

48 DISTRIBUTIVITÉ DE L'IMPLICATION 1/3

Connecteurs

quelles que soient les propositions **A B C**,

$$((A \Rightarrow (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)))$$

Montrons $(A \Rightarrow (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C))$ (1)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $A \Rightarrow (B \wedge C)$ (h1)

Montrons $(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)$ (2)

($\wedge I$)

Montrons $A \Rightarrow B$ (3)

($\Rightarrow I$)

Supposons que A (h2)

Montrons B (4)

($\wedge E g$)

Montrons $B \wedge C$ (5)

($\Rightarrow E$)

Montrons A (6)

d'après (h2)

Montrons $A \Rightarrow (B \wedge C)$ (7)

d'après (h1)

Montrons $A \Rightarrow C$ (8)

($\Rightarrow I$)

Supposons que A (h3)

Montrons C (9)

($\wedge E d$)

Montrons $B \wedge C$ (10)

($\Rightarrow E$)

Montrons A (11)

d'après (h3)

Montrons $A \Rightarrow (B \wedge C)$ (12)

d'après (h1)

Supposons que $(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)$ (h4)

Montrons $A \Rightarrow (B \wedge C)$ (13)

($\Rightarrow I$)

Supposons que A (h5)

Montrons $B \wedge C$ (14)

($\wedge I$)

Montrons B (15)

Montrons B (15)

($\Rightarrow E$)

Montrons A (16)

d'après (h5)

Montrons A \Rightarrow B (17)

($\wedge Eg$)

Montrons (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C) (18)

d'après (h4)

Montrons C (19)

($\Rightarrow E$)

Montrons A (20)

d'après (h5)

Montrons A \Rightarrow C (21)

($\wedge Ed$)

Montrons (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C) (22)

d'après (h4)