

EXERCICE 51

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B** **C**,
 $((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$

Montrons $((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $(A \vee B) \Rightarrow C$ (h1)

Montrons $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$ (2)

($\wedge I$)

Montrons $A \Rightarrow C$ (3)

($\Rightarrow I$)

Supposons que A (h2)

Montrons C (4)

($\Rightarrow E$)

Montrons $A \vee B$ (5)

($\vee Ig$)

Montrons A (6)

d'après (h2)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (7)

d'après (h1)

Montrons $B \Rightarrow C$ (8)

($\Rightarrow I$)

Supposons que B (h3)

Montrons C (9)

($\Rightarrow E$)

Montrons $A \vee B$ (10)

($\vee Id$)

Montrons B (11)

d'après (h3)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (12)

d'après (h1)

Supposons que $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$ (h4)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (13)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $A \vee B$ (h5)

Montrons C (14)

($\vee E$)

Montrons $A \vee B$ (15)

" " " "

d'après (h5)

*Supposons que **A** (h6)*

*Montrons **C** (16)*

($\Rightarrow E$)

*Montrons **A** (17)*

d'après (h6)

*Montrons **A** \Rightarrow **C** (18)*

($\wedge Eg$)

*Montrons (**A** \Rightarrow **C**) \wedge (**B** \Rightarrow **C**) (19)*

d'après (h4)

*Supposons que **B** (h7)*

*Montrons **C** (20)*

($\Rightarrow E$)

*Montrons **B** (21)*

d'après (h7)

*Montrons **B** \Rightarrow **C** (22)*

($\wedge Ed$)

*Montrons (**A** \Rightarrow **C**) \wedge (**B** \Rightarrow **C**) (23)*

d'après (h4)