

Atelier 7

Objectifs de formation

- Maîtriser le concept du nombre de chiffres significatifs en commun entre deux réels.
- Interpréter la vitesse de convergence en termes de chiffres significatifs exacts.
- Faire le lien entre l'étude théorique d'une suite récurrente d'ordre 1 et son comportement sur ordinateur.

1. : 90 mn

- Écrire une fonction

```
int bitcommun(double x, double y)
qui renvoie le nombre de bits en commun entre deux réels double
précision x et y en s'inspirant de la formule de la vidéo..
```

Tester la fonction sur les exemples de la vidéo.

- Optimiser la fonction précédente avec la fonction

```
int bitcommun-opt(double x, double y)
qui fera uniquement appel à des décalages et des masques.
```

Tester la fonction sur les exemples de la vidéo.

- Comparer les temps de calculs en calculant le nombre de bits en commun entre 100000 couples de réels double précision définis par

```
#define N 100000
.....
double x[N], y[N], un=1;
.....
for(i=0; i < N; i++)
{
    x[i] = (un*rand()*10000)/RAND_MAX;
    y[i] = x[i] + (un*rand()*0.0001)/RAND_MAX;
}
```

2. 90 mn donnant lieu à un rendu

On veut étudier numériquement la suite récurrente

$$x_{n+1} = \frac{4.x_n^3 - (3.\alpha - 2).x_n^2 - \alpha.x_n - 2.\alpha}{5.x_n^2 - (4.\alpha - 3).x_n - 2.\alpha - 2}$$

- Écrire un programme qui calcule en double précision les termes de la suite en s'arrêtant dès que la différence entre deux itérés successifs est inférieure à ε .

On utilisera le schéma de Horner

$$P(X) = (\dots(a_n.x + a_{n-1}).x + a_{n-2}).x + \dots).x + a_1).x + a_0$$

On fera lire au clavier l'initialisation de la suite x_0 , α et ε .

On testera la fonction avec $\alpha = 0.3, x_0 = 2, \varepsilon = 0.001$, la suite doit alors s'arrêter sur $x_{12} = 1.000845742570146e + 00$.

- Décrire très précisément le type de convergence pour chacun des cas suivants :
 - $x_0 = 2, \alpha = 0.3, \varepsilon = 10^{-14}$
 - $x_0 = 5, \alpha = 3.5, \varepsilon = 10^{-14}$
 - $x_0 = 0.5, \alpha = 3.5, \varepsilon = 10^{-14}$
 - $x_0 = -3.0, \alpha = 1.0, \varepsilon = 10^{-14}$
 - $x_0 = 2.0, \alpha = 1.0, \varepsilon = 10^{-14}$
- Retrouver ces résultats en faisant l'étude théorique de la suite.