

EXERCICE 28

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Leftrightarrow \neg(\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}))$

Montrons $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Leftrightarrow \neg(\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg(\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (2)

$(\vee E)$

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (3)

d'après (h1)

Supposons que \mathbf{A} (h2)

Montrons $\neg(\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (4)

$(\neg I)$

Supposons que $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (h3)

Montrons \perp (5)

$(\neg E)$

Montrons \mathbf{A} (6)

d'après (h2)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (7)

$(\wedge Eg)$

Montrons $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (8)

d'après (h3)

Supposons que \mathbf{B} (h4)

Montrons $\neg(\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (9)

$(\neg I)$

Supposons que $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (h5)

Montrons \perp (10)

$(\neg E)$

Montrons \mathbf{B} (11)

d'après (h4)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (12)

$(\wedge Ed)$

Montrons $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (13)

d'après (h5)

Supposons que $\neg(\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (h6)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (14)

(TE)

Supposons que **A** (h7)

Montrons **A** \vee **B** (15)

(\vee Ig)

Montrons **A** (16)

d'après (h7)

Supposons que \neg **A** (h8)

Montrons **A** \vee **B** (17)

(TE)

Supposons que **B** (h9)

Montrons **A** \vee **B** (18)

(\vee Id)

Montrons **B** (19)

d'après (h9)

Supposons que \neg **B** (h10)

Montrons **A** \vee **B** (20)

(A)

Supposons que \neg (**A** \vee **B**) (h11)

Montrons \perp (21)

(\neg E)

Montrons \neg **A** \wedge \neg **B** (22)

(\wedge I)

Montrons \neg **A** (23)

d'après (h8)

Montrons \neg **B** (24)

d'après (h10)

Montrons \neg (\neg **A** \wedge \neg **B**) (25)

d'après (h6)