

## Dualitás - 12 Példa

Egy bútorigipari kisvállalkozás kétféle bútort gyárt: komódot és tálalószekrényt. Egy tálalószekrény előállításához 2 egységnyi faanyagra, 2 egység üvegre és 3 óra szakmunkára van szükség, míg egy komód előállításához 4 egység faanyagra és 2 óra szakmunkára. A rendelkezésre álló kapacitások: 160 egység faanyag, 120 óra szakmunka és 60 egység üveg. Hogyan tudna maximalizálni a vállalkozás a bevételét, ha egy tálalószekrényt 60 Euróért, egy komódot 80 Euróért tudnak értékesíteni?

Modell:

$$P(x) = 80x_1 + 60x_2 \rightarrow MAX$$

$$1.) \quad 4x_1 + 2x_2 \leq 160$$

$$2.) \quad 2x_2 \leq 60$$

$$3.) \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Optimális bázishoz tartozó szimplex tábla:

$B$	$P_B$	$X^*$	80	60	0	0	0
$A_1$	80	30	1	0	$\frac{3}{8}$	0	$-\frac{1}{4}$
$A_4$	0	20	0	0	$\frac{1}{2}$	1	-1
$A_2$	60	20	0	1	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2}$
$P(x) = 3600$			0	0	15	0	10

Bázismátrix:

Inverz mátrix:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{8} & 0 & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Válaszolja meg az alábbi kérdéseket a feladat újbóli megoldása nélkül a dualitás összefüggések alkalmazásával:

1. Melyik nyersanyagból marad és mennyi ha az optimális termelési tervet követjük?

Csak az üvegből marad 20 egység. (segédváltozók közül a bázisban csak az  $x_4 = 20$  szerepel, ami az üveg feltétel slack változója. ( $x_3=0$ ,  $x_5=0$ ))

2. Ha az aktuális készletemet egy egység fával (szakmunkával) bővítem, hogyan változik a célfüggvény értéke, azaz a maximális profit?

A fa feltétel duális változója: 15, azaz 15-tel nő a profit. (A szakmunka feltétel duális változója 10, azaz 10-zel nőne a profit.)

3. A szakmunka milyen határai között marad a jelenlegi bázis az optimális?  
A végpontokon határozzuk meg az optimális megoldásokat is!

$120 - 40 = 80 < \text{szakm} < 120 + 20 = 140$  között az optimális megoldást a jelenlegi optimális, azaz az A1,A2,A4 bázis adja.

Szakm=80 esetén az opt megoldás:  $4x_1 + 2x_2 + 0 = 160$

$$2x_2 + x_4 = 60$$

$$2x_1 + 3x_2 + 0 = 80 !!$$

megoldása:  $x_1=40, x_2=0, P(x) = 3200 (3600-40*10)$

Szakm=140 esetén az opt megoldás:  $4x_1 + 2x_2 + 0 = 160$

$$2x_2 + x_4 = 60$$

$$2x_1 + 3x_2 + 0 = 140 !!$$

megoldása:  $x_1=25, x_2=30, P(x) = 3800 (3600+20*10)$

4. Mennyivel változhat a tálalószekrény ára, hogy az aktuális optimális megoldás optimális maradjon?

Jelenleg 60, 60-nal nőhet 20-szal csökkenhet, azaz  $40 < p_2 < 120$