

EXERCICE 41

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)))$

Montrons $(\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}) \Leftrightarrow ((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Rightarrow (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Rightarrow (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$ (2)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h2)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (3)

$(\vee E)$

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (4)

d'après (h2)

Supposons que \mathbf{A} (h3)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (5)

$(\wedge I)$

Montrons \mathbf{A} (6)

d'après (h3)

Montrons \mathbf{B} (7)

$(\Leftrightarrow Eg)$

Montrons $\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$ (8)

d'après (h1)

Montrons \mathbf{A} (9)

d'après (h3)

Supposons que \mathbf{B} (h4)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (10)

$(\wedge I)$

Montrons \mathbf{A} (11)

$(\Leftrightarrow Ed)$

Montrons $\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$ (12)

d'après (h1)

Montrons \mathbf{B} (13)

d'après (h4)

Montrons \mathbf{B} (14)

d'après (h4)

Supposons que $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Rightarrow (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$ (h5)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ ()

Montrons $\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$ (15)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que \mathbf{A} (h6)

Montrons \mathbf{B} (16)

($\wedge E$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (17)

($\Rightarrow E$)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (18)

($\vee I$)

Montrons \mathbf{A} (19)

d'après (h6)

Montrons $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Rightarrow (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$ (20)

d'après (h5)

Supposons que \mathbf{B} (h7)

Montrons \mathbf{A} (21)

($\wedge E$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (22)

($\Rightarrow E$)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (23)

($\vee I$)

Montrons \mathbf{B} (24)

d'après (h7)

Montrons $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Rightarrow (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$ (25)

d'après (h5)