

EXERCICE 27

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((A \wedge B) \Leftrightarrow \neg((A \Rightarrow \neg B)))$

Montrons ($\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$) $\Leftrightarrow \neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg\mathbf{B}))$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg\mathbf{B}))$ (2)

($\neg I$)

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \neg\mathbf{B}$ (h2)

Montrons \perp (3)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{B} (4)

($\wedge Ed$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (5)

d'après (h1)

Montrons $\neg\mathbf{B}$ (6)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{A} (7)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (8)

d'après (h1)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \neg\mathbf{B}$ (9)

d'après (h2)

Supposons que $\neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg\mathbf{B}))$ (h3)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (10)

($\wedge I$)

Montrons \mathbf{A} (11)

(TE)

Supposons que \mathbf{A} (h4)

Montrons \mathbf{A} (12)

d'après (h4)

Supposons que $\neg\mathbf{A}$ (h5)

Montrons \mathbf{A} (13)

($\perp E$)

Montrons \perp (14)

($\neg E$)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \neg\mathbf{B}$ (15)

