

DIDACTICIEL 4

Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédicats P Q ,

$$((\forall x, (P(x) \wedge Q(x))) \Rightarrow (\forall y, (Q(y) \wedge P(y))))$$

Montrons $(\forall x, (P(x) \wedge Q(x))) \Rightarrow (\forall y, (Q(y) \wedge P(y)))$ (1)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\forall x, (P(x) \wedge Q(x))$ (h1)

Montrons $\forall y, (Q(y) \wedge P(y))$ (2)

$(\forall I)$

Soit l'élément y

Montrons $Q(y) \wedge P(y)$ (3)

$(\wedge I)$

Montrons $Q(y)$ (4)

$(\wedge Ed)$

Montrons $P(y) \wedge Q(y)$ (5)

$(\forall E)$

Montrons $\forall x, (P(x) \wedge Q(x))$ (6)

d'après (h1)

Montrons $P(y)$ (7)

$(\wedge Eg)$

Montrons $P(y) \wedge Q(y)$ (8)

$(\forall E)$

Montrons $\forall x, (P(x) \wedge Q(x))$ (9)

d'après (h1)