

EXERCICE 28

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((A \vee B) \Leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B))$

Montrons ($\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$) $\Leftrightarrow \neg(\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B})$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg(\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B})$ (2)

($\vee E$)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (3)

d'après (h1)

Supposons que \mathbf{A} (h2)

Montrons $\neg(\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B})$ (4)

($\neg I$)

Supposons que $\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B}$ (h3)

Montrons \perp (5)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{A} (6)

d'après (h2)

Montrons $\neg\mathbf{A}$ (7)

($\wedge Eg$)

Montrons $\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B}$ (8)

d'après (h3)

Supposons que \mathbf{B} (h4)

Montrons $\neg(\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B})$ (9)

($\neg I$)

Supposons que $\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B}$ (h5)

Montrons \perp (10)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{B} (11)

d'après (h4)

Montrons $\neg\mathbf{B}$ (12)

($\wedge Ed$)

Montrons $\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B}$ (13)

d'après (h5)

Supposons que $\neg(\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B})$ (h6)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (14)

(TE)

Supposons que \mathbf{A} (h7)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (15)

($\vee Ig$)

[Montrons \mathbf{A} (16)

d'après (h7)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h8)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (17)

(TE)

[Supposons que \mathbf{B} (h9)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (18)

($\vee Id$)

[Montrons \mathbf{B} (19)

d'après (h9)

Supposons que $\neg \mathbf{B}$ (h10)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (20)

(A)

[Supposons que $\neg (\mathbf{A} \vee \mathbf{B})$ (h11)

Montrons \perp (21)

($\neg E$)

[Montrons $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (22)

($\wedge I$)

[Montrons $\neg \mathbf{A}$ (23)

d'après (h8)

[Montrons $\neg \mathbf{B}$ (24)

d'après (h10)

[Montrons $\neg (\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (25)

d'après (h6)