

1 三角形特殊点

1.1 \tkzDefTriangleCenter命令：定义三角形特殊点

该命令用于定义与三角形相关的几个特殊点。

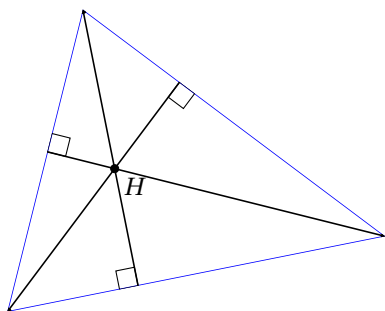
`\tkzDefTriangleCenter[< 命令选项>](A,B,C)`

注意：该命令的参数必须是一个三角形的 3 个顶点列表，结合 `\tkzGetPoint` 命令保存定义的点，并为其命名。当然，仅临时使用，则可使用 `\tkzPointResult` 命令使用该点。

参数	默认值	含义
(pt1,pt2,pt3)	无	逗号分隔的三角形 3 个顶点列表
选项	默认值	含义
ortho	circum	垂心，三条高的交点
centroid	circum	重心，三条中线的交点
circum	circum	外心，外接圆圆心
in	circum	内心，内切圆圆心
ex	circum	旁心，外切圆圆心
euler	circum	欧拉点，欧拉圆/费尔巴哈圆/九点圆圆心
symmedian	circum	陪位重心，Lemoine 点或中间点或 Grebe 点
spieker	circum	Spieker 点，中点三角形内切圆圆心
nagel	circum	Nagel 点（界心），三个旁切圆切点与对应顶点连线的交点
mittenpunkt	circum	三个旁切圆圆心与对应边中点连线的交点
feuerbach	circum	Feuerbach 点，内切圆与九点圆的公切点

1.1.1 ortho或orthic选项：垂心

三角形三条高的交点称为三角形的垂心。



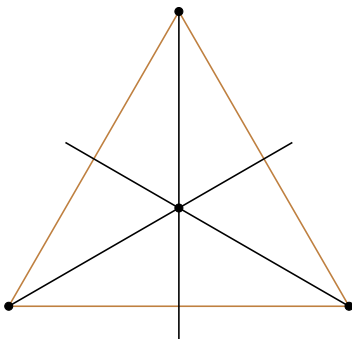
```

\begin{tikzpicture}
  \tkzDefPoint(0,0){A}
  \tkzDefPoint(5,1){B}
  \tkzDefPoint(1,4){C}
  \tkzClipPolygon(A,B,C)
  \tkzDefTriangleCenter[ortho](B,C,A)
  \tkzGetPoint{H}
  \tkzDefSpcTriangle[orthic,name=H](A,B,C){a,b,c}
  \tkzDrawPolygon[color=blue](A,B,C)
  \tkzDrawPoints(A,B,C,H)
  \tkzDrawLines[add=0 and 1](A,Ha B,Hb C,Hc)
  \tkzLabelPoint(H){H}
  \tkzAutoLabelPoints[center=H](A,B,C)
  \tkzMarkRightAngles(A,Ha,B B,Hb,C C,Hc,A)
\end{tikzpicture}

```

1.1.2 centroid选项: 重心

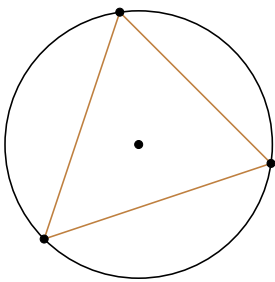
三角形三条中线的交点称为重心。



```
\begin{tikzpicture}[scale=.75]
  \tkzDefPoints{-1/1/A,5/1/B}
  \tkzDefEquilateral(A,B)
  \tkzGetPoint{C}
  \tkzDefTriangleCenter[centroid](A,B,C)
  \tkzGetPoint{G}
  \tkzDrawPolygon[color=brown](A,B,C)
  \tkzDrawPoints(A,B,C,G)
  \tkzDrawLines[add = 0 and 2/3](A,G B,G C,G)
\end{tikzpicture}
```

1.1.3 circum选项: 外心

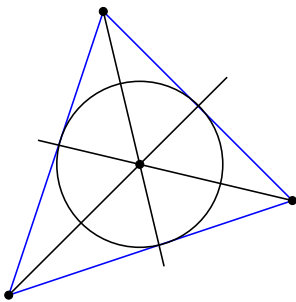
三角形外接圆圆心称为外心，也是三个边垂直平分线的交点。



```
\begin{tikzpicture}
  \tkzDefPoints{0/1/A,3/2/B,1/4/C}
  \tkzDefTriangleCenter[circum](A,B,C)
  \tkzGetPoint{G}
  \tkzDrawPolygon[color=brown](A,B,C)
  \tkzDrawCircle(G,A)
  \tkzDrawPoints(A,B,C,G)
\end{tikzpicture}
```

1.1.4 in选项: 内心

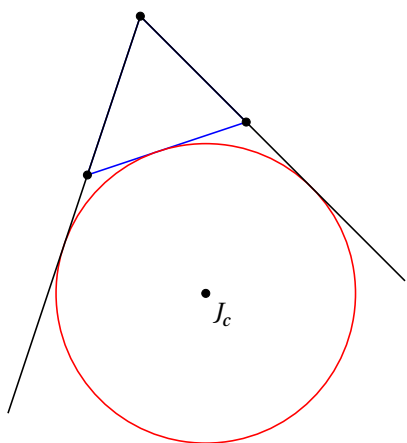
几何学中，三角形的内切圆是三角形中最大的圆，内切圆的圆心称为三角形的内心。三角形的内也是三角形三个内角角平分线的交点。(https://en.wikipedia.org/wiki/Incircle_and_excircles_of_a_triangle)



```
\begin{tikzpicture}[scale=1.25]
  \tkzDefPoints{0/1/A,3/2/B,1/4/C}
  \tkzDefTriangleCenter[in](A,B,C)\tkzGetPoint{I}
  \tkzDefPointBy[projection=onto A--C](I)
  \tkzGetPoint{Ib}
  \tkzDrawPolygon[color=blue](A,B,C)
  \tkzDrawPoints(A,B,C,I)
  \tkzDrawLines[add = 0 and 2/3](A,I B,I C,I)
  \tkzDrawCircle(I,Ib)
\end{tikzpicture}
```

1.1.5 ex选项: 旁心

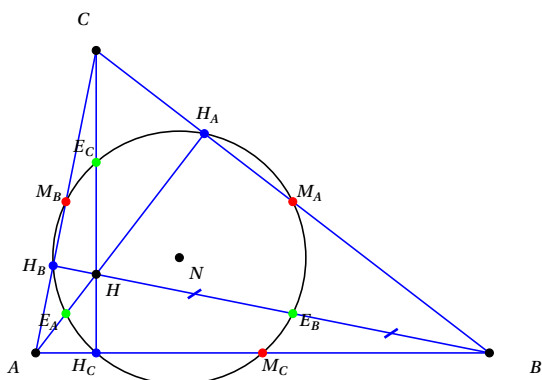
旁切圆圆心是一个顶点(例如顶点 A)的内角角平分线与另外两个外角角平分线的交点。该旁切圆圆心是相对于顶点 A 的一个旁心,或叫作 A 的旁心。因为三角形内角角平分线与对应的外角角平分线垂直,所以,内心与 3 个旁心构成了一个正交系统。旁切圆是位于三角形外部与某条边及另外两条边的延长线相切的圆,一个三角形有 3 个旁切圆。(https://en.wikipedia.org/wiki/Incircle_and_excircles_of_a_triangle)



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.70]
  \tkzDefPoints{0/1/A,3/2/B,1/4/C}
  \tkzDefTriangleCenter[ex](B,C,A)
  \tkzGetPoint{J_c}
  \tkzDefPointBy[projection=onto A--B](J_c)
  \tkzGetPoint{Tc}
  %or
  % \tkzDefCircle[ex](B,C,A)
  % \tkzGetFirstPoint{J_c}
  % \tkzGetSecondPoint{Tc}
  \tkzDrawPolygon[color=blue](A,B,C)
  \tkzDrawPoints(A,B,C,J_c)
  \tkzDrawCircle[red](J_c,Tc)
  \tkzDrawLines[add=1.5 and 0](A,C B,C)
  \tkzLabelPoints(J_c)
\end{tikzpicture}
```

1.1.6 euler选项: 欧拉点

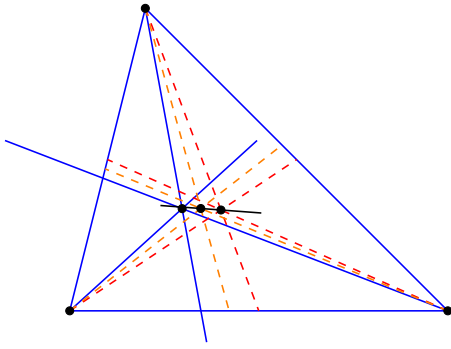
欧拉点是欧拉圆的圆心,欧拉圆又称九点圆或费尔巴哈圆的圆心。欧拉圆是通过三角形 ABC 三个顶点向对边作垂线形成的三个垂脚 H_A 、 H_B 和 H_C 的圆,欧拉在 1765 年证明该圆同时通过三角形 ABC 三个边的中点 M_A 、 M_B 和 M_C 。根据费尔巴哈定理,欧拉圆也通过三角形 ABC 三个顶点与重心 H 连线线段的中点 E_A 、 E_B 和 E_C 。(https://mathworld.wolfram.com/Nine-PointCircle.html)



```
\begin{tikzpicture}[scale=1]
  \tkzDefPoints{0/0/A,6/0/B,0.8/4/C}
  \tkzDefSpcTriangle[medial,
    name=M](A,B,C){_A,_B,_C}
  \tkzDefTriangleCenter[euler](A,B,C)
  \tkzGetPoint{N} % I= N nine points
  \tkzDefTriangleCenter[ortho](A,B,C)
  \tkzGetPoint{H}
  \tkzDefMidPoint(A,H) \tkzGetPoint{E_A}
  \tkzDefMidPoint(C,H) \tkzGetPoint{E_C}
  \tkzDefMidPoint(B,H) \tkzGetPoint{E_B}
  \tkzDefSpcTriangle[ortho,name=H](A,B,C){_A,_B,_C}
  \tkzDrawPolygon[color=blue](A,B,C)
  \tkzDrawCircle(N,E_A)
  \tkzDrawSegments[blue](A,H_A B,H_B C,H_C)
  \tkzDrawPoints(A,B,C,N,H)
  \tkzDrawPoints[red](M_A,M_B,M_C)
  \tkzDrawPoints[blue](H_A,H_B,H_C)
  \tkzDrawPoints[green](E_A,E_B,E_C)
  \tkzAutoLabelPoints[center=N, font=\scriptsize]%
  (A,B,C,M_A,M_B,M_C,H_A,H_B,H_C,E_A,E_B,E_C)
  \tkzLabelPoints[font=\scriptsize](H,N)
  \tkzMarkSegments[mark=s|,size=3pt,
    color=blue,line width=1pt](B,E_B E_B,H)
\end{tikzpicture}
```

1.1.7 symmedian选项: 陪位重心

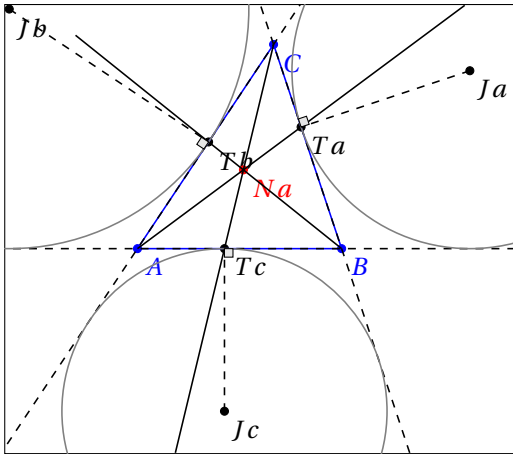
设 AN 、 BM 、 CE 是三角形 ABC 的三条中线, N' 、 M' 、 E' 分别是三条边 BC 、 CA 、 AB 上的点,若 $\widehat{BAN'} = \widehat{NAC}$ 、 $\widehat{CBM'} = \widehat{M'BA}$ 、 $\widehat{ACE'} = \widehat{E'CB}$, 则三条直线 AN' 、 BM' 、 CE' 交于一点 K , 该点称为陪位重心。



```
\begin{tikzpicture}
  \tkzDefPoint(0,0){A}
  \tkzDefPoint(5,0){B}
  \tkzDefPoint(1,4){C}
  \tkzDefTriangleCenter[symmedian](A,B,C) \tkzGetPoint{K}
  \tkzDefTriangleCenter[median](A,B,C) \tkzGetPoint{G}
  \tkzDefTriangleCenter[in](A,B,C) \tkzGetPoint{I}
  \tkzDefSpcTriangle[centroid,name=M](A,B,C){a,b,c}
  \tkzDefSpcTriangle[incentral,name=I](A,B,C){a,b,c}
  \tkzDrawPolygon[color=blue](A,B,C)
  \tkzDrawLines[add = 0 and 2/3,blue](A,K B,K C,K)
  \tkzDrawSegments[red,dashed](A,Ma B,Mb C,Mc)
  \tkzDrawSegments[orange,dashed](A,Ia B,Ib C,Ic)
  \tkzDrawLine[add=2 and 2](G,I)
  \tkzDrawPoints(A,B,C,K,G,I)
\end{tikzpicture}
```

1.1.1.8 nagel选项：界心 (Nagel 点)

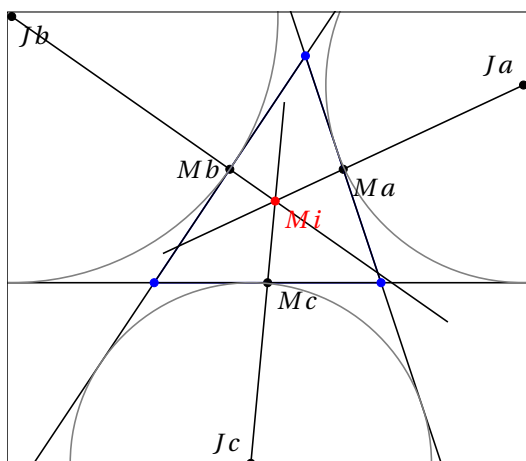
令 Ta 、 Tb 和 Tc 分别为旁切圆与三角形三条边的切点，连线 ATa 、 BTb 和 CTc ，其交点称为 Nagel 点，俗称三角形的“界心”。Weisstein, Eric W. “Nagel point”. From MathWorld—A Wolfram Web Resource.



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.45]
  \tkzDefPoints{0/0/A,6/0/B,4/6/C}
  \tkzDefSpcTriangle[ex](A,B,C){Ja,Jb,Jc}
  \tkzDefSpcTriangle[extouch](A,B,C){Ta,Tb,Tc}
  \tkzDrawPoints(Ja,Jb,Jc,Ta,Tb,Tc)
  \tkzLabelPoints(Ja,Jb,Jc,Ta,Tb,Tc)
  \tkzDrawPolygon[blue](A,B,C)
  \tkzDefTriangleCenter[nagel](A,B,C) \tkzGetPoint{Na}
  \tkzDrawPoints[blue](B,C,A)
  \tkzDrawPoints[red](Na)
  \tkzLabelPoints[blue](B,C,A)
  \tkzLabelPoints[red](Na)
  \tkzDrawLines[add=0 and 1](A,Ta B,Tb C,Tc)
  \tkzShowBB\tkzClipBB
  \tkzDrawLines[add=1 and 1,dashed](A,B B,C C,A)
  \tkzDrawCircles[ex,gray](A,B,C C,A,B B,C,A)
  \tkzDrawSegments[dashed](Ja,Ta Jb,Tb Jc,Tc)
  \tkzMarkRightAngles[fill=gray!20](Ja,Ta,C
    Jb,Tb,A Jc,Tc,B)
\end{tikzpicture}
```

1.1.1.9 mittenpunkt选项

三个旁切圆圆心与对应边中点连线的交点。



```
\begin{tikzpicture}[scale=.5]
  \tkzDefPoints{0/0/A,6/0/B,4/6/C}
  \tkzDefSpcTriangle[centroid](A,B,C){Ma,Mb,Mc}
  \tkzDefSpcTriangle[ex](A,B,C){Ja,Jb,Jc}
  \tkzDefSpcTriangle[extouch](A,B,C){Ta,Tb,Tc}
  \tkzDefTriangleCenter[mittenpunkt](A,B,C)
  \tkzGetPoint{Mi}
  \tkzDrawPoints(Ma,Mb,Mc,Ja,Jb,Jc)
  \tkzClipBB
  \tkzDrawPolygon[blue](A,B,C)
  \tkzDrawLines[add=0 and 1](Ja,Ma
    Jb,Mb Jc,Mc)
  \tkzDrawLines[add=1 and 1](A,B A,C B,C)
  \tkzDrawCircles[gray](Ja,Ta Jb,Tb Jc,Tc)
  \tkzDrawPoints[blue](B,C,A)
  \tkzDrawPoints[red](Mi)
  \tkzLabelPoints[red](Mi)
  \tkzLabelPoints[left](Mb)
  \tkzLabelPoints(Ma,Mc,Jb,Jc)
  \tkzLabelPoints[above left](Ja,Jc)
  \tkzShowBB
\end{tikzpicture}
```

2 绘制点

2.1 \tkzDrawPoint命令：绘制点

\tkzDrawPoint[< 命令选项>](< 名称>)

参数	默认值	含义
点的名称	无	只能有一个点的名称

必选参数，点圆盘用填充色绘制，但颜色较浅，可以通过选项实现更多效果。由于采用 node 的方式绘制，因此，缩放操作不影响点的尺寸。

选项	默认值	含义
shape	circle	可以使用 cross 或 cross out 能够创建如 cross 的形式。
size	6	$6 \times \text{\pgflinewidth}$
color	black	默认颜色，可以修改

2.1.1.1 点绘制示例


注意，缩放不会影响点的形状，多数情况下，无论采用宏还是通过修改配置文件从一开始就定义一个点的形状，一般都可以得到令人满意的效果。

```
\begin{tikzpicture}[scale=0.75]
  \tkzDefPoint(1,3){A}
  \tkzDefPoint(4,1){B}
  \tkzDefPoint(0,0){O}
  \tkzDrawPoint[color=red](A)
  \tkzDrawPoint[fill=blue!20,draw=blue](B)
  \tkzDrawPoint[color=green](O)
\end{tikzpicture}
```

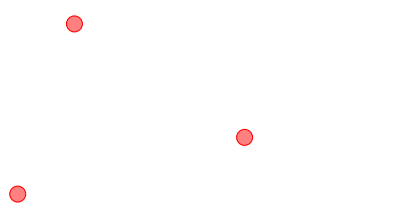
2.2 \tkzDrawPoints命令：绘制多个点

可以一次绘制多个点，但该命令比绘制单点慢。另外，一次绘制多个点时，所有点使用相同选项。

\tkzDrawPoints[< 命令选项>](< 点列表>)		
参数	默认值	含义
点列表	无	例如: \tkzDrawPoints(A,B,C), 各点间用逗号分隔。
选项	默认值	含义
shape	circle	可以是cross或cross out
size	6	6× \pgflinewidth
color	black	默认为黑色, 可以被修改

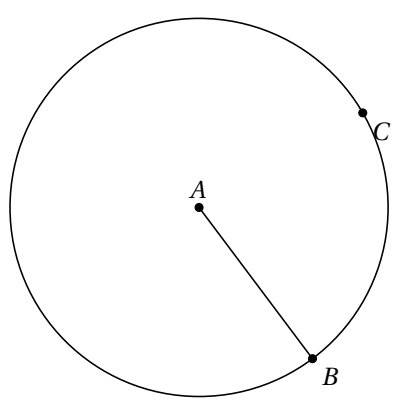
 命令最后有一个“s”, 如果没有“s”则会发生错误。

2.2.1 示例 1



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.75]
\tkzDefPoint(1,3){A}
\tkzDefPoint(4,1){B}
\tkzDefPoint(0,0){C}
\tkzDrawPoints[size=6,color=red,
                fill=red!50](A,B,C)
\end{tikzpicture}
```

2.2.2 示例 2



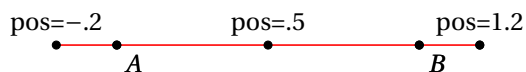
```
\begin{tikzpicture}[scale=.5]
\tkzDefPoint(2,3){A} \tkzDefPoint(5,-1){B}
\tkzDefPoint[label=below:\mathcal{C}$,
              shift={(2,3)}](-30:5.5){E}
\begin{scope}[shift=(A)]
\tkzDefPoint(30:5){C}
\end{scope}
\end{tikzpicture}
\tkzCalcLength[cm](A,B)\tkzGetLength{rAB}
\tkzDrawCircle[R](A,\rAB cm)
\tkzDrawSegment(A,B)
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzLabelPoints(B,C)
\tkzLabelPoints[above](A)
```

3 直线或圆上的点

3.1 \tkzDefPointOnLine命令: 定义直线上的点

\tkzDefPointOnLine[< 命令选项>](<A,B>)		
参数	默认值	含义
pt1,pt2	无	定义直线的两个点
选项	默认值	含义
pos=nb	无	距离起点 A 的比例

3.1.1 pos选项

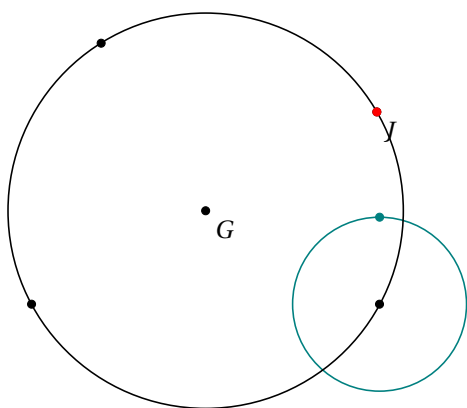


```
\begin{tikzpicture}
\tkzDefPoints{0/0/A,4/0/B}
\tkzDrawLine[red](A,B)
\tkzDefPointOnLine[pos=1.2](A,B)
\tkzGetPoint{P}
\tkzDefPointOnLine[pos=-0.2](A,B)
\tkzGetPoint{R}
\tkzDefPointOnLine[pos=0.5](A,B)
\tkzGetPoint{S}
\tkzDrawPoints(A,B,P)
\tkzLabelPoints(A,B)
\tkzLabelPoint[above](P){pos=$1.2$}
\tkzLabelPoint[above](R){pos=$-.2$}
\tkzLabelPoint[above](S){pos=$.5$}
\tkzDrawPoints(A,B,P,R,S)
\tkzLabelPoints(A,B)
\end{tikzpicture}
```

3.2 \tkzDefPointOnCircle命令：定义圆上的点

`\tkzDefPointOnCircle[< 命令选项>]`

选项	默认值	含义
angle	0	与横轴夹角
center	\tkzPointResult	圆心
radius	\tkzLengthResult	半径



```
\begin{tikzpicture}[scale=1.15]
\tkzDefPoints{0/0/A,4/0/B,0.8/3/C}
\tkzDefPointOnCircle[angle=90,center=B,radius=1 cm]
\tkzGetPoint{I}
\tkzDefCircle[circum](A,B,C)
\tkzGetPoint{G} \tkzGetLength{rG}
\tkzDefPointOnCircle[angle=30,center=G,radius=\rG pt]
\tkzGetPoint{J}
\tkzDrawCircle[R,teal](B,1cm)
\tkzDrawPoint[teal](I)
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzDrawCircle(G,J)
\tkzDrawPoints(G,J)
\tkzDrawPoint[red](J)
\tkzLabelPoints(G,J)
\end{tikzpicture}
```