

EXERCICE 22

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions \mathbf{P} \mathbf{Q} ,
 $((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q})) \Rightarrow \neg \mathbf{P}$

Montrons $((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q})) \Rightarrow \neg \mathbf{P}$ (1)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $(\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q})$ (h1)

Montrons $\neg \mathbf{P}$ (2)

($\neg I$)

Supposons que \mathbf{P} (h2)

Montrons \perp (3)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{Q} (4)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{P} (5)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$ (6)

($\wedge Eg$)

Montrons $(\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q})$ (7)

d'après (h1)

Montrons $\neg \mathbf{Q}$ (8)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{P} (9)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}$ (10)

($\wedge Ed$)

Montrons $(\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q})$ (11)

d'après (h1)