

EXERCICE 29

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A** **B**,

$$((A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \Rightarrow B))$$

Montrons ($\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$) $\Leftrightarrow (\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B})$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (2)

($\vee E$)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (3)

d'après (h1)

Supposons que \mathbf{A} (h2)

Montrons $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (4)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h3)

Montrons \mathbf{B} (5)

($\perp E$)

Montrons \perp (6)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{A} (7)

d'après (h2)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (8)

d'après (h3)

Supposons que \mathbf{B} (h4)

Montrons $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (9)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h5)

Montrons \mathbf{B} (10)

d'après (h4)

Supposons que $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (h6)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (11)

($\vee E$)

Supposons que \mathbf{A} (h7)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (12)

($\vee Ig$)

Montrons \mathbf{A} (13)

d'après (h7)

Supposons que $\neg A$ (h8)

Montrons $A \vee B$ (14)

$(\forall Id)$

Montrons B (15)

$(\Rightarrow E)$

Montrons $\neg A$ (16)

d'après (h8)

Montrons $\neg A \Rightarrow B$ (17)

d'après (h6)