$

Esto nos determina una ecuación funcional, es decir, buscamos la función L que minimiza el valor de la acción. Se puede demostrar que el Lagrangiano que cumple esto debe satisfacer la siguiente expresión:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0, \quad (3)$$

donde q_i es una coordenada generalizada del sistema.

Esta es la famosa ecuación de Euler-Lagrange de la mecánica clásica. Utilizando esta ecuación se puede obtener el Teorema de Noether [5] que relaciona simetrías con cantidades conservadas. En el estudio de Teoría de Campos, pasamos de poner el foco en una partícula a hacerlo en un campo $\phi(\vec{x}, t)$ definido en todos los puntos del espacio. Para poder estudiar su evolución temporal, se define una densidad Lagrangiana. Podemos recuperar el Lagrangiano haciendo una integral en todo el espacio:

$$L = \int \mathcal{L} d^3x. \quad (4)$$

Cabe destacar que esta definición trata de manera diferente las coordenadas espaciales y las temporales, mientras que en relatividad especial se trata a todas las coordenadas de manera equivalente, por lo

que resulta más fundamental tratar con densidades Lagrangianas. La acción pasa a ser:

$$S = \int d^4x \mathcal{L}. \quad (5)$$

Las ecuaciones de Euler-Lagrange pasan a ser:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = 0. \quad (6)$$

Resulta importante destacar un aspecto sobre la notación utilizada en este trabajo. En física de partículas es habitual denominar a la densidad Lagrangiana simplemente como el Lagrangiano.

En este trabajo se utilizan unidades naturales ($\hbar = c = 1$), bajo esta convención la acción no tiene unidades, por lo que la integral de la Ec. (5) tiene que ser adimensional. Para esto el Lagrangiano tiene que tener unidades de energía a la cuarta $[L] = l^{-4} = E^4$. De esta manera, se puede obtener la dimensión de los campos teniendo en cuenta que la masa tiene unidades de energía al igual que las derivadas.

1.3. Teorías de campos efectivas: Interacción de Fermi

La teoría de ondas nos relaciona pequeñas longitudes con grandes frecuencias o energías y viceversa. A su vez, la mecánica cuántica nos asocia a cada partícula con una onda, es por esto por lo que a las interacciones a alta energía se las puede asociar a una distancia pequeña. Esta es una de las bases a la hora de estudiar una EFT, en función de la escala de energías en la que se trabaje, no es necesario tener en cuenta todas las interacciones para obtener un buen resultado. En teorías a baja energía no es necesario comprender las interacciones de corto alcance, de la misma manera que en el estudio de la dispersión protón-protón a baja energía no es necesario tener en cuenta la interacción fuerte, es suficiente con la interacción electromagnética. Se pueden diferenciar dos tipos de EFT:

- Top-Down: partiendo de una teoría compleja que describe correctamente una interacción a altas energías se realiza una simplificación de la misma para facilitar los cálculos a bajas energías.
- Bottom-Up: aunque no se disponga de una teoría que explique la interacción a distancias cortas, se puede obtener información sobre la interacción a bajas energías partiendo únicamente de las simetrías que deben respetarse a esta energía. Para esto se estudian los posibles operadores de dimensión cuatro o superior que pueden intervenir en esta interacción. Puesto que el Lagrangiano debe mantener las mismas dimensiones, los operadores efectivos de dimensión superior se pesan mediante un coeficiente de unidades adecuadas que nos indican la escala de nuestra

teoría. Solo se puede obtener información de estas constantes experimentalmente. Cabe destacar que no todos los operadores son válidos, ya que tienen que cumplir ciertas propiedades. Por ejemplo, deben ser unitarios (los operadores deben ser hermíticos) y además ser compatibles con las simetrías preservadas.

La idea principal detrás de estas teorías es hacer una aproximación mediante un desarrollo en serie de Taylor de una expresión compleja, obteniendo una interacción más sencilla. Un ejemplo paradigmático de estas teorías es la desintegración β^- y la interacción de Fermi [6],

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (7)$$

Actualmente sabemos que esta desintegración es un proceso mediado por un bosón W^- virtual, puesto que la energía del neutrón (su masa), es mucho menor que la energía necesaria para generar un bosón W^- libre.

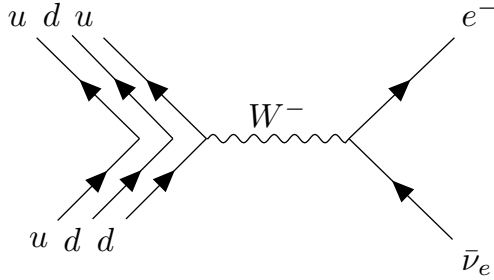


Figura 4: Desintegración β^-

Al realizar el experimento, lo que se observa es una interacción de contacto, es decir, una interacción con un vértice de cuatro partículas. Antes de que se entendiese esta interacción, Fermi estudió este proceso escribiendo una teoría efectiva que sirvió como precursora para la teoría que explica la interacción débil. En su estudio, Fermi analizó los diferentes operadores que preservaban la simetría del electromagnetismo, $U(1)$, y fuesen invariantes Lorentz.

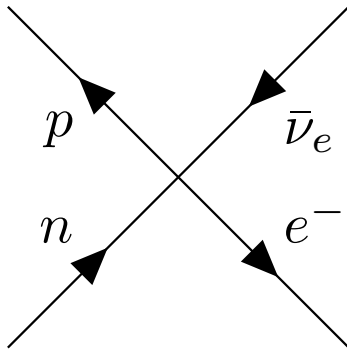


Figura 5: Interacción de contacto de la desintegración β^-

Al ser una interacción de cuatro vértices aparecen en el operador las cuatro funciones de onda. Las cuatro partículas que interactúan son fermiones, por lo que sus funciones de onda tienen dimensiones de

$[\psi] = E^{3/2}$ (este resultado se hallará en la siguiente sección). En total obtendríamos un operador de dimensión seis, pero el Lagrangiano debe tener dimensión cuatro, como ya se ha explicado. Para solventar este problema de unidades se introduce una constante de dimensión menos dos. En el caso de la desintegración β^- esta es la constante de Fermi G_F . Estudiando esta interacción se obtuvo el siguiente Lagrangiano:

$$L_{eff}^{Fermi} \propto G_F (\bar{\psi}_p A^\mu \psi_n) (\bar{\psi}_e A_\mu \psi_{\bar{\nu}_e}), \quad (8)$$

donde ψ representa el spinor del protón, neutrón, electrón y neutrino. $A_\mu = \gamma_\mu (1 - \gamma^5)$ es un operador relacionado con la interacción débil.

Si por el contrario se quisiese hacer una teoría “Top-Down”, habría que estudiar este proceso partiendo de las amplitudes de probabilidad de la interacción débil. Para explicar rigurosamente cómo obtener esta expresión habría que introducir varios conceptos de teoría cuántica de campos que se escapan de los objetivos de este trabajo, por lo que simplemente se utilizará la expresión de su amplitud de probabilidad y se intentará explicar de dónde viene cada término,

$$Amp \propto g^2 (\bar{\psi}_u A_\mu \psi_d) \frac{g^{\mu\nu}}{q^2 - M_W^2} (\bar{\psi}_e A_\nu \psi_{\bar{\nu}_e}), \quad (9)$$

donde g es la constante de acoplo de la fuerza débil, q es la energía del centro de masas del sistema, M_W es la masa del bosón W y $g^{\mu\nu}$ el tensor de la métrica. El término $g^{\mu\nu}/(q^2 - M_W^2)$ se conoce como el propagador de la interacción.

Si se estudia una aproximación de bajas energías donde $q^2 \ll M_W^2$ se obtiene lo siguiente:

$$\frac{g^{\mu\nu}}{q^2 - M_W^2} \approx -\frac{g^{\mu\nu}}{M_W^2}, \quad (10)$$

$$Amp \propto \frac{g^2}{M_W^2} (\bar{\psi}_p A_\mu \psi_n) g^{\mu\nu} (\bar{\psi}_e A_\nu \psi_{\bar{\nu}_e}). \quad (11)$$

Si comparamos esta expresión con la Ec. (8), se puede ver que ambas son equivalentes si se considera la constante de Fermi igual a los factores que aparecen en esta última ecuación:

$$G_F \sim \frac{g^2}{M_W^2}. \quad (12)$$

En realidad, teniendo en cuenta las expresiones completas y no únicamente la proporcionalidad, la constante de Fermi tiene la siguiente expresión:

$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{g^2}{M_W^2}. \quad (13)$$

El valor de esta constante se ha medido experimentalmente obteniendo el siguiente valor:

$$G_F^{exp} = 1,16637(1) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}. \quad (14)$$

De manera análoga al estudio de Fermi de su teoría efectiva, respetando las simetrías del electromagnetismo, en este trabajo se introducirán los ALPs en una EFT que respete las simetrías del ME.

2. Dinámica de campos libres

2.1. Ecuación de Klein-Gordon

La mecánica cuántica relativista cuenta con dos ecuaciones que describen la dinámica del movimiento de un campo en ausencia de un potencial externo. La primera de estas, la ecuación de Klein-Gordon [7][8], describe la evolución de campos escalares. Estos campos están asociados a bosones de spin cero. Esta ecuación puede obtenerse partiendo de la expresión relativista de la energía de una partícula libre:

$$E^2 = m^2 + p^2, \quad (15)$$

donde m es la masa de la partícula y \vec{p} el momento lineal de la misma.

Se puede pasar de esta ecuación clásica relativista a una ecuación cuántica relativista sustituyendo la energía y el momento por sus operadores cuánticos y aplicándolo sobre el campo bosónico ϕ .

$$E \rightarrow i \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{p} \rightarrow -i \vec{\nabla}, \quad (16)$$

$$p^\mu \rightarrow i \frac{\partial}{\partial x_\mu} = i \partial^\mu, \quad (17)$$

donde p^μ es el cuadrimomento definido como $p = (E, \vec{p})$.

Aplicándolo sobre el campo se obtiene:

$$E^2 \phi = (m^2 + p^2) \phi, \quad (18)$$

$$-\partial_t^2 \phi = (m^2 - \nabla^2) \phi, \quad (19)$$

$$(\partial_t^2 - \nabla^2 + m^2) \phi = 0, \quad (20)$$

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \phi = 0. \quad (21)$$

Esta es la famosa ecuación de Klein-Gordon. Uno puede preguntarse qué Lagrangiano nos daría esta ecuación del movimiento. Partiendo de la Ec. (6) se puede deducir que el Lagrangiano tiene la siguiente expresión:

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2. \quad (22)$$

Sabiendo que el Lagrangiano debe tener dimensiones de $[L] = E^4$ se deduce de la Ec. (22) que el campo escalar tiene unidades de energía $[\phi] = E$.

2.2. Ecuación de Dirac

La segunda ecuación que describe la dinámica de campos relativistas, en este caso de partículas con spin 1/2, es la ecuación de Dirac [9]. Esta ecuación fue obtenida por Dirac en su intento de imponer una relación lineal de la función de onda con las derivadas. Esto se puede estudiar de la siguiente manera:

$$E^2 \psi = (m^2 + p^2) \psi, \quad E \psi = (\beta m + \vec{\alpha} \vec{p}) \psi. \quad (23)$$

Se puede demostrar que para que esta relación se cumpla, ψ no representa una función de onda sino un spinor, y tanto β como $\vec{\alpha}$ no son números sino matrices. Un spinor es un objeto matemático de cuatro componentes donde cada una de ellas hace referencia a los diferentes estados de una partícula en función de su spin, así como de su antipartícula. Continuando el desarrollo:

$$\begin{aligned} (m^2 + p^2) \psi &= (\beta m + \vec{\alpha} \vec{p})^2 \psi = \\ &= [\alpha_i^2 p_i^2 + (\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i) p_i p_j + \\ &\quad + (\alpha_i \beta + \beta \alpha_i) p_i m + \beta^2 m^2] \psi. \end{aligned} \quad (24)$$

Por igualación se obtienen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} \alpha_i^2 &= I \quad (\forall i), \quad \beta^2 = I, \\ \alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i &= 0 \quad (i \neq j), \\ \alpha_i \beta + \beta \alpha_i &= 0 \quad (\forall i). \end{aligned} \quad (25)$$

Siguiendo con el desarrollo de la ecuación de Dirac, cambiamos de nuevo la energía y el momento por sus operadores:

$$i \partial_t \psi = (-i \vec{\alpha} \vec{\nabla} + \beta m) \psi. \quad (26)$$

Se multiplica por la izquierda por β obteniendo:

$$\begin{aligned} i \beta \partial_t \psi &= (-i \beta \vec{\alpha} \vec{\nabla} + \beta^2 m) \psi, \\ (i \beta \partial_t + i \beta \vec{\alpha} \vec{\nabla} - m) \psi &= 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Utilizando las matrices β y α se puede definir un nuevo objeto, las matrices de Dirac:

$$\gamma^\mu = (\beta, \beta \vec{\alpha}). \quad (28)$$

Las matrices de Dirac cuentan con las siguientes propiedades [10]:

$$(\gamma^0)^2 = I, \quad (\gamma^i)^2 = -I, \quad (29)$$

$$(\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \quad (\gamma^i)^\dagger = -\gamma^i, \quad (30)$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu} I, \quad (31)$$

siendo $\eta^{\mu\nu}$ la métrica de Minkowski. Con esto se puede reescribir la ecuación de Dirac como:

$$(i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = 0. \quad (32)$$

También se puede expresar esta ecuación utilizando la notación compacta $\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu$, dando como resultado:

$$(i \not{\partial} - m) \psi = 0. \quad (33)$$

De manera análoga al caso anterior, se puede deducir el Lagrangiano que nos define la dinámica de este sistema:

$$L = \bar{\psi} (i \not{\partial} - m) \psi, \quad (34)$$

donde $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ es el denominado spinor adjunto. Aplicando la Ec. (6) para el spinor adjunto se obtiene:

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{\psi}} - \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi})} \right) = (i \not{\partial} - m) \psi = 0. \quad (35)$$

En este caso, utilizando la Ec. (5), se puede comprobar que el campo de una partícula de spin semientero tiene dimensiones de $[\psi] = E^{3/2}$.

En caso de calcular las ecuaciones de Euler-Lagrange para ψ se obtiene lo que se conoce como la ecuación adjunta de Dirac:

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{\psi}} - \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi})} \right) = i \partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu + \bar{\psi} m = 0. \quad (36)$$

También resulta conveniente definir la quinta matriz de Dirac:

$$\gamma^5 = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3, \quad (37)$$

que cuenta con las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} (\gamma^5)^2 &= I, \quad (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5, \\ \{\gamma^5, \gamma^\mu\} &= 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Esta matriz resulta importante para los siguientes desarrollos, ya que es fundamental para la definición de los proyectores de quiralidad. La quiralidad es una propiedad de las partículas que nos indica su comportamiento en caso de una inversión de paridad. Se definen dos tipos de partículas en función de su comportamiento, *left-handed* y *right-handed*. Los proyectores de quiralidad se definen como:

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2}, \quad P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2}, \quad (39)$$

$$P_{R,L} \psi = \psi_{R,L}, \quad (40)$$

$$P_{R,L} P_{L,R} \psi = P_{R,L} \psi_{L,R} = 0, \quad (41)$$

$$(P_{R,L} + P_{L,R}) \psi = \psi_{R,L} + \psi_{L,R} = \psi, \quad (42)$$

$$\gamma^\mu P_{R,L} = P_{L,R} \gamma^\mu. \quad (43)$$

Utilizando las propiedades de conmutación de la matriz γ^5 se puede obtener también cómo actúan estos proyectores sobre el spinor adjunto:

$$\bar{\psi} P_{R,L} = \psi^\dagger \gamma^0 P_{R,L} = \psi^\dagger P_{L,R} \gamma^0 = \psi_{L,R}^\dagger \gamma^0 = \bar{\psi}_{L,R}. \quad (44)$$

Usando estos operadores podemos reescribir el Lagrangiano de la partícula libre:

$$\begin{aligned} L &= \bar{\psi} (i \not{\partial} - m) \psi = \bar{\psi} (P_L + P_R) (i \not{\partial} - m) (P_L + P_R) \psi \\ &= \bar{\psi} [i (P_L \not{\partial} P_L + P_L \not{\partial} P_R + P_R \not{\partial} P_L + P_R \not{\partial} P_R) - \\ &\quad - m (P_L P_L + P_L P_R + P_R P_L + P_R P_R)] \psi \\ &= \bar{\psi} [i (P_L \not{\partial} P_R + P_R \not{\partial} P_L) - m (P_L P_L + P_R P_R)] \psi, \end{aligned} \quad (45)$$

para este último paso se han utilizado las propiedades de la matriz γ^5 Ec. (38).

Finalmente el Lagrangiano para una partícula libre de spin 1/2 libre viene dada por

$$L = i (\bar{\psi}_L \not{\partial} \psi_L + \bar{\psi}_R \not{\partial} \psi_R) - m (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L), \quad (46)$$

donde se puede ver que en el término derivativo solo hay interacción entre los spinores de misma quiralidad, mientras que en el término de la masa solo hay interacción entre los spinores de distinta quiralidad.

3. Simetrías discretas

Muchas de las ideas más profundas de la naturaleza están relacionadas con una simetría. La existencia de una simetría sugiere la aparición de una cantidad conservada. Entre las diferentes simetrías podemos realizar la clasificación de simetrías continuas -que pueden ser expresadas en función de un parámetro continuo- o discretas. Dentro de las simetrías discretas, pueden destacarse tres de mucho interés para la física:

- Conjugación de carga (C)

Esta simetría puede entenderse como la sustitución de todas las partículas de un sistema por sus antipartículas, es decir, se invierte el signo de todas sus cargas manteniendo la misma masa.

- Paridad (P)

Se invierte la posición respecto del origen de todos los elementos del sistema. Esto produce también un cambio en el signo de la velocidad y el momento. El momento angular se mantiene constante al ser el producto vectorial de la posición y el momento.

$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r}, \quad \vec{p} \rightarrow -\vec{p}, \quad \vec{J} \rightarrow \vec{J}. \quad (47)$$

- Inversión temporal (T)

Esta simetría puede entenderse como el cambio en la dirección de avance del tiempo. Se invierte el signo de la velocidad, así como del momento lineal y angular.

$$t \rightarrow -t, \quad \vec{p} \rightarrow -\vec{p}, \quad \vec{J} \rightarrow -\vec{J}. \quad (48)$$

En un comienzo se consideró que todas las fuerzas fundamentales debían conservar cada una de estas simetrías. Sin embargo, en 1957 Chien Shiung Wu y sus colaboradores descubrieron que la fuerza débil viola paridad [11], consiguiendo con este descubrimiento el Nobel de Física de ese año. El experimento realizado consistía en medir la helicidad y el spin de los productos de la desintegración de Cobalto 60 en Níquel 60, un electrón y un antineutrino electrónico. Primero, se alinea el momento angular total del átomo utilizando un campo magnético. Se considera que el átomo de Cobalto se encuentra en reposo y se puede aproximar que el átomo de Níquel producido se mantiene estático debido a su gran masa, por lo que el electrón y el antineutrino se generarán con momentos en direcciones opuestas. Por conservación del momento angular total, tanto el spin del electrón como del neutrino deben apuntar en la misma dirección, y puesto que la dirección de sus momentos son opuestas, cada uno tiene una helicidad diferente. Lo que nos indica que hay ruptura de paridad, es que solo se ha observado la producción de electrones con helicidad negativa y antineutrinos de helicidad

positiva, independientemente de la orientación del campo. La simetría de paridad (que invierte la helicidad) implicaría una producción equivalente de electrones de helicidad positiva y antineutrinos de helicidad negativa, en igual número, lo que no se ha observado experimentalmente. A día de hoy, no se ha demostrado la existencia de neutrinos dextrógiros; ni antineutrinos levógiros que serían requeridos por esta simetría.

No fue hasta los años 60 que se demostró que la única simetría que todas las fuerzas fundamentales han de conservar es la simetría CPT, es decir, aplicar las tres simetrías: carga, paridad e inversión temporal, simultáneamente [12].

3.1. Campo electromagnético

Para entender mejor el concepto de simetría lo ejemplificaremos con el campo electromagnético. El Lagrangiano de este campo puede escribirse de la siguiente forma [13]:

$$L_{EM} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (49)$$

donde $F_{\mu\nu}$ es el tensor del campo electromagnético, puede definirse como:

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & B_x \\ -E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (50)$$

Recordando de las ecuaciones de Maxwell:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (51)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad (52)$$

donde ϕ es el potencial eléctrico y \vec{A} el potencial vector.

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (53)$$

donde A_ν se define como el cuadripotencial $A_\nu = (\phi, \vec{A})$.

También puede definirse otra cantidad importante, el tensor dual del campo electromagnético:

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\sigma\rho}F_{\sigma\rho}, \quad (54)$$

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & B_x & B_y & B_z \\ -B_x & 0 & E_z & -E_y \\ -B_y & -E_z & 0 & E_x \\ -B_z & E_y & -E_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (55)$$

Mediante la contracción de estos tensores podemos definir dos cantidades conservadas:

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -\tilde{F}_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = 2(B^2 - E^2), \quad (56)$$

$$F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = -4\vec{E}\cdot\vec{B}. \quad (57)$$

Para continuar con el ejemplo se calcula cómo afectan las diferentes simetrías al campo eléctrico \vec{E} ,

el campo magnético \vec{B} y las cantidades conservadas $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ y $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$.

Teniendo en cuenta que

$$\phi \propto q, \quad \vec{A} \propto q, \quad \frac{\partial}{\partial(-x)} = -\frac{\partial}{\partial x}. \quad (58)$$

Y utilizando las definiciones anteriores, se obtiene lo siguiente:

	C	P	T	CP	CPT
E	-	-	+	+	+
B	-	+	-	-	+
$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$	+	+	+	+	+
$F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$	+	-	-	-	+

Cuadro 1: Simetrías del campo electromagnético

De aquí se puede comprobar que todas estas cantidades conservan la simetría CPT, aunque no cumplan cada una de las simetrías por separado o combinaciones de ellas.

Uno se puede plantear por qué el término $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$ no aparece en el Lagrangiano electromagnético, ya que parece cumplir todas las condiciones necesarias: es un invariante Lorentz y cumple la simetría CPT. Se puede argumentar que experimentalmente se ha demostrado que la interacción electromagnética cumple la simetría CP, por lo que $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$ no puede aparecer en el Lagrangiano, ya que sería una fuente de violación CP. Sin embargo, hay un argumento más fundamental:

La cantidad $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$ puede expresarse como:

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\sigma\rho}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial_\sigma A_\rho - \partial_\rho A_\sigma) =, \\ &= 2\epsilon^{\mu\nu\sigma\rho}\partial_\mu A_\nu\partial_\sigma A_\rho. \end{aligned} \quad (59)$$

Utilizando la regla de la cadena:

$$\partial(AB) = \partial AB + A\partial B, \quad (60)$$

$$F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = \partial_\mu(2\epsilon^{\mu\nu\sigma\rho}A_\nu\partial_\sigma A_\rho) - 2\epsilon^{\mu\nu\sigma\rho}A_\nu\partial_\mu(\partial_\sigma A_\rho). \quad (61)$$

El segundo término es una derivada segunda, que tiene propiedades simétricas, contraído con el tensor de Levi Civita, algo antisimétrico, por lo que se anula y podemos expresar esta cantidad como una derivada total:

$$F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = \partial_\mu(2\epsilon^{\mu\nu\sigma\rho}A_\nu\partial_\sigma A_\rho) = \partial_\mu K^\mu. \quad (62)$$

Se puede calcular la contribución de este término a la acción del sistema de la siguiente manera:

$$S = \int d^4x F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = \int d^4x \partial_\mu K^\mu. \quad (63)$$

Esta integral definida en el 4-espacio puede calcularse como la integral de una 3-superficie mediante el Teorema de Gauss:

$$\int_U d^n x \nabla A = \int_{\partial U} d^{n-1} A, \quad (64)$$

donde U es el n-volumen donde integramos y ∂U su superficie.

$$S = \int_V d^4x \partial_\mu K^\mu = \int_{\partial V} d^3x K^\mu. \quad (65)$$

Si ahora tomamos como el volumen todo el espacio, la superficie que integramos tiende a infinito. Al decaer más rápido el valor de K^μ de lo que crece la extensión de la superficie, la integral se anula. Este término no contribuye a la acción, por lo que resulta irrelevante añadirle al Lagrangiano electromagnético, puesto que no afecta a las ecuaciones del movimiento.

3.2. Campo fuerte

Otro ejemplo importante a estudiar sería el Lagrangiano de la interacción fuerte [13]:

$$L_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{a\mu\nu}G^{a\mu\nu} + \bar{\theta}\frac{\alpha_s}{8\pi}G_{a\mu\nu}\tilde{G}^{a\mu\nu}, \quad (66)$$

$$G_{a\mu\nu} = \partial_\mu A_{a\nu} - \partial_\nu A_{a\mu} + g_s f_a^{bc} A_{b\mu} A_{c\nu}, \quad (67)$$

$$\tilde{G}_{a\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\sigma\rho}G_{\sigma\rho}^a, \quad (68)$$

$G_{a\mu\nu}$ es el tensor del campo de la interacción fuerte, $\tilde{G}_{a\mu\nu}$ su dual. $A_{a\mu}$ representa el campo de los gluones. El índice a incluye los ocho colores distintos de la cromodinámica cuántica, g_s es la constante de acoplo de la interacción fuerte, $\alpha_s = g_s^2/4\pi$ y f_a^{bc} las constantes de estructura del grupo $SU(3)$.

En este ejemplo, al contrario que en el caso electromagnético Ec. (49), el término cruzado entre el tensor del campo de la interacción fuerte y su dual, sí que es relevante para el cálculo de las ecuaciones del movimiento. Esto se debe a que este término sí tiene una contribución no nula en el cálculo de la acción, producido por el tercer término de la Ec. (67) que no se encuentra presente en el caso electromagnético Ec. (53).

$$S = \int_V d^4x G_{a\mu\nu}\tilde{G}^{a\mu\nu} = \int_V d^4x \partial_\mu K^\mu = \int_{\partial V} d^3x K^\mu \neq 0. \quad (69)$$

Esto se debe a que K^μ no converge suficientemente rápido a cero. Por lo que este término tiene una contribución a la acción.

Debido a la definición de $G_{a\mu\nu}$ y $F_{\mu\nu}$ las simetrías de los términos del Lagrangiano de la interacción fuerte son iguales a la interacción electromagnética.

	C	P	T	CP	CPT
$G_{a\mu\nu}G^{a\mu\nu}$	+	+	+	+	+
$G_{a\mu\nu}\tilde{G}^{a\mu\nu}$	+	-	-	-	+

Cuadro 2: Simetrías del campo electromagnético

En este resultado destaca que en el Lagrangiano de la interacción fuerte aparece el operador $G_{a\mu\nu}\tilde{G}^{a\mu\nu}$, fuente de violación CP .

3.3. Bilineales fermiónicos

En este apartado se estudiarán las transformaciones bajo distintas simetrías de diversos bilineales relacionados con la dinámica de los campos spinoriales [14]. Se suele clasificar estos bilineales en función de su comportamiento bajo paridad:

Tipo de Bilineales	Ejemplo	Transformado
Escalar	$\bar{\psi}_1\psi_2$	$\bar{\psi}_1\psi_2$
Pseudoescalar	$\bar{\psi}_1\gamma^5\psi_2$	$-\bar{\psi}_1\gamma^5\psi_2$
Vector	$\bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2$	$\bar{\psi}_1\gamma^\mu\psi_2$
Axialvector	$\bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma^5\psi_2$	$-\bar{\psi}_1\gamma^\mu\gamma^5\psi_2$
Tensor	$\bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\psi_2$	$\bar{\psi}_1\sigma^{\mu\nu}\psi_2$
Tensor + γ^5	$\bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\gamma^5\psi_2$	$\bar{\psi}_1\sigma^{\mu\nu}\gamma^5\psi_2$

Cuadro 3: Transformaciones bajo simetría P

Se define el tensor $\sigma_{\mu\nu}$ como

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{[\gamma_\mu, \gamma_\nu]}{2}. \quad (70)$$

Se puede estudiar cómo transforman este tipo de bilineales ante el resto de simetrías. Bajo conjugación de carga se obtiene:

Tipo de Bilineales	Ejemplo	Transformado
Escalar	$\bar{\psi}_1\psi_2$	$\bar{\psi}_2\psi_1$
Pseudoescalar	$\bar{\psi}_1\gamma^5\psi_2$	$\bar{\psi}_2\gamma^5\psi_1$
Vector	$\bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2$	$-\bar{\psi}_2\gamma_\mu\psi_1$
Axialvector	$\bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma^5\psi_2$	$\bar{\psi}_2\gamma_\mu\gamma^5\psi_1$
Tensor	$\bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\psi_2$	$-\bar{\psi}_2\sigma_{\mu\nu}\psi_1$
Tensor + γ^5	$\bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\gamma^5\psi_2$	$-\bar{\psi}_2\sigma_{\mu\nu}\gamma^5\psi_1$

Cuadro 4: Transformaciones bajo simetría C

Transformación bajo inversión temporal T :

Tipo de Bilineales	Ejemplo	Transformado
Escalar	$\bar{\psi}_1\psi_2$	$\bar{\psi}_1\psi_2$
Pseudoescalar	$\bar{\psi}_1\gamma^5\psi_2$	$-\bar{\psi}_1\gamma^5\psi_2$
Vector	$\bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2$	$\bar{\psi}_1\gamma^\mu\psi_2$
Axialvector	$\bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma^5\psi_2$	$\bar{\psi}_1\gamma^\mu\gamma^5\psi_2$
Tensor	$\bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\psi_2$	$-\bar{\psi}_1\sigma^{\mu\nu}\psi_2$
Tensor + γ^5	$\bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\gamma^5\psi_2$	$\bar{\psi}_1\sigma^{\mu\nu}\gamma^5\psi_2$

Cuadro 5: Transformaciones bajo simetría T

También resulta interesante estudiar cómo actúan ante combinaciones de las mismas, las más importantes para este trabajo serían la simetría CP y la simetría CPT .

Transformación bajo paridad y conjugación de carga:

Tipo de Bilineales	Ejemplo	Transformado
Escalar	$\bar{\psi}_1 \psi_2$	$\bar{\psi}_2 \psi_1$
Pseudoescalar	$\bar{\psi}_1 \gamma^5 \psi_2$	$-\bar{\psi}_2 \gamma^5 \psi_1$
Vector	$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \psi_2$	$-\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_1$
Axialvector	$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \gamma^5 \psi_2$	$-\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_1$
Tensor	$\bar{\psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \psi_2$	$-\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1$
Tensor + γ^5	$\bar{\psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2$	$-\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1$

Cuadro 6: Transformaciones bajo simetría CP

Transformación bajo paridad y conjugación de carga *CPT*:

Tipo de Bilineales	Ejemplo	Transformado
Escalar	$\bar{\psi}_1 \psi_2$	$\bar{\psi}_2 \psi_1$
Pseudoescalar	$\bar{\psi}_1 \gamma^5 \psi_2$	$\bar{\psi}_2 \gamma^5 \psi_1$
Vector	$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \psi_2$	$-\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_1$
Axialvector	$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \gamma^5 \psi_2$	$-\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_1$
Tensor	$\bar{\psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \psi_2$	$\bar{\psi}_2 \sigma_{\mu\nu} \psi_1$
Tensor + γ^5	$\bar{\psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2$	$-\bar{\psi}_2 \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1$

Cuadro 7: Transformaciones bajo simetría *CPT*

4. Violación de simetría CP: Momento dipolar eléctrico del neutrón

En el apartado anterior se ha ilustrado como no todas las interacciones respetan las simetrías *C*, *P* o *T* por separado, así como combinaciones de ellas. Sin embargo, que un operador no cumpla una simetría puede revelar información sobre sus propiedades. En este apartado se estudiará por qué los operadores que contribuyen al valor del MDE de cualquier partícula deben violar la simetría *CP*. En este trabajo se centrará únicamente en el estudio del comportamiento del neutrón.

Para estudiar la interacción de una partícula con un campo electromagnético desde el punto de vista de la teoría cuántica de campos, tenemos que empezar definiendo el MDE:

$$\vec{d} = \int d^3r \rho_q \vec{r} = d \frac{\langle \vec{J} \rangle}{J} = d \vec{\sigma}, \quad (71)$$

donde ρ_q es la densidad espacial de carga y σ representa las matrices de Pauli. En el último paso se asume que el campo con el se trabaja tiene spin 1/2, el caso del neutrón.

El término de interacción entre el MDE de una partícula y el campo electromagnético es el siguiente:

$$L_{Dip} \sim \frac{d}{2} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 F_{\mu\nu} \psi. \quad (72)$$

Estudiando las transformaciones de distintos operadores bajo simetría *CP* podemos concluir que este operador no cumple la simetría *CP*,

pero esto se puede ver de manera más sencilla desarrollando explícitamente los distintos términos de este operador:

$$L_{Dip} \sim \frac{d}{2} \bar{\psi} \frac{\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu}{2} \gamma^5 F_{\mu\nu} \psi,$$

$$L_{Dip} \sim \frac{d}{2} \bar{\psi} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \eta^{\mu\nu} I) \gamma^5 F_{\mu\nu} \psi.$$

En el caso que $\mu = \nu$ el tensor electromagnético $F_{\mu\nu}$ se anularía, por lo que se puede eliminar este término, resultando:

$$L_{Dip} \sim \frac{d}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^5 F_{\mu\nu} \psi. \quad (73)$$

Para poder obtener las dependencias se utiliza una representación de las matrices γ , aunque el resultado obtenido es general. En este caso se utiliza la Representación de Dirac-Pauli:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (74)$$

$$\gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad (75)$$

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}. \quad (76)$$

Destacar que se utiliza una notación abreviada, donde cada componente representa una matriz 2x2.

Separamos el tensor del campo electromagnético en sus componentes de campo eléctrico y campo magnético. Utilizamos la antisimetría de este tensor y la de las matrices γ^i se obtiene:

$$\begin{aligned} L_{Dip} &\sim \frac{d}{2} \bar{\psi} (\gamma^0 \gamma^\nu \gamma^5 F_{0\nu} + \gamma^\mu \gamma^0 \gamma^5 F_{\mu 0} + \gamma^i \gamma^j \gamma^5 F_{ij}) \psi, \\ &= \frac{d}{2} \bar{\psi} (2\gamma^0 \gamma^\nu \gamma^5 F_{0\nu} + \gamma^i \gamma^j \gamma^5 F_{ij}) \psi. \end{aligned} \quad (77)$$

Donde los índices $i, j = 1, 2, 3$

$$\begin{aligned} L_{Dip} &\sim d \bar{\psi} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\nu \\ -\sigma^\nu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} E_\nu \psi - \\ &- \frac{d}{2} \bar{\psi} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^j \\ -\sigma^j & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \epsilon_{ijk} B^k \psi, \\ &= d \bar{\psi} \left[2 \begin{pmatrix} \sigma^\nu & 0 \\ 0 & \sigma^\nu \end{pmatrix} E_\nu + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \sigma^j \\ \sigma^i \sigma^j & 0 \end{pmatrix} \epsilon_{ijk} B^k \right] \psi, \\ &= d \bar{\psi} \left[\sigma^\nu E_\nu I + \frac{1}{2} (\delta^{ij} + i\epsilon^{ijm} \sigma_m) \epsilon_{ijk} B^k \gamma^5 \right] \psi, \\ &= d \bar{\psi} (\sigma^\nu E_\nu I + i\delta_k^m \sigma_m B^k \gamma^5) \psi, \\ &= d \bar{\psi} (\sigma^\nu E_\nu I + i\sigma_m B^m \gamma^5) \psi. \end{aligned}$$

Ahora tomamos la representación de Dirac de dimensión dos de los spinores de una partícula con helicidad definida:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_A \\ \psi_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi \\ \vec{\sigma} \vec{p} / 2m \chi \end{pmatrix} \quad (78)$$

Donde χ representa los spinores básicos en función de la helicidad. En esta representación χ puede ser igual a $(1, 0)^T$, si la partícula tiene una helicidad

positiva o $(0, 1)^T$ si tiene una helicidad negativa. En el límite de bajas energías ($p \ll m$) y campos débiles se obtiene $\psi_A \gg \psi_B$, por lo que resulta una buena aproximación a bajas energías:

$$L_{Dip} \sim d\bar{\psi}_A(\vec{\sigma}\vec{E})\psi_A = \bar{\psi}_A(\vec{d}\vec{E})\psi_A, \quad (79)$$

recuperando el resultado clásico:

$$\varepsilon = -\vec{d}\vec{E}, \quad (80)$$

siendo ε la energía.

Una vez obtenido este resultado pueden estudiarse las simetrías de la energía de interacción entre el campo electromagnético y el MDE. Utilizando la definición del MDE Ec. (71) y las simetrías del momento angular se obtiene:

C	P	T	CP	CPT
-	+	-	-	+

Cuadro 8: Simetrías del MDE

Si a esto le añadimos las simetrías del campo eléctrico obtenido en la sección (3.1):

C	P	T	CP	CPT
+	-	-	-	+

Cuadro 9: Simetrías de la energía de interacción del MDE

La interacción entre el campo eléctrico y un momento dipolar viola la simetría CP, por lo que cualquier operador que contribuya a su valor debe de violar también esta simetría.

Dentro del ME el proceso con mayor contribución al MDE de un quark es un proceso a tres loops cuánticos, por lo que su valor está muy suprimido.

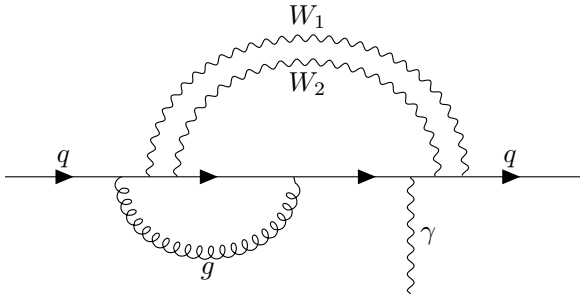


Figura 6: Proceso fuente de violación CP del ME a tres loops para un quark.

Sin embargo, para el cálculo del MDEN es necesario tener en cuenta que el neutrón está compuesto (en primera aproximación) de tres quarks de valencia que pueden interactuar entre ellos. De esta manera se demostró que los procesos dominantes son mediante diagramas tipo “pingüino” [15] de la siguiente forma:

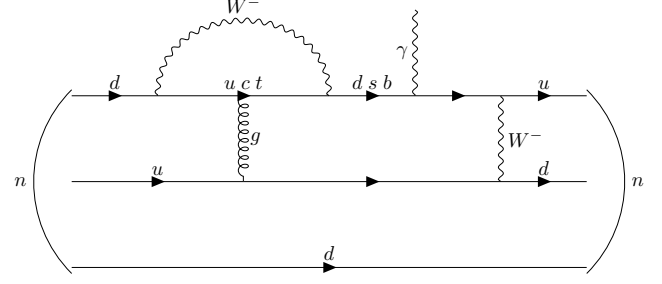


Figura 7: Proceso fuente de violación CP del ME a tres loops para un neutrón.

Obteniendo un valor esperado de aproximadamente

$$d_n \approx 10^{-30} e cm, \quad (81)$$

para el MDEN dentro del ME [15].

5. Ruptura espontánea de simetría

5.1. Simetría discreta

El concepto de ruptura de simetría espontánea es muy importante en teoría cuántica de campos. Esto se debe a que corresponde a simetrías exactas del Lagrangiano, que no se reflejan en el espectro. Analizaremos el tipo de partículas características de este fenómeno. Para explicarlo se estudiarán diversos ejemplos ilustrativos.

Comenzando con un caso sencillo como es el de la partícula libre de spin cero sin carga y masa μ , un escalar. Sabemos por la Ec. (22) que su Lagrangiano es el siguiente:

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2. \quad (82)$$

En este Lagrangiano podemos diferenciar un término cinético y término potencial.

$$T(\partial\phi) = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi, \quad V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2. \quad (83)$$

Obviamente, este Lagrangiano es invariante ante paridad $\phi \rightarrow -\phi$ y el mínimo de su potencial se encuentra en el origen.

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \mu^2 \phi, \quad \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0, \quad \phi = 0, \quad (84)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = \mu^2, \quad (85)$$

por lo que el potencial tendrá un mínimo siempre que $\mu^2 > 0$

Continuamos con un ejemplo un poco más complejo, añadimos al Lagrangiano un término de interacción [16]:

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 - \frac{1}{4} \lambda \phi^4, \quad (86)$$

donde λ es una constante positiva. La simetría del Lagrangiano se sigue cumpliendo en este caso al igual

que antes. Sin embargo, se pueden obtener resultados sorprendentes al estudiar el mínimo del potencial:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \mu^2 \phi + \lambda \phi^3 = 0. \quad (87)$$

Se distinguen dos soluciones:

$$\phi = 0, \quad (88)$$

$$\mu^2 + \lambda \phi^2 = 0, \quad \phi = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \quad (89)$$

En el primer caso, habría un punto crítico en el origen, que en función del valor de μ^2 sería un mínimo ($\mu^2 > 0$) o un máximo ($\mu^2 < 0$)

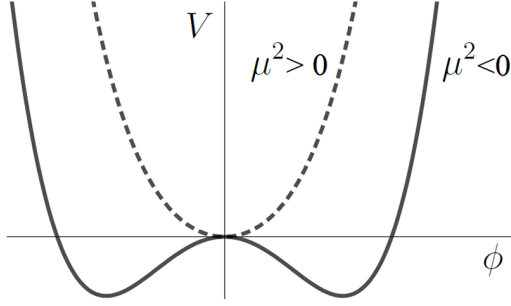


Figura 8: Representación del potencial en función del valor de μ^2 .

Si nos centramos en el segundo caso, esta ecuación solo tiene soluciones reales si μ^2 , el factor que hasta ahora habíamos considerado como el cuadrado de la masa, fuese menor que cero. En otras palabras, μ es un número complejo. En el caso que esto se cumpla, este factor no sería la masa de la partícula; ya que esta tiene que ser una cantidad real. En ese caso, existen dos mínimos en el potencial, que no se encuentran situados en el origen.

En el caso de muy baja energía, la partícula tenderá a su estado de mínima energía, por lo que resulta más natural describir el potencial desde el mínimo. Esto se puede hacer mediante el cambio de coordenadas:

$$\phi' = \phi \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \quad (90)$$

Se estudia en el caso negativo, ya que ambos son completamente equivalentes. Realizando el cambio de coordenadas se obtiene:

$$L(\phi, \partial\phi) = L(\phi', \partial\phi'), \quad (91)$$

$$\partial_\mu \phi = \partial_\mu \left(\phi' + \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \right) = \partial_\mu \phi'. \quad (92)$$

Sustituyendo en el Lagrangiano:

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi' \partial^\mu \phi' + \frac{\mu^4}{4\lambda} - \frac{1}{4} \lambda \phi'^4 + \phi'^2 \mu^2 - \phi'^3 \sqrt{-\mu^2 \lambda}. \quad (93)$$

Este Lagrangiano no es invariante ante paridad $\phi' \rightarrow -\phi'$, la simetría aparentemente se ha roto desde

la perspectiva de la partícula que se encuentra en el fondo del potencial. En realidad, el Lagrangiano sigue preservando exactamente su simetría $\phi \rightarrow -\phi$ solo que esta se encuentra escondida. Esto es lo que se conoce como una ruptura espontánea de la simetría.

5.2. Simetría continua

En este ejemplo estudiamos un Lagrangiano similar, solo que en esta ocasión sobre los números complejos, generando una simetría continua:

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} \mu^2 |\phi|^2 - \frac{1}{4} \lambda |\phi|^4. \quad (94)$$

En este caso el Lagrangiano es invariante ante la simetría

$$\phi \rightarrow e^{i\beta} \phi, \quad (95)$$

llamada simetría U(1), lo que en los números complejos equivale a una rotación alrededor del origen.

En el caso de la mecánica cuántica relativista, las diferentes transformaciones (parametrizadas con una variable β) que se realizan al Lagrangiano producen una corriente de Noether, asociada a una cantidad física:

$$j^\mu = \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \psi_i)} \frac{\delta \psi_i}{\delta \beta}. \quad (96)$$

La variación que esto produce en el Lagrangiano puede calcularse como:

$$\delta L = \beta \partial_\mu j^\mu. \quad (97)$$

En caso que la transformación realizada sea una simetría de nuestro Lagrangiano este no efectuará ningún cambio en la acción y la corriente será una cantidad conservada:

$$\partial_\mu j^\mu = 0. \quad (98)$$

Si se calcula la corriente para este caso:

$$j_1^\mu = \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)} \frac{\delta \phi}{\delta \beta} + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi^*)} \frac{\delta \phi^*}{\delta \beta}, \quad (99)$$

$$j_1^\mu = i(\phi \partial^\mu \phi^* - \phi^* \partial^\mu \phi).$$

Se puede comprobar que esta es una corriente conservada, puesto que la transformación es una simetría del Lagrangiano.

$$\partial_\mu j_1^\mu = i(\phi \partial_\mu \partial^\mu \phi^* - \phi^* \partial_\mu \partial^\mu \phi) = 0, \quad (100)$$

donde en este último paso se han utilizado las ecuaciones del movimiento que se obtienen de aplicar la Ec. (6) sobre el Lagrangiano de este sistema:

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)} \right) = -\frac{\mu^2}{2} \phi^* - \frac{\lambda}{2} \phi \phi^{*2} - \frac{1}{2} \partial_\mu \partial^\mu \phi^*,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \phi^*} - \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi^*)} \right) = -\frac{\mu^2}{2} \phi - \frac{\lambda}{2} \phi^2 \phi^* - \frac{1}{2} \partial_\mu \partial^\mu \phi.$$

Multiplicando por ϕ la primera ecuación y por ϕ^* la segunda se obtiene:

$$\mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4 + \phi \partial_\mu \partial^\mu \phi^* = 0,$$

$$\mu^2|\phi|^2 + \lambda|\phi|^4 + \phi^* \partial_\mu \partial^\mu \phi = 0.$$

Restando ambas expresiones:

$$\phi \partial_\mu \partial^\mu \phi^* - \phi^* \partial_\mu \partial^\mu \phi = 0. \quad (101)$$

Volviendo al estudio de la ruptura de simetría, se puede escribir ϕ como dos funciones reales, una radial y una angular:

$$\phi(z) = \rho(x) e^{i\chi(x)/\rho_0}, \quad (102)$$

Donde $\rho_0 = |\phi_0|$.

Utilizando esto se puede escribir el potencial como:

$$V = \frac{1}{2}\mu^2\rho^2 + \frac{1}{4}\lambda\rho^4. \quad (103)$$

De nuevo, se obtiene su mínimo en el caso de $\mu^2 < 0$.

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = 0 \quad , \quad \rho_0 (\mu^2 + \lambda\rho_0^2) = 0. \quad (104)$$

El mínimo se encuentra en la posición:

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \quad (105)$$

El valor de χ en este caso es irrelevante ya que tenemos una simetría de rotación alrededor del eje, por lo que un cambio de fase no altera el resultado. El valor del potencial en el mínimo es:

$$V(\phi_0) = -\frac{\mu^4}{4\lambda}. \quad (106)$$

Como en el caso anterior, se puede realizar un cambio de variable para colocar el origen en el mínimo de energía:

$$\rho' = \rho - \rho_0, \quad (107)$$

$$\phi = (\rho' + \rho_0) e^{i\chi/\rho_0}. \quad (108)$$

Aplicando esto sobre el Lagrangiano:

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \left[(\rho' + \rho_0) e^{-i\chi/\rho_0} \right] \partial^\mu \left[(\rho' + \rho_0) e^{i\chi/\rho_0} \right] - \frac{1}{2} \mu^2 \left(\rho' + \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} \right)^2 - \frac{1}{4} \lambda \left(\rho' + \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} \right)^4, \quad (109)$$

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \rho' \partial^\mu \rho' + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{\rho'(\rho' + 2\rho_0)}{2\rho_0^2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{\mu^4}{4\lambda} + \mu^2 \rho'^2 - \sqrt{-\mu^2 \lambda} \rho'^3 - \frac{1}{4} \lambda \rho'^4. \quad (110)$$

Este resultado es realmente interesante y pueden obtenerse las siguientes conclusiones:

- De manera análoga al caso anterior, aunque el potencial completo sí que tiene una simetría, en experimentos a bajas energías esta simetría no sería apreciable. En caso de calcular la corriente asociada a una rotación en este nuevo Lagrangiano se puede comprobar que esta no es conservada.

- Se obtienen términos proporcionales a ρ'^3 y ρ'^4 , estos representan interacciones del campo consigo mismo. El término proporcional a ρ'^2 es un término de masa. Esto nos indica que el campo ρ' tiene asociado una partícula masiva, un bosón de spin cero de masa $m = \sqrt{-2\mu^2}$.
- Se observan términos proporcionales a $\rho' \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi$ y $\rho'^2 \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi$, que corresponde a la interacción entre los campos ρ y χ .
- Por último, en el caso del campo χ , solo aparece en el Lagrangiano su derivada. Al no aparecer en el potencial de manera independiente se puede concluir que no tiene masa. Esto nos indica que hay una simetría $\chi \rightarrow \chi + cte$. Puesto que χ representa una fase en el plano complejo, esto implica que se puede rotar alrededor de este potencial (9) sin cambiar la energía. Este tipo de simetrías donde el campo solo tiene términos derivativos definen un GB [17][18].

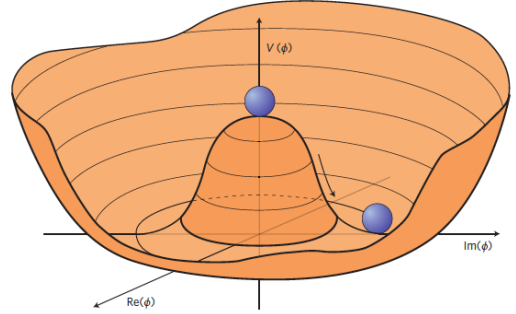


Figura 9: Representación esquemática del potencial. Se puede apreciar que rotar alrededor del potencial mantiene la energía constante.

5.3. Pseudobosones de Goldstone

En el caso de que la simetría de nuestro potencial inicial no fuese exacta, sino una aproximación, esto definiría un PGB [17][18] y su masa no sería exactamente cero. Este es el caso, por ejemplo, de los piones [19]. Esto se puede ver como que en este potencial, al no haber una simetría exacta, rotar alrededor del mismo sí produce un cambio en la energía.

Esto se puede entender mejor con el siguiente ejemplo:

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} \mu^2 |\phi|^2 - \frac{1}{4} \lambda |\phi|^4 + \frac{1}{6} \epsilon (\phi^3 + \phi^{*3}), \quad (111)$$

donde $\epsilon \ll 1$. El último término rompe la simetría $U(1)$ de manera explícita.

El potencial en este caso sería:

$$V = \frac{1}{2} \mu^2 \rho^2 + \frac{1}{4} \lambda \rho^4 - \frac{1}{6} \epsilon (\phi^3 + \phi^{*3}), \\ = \frac{1}{2} \mu^2 \rho^2 + \frac{1}{4} \lambda \rho^4 - \frac{1}{3} \epsilon \rho^3 \cos \frac{3\chi}{\rho_0}. \quad (112)$$

En este caso el potencial depende de la fase al igual que del módulo. Podemos aproximar que el mínimo se encuentra en $\rho_0 = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$ igual que en el caso anterior, ya que $\epsilon \ll 1$, pero ahora sí podemos encontrar un mínimo en función de χ , concretamente en $\chi = 0$. Realizando un cambio de variable para centrar el mínimo en el origen se obtiene:

$$\rho' = \rho - \rho_0, \quad (113)$$

$$\chi' = \chi - \chi_0 = \chi, \quad (114)$$

$$\phi = (\rho' + \rho_0)e^{i\chi/\rho_0}. \quad (115)$$

Sustituyendo en el Lagrangiano se obtiene:

$$L = \frac{1}{2}\partial_\mu \rho' \partial^\mu \rho' + \frac{1}{2}\partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{\rho'(\rho' + 2\rho_0)}{2\rho_0^2}\partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{\mu^4}{4\lambda} + \mu^2 \rho'^2 - \sqrt{-\mu^2 \lambda} \rho'^3 - \frac{1}{4}\lambda \rho'^4 + \frac{1}{3}\left(\rho' + \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}\right)^3 \epsilon \cos \frac{3\chi}{\rho_0}, \quad (116)$$

$$L = \frac{1}{2}\partial_\mu \rho' \partial^\mu \rho' + \frac{1}{2}\partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{\rho'(\rho' + 2\rho_0)}{2\rho_0^2}\partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{\mu^4}{4\lambda} + \mu^2 \rho'^2 - \sqrt{-\mu^2 \lambda} \rho'^3 - \frac{1}{4}\lambda \rho'^4 + \frac{1}{3}\epsilon \cos \left(\frac{3\chi}{\rho_0}\right) \left[\rho'^3 + 3\rho'^2 \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} - 3\rho' \frac{\mu^2}{\lambda} + \left(\frac{-\mu^2}{\lambda}\right)^{3/2} \right]. \quad (117)$$

Se puede hacer una aproximación para el último término alrededor de $\chi = 0$, ya que es donde se encuentra el mínimo. De esta manera:

$$\frac{1}{3}\epsilon \cos \left(\frac{3\chi}{\rho_0}\right) \approx \frac{1}{3}\epsilon + \frac{3}{2}\epsilon \frac{\chi^2}{\rho_0^2}. \quad (118)$$

Y finalmente se obtiene:

$$L \supset \frac{3}{2}\epsilon \left(-\frac{\mu^2}{\lambda}\right)^{3/2} \frac{\chi^2}{\rho_0^2}. \quad (119)$$

Donde este elemento puede entenderse como un término de masa pequeño con respecto a la escala μ , ya que hemos asumido $\epsilon \ll 1$.

6. Simetrías de spinores y el problema CP fuerte

6.1. Fermiones libres

En este apartado se estudiará en mayor profundidad el Lagrangiano de una partícula de spin semientero y cómo las diferentes transformaciones que podemos realizar al mismo; generan corrientes de Noether. En el apartado (2.2) hemos introducido tanto la ecuación de Dirac Ec. (33), como el Lagrangiano que describe este campo Ec. (34). Sobre este Lagrangiano se puede estudiar el caso de una transformación vectorial de ángulo β , lo que se conoce como una transformación vectorial $U(1)_V$:

$$\psi \rightarrow e^{i\beta} \psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow e^{-i\beta} \bar{\psi}. \quad (120)$$

Se puede calcular su corriente asociada:

$$j_V^\mu = \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \psi_i)} \frac{\delta \psi_i}{\delta \beta} = \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \psi)} \frac{\delta \psi}{\delta \beta} + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \bar{\psi})} \frac{\delta \bar{\psi}}{\delta \beta}, \quad (121)$$

$$j_V^\mu = \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \psi)} \frac{\delta \psi}{\delta \beta} = i\bar{\psi} \gamma^\mu \frac{\delta \psi}{\delta \beta}, \quad (122)$$

$$j_V^\mu = -\bar{\psi} \gamma^\mu \psi. \quad (123)$$

Se puede comprobar fácilmente que es una cantidad conservada utilizando las Ec. (33) y (36)

$$\partial_\mu j_V^\mu = -\partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi - \bar{\psi} \not{\partial} \psi = -im\bar{\psi} \psi + im\bar{\psi} \psi = 0, \quad (124)$$

por lo que se puede concluir que las transformaciones vectoriales $U(1)_V$ son una buena simetría para los fermiones libres.

Otro ejemplo importante sería el de una transformación axial de ángulo β , también denominada $U(1)_A$.

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow e^{i\beta\gamma^5} \psi = e^{i\beta\gamma^5} (\psi_L + \psi_R) = \\ &= e^{-i\beta} \psi_L + e^{i\beta} \psi_R, \end{aligned} \quad (125)$$

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0 \rightarrow \left(e^{i\beta\gamma^5} \psi\right)^\dagger \gamma^0 = \psi^\dagger e^{-i\beta\gamma^5} \gamma^0 =$$

$$\bar{\psi} e^{i\beta\gamma^5} = (\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R) e^{i\beta\gamma^5} = e^{i\beta} \bar{\psi}_L + e^{-i\beta} \bar{\psi}_R. \quad (126)$$

Se puede calcular su corriente:

$$\begin{aligned} j_A^\mu &= \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \psi)} \frac{\delta \psi}{\delta \beta} = \\ &= \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \psi_L)} \frac{\delta \psi_L}{\delta \beta} + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \psi_R)} \frac{\delta \psi_R}{\delta \beta} = \\ &= \bar{\psi} \gamma^\mu \psi_L - \bar{\psi} \gamma^\mu \psi_R = \bar{\psi} \gamma^\mu (P_L - P_R) \psi = \\ &= -\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \psi = \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi. \end{aligned} \quad (127)$$

En este caso al calcular la corriente:

$$\partial_\mu j_A^\mu = \partial_\mu \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi + \bar{\psi} \gamma^5 \not{\partial} \psi = -2im\bar{\psi} \gamma^5 \psi \neq 0. \quad (128)$$

Para el último paso se utiliza de nuevo las Ec. (33) y (36). En este caso, la corriente se conservaría si la masa de la partícula es exactamente cero. Se puede así demostrar que las transformaciones axiales no son una buena simetría del Lagrangiano clásico para los fermiones con masa. La Ec. (128) representa la corriente a nivel clásico, ahora se pasará a tener en cuenta efectos cuánticos.

6.2. Fermiones con carga de color

Estudiamos aquí el caso de un único tipo de fermión con carga de color. Un ejemplo de este tipo de partícula sería un quark. El Lagrangiano que describe la trayectoria de estas partículas incluye los siguientes términos:

$$L \supset i(\bar{\psi}_L \not{D} \psi_L + \bar{\psi}_R \not{D} \psi_R) - m(e^{-i\delta} \bar{\psi}_R \psi_L + e^{i\delta} \bar{\psi}_L \psi_R) - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G^{a\mu\nu} + \theta \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}, \quad (129)$$

donde θ es un parámetro adimensional y δ es una fase con la que podemos considerar una “masa” compleja de la forma $me^{i\delta\gamma^5}$.

Nos centramos en el caso $\delta \ll 1$ y en consecuencia $e^{\pm i\delta} \approx 1 \pm i\delta$

$$L = i(\bar{\psi}_L \not{D} \psi_L + \bar{\psi}_R \not{D} \psi_R) - m(1 + i\delta)(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L) - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G^{a\mu\nu} + \theta \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}, \quad (130)$$

obteniendo:

$$L = \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - im\delta\bar{\psi}\gamma^5\psi - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G^{a\mu\nu} + \theta \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (131)$$

A continuación realizamos en este Lagrangiano una transformación axial de ángulo β , en este caso se consideran correcciones cuánticas, obteniendo la misma corriente que en el caso anterior y además un término extra, producido por correcciones de interacciones con loops tipo:

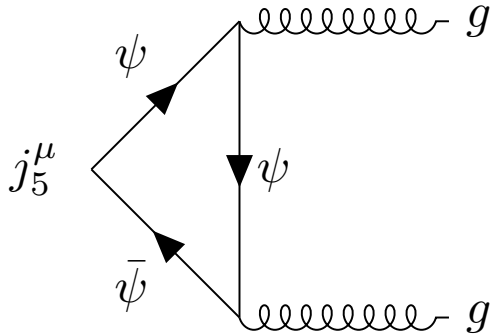


Figura 10: Procesos de un loop que influyen en el resultado.

Finalmente se obtiene:

$$\partial_\mu j_A^\mu = -2im\bar{\psi}\gamma^5\psi + 2\frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (132)$$

El primer término es el mismo que el obtenido para la Ec. (128), el segundo término está relacionado con el campo de la interacción fuerte, puesto que en la interacción intervienen gluones. Como se puede ver, en este caso aunque la masa del fermión estudiado fuese cero; la simetría seguiría rota de manera explícita a nivel cuántico. Se puede calcular el cambio que produce esto en el Lagrangiano:

$$\delta L = \beta \partial_\mu j_A^\mu = 2\beta \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu} - i2\beta m\bar{\psi}\gamma^5\psi. \quad (133)$$

Aplicando esto a la Ec. (131) se obtiene:

$$L = \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - im(\delta + 2\beta)\bar{\psi}\gamma^5\psi - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G^{a\mu\nu} + (\theta + 2\beta) \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (134)$$

Al ser β un parámetro libre de esta transformación se puede escoger si se desea $\beta = -\delta/2$ obteniendo:

$$L = \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G^{a\mu\nu} + (\theta - \delta) \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (135)$$

O se puede escoger $\beta = -\theta/2$ dando como resultado:

$$L = \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - im(\delta - \theta)\bar{\psi}\gamma^5\psi - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G^{a\mu\nu}. \quad (136)$$

Como se puede ver, con un simple cambio de fase, podemos eliminar uno de los dos términos $im\bar{\psi}\gamma^5\psi$ y $\alpha_s/8\pi G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}$. Sin embargo, nunca se pueden eliminar los dos términos simultáneamente. Esto nos indica que solo la combinación de los parámetros $\delta - \theta$ tiene significado físico. Se define:

$$\bar{\theta} = \delta - \theta, \quad (137)$$

$$L = \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G^{a\mu\nu} - \bar{\theta} \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (138)$$

En este Lagrangiano el término $G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}$ es fuente de violación CP, como ya se demostró en la sección (3.2). Si se realiza este mismo desarrollo de manera más general con un número indeterminado de quarks, es necesario calcular la matriz de masas para obtener el valor de $\bar{\theta}$. Los elementos de la matriz de masas se pueden definir incluyendo en el Lagrangiano un término:

$$L \supset - \sum_{i,j} \bar{\psi}_{iR} M_{ij} \psi_{jL}, \quad (139)$$

y la expresión final para $\bar{\theta}$ es entonces

$$\bar{\theta} = \theta + \arg[\det(M)]. \quad (140)$$

Sin embargo, experimentalmente no se ha podido medir el valor de $\bar{\theta}$, únicamente cotas superiores. Actualmente la cota experimental para $\bar{\theta}$ se encuentra en [20]:

$$\bar{\theta} < 10^{-10}. \quad (141)$$

Esta cota para el valor experimental de $\bar{\theta}$ se obtiene en los experimentos de medida del MDEN. Se conoce la relación entre $\bar{\theta}$ y d_n [21], por lo que obteniendo este último experimentalmente podemos calcular el valor de $\bar{\theta}$. Actualmente, la cota superior para el MDEN es

$$d_n < 3,6 \cdot 10^{-26} \text{ e cm}. \quad (142)$$

La precisión en estos experimentos continua aumentando año tras año, por lo que se espera que estas cotas se vayan reduciendo en los próximos años.

En principio, no hay ninguna razón por la que $\bar{\theta}$ debería ser tan pequeño, o por qué debería haber una relación entre los ángulos δ y θ . Esto es lo que se conoce en física de partículas como el problema CP fuerte [22].

6.3. Una solución al problema CP fuerte: el axión

A lo largo de los años se han encontrado varias posibles soluciones para el problema CP fuerte. Por ejemplo, si existiese un nuevo quark de masa nula, la divergencia de la corriente axial sería únicamente proporcional al término $G_{a\mu\nu}\tilde{G}^{a\mu\nu}$ que puede eliminarse, como ya se ha demostrado realizando una rotación únicamente a dicho quark con una transformación axial de parámetro $\beta = -\theta/2$, obteniendo un $\bar{\theta} = 0$

Por su parte, el modelo DFSZ [23][24] desarrollado por Peccei y Quinn se basa en la existencia de dos campos de Higgs que pueden dotar de masa a los quarks, de manera tal que la simetría $U(1)_A$ resulte exacta a pesar de tener masa todos los quarks.

Modelo KSVZ

La solución que se tratará en este trabajo pertenece al conocido modelo KSVZ [25][26]. Es una teoría donde existiría un nuevo quark $Q(x)$ con carga de color, que gana su masa mediante su interacción con un campo bosónico complejo $S(x)$, debido a que este posee un valor de energía de vacío no nulo. Si esa masa fuese suficientemente alta, esto podría explicar por qué no se ha detectado este tipo de partículas con los experimentos actuales. El campo $S(x)$ no tiene números cuánticos bajo las simetrías de gauge habituales del ME ($SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$), es un signlete. El Lagrangiano que nos define estos dos campos es el siguiente:

$$L = i\bar{Q}\not{\partial}Q - S\bar{Q}_L Q_R - S^*\bar{Q}_R Q_L + \frac{1}{2}\partial_\mu S^*\partial^\mu S - \frac{1}{2}\mu^2|S|^2 - \frac{1}{4}\lambda|S|^4 - \frac{1}{4}G_{a\mu\nu}G^{a\mu\nu} + \frac{\bar{\theta}\alpha_s}{8\pi}G_{a\mu\nu}\tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (143)$$

Este Lagrangiano es invariante bajo la simetría $U(1)_A$. Se define también una nueva transformación $U(1)_{PQ}$:

$$Q \rightarrow e^{i\beta\gamma^5}Q = e^{-i\beta}Q_L + e^{i\beta}Q_R, \quad (144)$$

$$\bar{Q} \rightarrow \bar{Q}e^{i\beta\gamma^5} = e^{i\beta}\bar{Q}_L + e^{-i\beta}\bar{Q}_R, \quad (145)$$

$$S(x) \rightarrow e^{-i2\beta}S(x). \quad (146)$$

Donde se puede apreciar que el campo del $Q(x)$ transforma de manera axial. Realizando un desarrollo similar al explicado en la sección (5.2), el campo $S(x)$ se observa que está sometido a un potencial con un mínimo S_0 :

$$V(S) = \frac{1}{2}\mu^2|S|^2 + \frac{1}{4}\lambda|S|^4, \quad (147)$$

$$|S_0| = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} = f_a, \quad (148)$$

$$S_0 = f_a e^{ia(x)/f_a}. \quad (149)$$

Se puede expresar el campo $S(x)$ complejo como una combinación de dos funciones: una radial $\rho'(x)$ y su fase $a(x)$.

$$S(x) = \rho'(x)e^{ia(x)/|\rho_0|}. \quad (150)$$

Este campo puede expresarse en función de su mínimo de la siguiente manera:

$$S = (f_a + \rho(x))e^{ia(x)/f_a}. \quad (151)$$

Se toma la siguiente aproximación:

$$\frac{a(x)}{f_a} \ll 1, \quad (152)$$

$$e^{ia(x)\gamma^5/f_a} \approx 1 + \frac{ia(x)\gamma^5}{f_a}. \quad (153)$$

Se obtiene la siguiente expresión:

$$L \approx \bar{Q}(i\not{\partial} - f_a)Q - ia\bar{Q}\gamma^5Q - \rho\bar{Q}Q - \frac{1}{f_a}\rho a\bar{Q}\gamma^5Q + \frac{1}{2}\partial_\mu\rho\partial^\mu\rho + \frac{1}{2}\partial_\mu a\partial^\mu a + \frac{\rho^2}{2f_a^2}\partial_\mu a\partial^\mu a + \frac{\rho}{f_a}\partial_\mu a\partial^\mu a + \frac{\mu^4}{4\lambda} + \mu^2\rho^2 - \sqrt{-\mu^2}\lambda\rho^3 - \frac{1}{4}\lambda\rho^4 - \frac{1}{4}G_{a\mu\nu}G^{a\mu\nu} + \frac{\bar{\theta}\alpha_s}{8\pi}G_{a\mu\nu}\tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (154)$$

En este Lagrangiano se pueden identificar dos términos de masa: $-f_a\bar{Q}Q$ y $\mu^2\rho^2$. Por lo que podemos concluir que las partículas de los campos $Q(x)$ y $\rho(x)$ son masivas. Mientras que la partícula asociada al campo $a(x)$, el axión, no tiene ningún término de masa en este Lagrangiano, es decir, a nivel clásico. Se puede afirmar que el axión es un GB (en realidad un PGB como se verá a continuación).

La explicación habitual por la que no se habrían detectado las partículas del campo $Q(x)$ y $\rho(x)$ sería porque su masa supera los niveles de energía conseguidos en los aceleradores de partículas actuales. El hecho de que tenga una masa tan grande nos permite despreciar los términos relacionados con $\rho(x)$, ya que resulta más interesante el estudio de los campos $Q(x)$ y $a(x)$. De esta manera se obtiene:

$$L \approx \bar{Q}(i\not{\partial} - f_a)Q - ia\bar{Q}\gamma^5Q + \frac{1}{2}\partial_\mu a\partial^\mu a + \frac{\mu^4}{4\lambda} - \frac{1}{4}G_{a\mu\nu}G^{a\mu\nu} + \frac{\bar{\theta}\alpha_s}{8\pi}G_{a\mu\nu}\tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (155)$$

Una vez calculado este Lagrangiano, aplicando la Ec. (6) para el campo $Q(x)$, $\bar{Q}(x)$ y $a(x)$ bajo las aproximaciones anteriores se obtiene:

$$i\partial_\mu\bar{Q}\gamma^\mu + f_a\bar{Q} = 0, \quad (156)$$

$$(i\not{\partial} - f_a)Q = 0, \quad (157)$$

$$\partial_\mu\partial^\mu a = -i\bar{Q}\gamma^5Q. \quad (158)$$

Utilizando estas expresiones podemos desarrollar la corriente de Noether asociada a la transformación infinitesimal $U(1)_{PQ}$ de forma que se puede tomar la aproximación $e^{\pm i\beta} \approx 1 \pm i\beta$. Para calcular esto se utiliza la transformación del campo $a(x)$, la cual se

puede deducir de la transformación del campo $S(x)$ Ec. (146):

$$a(x) \rightarrow a(x) - 2f_a\beta. \quad (159)$$

Con esto se calcula la corriente:

$$j_{PQ}^\mu = \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu Q)} \frac{\delta Q}{\delta\beta} + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu a)} \frac{\delta a}{\delta\beta} = \bar{Q}\gamma^\mu Q - 2f_a\partial^\mu a. \quad (160)$$

Se puede tomar su divergencia para comprobar si es una corriente conservada:

$$\partial_\mu j_{PQ}^\mu = -\partial_\mu \bar{Q}\gamma^\mu Q + \bar{Q}\gamma^\mu \partial_\mu Q - 2f_a\partial_\mu\partial^\mu a. \quad (161)$$

Utilizando las Ec. (156), (157) y (158) se obtiene:

$$\partial_\mu j_{PQ}^\mu = -if_a\bar{Q}\gamma^5 Q - if_a\bar{Q}\gamma^5 Q + 2if_a\bar{Q}\gamma^5 Q = 0. \quad (162)$$

Esta corriente se conserva a nivel clásico. Sin embargo, si se introduce la contribución de procesos con loops de manera equivalente a como se realizó en la sección (6.2) resulta:

$$\partial_\mu j_{PQ}^\mu = 2\frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (163)$$

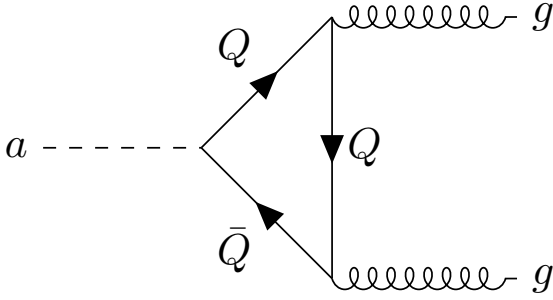


Figura 11: Procesos cuánticos que influyen en el resultado

En este caso, se obtiene un término producido por las correcciones cuánticas, concretamente se puede deducir que este proceso proviene del término $-ia\bar{Q}\gamma^5 Q$. De esta manera se concluye que a nivel cuántico esta simetría está explícitamente rota, y como consecuencia el axión tendrá una pequeña masa. La variación de esta corriente en el Lagrangiano es:

$$\delta L = 2\beta \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (164)$$

Puesto que el parámetro β es en principio arbitrario, se puede escoger de manera que se cancele el término que causa la violación CP en el Lagrangiano $\beta = -\bar{\theta}/2$. De esta manera se soluciona el problema CP fuerte del ME mediante la existencia de una nueva partícula, el axión.

El hecho de que la transformación $U(1)_{PQ}$ sea una simetría rota explícitamente nos indica que el axión no es un GB sino un PGB, por lo que se debe incluir un término de masa en el Lagrangiano. De esta manera el Lagrangiano final que se obtiene es:

$$L \approx \bar{Q}(i\bar{\not{D}} - f_a)Q - ia\bar{Q}\gamma^5 Q + \frac{1}{2}\partial_\mu a\partial^\mu a$$

$$+ \frac{1}{2}m_a^2 a^2 + \frac{\mu^4}{4\lambda} - \frac{1}{4}G_{a\mu\nu}G^{a\mu\nu}, \quad (165)$$

donde no hay ningún término que viole la simetría CP .

6.4. Lagrangiano efectivo del axión

Utilizando el hecho de que la partícula Q tendría una masa muy superior a la del axión, superando incluso la energía de experimentos actuales, podemos desarrollar una teoría efectiva para el axión y sus posibles acoplos con partículas del ME a bajas energías. En este modelo, puede suponerse que la partícula Q tiene carga eléctrica sin pérdida de generalidad. Esto añade nuevas correcciones cuánticas a la divergencia de la corriente de Noether de la simetría $U(1)_{PQ}$ [27]

$$\partial_\mu j_{PQ}^\mu = N \frac{\alpha_s}{4\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu} + E \frac{\alpha_{em}}{4\pi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (166)$$

donde N y E son parámetros adimensionales que dependen de la representación de Q en el gauge del ME y $\alpha_{em} = g_{em}^2/4\pi$, siendo g_{em} la constante de acoplo de la fuerza electromagnética. Utilizando la expresión de la divergencia de la corriente de Noether se obtiene

$$\begin{aligned} \partial_\mu j_{PQ}^\mu &= \partial_\mu \frac{\partial L_{eff}}{\partial(\partial_\mu a)} \frac{\delta a}{\delta\beta} = -2f_a \partial_\mu \frac{\partial L_{eff}}{\partial(\partial_\mu a)} = \\ &= -2f_a \frac{\partial L_{eff}}{\partial a} = N \frac{\alpha_s}{4\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu} + E \frac{\alpha_{em}}{4\pi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (167)$$

Esto nos indica que estos términos deben aparecer en el Lagrangiano efectivo, al igual que los términos que únicamente dependen de $a(x)$ en Ec. (165)

$$\begin{aligned} L_{eff} &= \frac{1}{2}\partial_\mu a\partial^\mu a + \frac{1}{2}m_a^2 a^2 - \\ &- N \frac{a}{f_a} \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu} - E \frac{a}{f_a} \frac{\alpha_{em}}{8\pi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (168)$$

Con esto hemos obtenido una teoría efectiva de la interacción de los axiones a bajas energías de manera análoga al estudio que realizó Fermi para la desintegración β^- . En este caso, en vez de la constante de fermi G_F la escala de energía de nuestra EFT viene determinada por $1/f_a$. Este resultado es general para cualquier EFT de ALPs.

7. Lagrangiano de los ALPs

Utilizando los conceptos anteriores, se desarrollará un Lagrangiano efectivo para los ALPs. Estamos interesados en estudiar partículas tipo axión por su generalidad y aplicabilidad a diferentes teorías, y no en estudiar el axión como solución al problema CP fuerte en este apartado. Definimos un Lagrangiano para un PGB o ALP genérico que estará compuesto de un término cinético, un término de masa, operadores efectivos tipo $a/f_a G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu}$, $a/f_a F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$ como los obtenidos en Ec. (168) y

operadores relacionados con las interacciones con diferentes fermiones.

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu a \partial^\mu a - \frac{1}{2} m_a^2 a^2 - N \frac{a}{f_a} \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu} - E \frac{a}{f_a} \frac{\alpha_{em}}{8\pi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} + L_{eff}^{ferm}. \quad (169)$$

Se estudiarán únicamente los posibles operadores de dimensión cinco que podemos formular para el caso de la interacción con fermiones. Los operadores de orden superior se ven muy suprimidos, por lo que se desprecian. El campo de los fermiones tiene dimensión 3/2 y en el Lagrangiano se incluyen tanto el campo como su adjunto, así como el campo de los ALPs a de dimensión 1 al tratarse de bosones. Por último, se añade una derivada para llegar a dimensión cinco. Al tener que ser un invariante, el índice de la derivada tiene que estar contraído con otro objeto de dimensión cero: las matrices de Dirac. Se añaden también términos que incluyan la matriz γ^5 para tener en cuenta ambas quiralidades. De esta manera se obtiene:

$$L_{eff}^{ferm} = \sum_{i,j} \frac{\partial_\mu a}{f_a} (c_{ij}^V \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_j + c_{ij}^A \bar{\psi}_i \gamma^\mu \gamma^5 \psi_j) + \frac{\partial_\mu a}{f_a} (c_{ij}^{V*} \bar{\psi}_j \gamma^\mu \psi_i + c_{ij}^{A*} \bar{\psi}_j \gamma^\mu \gamma^5 \psi_i), \quad (170)$$

donde i y j son índices que recorren todos los fermiones que se estudian en nuestro Lagrangiano efectivo. Si aplicamos sobre este operador la condición de hermiticidad se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} L_{eff}^{ferm} &= L_{eff}^{ferm\dagger} = \\ &= \sum_{i,j} \frac{\partial_\mu a^\dagger}{f_a} [c_{ij}^{V*} (\psi_i \gamma^0 \gamma^\mu \psi_j)^\dagger + c_{ij}^{A*} (\psi_i \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_j)^\dagger + c_{ij}^V (\psi_j \gamma^0 \gamma^\mu \psi_i)^\dagger + c_{ij}^A (\psi_j \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_i)^\dagger] = \\ &= \sum_{i,j} \frac{\partial_\mu a}{f_a} [c_{ij}^{V*} (\psi_j \gamma^0 \gamma^\mu \psi_i) + c_{ij}^{A*} (\psi_j \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_i) + c_{ij}^V (\psi_i \gamma^0 \gamma^\mu \psi_j) + c_{ij}^A (\psi_i \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_j)] = \\ &= \sum_{i,j} \frac{\partial_\mu a}{f_a} [c_{ji}^{V*} (\psi_i \gamma^0 \gamma^\mu \psi_j) + c_{ji}^{A*} (\psi_i \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_j) + c_{ji}^V (\psi_j \gamma^0 \gamma^\mu \psi_i) + c_{ji}^A (\psi_j \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_i)]. \quad (171) \end{aligned}$$

Por igualación de los términos que acompañan a los distintos operadores, resulta:

$$c_{ij}^V = c_{ji}^{V*}, \quad (172)$$

$$c_{ij}^A = c_{ji}^{A*}. \quad (173)$$

Esto es una propiedad que sabemos que debe cumplirse, ya que es necesario que el Lagrangiano sea hermitico. Puesto que este trabajo está enfocado en la obtención de una cota para el valor del MDEN, y como se ha demostrado anteriormente, los operadores que contribuyen a este valor violan simetría CP , resulta esencial estudiar cómo se

comporta este operador ante esta simetría. Si aplicamos esta transformación al Lagrangiano:

$$\begin{aligned} CP(L_{eff}) &= CP \sum_{i,j} \frac{\partial_\mu a}{f_a} [c_{ij}^V \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_j + c_{ij}^A \bar{\psi}_i \gamma^\mu \gamma^5 \psi_j + c_{ij}^{V*} \bar{\psi}_j \gamma^\mu \psi_i + c_{ij}^{A*} \bar{\psi}_j \gamma^\mu \gamma^5 \psi_i] = \\ &= \sum_{i,j} \frac{\partial^\mu (-a)}{f_a} (-1) [c_{ij}^V \bar{\psi}_j \gamma_\mu \psi_i + c_{ij}^A \bar{\psi}_j \gamma_\mu \gamma^5 \psi_i + c_{ij}^{V*} \bar{\psi}_i \gamma_\mu \psi_j + c_{ij}^{A*} \bar{\psi}_i \gamma_\mu \gamma^5 \psi_j] = \\ &= \sum_{i,j} \frac{\partial_\mu a}{f_a} [c_{ij}^V \bar{\psi}_j \gamma^\mu \psi_i + c_{ij}^A \bar{\psi}_j \gamma^\mu \gamma^5 \psi_i + c_{ij}^{V*} \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_j + c_{ij}^{A*} \bar{\psi}_i \gamma^\mu \gamma^5 \psi_j], \quad (174) \end{aligned}$$

donde se ha utilizado la propiedad $A^\mu B_\mu = A_\mu B^\mu$ entre ∂_μ y γ^μ , la transformación de un operador vector y axialvector. Por último, es necesario tener en cuenta que los ALPs transforman como un pseudoescalar.

Si queremos imponer que se conserve la simetría CP , se llega a la siguiente relación mediante igualación de términos del mismo operador:

$$c_{ij}^V = c_{ij}^{V*}, \quad (175)$$

$$c_{ij}^A = c_{ij}^{A*}. \quad (176)$$

Es decir, todos los coeficientes reales cumplen la simetría CP , mientras que todos los términos que tengan una componente imaginaria violarían esta simetría. Actualmente se desconoce si estas constantes tienen una componente imaginaria, sin embargo, resulta un caso muy interesante a estudiar, ya que si los ALPs fuesen una fuente de violación CP podría probarse su existencia mediante la medida del MDEN. Este valor está tan suprimido dentro del ME que las contribuciones de los ALPs producirían un valor notablemente mayor al esperado. A continuación estudiaremos qué procesos tienen una mayor contribución al valor del MDEN.

Utilizando las Ec. (172) y (173) sabemos que en el caso $i = j$, las componentes $c_{ii}^{V,A}$ serán reales, por lo que la emisión de un ALP sin cambio de sabor no añadirá ninguna fase compleja.

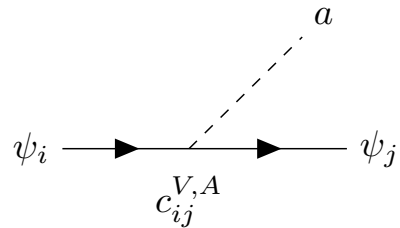


Figura 12: Contribución de los ALPs a un loop de la interacción fermión-fotón.

Sin embargo, si se produce un cambio de sabor ($i \neq j$) esto sí involucra la fase compleja de c_{ij} .

Para estudiar cómo afecta esta interacción al valor

del MDEN, se estudia cómo pueden cambiar los ALPs la interacción con el campo electromagnético. Es decir, la emisión o absorción de fotones mediante un proceso que viole la simetría CP . Se ha demostrado que el proceso dominante mediado por ALPs ocurre ya a un único loop cuántico [28]:

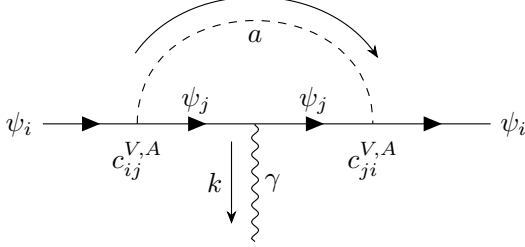


Figura 13: Contribución de los ALPs a un loop de la interacción fermión-fotón.

donde el fermión inicial ψ_i cambia de sabor a un fermión ψ_j mediante la emisión de un ALP. Este acoplo con los ALPs puede realizarse mediante el acoplo vectorial (c_{ij}^V) o axial (c_{ij}^A). El ALP interactúa una segunda vez con el fermión que vuelve a su sabor original. De nuevo esta interacción puede realizarse mediante la componente vectorial o axial. En caso de que la primera y segunda interacción sean del mismo tipo se obtendrá:

$$\text{Im}\{c_{ij}^{V,A}c_{ji}^{V,A}\} = \text{Im}\{c_{ij}^{V,A}(c_{ji}^{V,A})^*\} = 0, \quad (177)$$

es decir, no hay componente imaginaria en esta interacción, por lo que no afecta al valor del MDEN; debido a que todos los términos que contribuyen a este valor deben ser fuente de violación CP , para ello es necesario una componente imaginaria.

Sin embargo, en el caso que la primera y la segunda interacción se produzcan con acoplos diferentes se obtiene una componente imaginaria:

$$\text{Im}\{c_{ij}^{V,A}c_{ji}^{A,V}\} = \text{Im}\{c_{ij}^{V,A}(c_{ji}^{A,V})^*\} \neq 0. \quad (178)$$

Esta interacción sí resulta relevante para el valor del MDEN. Este resultado es realmente interesante, ya que como se puede ver en el diagrama (13) es un proceso a un único loop. Por lo que se obtendría un valor del MDEN mucho mayor al esperado para el ME, puesto que, como se ha explicado, la contribución más importante es un proceso a tres loops.

8. Conclusiones

En este trabajo se han introducido conceptos de física de partículas necesarios para el estudio del problema CP fuerte, uno de los principales problemas abiertos del ME. Se ha estudiado una de las soluciones propuestas para este problema, el modelo KSVZ. En este modelo, el término fuente de violación CP es absorbido por el campo del axión mediante una transformación de simetría.

A continuación, se ha desarrollado cómo este tipo de partículas pueden utilizarse para el desarrollo de una EFT, centrándonos en la interacción entre ALPs y fermiones. A su vez, se han estudiado las propiedades de los operadores de la teoría y cómo estos podrían influir en el valor del MDEN obteniendo un proceso con contribuciones a un loop. Este proceso aportaría un valor significativamente mayor al MDEN del predicho por el ME, por lo que si experimentalmente se detectase un valor superior a lo esperado, podría explicarse mediante una teoría basada en Pseudobosones de Golstone o ALPs.

En caso de querer obtener una predicción numérica del valor del MDEN producido por esta interacción, sería necesario escoger un modelo concreto de ALPs que nos especificase la escala de nuestra teoría (la masa de los ALPs o el valor de las constantes de interacción entre otros valores). En este trabajo no estamos interesados en el cálculo de este valor sino en el estudio de una EFT y su utilidad de manera genérica, sin enfocarnos en un modelo concreto.

Para comprobar la validez de la predicción del ME serían necesarios experimentos capaces de medir el MDEN con una precisión cuatro órdenes de magnitud superior a los experimentos realizados hasta la fecha ($10^{-26} - 10^{-30} e cm$) [21][15]. Aunque esto pueda parecer un gran obstáculo, por todo el mundo diversos grupos de investigación realizan avances en este ámbito. En Europa las instituciones de ILL, Grenoble, FRM-2 Munich, PNPI Gatchina cuentan actualmente con proyectos activos para reducir las cotas experimentales sobre los momentos dipolares eléctricos de diversas partículas. En concreto el grupo de ILL cuenta con un proyecto que espera poder reducir la cota experimental del MDEN hasta un valor de $10^{-29} e cm$ [29]. Esta medida se encontraría a un único orden de magnitud por encima de la predicción del ME, por lo que desmentiría o confirmará las teorías que predicen un valor de varios ordenes de magnitud mayor que el ME.

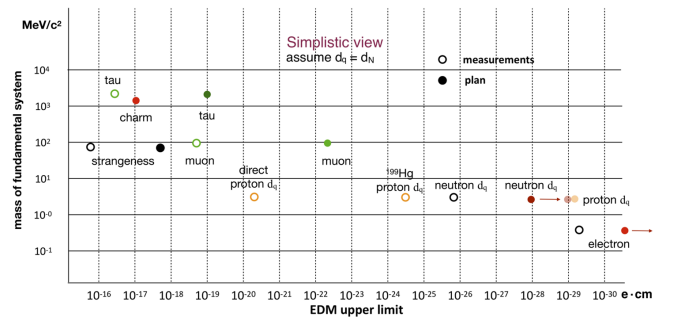


Figura 14: Resumen de proyectos activos para reducir cotas experimentales.

En el contexto de estos avances experimentales y la posibilidad de una medida positiva en los próximos años, las EFT de ALPs están ganando popularidad. Estas teorías basadas en la rotura espontánea de una simetría que todavía desconocemos se han

vuelto más relevantes, puesto que permiten una búsqueda amplia que no se encuentra sujeta a modelos específicos.

Por último, cabe destacar que estas teorías no tienen únicamente interés para la física de partículas, puesto que si se confirmara la existencia de los ALPs estas partículas podrían ayudar a resolver otro de los problemas abiertos de la física fundamental: la composición de la materia oscura. Como ya hemos visto, los ALPs son partículas escalares masivas que interactúan muy débilmente. Debido a esto, pueden tener vidas medias mayores incluso que la edad del universo; propiedades que los convierten en excelentes candidatos a materia oscura [30].

Referencias

1. Weinberg, S. A New Light Boson? *Phys. Rev. Lett.* **40**, 223-226 (1978).
2. Peccei, R. D. y Quinn, H. R. CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles. *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440-1443. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.38.1440> (1977).
3. Feynman, R. P. Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics. *Phys. Rev.* **76**, 769-789. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.76.769> (1949).
4. Lagrange, J. L. *Mécanique analytique* (Mallet-Bachelier, 1853).
5. Noether, E. en *Gesammelte Abhandlungen-Collected Papers* 231-239 (Springer, 1983).
6. Fermi, E. Tentativo di una teoria dei raggi β . *Il Nuovo Cimento* **11**, 1-19 (1934).
7. Klein, O. Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie. *Zeitschrift für Physik* **37**, 895-906 (1926).
8. Gordon, W. Der comptoneffekt nach der schrödingerschen theorie. *Zeitschrift für Physik* **40**, 117-133 (1926).
9. Dirac, P. A. M. The quantum theory of the electron. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* **117**, 610-624 (1928).
10. Halzen, F., Martin, A. y Quarks, L. An introductory course in modern particle physics. *John and Wiley* (1984).
11. Wu, C.-S., Ambler, E., Hayward, R. W., Hoppes, D. D. y Hudson, R. P. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Physical review* **105**, 1413 (1957).
12. Streater, R. F. y Wightman, A. S. *PCT, spin and statistics, and all that* ISBN: 978-0-691-07062-9 (1964).
13. Cheng, T.-P., Li, L.-F. y Gross, D. *Gauge theory of elementary particle physics* 1985.
14. Jarlskog, C. *CP violation* (World Scientific, 1989).
15. Gavela, M. *et al.* CP violation induced by penguin diagrams and the neutron electric dipole moment. *Physics Letters B* **109**, 215-220. ISSN: 0370-2693. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269382907560> (1982).
16. Perkins, D. H. *Introduction to high energy physics* (CAMBRIDGE university press, 2000).
17. Goldstone, J., Salam, A. y Weinberg, S. Broken symmetries. *Physical Review* **127**, 965 (1962).
18. Nambu, Y. Quasi-particles and gauge invariance in the theory of superconductivity. *Physical Review* **117**, 648 (1960).
19. Burgess, C. Goldstone and pseudo-Goldstone bosons in nuclear, particle and condensed-matter physics. *Physics Reports* **330**, 193-261. ISSN: 0370-1573. [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573\(99\)00111-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573(99)00111-8) (2000).
20. Baker, C. A. *et al.* Improved Experimental Limit on the Electric Dipole Moment of the Neutron. *Physical Review Letters* **97**. ISSN: 1079-7114. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.131801> (2006).
21. Kuckei, J. *et al.* Strong CP violation and the neutron electric dipole form factor. *Physics of Atomic Nuclei* **70**, 349-357. ISSN: 1562-692X. <http://dx.doi.org/10.1134/S1063778807020160> (2007).
22. Peccei, R. D. The Strong CP Problem and Axions, 3-17. ISSN: 0075-8450. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-73518-2_1 (2008).
23. Dine, M., Fischler, W. y Srednicki, M. A simple solution to the strong CP problem with a harmless axion. *Physics Letters B* **104**, 199-202. ISSN: 0370-2693. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269381905906> (1981).
24. Zhitnitsky, A. R. On Possible Suppression of the Axion Hadron Interactions. (In Russian). *Sov. J. Nucl. Phys.* **31**, 260 (1980).
25. Kim, J. E. Weak Interaction Singlet and Strong CP Invariance. *Phys. Rev. Lett.* **43**, 103 (1979).
26. Shifman, M. A., Vainshtein, A. I. y Zakharov, V. I. Can Confinement Ensure Natural CP Invariance of Strong Interactions? *Nucl. Phys. B* **166**, 493-506 (1980).
27. Di Luzio, L., Mescia, F. y Nardi, E. Redefining the Axion Window. *Physical Review Letters* **118**. ISSN: 1079-7114. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.031801> (2017).
28. Enguita, V., Gavela, B., Grinstein, B. y Quilez, P. ALP contribution to the Strong CP problem. arXiv: [2403.12133](https://arxiv.org/abs/2403.12133) [hep-ph] (2024).
29. For Particle Physics Preparatory Group, E. S. *Physics Briefing Book* 2020. arXiv: [1910.11775](https://arxiv.org/abs/1910.11775) [hep-ex].
30. Adams, C. B. *et al.* *Axion Dark Matter* 2023. arXiv: [2203.14923](https://arxiv.org/abs/2203.14923) [hep-ex].