

EXERCICE 37

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \Leftrightarrow (\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}))$

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \Leftrightarrow (\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B})$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (2)

(TE)

Supposons que \mathbf{A} (h2)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (3)

(TE)

Supposons que \mathbf{B} (h3)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (4)

$(\vee Id)$

Montrons \mathbf{B} (5)

d'après (h3)

Supposons que $\neg \mathbf{B}$ (h4)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (6)

$(\vee Id)$

Montrons \mathbf{B} (7)

$(\Rightarrow E)$

Montrons \mathbf{A} (8)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (9)

d'après (h1)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h5)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (10)

$(\vee Ig)$

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (11)

d'après (h5)

Supposons que $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h6)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (12)

$(\vee E)$

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (13)

d'après (h6)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h7)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (14)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que **A** (h8)

Montrons **B** (15)

$(\perp E)$

Montrons \perp (16)

$(\neg E)$

Montrons **A** (17)

d'après (h8)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (18)

d'après (h7)

Supposons que **B** (h9)

Montrons **A** \Rightarrow **B** (19)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que **A** (h10)

Montrons **B** (20)

d'après (h9)