

EXERCICE 35

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions P Q ,

$$((Q \Rightarrow \neg P) \Rightarrow ((\neg Q \Rightarrow P) \Rightarrow ((P \Rightarrow (P \wedge Q)) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg(P \wedge Q)) \Rightarrow (\neg P \wedge Q))))$$

Montrons ($Q \Rightarrow \neg P$) $\Rightarrow ((\neg Q \Rightarrow P) \Rightarrow ((P \Rightarrow (P \wedge Q)) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg(P \wedge Q)) \Rightarrow (\neg P \wedge Q))))$ (1)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $Q \Rightarrow \neg P$ (h1)

Montrons ($\neg Q \Rightarrow P$) $\Rightarrow ((P \Rightarrow (P \wedge Q)) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg(P \wedge Q)) \Rightarrow (\neg P \wedge Q)))$ (2)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\neg Q \Rightarrow P$ (h2)

Montrons ($P \Rightarrow (P \wedge Q)$) $\Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg(P \wedge Q)) \Rightarrow (\neg P \wedge Q))$ (3)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $P \Rightarrow (P \wedge Q)$ (h3)

Montrons ($\neg P \Rightarrow \neg(P \wedge Q)$) $\Rightarrow (\neg P \wedge Q)$ (4)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\neg P \Rightarrow \neg(P \wedge Q)$ (h4)

Montrons $\neg P \wedge Q$ (5)

(TE)

Supposons que P (h5)

Montrons $\neg P \wedge Q$ (6)

($\wedge I$)

Montrons $\neg P$ (7)

($\Rightarrow E$)

Montrons Q (8)

($\wedge Ed$)

Montrons $P \wedge Q$ (9)

($\Rightarrow E$)

Montrons P (10)

d'après (h5)

Montrons $P \Rightarrow (P \wedge Q)$ (11)

d'après (h3)

Montrons $Q \Rightarrow \neg P$ (12)

d'après (h1)

Montrons Q (13)

($\wedge Ed$)

Montrons $P \wedge Q$ (14)

($\Rightarrow E$)

Montrons P (15)

d'après (h5)

Montrons $P \Rightarrow (P \wedge Q)$ (16)

d'après (h3)

Supposons que $\neg P$ (h6)

Montrons $\neg P \wedge Q$ (17)

($\wedge I$)

Montrons $\neg P$ (18)

d'après (h6)

Montrons Q (19)

(A)

Supposons que $\neg Q$ (h7)

Montrons \perp (20)

($\neg E$)

Montrons P (21)

($\Rightarrow E$)

Montrons $\neg Q$ (22)

d'après (h7)

Montrons $\neg Q \Rightarrow P$ (23)

d'après (h2)

Montrons $\neg P$ (24)

d'après (h6)