

EXERCICE 29

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A B**,
 $((A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \Rightarrow B))$

Montrons $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Leftrightarrow (\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B})$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (2)

$(\vee E)$

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (3)

d'après (h1)

Supposons que \mathbf{A} (h2)

Montrons $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (4)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h3)

Montrons \mathbf{B} (5)

$(\perp E)$

Montrons \perp (6)

$(\neg E)$

Montrons \mathbf{A} (7)

d'après (h2)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (8)

d'après (h3)

Supposons que \mathbf{B} (h4)

Montrons $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (9)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h5)

Montrons \mathbf{B} (10)

d'après (h4)

Supposons que $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (h6)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (11)

(TE)

Supposons que \mathbf{A} (h7)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (12)

$(\vee Ig)$

Montrons \mathbf{A} (13)

d'après (h7)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h8)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (14)

($\vee Id$)

Montrons \mathbf{B} (15)

($\Rightarrow E$)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (16)

d'après (h8)

Montrons $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (17)

d'après (h6)