

DIDACTICIEL 4

Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédictats \mathbf{P} \mathbf{Q} ,

$$((\forall x, (\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x))) \Rightarrow (\forall y, (\mathbf{Q}(y) \wedge \mathbf{P}(y))))$$

Montrons $(\forall x, (\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x))) \Rightarrow (\forall y, (\mathbf{Q}(y) \wedge \mathbf{P}(y)))$ (1)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\forall x, (\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x))$ (h1)

Montrons $\forall y, (\mathbf{Q}(y) \wedge \mathbf{P}(y))$ (2)

($\forall I$)

Soit l'élément y

Montrons $\mathbf{Q}(y) \wedge \mathbf{P}(y)$ (3)

($\wedge I$)

Montrons $\mathbf{Q}(y)$ (4)

($\wedge Ed$)

Montrons $\mathbf{P}(y) \wedge \mathbf{Q}(y)$ (5)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, (\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x))$ (6)

d'après (h1)

Montrons $\mathbf{P}(y)$ (7)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{P}(y) \wedge \mathbf{Q}(y)$ (8)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, (\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x))$ (9)

d'après (h1)