

## Netzwerke und Schaltungen II

# Beispiel-Klausur 3

Hinweis: Alle Ergebnisse sind auf 3 signifikante Stellen zu runden. Bsp:  $1.3456 \times 10^{-5} \text{ m} \Rightarrow 13.5 \mu\text{m}$

Jeder Rechenschritt muss klar erkennbar sein!

**Hinweis:** Diese NUSII-Beispiel-Klausur und ihre Musterlösung werden vom HPE für NUSII-Studierende zum Lernen bereitgestellt. Die Weitergabe an Dritte ist nicht gestattet. Die Beispiel-Klausur dient als Orientierung dafür, wie eine NUSII-Prüfung gestaltet sein kann. Zukünftige Prüfungen können davon jedoch abweichen. Insbesondere kann auch die Gesamtpunktzahl, die Punkteverteilung auf die verschiedenen Themenbereiche sowie der Umfang der einzelnen Aufgaben variieren. Eine Klausur kann ausserdem noch Multiple-Choice-Fragen beinhalten. Diese Beispiel-Klausur würde beispielsweise Multiple-Choice-Fragen im Umfang von 12 Punkten (ca. 10%) beinhalten. Multiple-Choice Fragen finden Sie im Moodle.

Für die Bestnote müssen nicht alle Fragen korrekt beantwortet werden. In der vorliegenden NUSII-Beispiel-Klausur würden ca. 85% der Punkte ausreichen.

## Teil 1 Drehstromsysteme (25 Punkte = 20%)

Eine elektrische Maschine wird an ein symmetrisches Dreiphasennetz angeschlossen. Die Netzspannung hat einen Effektivwert  $U = 110\text{ V}$  und eine Netzfrequenz von  $f = 60\text{ Hz}$ . Die Maschine stellt eine symmetrische Last mit  $R = 5\ \Omega$  und  $L = 10\text{ mH}$  dar. Es gilt zudem:

$$\underline{\hat{u}}_1 = \hat{u} \cdot e^{j0^\circ} \quad \underline{\hat{u}}_2 = \hat{u} \cdot e^{-j120^\circ} \quad \underline{\hat{u}}_3 = \hat{u} \cdot e^{-j240^\circ}$$

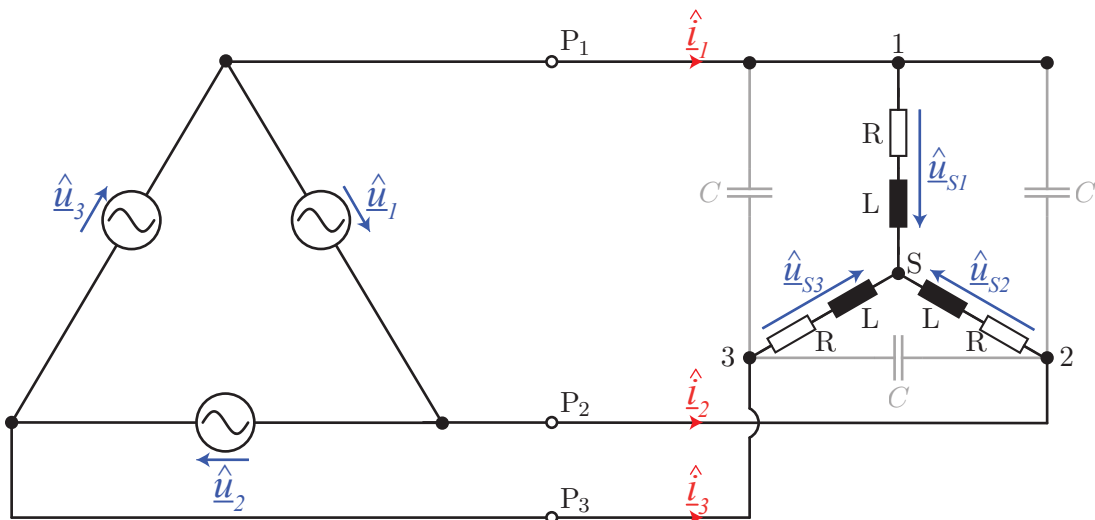


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer Dreiphasenspannungsquelle und eines elektrischen Motors. Ein zusätzliches Blindleistungskompensationsnetzwerk ist in grau eingezeichnet.

Für die Teilaufgaben a) bis c) werden die in Abb. 1 grauen Kondensatoren  $C$  des Blindleistungskompensationsnetzwerk nicht berücksichtigt.

- Geben Sie die analytischen Ausdrücke für die Aussenleiterströme  $\hat{i}_1$ ,  $\hat{i}_2$  und  $\hat{i}_3$  als Funktion der Netzspannung  $U$  an und berechnen Sie die numerischen Werte.
- Berechnen Sie den Leistungsfaktor  $\lambda_M$  des Motors.
- Berechnen Sie die gesamte vom Motor aufgenommene Schein-, Wirk- und Blindleistung.

In den folgenden Teilaufgaben wird das in Abb. 1 grau eingezeichnete Blindleistungskompensationsnetzwerk ( $C$ ) berücksichtigt.

- Die Blindleistung, welche durch den Motor aufgenommen wird, soll mit den grau eingezeichneten Kapazitäten in Abb. 1 kompensiert werden. Berechnen Sie die Werte für die Kondensatoren  $C$ .

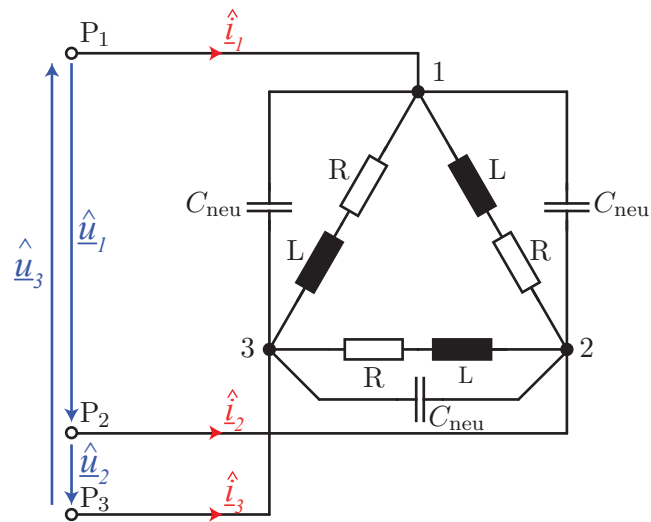


Abbildung 2: Die Last ist neu als Dreieck verschaltet. Die Verschaltung des Kompensationsnetzwerkes hat sich gegenüber Abb. 1 nicht verändert.

- e) Die Motorimpedanzen ( $R$  und  $L$ ) werden neu wie in Abb. 2 im Dreieck verschaltet, wobei sich die Werte der Motorimpedanzen ( $R$  und  $L$ ) nicht ändern. Was für Kapazitätswerte  $C_{\text{neu}}$  sind neu zur vollständigen Blindleistungskompensation notwendig? Geben Sie das Verhältnis zwischen  $C_{\text{neu}}$  und  $C$  an.

## Teil 2 Maschenstromverfahren (23 Punkte = 18%)

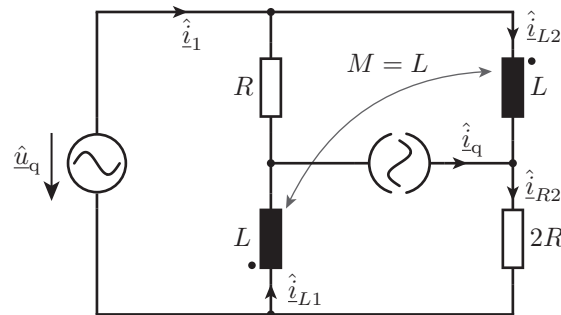


Abbildung 3: Netzwerk, das mittels Maschenstromverfahren analysiert werden soll.

Der Transformator im Netzwerk in Abb. 3 besitzt gleich grosse primär- und sekundärseitige Selbstinduktivitäten  $L$  und eine Kopplungsinduktivität  $M = L$ . Das Netzwerk befindet sich im eingeschwungenen Zustand.

- Handelt es sich bei dem gegebenen Netzwerk um ein *ebenes Netzwerk*? Begründen Sie. Wie viele *unabhängige* Maschenumläufe gibt es im Netzwerk?
- Welche *beiden* Methoden zur Berücksichtigung der Stromquelle  $\hat{i}_q$  im Maschenstromverfahren kennen Sie? Welche davon ist für das vorliegende Netzwerk vorteilhafterweise anzuwenden? Begründen Sie.
- Ersetzen Sie den Transformator durch ein geeignetes Ersatzschaltbild mit stromgesteuerten Spannungsquellen und zeichnen Sie das Netzwerk neu.
- Zeichnen Sie alle für das Aufstellen der Maschengleichungen notwendigen Maschenströme in das Ersatzschaltbild aus Teilaufgabe c) ein.
- Stellen Sie die Maschengleichungen in Abhängigkeit der Maschenströme sowie der Netzwerkparameter  $\hat{u}_q$ ,  $\hat{i}_q$ ,  $R$ ,  $L$  und  $\omega$  auf.

Für die beiden folgenden Teilaufgaben wird die Stromquelle  $\hat{i}_q$  in eine gesteuerte Quelle umgewandelt. Es gilt  $\hat{i}_q = \underline{k}\hat{i}_1$  mit der komplexen Konstanten  $\underline{k} \in \mathbb{C}$ .

- Leiten Sie die neuen Maschengleichungen her.
- Ermitteln Sie mit Hilfe der neuen Maschengleichungen einen analytischen Ausdruck für den Strom  $\hat{i}_{R2}$ .
- Kann durch die Anwendung des Knotenpotentialverfahrens anstelle des Maschenstromverfahrens die Anzahl unabhängiger Gleichungen für das gegebene Netzwerk reduziert werden? Begründen Sie.

### Teil 3 Harmonische Analyse (27 Punkte = 22%)

Die Teilaufgaben c)–e) sind unabhängig von den Teilaufgaben a) & b) lösbar.

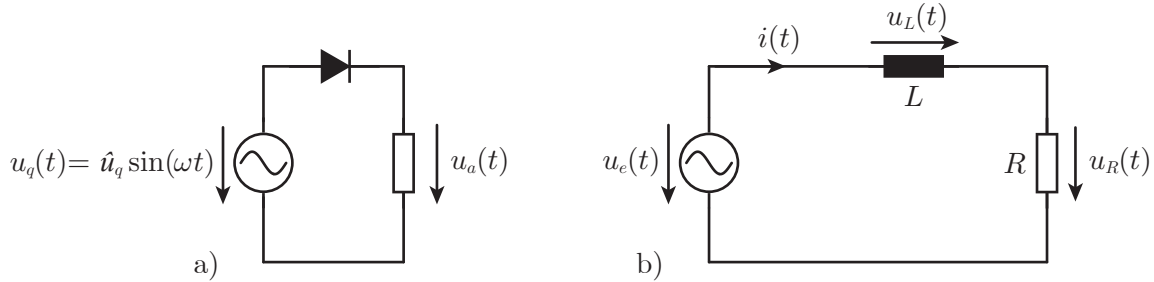


Abbildung 4: a) Einweggleichrichter. b) Von Eingangsspannung  $u_e(t)$  gespeistes Netzwerk.

Abb. 4a) zeigt einen belasteten Einweggleichrichter. Dieser soll mittels harmonischer Analyse betrachtet werden.

- Skizzieren Sie den Zeitverlauf der Spannung  $u_a(t)$ . Zeichnen Sie  $\hat{u}_q$  sowie die Periodendauer  $T$  ein. Handelt es sich bei  $u_a(t)$  um eine symmetrische Funktion? Wenn ja, welche Symmetrie liegt vor?
- Die gleichgerichtete Spannung  $u_a(t)$  soll nun als Fourierreihe dargestellt werden. Stellen Sie die Integralausdrücke der Fourier-Koeffizienten  $a_0$ ,  $\hat{a}_n$  und  $\hat{b}_n$  als Funktion der Variablen  $t$ ,  $n$ ,  $T$  und  $\hat{u}_q$  auf. Lösen Sie die Integrale durch Berechnung oder mittels Tabelle. Vereinfachen Sie dabei so weit wie möglich.

*Hinweis Stammfunktionen gewisser Integrale:*

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} (\sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t)) dt &= \left( -\frac{1 + \cos(2\omega t)}{4\omega} \right) \Big|_{t_0}^{t_1}, \quad \int_{t_0}^{t_1} (\sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t)) dt = \left( \frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega t)}{4\omega} \right) \Big|_{t_0}^{t_1} \\ \int_{t_0}^{t_1} (\sin(\omega t) \cdot \cos(n\omega t)) dt &= \left( \frac{\cos(\omega t) \cdot \cos(n\omega t) + n \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(n\omega t)}{\omega \cdot (n^2 - 1)} \right) \Big|_{t_0}^{t_1} \quad \text{für } n \geq 2 \text{ und } n \in \mathbb{N}^+ \\ \int_{t_0}^{t_1} (\sin(\omega t) \cdot \sin(n\omega t)) dt &= \left( \frac{\cos(\omega t) \cdot \sin(n\omega t) - n \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(n\omega t)}{\omega \cdot (n^2 - 1)} \right) \Big|_{t_0}^{t_1} \quad \text{für } n \geq 2 \text{ und } n \in \mathbb{N}^+ \end{aligned}$$

Nun wird eine Spannungsquelle  $u_e(t) = \frac{\hat{u}_q}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{\hat{u}_q}{n\pi} \sin(n\omega t)$  an der Glättungs-drossel  $L$  und dem Widerstand  $R$  in Abb. 4b) betrachtet.

- Berechnen Sie die Welligkeit  $w$  der Spannung  $u_e(t)$ .  
*Hinweis:*  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$
- Berechnen Sie den Gleichanteil  $I_{DC}$  des Stromes  $i(t)$ . Berechnen Sie zusätzlich die Leistung  $P_{DC}$ , die durch diesen Gleichanteil am Widerstand  $R$  umgesetzt wird.
- Berechnen Sie den Wechselanteil  $i_{AC}(t)$  des Stromes  $i(t)$ . Berechnen Sie zusätzlich die Leistung  $P_{AC}$ , die durch den Wechselanteil am Widerstand  $R$  umgesetzt wird.

## Teil 4 Laplace-Transformation (22 Punkte = 18%)

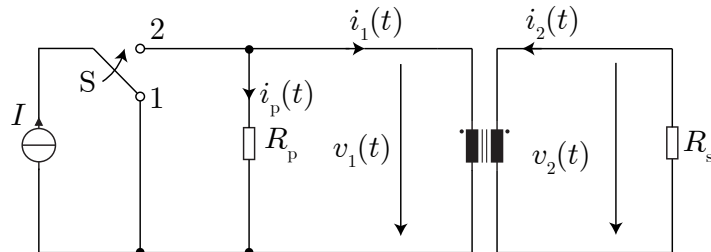


Abbildung 5: Impulstransformator an Stromquelle

Abb. 5 zeigt einen verlustlosen Impulstransformator mit Selbstinduktivitäten  $L_1$  und  $L_2$  sowie der Kopplungsinduktivität  $M$ . Die Widerstände  $R_p$  und  $R_s$  befinden sich an den Primär- und Sekundäranschlüssen. Der Impulstransformator wird von einer DC-Stromquelle mit dem Strom  $I$  angeregt, die mit Schalter  $S$  an den Impulstransformator angeschlossen wird. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird der Schalter  $S$  von Position 1 auf 2 geschaltet.

- Zeichnen Sie die in Abb. 5 gezeigte Schaltung im Laplace-Bildbereich für den Zeitraum  $t \geq 0$  unter der Annahme, dass die Ströme im Transformator zum Zeitpunkt  $t = 0$  s ungleich null sind.
- Geben Sie die Transformatorspannungen  $\underline{U}_1(s)$  und  $\underline{U}_2(s)$  in Abhängigkeit der Transformatorströme an. Nehmen Sie dabei an, dass die Anfangswerte der Ströme im Transformator gleich null sind.
- Berechnen Sie den Strom  $\underline{I}_2(s)$  im Laplace-Bildbereich.
- Berechnen Sie die Nullstellen  $s_1, s_2, \dots, s_n$  des Nennerpolynoms von  $\underline{I}_2(s)$  abhängig von  $L_1, L_2, M, R_p$  und  $R_s$ . Vereinfachen Sie den Ausdruck für  $\underline{I}_2(s)$  in dem Sie das Nennerpolynom in Form seiner Linearfaktoren  $(s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n)$  angeben.
- Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von  $\underline{I}_2(s)$ . Verwenden Sie die Abkürzungen  $s_1, s_2, \dots, s_n$  für die Nullstellen des Nennerpolynoms in Ihrer Lösung.
- Geben Sie  $i_2(t)$  im Zeitbereich an.

## Teil 5 Verstärkerschaltungen (18 Punkte = 14%)

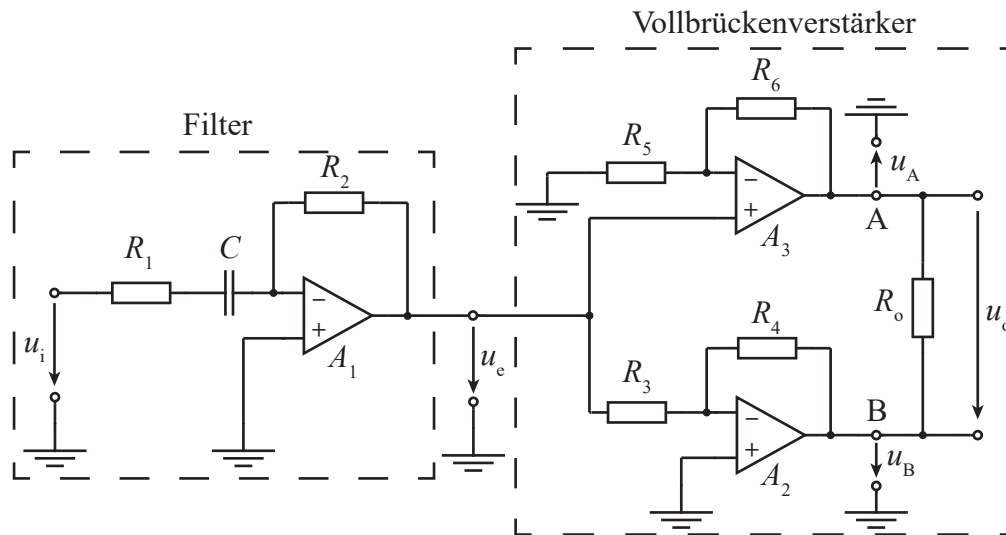


Abbildung 6: Filter mit Verstärker und nachfolgendem Vollbrückenverstärker.

Die Schaltung in Abb. 6 besteht aus einem Filter mit Verstärker und einem anschliessenden Vollbrückenverstärker, welcher Spannungen für Anwendungen mit hohen Leistungen verstärkt. Am Ausgang der Verstärker  $A_2$  und  $A_3$  befindet sich ein Lastwiderstand  $R_o$ . Nehmen Sie ideale Verstärker an.

Betrachten Sie zunächst nur den Filter am Eingang der Schaltung.

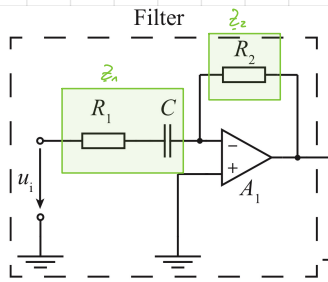
- Geben Sie die Übertragungsfunktion  $G(s) = \frac{u_e(s)}{u_i(s)}$ , die Ordnung (erste, zweite,...) und den Typ (Tiefpass, Hochpass, Bandpass,...) des Filters an. Geben Sie die Pol- und Nullstellen der Übertragungsfunktion an.
- Legen Sie nun den Filter aus. Geben Sie die Grenzfrequenz  $\omega_o$  und die Hochfrequenzverstärkung  $K$  ( $\omega \rightarrow \infty$ ) an und berechnen Sie  $C$  und  $R_2$  für  $K = 10$ ,  $\omega_o = 10^4 \text{ rad s}^{-1}$  und  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ .

Betrachten Sie nun den Vollbrückenverstärker in Abb. 6 mit der Eingangsspannung  $u_e = 10 \text{ V} \sin(2\pi \cdot (5 \cdot 10^3) \cdot t)$  und den Widerstandswerten  $R_3 = R_5 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 15 \text{ k}\Omega$ ,  $R_6 = 5 \text{ k}\Omega$  und  $R_o = 8 \Omega$ .

- Geben Sie die Verstärkungen  $K_2 = \frac{u_B(s)}{u_e(s)}$  und  $K_3 = \frac{u_A(s)}{u_e(s)}$  an. Skizzieren Sie die Spannungen  $u_A$ ,  $u_B$  und  $u_o$  über eine Periode.
- Welchen maximalen Strom und welche maximale Leistung müssen die Verstärker liefern können?

# BEISPIELWAHR 3 : OFV

a) FILTER :



$$Z_2 = R_2$$

$$Z_1(s) = R_1 + \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow \frac{1}{j\omega C} = Z_1(s)$$

$$\text{ZFS: } A(j\omega) \stackrel{\text{syso}}{=} A(s) = \frac{-Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{-R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{-R_2 j\omega C}{R_1 j\omega C + 1}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} (R_1 j\omega C + 1) = 1 \rightarrow \text{FILTER 1. ORDNUNG.}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} A(s) = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} A(s) = -\frac{R_2}{R_1}$$

}  $\Rightarrow$  Hochpass Filter CHARAKTERISTIKA... (NICHT IDEAL... WIRKLICH?)

$$\text{ZFS @ } \omega = 0 \quad (\text{DREHUNG})$$

$$\text{POL @ } \omega = \frac{1}{R_1 C} \quad (\text{LHPF})$$

b)  $K(\omega \rightarrow \infty) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} A(s) = -\frac{R_2}{R_1}$

$$20 \log_{10} |A(j\omega)| \stackrel{!}{=} 37 \text{ dB} \rightarrow \omega_c = \frac{1}{R_1 C}$$

MIT  $\omega_c = 10^4$ ,  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $K = A = 10$

$$\text{I: } 10 = K = \left| -\frac{R_2}{R_1} \right|$$

$$\text{II: } 20 \log_{10} |A(j\omega_c)| \stackrel{!}{=} 37$$

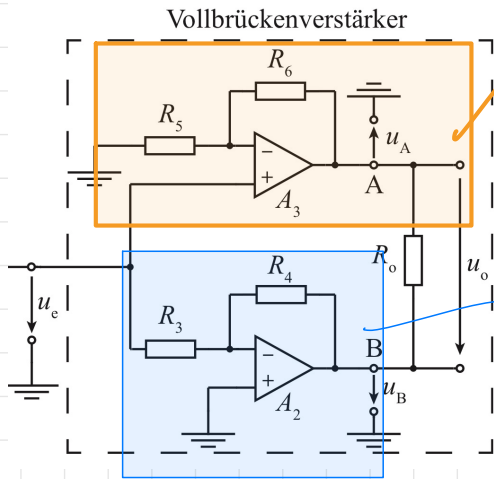
$$\Rightarrow R_2 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$C = \underline{\underline{0.01 \cdot 10^{-6} \text{ F}}}$$



# BEISPIELWALDE 3 : OFV.2

c)



NIKT - INVERTIEREND : 2xFS

$$A_3(f_{10}) = 1 + \frac{R_6}{R_5} = 1.5$$

INVERTIEREND : 2xFS

$$A_2(f_{10}) = -\frac{R_4}{R_3} = -1.5$$

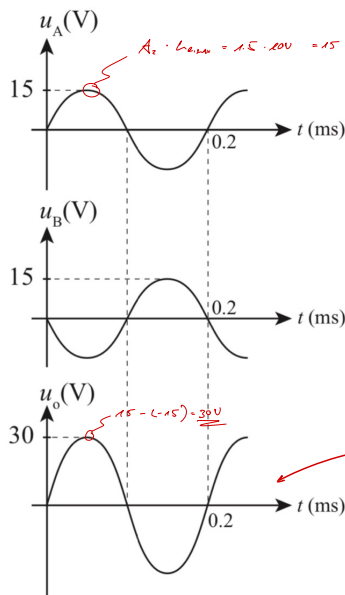


Abbildung 14: Waveforms of voltages u<sub>A</sub>, u<sub>B</sub> and u<sub>o</sub>.

d)

MAXIMALER STROM :  $I_{\text{max}} = \frac{L_{\text{max}}}{R_0} = \frac{30V}{8\Omega} = 3.75 A$

MAXIMALE LEISTUNG :  $P_{\text{max}} = I_{\text{max}}^2 R_{\text{ges}} = I_{\text{max}}^2 \frac{R_{\text{as}}}{2} = 56.25 W$