

EXERCICE 39

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions A B ,

$$((A \vee B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B))$$

Montrons $(A \vee B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $A \vee B$ (h1)

Montrons $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ (2)

($\vee E$)

Montrons $A \vee B$ (3)

d'après (h1)

Supposons que A (h2)

Montrons $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ (4)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $A \Rightarrow B$ (h3)

Montrons B (5)

($\Rightarrow E$)

Montrons A (6)

d'après (h2)

Montrons $A \Rightarrow B$ (7)

d'après (h3)

Supposons que B (h4)

Montrons $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ (8)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $A \Rightarrow B$ (h5)

Montrons B (9)

d'après (h4)

Supposons que $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ (h6)

Montrons $A \vee B$ (10)

($\vee E$)

Supposons que A (h7)

Montrons $A \vee B$ (11)

($\vee Ig$)

Montrons A (12)

d'après (h7)

Supposons que $\neg A$ (h8)

Montrons $A \vee B$ (13)

$(\forall Id)$

Montrons **B** (14)

$(\Rightarrow E)$

Montrons **A** \Rightarrow **B** (15)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que **A** (h9)

Montrons **B** (16)

$(\perp E)$

Montrons \perp (17)

$(\neg E)$

Montrons **A** (18)

d'après (h9)

Montrons \neg **A** (19)

d'après (h8)

Montrons (**A** \Rightarrow **B**) \Rightarrow **B** (20)

d'après (h6)