

48 DISTRIBUTIVITÉ DE L'IMPLICATION 1/3

Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A B C**,

$$((A \Rightarrow (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)))$$

Montrons ($\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$) $\Leftrightarrow ((\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \wedge (\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}))$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (h1)

Montrons ($\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \wedge (\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C})$ (2)

($\wedge I$)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (3)

($\Rightarrow I$)

Supposons que \mathbf{A} (h2)

Montrons \mathbf{B} (4)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (5)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{A} (6)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (7)

d'après (h1)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$ (8)

($\Rightarrow I$)

Supposons que \mathbf{A} (h3)

Montrons \mathbf{C} (9)

($\wedge Ed$)

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (10)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{A} (11)

d'après (h3)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (12)

d'après (h1)

Supposons que ($\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \wedge (\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C})$ (h4)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (13)

($\Rightarrow I$)

Supposons que \mathbf{A} (h5)

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (14)

($\wedge I$)

Montrons \mathbf{B} (15)

($\Rightarrow E$)

[[Montrons \mathbf{A} (16)
d'après (h5)

[[Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (17)
($\wedge Eg$)

[[Montrons ($\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$) \wedge ($\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$) (18)
d'après (h4)

Montrons \mathbf{C} (19)

($\Rightarrow E$)

[[Montrons \mathbf{A} (20)
d'après (h5)

[[Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$ (21)
($\wedge Ed$)

[[Montrons ($\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$) \wedge ($\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$) (22)
d'après (h4)