

EXERCICE 18

Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédicats $F1$ $F2$,

$$(\exists x, (F1(x) \wedge F2(x))) \Rightarrow ((\exists x, F1(x)) \wedge (\exists x, F2(x)))$$

Supposons que $\exists x, (F1(x) \wedge F2(x))$ (h1)

Montrons $(\exists x, F1(x)) \wedge (\exists x, F2(x))$ (1)

($\exists E$)

Montrons $\exists x, (F1(x) \wedge F2(x))$ (2)

d'après (h1)

Soit l'élément a

Supposons que $F1(a) \wedge F2(a)$ (h2)

Montrons $(\exists x, F1(x)) \wedge (\exists x, F2(x))$ (3)

($\wedge I$)

Montrons $\exists x, F1(x)$ (4)

($\exists I$)

Montrons $F1(a)$ (5)

($\wedge Eg$)

Montrons $F1(a) \wedge F2(a)$ (6)

d'après (h2)

Montrons $\exists x, F2(x)$ (7)

($\exists I$)

Montrons $F2(a)$ (8)

($\wedge Ed$)

Montrons $F1(a) \wedge F2(a)$ (9)

d'après (h2)