

EXERCICE 27

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A** **B**,

$$((A \wedge B) \Leftrightarrow \neg((A \Rightarrow \neg B)))$$

Montrons ($\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$) $\Leftrightarrow \neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$ (2)

($\neg I$)

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$ (h2)

Montrons \perp (3)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{B} (4)

($\wedge Ed$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (5)

d'après (h1)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (6)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{A} (7)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (8)

d'après (h1)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$ (9)

d'après (h2)

Supposons que $\neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$ (h3)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (10)

($\wedge I$)

Montrons \mathbf{A} (11)

(A)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h4)

Montrons \perp (12)

($\neg E$)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$ (13)

($\Rightarrow I$)

Supposons que \mathbf{A} (h5)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (14)

($\perp E$)

Montrons \perp (15)

Montrons \perp (15)

($\neg E$)

Montrons A (16)

d'après (h5)

Montrons $\neg A$ (17)

d'après (h4)

Montrons $\neg ((A \Rightarrow \neg B))$ (18)

d'après (h3)

Montrons B (19)

(A)

Supposons que $\neg B$ (h6)

Montrons \perp (20)

($\neg E$)

Montrons $A \Rightarrow \neg B$ (21)

($\Rightarrow I$)

Supposons que A (h7)

Montrons $\neg B$ (22)

d'après (h6)

Montrons $\neg ((A \Rightarrow \neg B))$ (23)

d'après (h3)