

EXERCICE 52

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B** **C**,

$$(((A \wedge B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C)))$$

Montrons $((A \wedge B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C))$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $(A \wedge B) \Rightarrow C$ (h1)

Montrons $(A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C)$ (2)

(TE)

Supposons que A (h2)

Montrons $(A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C)$ (3)

($\vee Id$)

Montrons $B \Rightarrow C$ (4)

($\Rightarrow I$)

Supposons que B (h3)

Montrons C (5)

($\Rightarrow E$)

Montrons $A \wedge B$ (6)

($\wedge I$)

Montrons A (7)

d'après (h2)

Montrons B (8)

d'après (h3)

Montrons $(A \wedge B) \Rightarrow C$ (9)

d'après (h1)

Supposons que $\neg A$ (h4)

Montrons $(A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C)$ (10)

($\vee Ig$)

Montrons $A \Rightarrow C$ (11)

($\Rightarrow I$)

Supposons que A (h5)

Montrons C (12)

($\perp E$)

Montrons \perp (13)

($\neg E$)

Montrons A (14)

d'après (h5)

Montrons $\neg A$ (15)

" "

L L L L L d'après (h4)

Supposons que $(A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C)$ (h6)

Montrons $(A \wedge B) \Rightarrow C$ (16)

($\vee E$)

Montrons $(A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C)$ (17)

d'après (h6)

Supposons que $A \Rightarrow C$ (h7)

Montrons $(A \wedge B) \Rightarrow C$ (18)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $A \wedge B$ (h8)

Montrons C (19)

($\Rightarrow E$)

Montrons A (20)

($\wedge Eg$)

Montrons $A \wedge B$ (21)

d'après (h8)

Montrons $A \Rightarrow C$ (22)

d'après (h7)

Supposons que $B \Rightarrow C$ (h9)

Montrons $(A \wedge B) \Rightarrow C$ (23)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $A \wedge B$ (h10)

Montrons C (24)

($\Rightarrow E$)

Montrons B (25)

($\wedge Ed$)

Montrons $A \wedge B$ (26)

d'après (h10)

Montrons $B \Rightarrow C$ (27)

d'après (h9)