

EXERCICE 36

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions P Q ,

$$(\neg P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow ((\neg Q \Rightarrow (Q \Rightarrow P)) \Rightarrow ((Q \Rightarrow \neg (Q \Rightarrow P)) \Rightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q))))))$$

Supposons que $\neg \mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$ (h1)

Supposons que $\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}$ (h2)

Supposons que $\neg \mathbf{Q} \Rightarrow (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{P})$ (h3)

Supposons que $\mathbf{Q} \Rightarrow \neg ((\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{P}))$ (h4)

Montrons $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (1)

(TE)

Supposons que \mathbf{Q} (h5)

Montrons $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (2)

(TE)

Supposons que \mathbf{P} (h6)

Montrons $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (3)

(Vlg)

Montrons $\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}$ (4)

(\wedge)

Montrons \mathbf{P} (5)

d'après (h6)

Montrons $\neg \mathbf{Q}$ (6)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{P} (7)

d'après (h6)

Montrons $\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}$ (8)

d'après (h2)

Supposons que $\neg \mathbf{P}$ (h7)

Montrons $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (9)

(VId)

Montrons $\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$ (10)

(\wedge)

Montrons $\neg \mathbf{P}$ (11)

d'après (h7)

Montrons \mathbf{Q} (12)

d'après (h5)

Supposons que $\neg \mathbf{Q}$ (h8)

Montrons $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (13)

(TE)

Supposons que \mathbf{P} (h9)

Montrons $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (14)

($\vee I_g$)

Montrons $\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}$ (15)

($\wedge I$)

Montrons \mathbf{P} (16)

d'après (h9)

Montrons $\neg \mathbf{Q}$ (17)

d'après (h8)

Supposons que $\neg \mathbf{P}$ (h10)

Montrons $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (18)

($\vee Id$)

Montrons $\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$ (19)

($\wedge I$)

Montrons $\neg \mathbf{P}$ (20)

d'après (h10)

Montrons \mathbf{Q} (21)

($\Rightarrow E$)

Montrons $\neg \mathbf{P}$ (22)

d'après (h10)

Montrons $\neg \mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$ (23)

d'après (h1)