

## 45 DISTRIBUTIVITÉ DE LA CONJONCTION 2/2

### Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions **P Q R**,  
 $((P \wedge (Q \vee R)) \Leftrightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge R)))$

---

Montrons  $(P \wedge (Q \vee R)) \Leftrightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge R))$  (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que  $P \wedge (Q \vee R)$  (h1)

Montrons  $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$  (2)

$(\vee E)$

Montrons  $Q \vee R$  (3)

$(\wedge Ed)$

Montrons  $P \wedge (Q \vee R)$  (4)

d'après (h1)

Supposons que  $Q$  (h2)

Montrons  $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$  (5)

$(\vee Ig)$

Montrons  $P \wedge Q$  (6)

$(\wedge I)$

Montrons  $P$  (7)

$(\wedge Eg)$

Montrons  $P \wedge (Q \vee R)$  (8)

d'après (h1)

Montrons  $Q$  (9)

d'après (h2)

Supposons que  $R$  (h3)

Montrons  $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$  (10)

$(\vee Id)$

Montrons  $P \wedge R$  (11)

$(\wedge I)$

Montrons  $P$  (12)

$(\wedge Eg)$

Montrons  $P \wedge (Q \vee R)$  (13)

d'après (h1)

Montrons  $R$  (14)

d'après (h3)

Supposons que  $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$  (h4)

Montrons  $P \wedge (Q \vee R)$  (15)

$(\vee E)$

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}) \vee (\mathbf{P} \wedge \mathbf{R})$  (16)

d'après (h4)

Supposons que  $\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$  (h5)

Montrons  $\mathbf{P} \wedge (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R})$  (17)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (18)

( $\wedge Eg$ )

Montrons  $\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$  (19)

d'après (h5)

Montrons  $\mathbf{Q} \vee \mathbf{R}$  (20)

( $\vee Ig$ )

Montrons  $\mathbf{Q}$  (21)

( $\wedge Ed$ )

Montrons  $\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$  (22)

d'après (h5)

Supposons que  $\mathbf{P} \wedge \mathbf{R}$  (h6)

Montrons  $\mathbf{P} \wedge (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R})$  (23)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (24)

( $\wedge Eg$ )

Montrons  $\mathbf{P} \wedge \mathbf{R}$  (25)

d'après (h6)

Montrons  $\mathbf{Q} \vee \mathbf{R}$  (26)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\mathbf{R}$  (27)

( $\wedge Ed$ )

Montrons  $\mathbf{P} \wedge \mathbf{R}$  (28)

d'après (h6)