

## EXERCICE 27

### Logique - Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions **A** **B**,  
 $((\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \Leftrightarrow \neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B})))$

---

Montrons  $(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \Leftrightarrow \neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$  (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (h1)

Montrons  $\neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$  (2)

$(\neg I)$

Supposons que  $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$  (h2)

Montrons  $\perp$  (3)

$(\neg E)$

Montrons  $\mathbf{B}$  (4)

$(\wedge Ed)$

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (5)

d'après (h1)

Montrons  $\neg \mathbf{B}$  (6)

$(\Rightarrow E)$

Montrons  $\mathbf{A}$  (7)

$(\wedge Eg)$

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (8)

d'après (h1)

Montrons  $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$  (9)

d'après (h2)

Supposons que  $\neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$  (h3)

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (10)

$(\wedge I)$

Montrons  $\mathbf{A}$  (11)

$(TE)$

Supposons que  $\mathbf{A}$  (h4)

Montrons  $\mathbf{A}$  (12)

d'après (h4)

Supposons que  $\neg \mathbf{A}$  (h5)

Montrons  $\mathbf{A}$  (13)

$(\perp E)$

Montrons  $\perp$  (14)

$(\neg E)$

Montrons  $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$  (15)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que **A** (h6)

Montrons  $\neg \mathbf{B}$  (16)

$(\perp E)$

Montrons  $\perp$  (17)

$(\neg E)$

Montrons **A** (18)

d'après (h6)

Montrons  $\neg \mathbf{A}$  (19)

d'après (h5)

Montrons  $\neg ( (\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}) )$  (20)

d'après (h3)

Montrons **B** (21)

(A)

Supposons que  $\neg \mathbf{B}$  (h7)

Montrons  $\perp$  (22)

$(\neg E)$

Montrons  $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$  (23)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que **A** (h8)

Montrons  $\neg \mathbf{B}$  (24)

d'après (h7)

Montrons  $\neg ( (\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}) )$  (25)

d'après (h3)