

Série 2 : Efficacité, Équité et Pareto-optimalité

Exercice 1: Équité : résolution par les graphes

On considère les préférences suivantes.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | a | d | c | b | e |
| B | c | b | e | d | a |
| C | a | b | c | d | e |
| D | c | d | b | e | a |
| E | e | c | a | b | d |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a | A | C | D | E | B |
| b | C | B | A | D | E |
| c | E | D | C | B | A |
| d | B | D | A | E | C |
| e | E | C | A | B | D |

Q1. Tracer le graphe permettant de savoir s'il existe un mariage où chaque personne obtient son premier choix. Est-ce possible ?

Q2. Tracer le graphe permettant de savoir s'il existe un mariage où chaque personne obtient un de ses deux premiers choix. Est-ce possible ?

Q3. Quelle est la valeur d'une solution optimale selon l'équité ?

Exercice 2: Efficacité : résolution par les graphes

On considère les préférences suivantes.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | a | b | c |
| B | b | a | c |
| C | b | c | a |

| | | | |
|---|---|---|---|
| a | C | A | B |
| b | A | B | C |
| c | A | C | B |

Q1. Représenter le graphe (où les arêtes sont valuées) modélisant le problème de la recherche d'une solution optimale selon l'efficacité.

Q2. Quelle est selon-vous la valeur d'une solution optimale selon ce critère ?

Exercice 3: Pareto-optimalité

Vous êtes responsable d'un petit site de rencontre en ligne où tous les membres sont invités à discuter avec toutes les personnes de l'autre sexe. À l'issue de ces discussions, les membres donnent une note à tous les membres de l'autre sexe, pour organiser des rencontres réelles sur la base de leurs notes (utilités). Les notes attribuées sont les suivantes :

| | | | |
|---|---|---|---|
| | a | b | c |
| A | 8 | 6 | 5 |
| B | 7 | 6 | 7 |
| C | 6 | 9 | 4 |

(a) Notes attribuées par lettres majuscules (hommes)

| | | | |
|---|---|---|---|
| | A | B | C |
| a | 4 | 6 | 9 |
| b | 8 | 3 | 9 |
| c | 8 | 8 | 4 |

(b) Notes attribuées par les lettres minuscules (femmes)

Q1. Déterminer tous les mariages Pareto-optimaux.

Q2. Déterminer tous les mariages efficaces et tous les mariages équitables. Que constatez-vous ?

Q3. En tant que responsable du site de rencontre, vous aimerez tenir compte de l'ancienneté des membres, pour que les personnes inscrites depuis longtemps sur votre site soient davantage satisfaits. Le tableau suivant donne l'ancienneté des personnes (en nombre de mois) :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | a | b | c |
| 1 | 2 | 7 | 8 | 5 | 4 |

Pour modéliser ces préférences, on vous propose de donner un score à chaque mariage possible, en agrégeant les utilités des agents avec une somme pondérée définie à partir des poids du tableau. Quelle est la solution optimale au sens de cette somme pondérée ? Que constatez-vous ?

Exercice 4: Efficacité et stabilité

Construire une instance admettant une solution d'efficacité maximale qui ne soit pas stable.