

17 ASSOCIATIVITÉ DE LA CONJONCTION

Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A B C**,
 $((A \wedge (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \wedge C))$

Montrons ($\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$) $\Leftrightarrow ((\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \wedge \mathbf{C})$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (h1)

Montrons ($\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \wedge \mathbf{C}$ (2)

($\wedge I$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (3)

($\wedge I$)

Montrons \mathbf{A} (4)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (5)

d'après (h1)

Montrons \mathbf{B} (6)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (7)

($\wedge Ed$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (8)

d'après (h1)

Montrons \mathbf{C} (9)

($\wedge Ed$)

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (10)

($\wedge Ed$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (11)

d'après (h1)

Supposons que $(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \wedge \mathbf{C}$ (h2)

Montrons $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (12)

($\wedge I$)

Montrons \mathbf{A} (13)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (14)

($\wedge Eg$)

Montrons $(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \wedge \mathbf{C}$ (15)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (16)

($\wedge I$)

Montrons \mathbf{B} (17)

Montrons —

$(\wedge Ed)$

$\left[\begin{array}{l} Montrons \mathbf{A} \wedge \mathbf{B} \text{ (18)} \\ (\wedge Eg) \\ \left[\begin{array}{l} Montrons (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \wedge \mathbf{C} \text{ (19)} \\ d'après (h2) \end{array} \right] \end{array} \right]$

$\left[\begin{array}{l} Montrons \mathbf{C} \text{ (20)} \\ (\wedge Ed) \\ \left[\begin{array}{l} Montrons (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \wedge \mathbf{C} \text{ (21)} \\ d'après (h2) \end{array} \right] \end{array} \right]$