

EXERCICE 10

Lili Zheng - 18193

Devoir 2 (Preuves avec Edukera - quantificateurs)

quels que soient les prédictats \mathbf{F} \mathbf{G} ,

$$((\forall x, (\mathbf{F}(x) \wedge (\neg(\exists y, \mathbf{F}(y)) \vee (\forall y, \mathbf{G}(y))))) \Rightarrow (\forall x, (\mathbf{F}(x) \vee \mathbf{G}(x))))$$

Montrons $(\forall x, (\mathbf{F}(x) \wedge (\neg(\exists y, \mathbf{F}(y)) \vee (\forall y, \mathbf{G}(y))))) \Rightarrow (\forall x, (\mathbf{F}(x) \vee \mathbf{G}(x)))$ (1)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\forall x, (\mathbf{F}(x) \wedge (\neg(\exists y, \mathbf{F}(y)) \vee (\forall y, \mathbf{G}(y))))$ (h1)

Montrons $\forall x, (\mathbf{F}(x) \vee \mathbf{G}(x))$ (2)

($\forall I$)

Soit l'élément x

Montrons $\mathbf{F}(x) \vee \mathbf{G}(x)$ (3)

($\vee Ig$)

Montrons $\mathbf{F}(x)$ (4)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{F}(x) \wedge (\neg(\exists n, \mathbf{F}(n)) \vee (\forall m, \mathbf{G}(m)))$ (5)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, (\mathbf{F}(x) \wedge (\neg(\exists y, \mathbf{F}(y)) \vee (\forall y, \mathbf{G}(y))))$ (6)

d'après (h1)