

## EXERCICE 42

### Logique - Connecteurs

*quelles que soient* les propositions **P Q R**,

$$((\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R})) \Rightarrow ((\neg \mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}) \Rightarrow ((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}) \Rightarrow \mathbf{R})))$$

---

Montrons  $(\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R})) \Rightarrow ((\neg \mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}) \Rightarrow ((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}) \Rightarrow \mathbf{R}))$  (1)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R})$  (h1)

Montrons  $(\neg \mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}) \Rightarrow ((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}) \Rightarrow \mathbf{R})$  (2)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $\neg \mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}$  (h2)

Montrons  $(\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}) \Rightarrow \mathbf{R}$  (3)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}$  (h3)

Montrons  $\mathbf{R}$  (4)

$(\vee E)$

Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R})$  (5)

d'après (h1)

Supposons que  $\mathbf{P}$  (h4)

Montrons  $\mathbf{R}$  (6)

$(\Rightarrow E)$

Montrons  $\mathbf{P}$  (7)

d'après (h4)

Montrons  $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}$  (8)

d'après (h3)

Supposons que  $\mathbf{Q} \vee \mathbf{R}$  (h5)

Montrons  $\mathbf{R}$  (9)

$(\vee E)$

Montrons  $\mathbf{Q} \vee \mathbf{R}$  (10)

d'après (h5)

Supposons que  $\mathbf{Q}$  (h6)

Montrons  $\mathbf{R}$  (11)

$(\Rightarrow E)$

Montrons  $\mathbf{P}$  (12)

$(A)$

Supposons que  $\neg \mathbf{P}$  (h7)

Montrons  $\perp$  (13)

$(\neg E)$

*Montrons **Q*** (14)

*d'après (h6)*

*Montrons  $\neg \mathbf{Q}$*  (15)

*( $\Rightarrow E$ )*

*Montrons  $\neg \mathbf{P}$*  (16)

*d'après (h7)*

*Montrons  $\neg \mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}$*  (17)

*d'après (h2)*

*Montrons  $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}$*  (18)

*d'après (h3)*

*Supposons que **R*** (h8)

*Montrons **R*** (19)

*d'après (h8)*