

## EXERCICE 36

### Logique - Connecteurs

Montrons que

$$\begin{aligned} \text{quelles que soient les propositions } P \text{ et } Q, \\ (\neg P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow ((\neg Q \Rightarrow (Q \Rightarrow P)) \Rightarrow ((Q \Rightarrow \neg((Q \Rightarrow P)))) \Rightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q))) \end{aligned}$$

---

Supposons que  $\neg P \Rightarrow Q$  (h1)

Supposons que  $P \Rightarrow \neg Q$  (h2)

Supposons que  $\neg Q \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$  (h3)

Supposons que  $Q \Rightarrow \neg((Q \Rightarrow P))$  (h4)

Montrons  $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$  (1)

(TE)

→ if faut pas  
choisir a droite ou a  
gauche sinon on bloque  
il faut stock les  
supposition dans un  
premier temps.

Supposons que  $Q$  (h5)

Montrons  $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$  (2)

(TE)

Supposons que  $P$  (h6)

Montrons  $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$  (3)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\neg P \wedge Q$  (4)

( $\perp E$ )

Montrons  $\perp$  (5)

( $\neg E$ )

Montrons  $Q \Rightarrow P$  (6)

( $\Rightarrow I$ )

Supposons que  $Q$  (h7)

Montrons  $P$  (7)

d'après (h6)

Montrons  $\neg((Q \Rightarrow P))$  (8)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons  $Q$  (9)

d'après (h5)

Montrons  $Q \Rightarrow \neg((Q \Rightarrow P))$  (10)

d'après (h4)

Supposons que  $\neg P$  (h8)

Montrons  $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$  (11)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\neg P \wedge Q$  (12)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\neg P$  (13)

d'après (h8)

Montrons  $\mathbf{Q}$  (14)  
d'après (h5)

Supposons que  $\neg \mathbf{Q}$  (h9)

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (15)

(TE)

Supposons que  $\mathbf{P}$  (h10)

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (16)

( $\vee Ig$ )

Montrons  $\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}$  (17)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (18)

d'après (h10)

Montrons  $\neg \mathbf{Q}$  (19)

d'après (h9)

Supposons que  $\neg \mathbf{P}$  (h11)

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (20)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$  (21)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\neg \mathbf{P}$  (22)

d'après (h11)

Montrons  $\mathbf{Q}$  (23)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons  $\neg \mathbf{P}$  (24)

d'après (h11)

Montrons  $\neg \mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$  (25)

d'après (h1)