

EXERCICE 39

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Leftrightarrow ((\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \Rightarrow \mathbf{B}))$

Montrons $(A \vee B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $A \vee B$ (h1)

Montrons $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ (2)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $A \Rightarrow B$ (h2)

Montrons B (3)

$(\vee E)$

Montrons $A \vee B$ (4)

d'après (h1)

Supposons que A (h3)

Montrons B (5)

$(\Rightarrow E)$

Montrons A (6)

d'après (h3)

Montrons $A \Rightarrow B$ (7)

d'après (h2)

Supposons que B (h4)

Montrons B (8)

d'après (h4)

Supposons que $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ (h5)

Montrons $A \vee B$ (9)

(TE)

Supposons que A (h6)

Montrons $A \vee B$ (10)

$(\vee Ig)$

Montrons A (11)

d'après (h6)

Supposons que $\neg A$ (h7)

Montrons $A \vee B$ (12)

$(\vee Id)$

Montrons B (13)

$(\Rightarrow E)$

Montrons $A \Rightarrow B$ (14)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que \mathbf{A} (h8)

Montrons \mathbf{B} (15)

$(\perp E)$

Montrons \perp (16)

$(\neg E)$

Montrons \mathbf{A} (17)

d'après (h8)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (18)

d'après (h7)

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \Rightarrow \mathbf{B}$ (19)

d'après (h5)