Lycée: El maghreb el arabi	**Série 1 : Les ensembles-Arithmétique dans $\mathbb{N}$**	Niveau : T.C.S.F
Année scolaire : 2025/2026		Prof : J. ATTMANI

Exercice 1 :
Compléter à l'aide d'un des symboles suivants : $\in, \notin, \subset$ ou $\not\subset$.

$-10\ldots\mathbb{N}$	$-3,5\ldots\mathbb{Z}$	$\frac{2\pi}{3}\ldots\mathbb{R}$	$\mathbb{R}\ldots\mathbb{Z}$
$\mathbb{N}\ldots\mathbb{D}$	$\frac{2}{3}\ldots\mathbb{D}$	$-\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}\ldots\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}\ldots\mathbb{Q}$
$\frac{\sqrt{2}}{3}\ldots\mathbb{Q}$	$\mathbb{D}\ldots\mathbb{R}$	$\sqrt{3}\ldots\mathbb{Q}$	$0\ldots\mathbb{R}^*$

Exercice 2 :
Écrire les nombres suivants en écriture scientifique : 251,3; $0,095; 27,31\times10^3; 150\times10^{-3}; -5248,3;\ -872,731\times10^{-4}; 7879.03\times10^7$

Exercice 3 :
Simplifier les nombres suivants :

$$A=2^{-5}\times3^{-3}\times2^{10}\times3^{-3}\times(-1)^{2017}, B=\frac{4\times\left(10^{-2}\right)^3\times10}{10^{-5}\times16}$$

Exercice 4 :
① Soient a et b deux nombres réels positifs. Simplifier le nombre suivant :

$$\sqrt{a}\sqrt{a^3b^2}-\sqrt{b}\sqrt{a^4b}+\sqrt{\sqrt{a^4b^4}}$$

② Monter que : $\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}+\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}\in\mathbb{Z}$.

Exercice 5 :
① Développer les expressions suivantes :

- $(a+2)\left(a^2-2a+4\right)$
- $(x-1)\left(x^2+x+1\right)$
- $(b+2)^3$
- $(y-5)^3$

② Factoriser les expressions suivantes :

- $A(x)=x^2-9+(x-1)(x+3)-2(x+3)^2$
- $B(x)=4x^2-36x$
- $C(x)=x^3-1000$
- $D(x)=x^3-8+4\left(x^2-4\right)-3x+6$
- $E(x)=x^3+1+2\left(x^2-1\right)-(x+1)$

Exercice 6 :
Soient x et y deux nombres réels non nuls tels que : $x\neq y$.
① Montrer que : $\frac{-1+\frac{x}{x-y}}{1+\frac{y}{x-y}}=\frac{y}{x}$.
② Déduire: $\frac{-1+\frac{1}{1-\sqrt{5}}}{1+\frac{\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}}$.

Exercice 7 :
Soit $n\in\mathbb{N}$. Étudier la parité de nombres suivants :

$$4n+300;\quad 14n+111;\quad 731\times432$$
$$2^{n+1}+15;\quad 4n^2+8n+13;\quad n(n+1).$$

Exercice 8 :
Soit $n\in\mathbb{N}$. On pose : $a=2n+4$ et $b=6n+11$.
① Étudier la parité de a et b.
② Simplifier le nombre $(6n+11)(-1)^{2n+4}-(2n+4)(-1)^{6n+11}$.
③ Monter que $a^2+(b+1)^2$ est un multiple de 20.

Exercice 9 :
Soit n un entier naturel impair.
① Étudier la parité de n^2-1 et n^2+1.
② Montrer que 8 divise n^2-1.
③ En déduire que 16 divise n^4-1.

Exercice 10 :
① Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres: 495 ; 156 ; 1404 ; 4056.
② Simplifier l'écriture des nombres suivants:

$$\frac{1404}{4056};\sqrt{1404\times4056};\frac{495}{1404}+\frac{156}{4056}.$$

3) Déterminer :

$$pgcd(495,156);\quad pgcd(495,1404);\quad pgcd(1404,4056)$$
$$ppcm(495,156);\quad ppcm(495,1404);\quad ppcm(1404,4056).$$

Exercice 11 :
Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on pose : $x=7^{n+2}-7^n$ et $y=3\times7^{n+1}+5\times7^n$.
① Montrer que x est divisible par 3 et que y est un multiple de 13.
② Décomposer, en fonction de n, les nombres x et y en produit de facteurs premiers.
③ Déterminer $\text{pgcd}(x,y)$ et $\text{ppcm}(x,y)$ en fonction de n.
④ Donner, en fonction de n, $d(x)$ le nombre de diviseurs de x et $d(y)$ le nombre de diviseurs de y.

Exercice 12 :
Soient a et b deux entiers naturels tels que : $a=4680$ et $b=5940$.
① Décomposer a et b en produit de facteurs premiers.
② En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de $a^2\times b^3$.
③ Déterminer $pgcd(a,b)$ et $ppcm(a,b)$ puis vérifier que: $\text{pgcd}(a,b)\times\text{ppcm}(a,b)=ab$.
④ Déterminer le plus petit entier naturels m tel que ma soit un carré parfait.
⑤ Déterminer le phus petit entier naturels n tel que nb soit un cube d'un entier naturel.
⑥ Simplifier : $\frac{a}{b}$ et $\sqrt{ab}$.

Exercice 13 :
① Déterminer les diviseurs du nombre 22.
② En déduire tous les entiers naturels x et y qui vérifient : $(x+2)(y+1)=22$.