

EXERCICE 26

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A** **B**,

$$((A \wedge B) \Leftrightarrow \neg(\neg A \vee \neg B))$$

Montrons ($\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$) $\Leftrightarrow \neg(\neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B})$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg(\neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B})$ (2)

($\neg I$)

Supposons que $\neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B}$ (h2)

Montrons \perp (3)

($\vee E$)

Montrons $\neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B}$ (4)

d'après (h2)

Supposons que $\neg\mathbf{A}$ (h3)

Montrons \perp (5)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{A} (6)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (7)

d'après (h1)

Montrons $\neg\mathbf{A}$ (8)

d'après (h3)

Supposons que $\neg\mathbf{B}$ (h4)

Montrons \perp (9)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{B} (10)

($\wedge Ed$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (11)

d'après (h1)

Montrons $\neg\mathbf{B}$ (12)

d'après (h4)

Supposons que $\neg(\neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B})$ (h5)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (13)

($\wedge I$)

Montrons \mathbf{A} (14)

(A)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h6)

Montrons \perp (15)

$(\neg E)$

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B}$ (16)

$(\forall Ig)$

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (17)

d'après (h6)

Montrons $\neg (\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B})$ (18)

d'après (h5)

Montrons \mathbf{B} (19)

(A)

Supposons que $\neg \mathbf{B}$ (h7)

Montrons \perp (20)

$(\neg E)$

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B}$ (21)

$(\forall Id)$

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (22)

d'après (h7)

Montrons $\neg (\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B})$ (23)

d'après (h5)