

## EXERCICE 22

### Logique - Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions  $\mathbf{P}$   $\mathbf{Q}$ ,  
 $((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q})) \Rightarrow \neg \mathbf{P}$

Montrons  $((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q})) \Rightarrow \neg \mathbf{P}$  (1)

( $\Rightarrow I$ )

Supposons que  $(\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q})$  (h1)

Montrons  $\neg \mathbf{P}$  (2)

( $\neg I$ )

Supposons que  $\mathbf{P}$  (h2)

Montrons  $\perp$  (3)

( $\neg E$ )

Montrons  $\mathbf{Q}$  (4)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (5)

d'après (h2)

Montrons  $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$  (6)

( $\wedge Eg$ )

Montrons  $(\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q})$  (7)

d'après (h1)

Montrons  $\neg \mathbf{Q}$  (8)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (9)

d'après (h2)

Montrons  $\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}$  (10)

( $\wedge Ed$ )

Montrons  $(\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q})$  (11)

d'après (h1)