

18 ASSOCIATIVITÉ DE LA DISJONCTION

Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A B C**,
 $((\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})) \Leftrightarrow ((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C}))$

Montrons $(A \vee (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \vee C)$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $A \vee (B \vee C)$ (h1)

Montrons $(A \vee B) \vee C$ (2)

$(\vee E)$

Montrons $A \vee (B \vee C)$ (3)

d'après (h1)

Supposons que A (h2)

Montrons $(A \vee B) \vee C$ (4)

$(\vee Ig)$

Montrons $A \vee B$ (5)

$(\vee Ig)$

Montrons A (6)

d'après (h2)

Supposons que $B \vee C$ (h3)

Montrons $(A \vee B) \vee C$ (7)

$(\vee E)$

Montrons $B \vee C$ (8)

d'après (h3)

Supposons que B (h4)

Montrons $(A \vee B) \vee C$ (9)

$(\vee Ig)$

Montrons $A \vee B$ (10)

$(\vee Id)$

Montrons B (11)

d'après (h4)

Supposons que C (h5)

Montrons $(A \vee B) \vee C$ (12)

$(\vee Id)$

Montrons C (13)

d'après (h5)

Supposons que $(A \vee B) \vee C$ (h6)

Montrons $A \vee (B \vee C)$ (14)

$(\vee E)$

Montrons $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C}$ (15)

d'après (h6)

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h7)

Montrons $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$ (16)

($\vee E$)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (17)

d'après (h7)

Supposons que \mathbf{A} (h8)

Montrons $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$ (18)

($\vee Ig$)

Montrons \mathbf{A} (19)

d'après (h8)

Supposons que \mathbf{B} (h9)

Montrons $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$ (20)

($\vee Id$)

Montrons $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$ (21)

($\vee Ig$)

Montrons \mathbf{B} (22)

d'après (h9)

Supposons que \mathbf{C} (h10)

Montrons $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$ (23)

($\vee Id$)

Montrons $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$ (24)

($\vee Id$)

Montrons \mathbf{C} (25)

d'après (h10)