

EXERCICE 19

Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédicats F_1 F_2 ,

$$((\forall x, F_1(x)) \vee (\forall x, F_2(x))) \Rightarrow \forall x, (F_1(x) \vee F_2(x))$$

Supposons que $(\forall x, F_1(x)) \vee (\forall x, F_2(x))$ (h1)

Montrons $\forall x, (F_1(x) \vee F_2(x))$ (1)

($\forall E$)

Montrons $(\forall x, F_1(x)) \vee (\forall x, F_2(x))$ (2)

d'après (h1)

Supposons que $\forall x, F_1(x)$ (h2)

Montrons $\forall x, (F_1(x) \vee F_2(x))$ (3)

($\forall I$)

Soit l'élément a

Montrons $F_1(a) \vee F_2(a)$ (4)

($\vee Ig$)

Montrons $F_1(a)$ (5)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, F_1(x)$ (6)

d'après (h2)

Supposons que $\forall x, F_2(x)$ (h3)

Montrons $\forall x, (F_1(x) \vee F_2(x))$ (7)

($\forall I$)

Soit l'élément a

Montrons $F_1(a) \vee F_2(a)$ (8)

($\vee Id$)

Montrons $F_2(a)$ (9)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, F_2(x)$ (10)

d'après (h3)