

EXERCICE 39

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((A \vee B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B))$

Montrons ($\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$) $\Leftrightarrow ((\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \Rightarrow \mathbf{B})$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h1)

Montrons ($\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$) $\Rightarrow \mathbf{B}$ (2)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (h2)

Montrons \mathbf{B} (3)

($\vee E$)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (4)

d'après (h1)

Supposons que \mathbf{A} (h3)

Montrons \mathbf{B} (5)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{A} (6)

d'après (h3)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (7)

d'après (h2)

Supposons que \mathbf{B} (h4)

Montrons \mathbf{B} (8)

d'après (h4)

Supposons que $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \Rightarrow \mathbf{B}$ (h5)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (9)

($\top E$)

Supposons que \mathbf{A} (h6)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (10)

($\vee Ig$)

Montrons \mathbf{A} (11)

d'après (h6)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h7)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (12)

($\vee Id$)

Montrons \mathbf{B} (13)

($\Rightarrow E$)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (14)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que \mathbf{A} (h8)

Montrons \mathbf{B} (15)

$(\perp E)$

Montrons \perp (16)

$(\neg E)$

Montrons \mathbf{A} (17)

d'après (h8)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (18)

d'après (h7)

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \Rightarrow \mathbf{B}$ (19)

d'après (h5)