

EXERCICE 10

Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédictats F G ,
quelle que soit la constante a ,

$$(((\exists x, F(x)) \wedge G(a)) \Leftrightarrow (\exists x, (F(x) \wedge G(a))))$$

Soit la constante a

$\text{Montrons } ((\exists x, F(x)) \wedge G(a)) \Leftrightarrow (\exists x, (F(x) \wedge G(a))) \quad (1)$

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $(\exists x, F(x)) \wedge G(a) \quad (h1)$

$\text{Montrons } \exists x, (F(x) \wedge G(a)) \quad (2)$

$(\exists E)$

$\text{Montrons } \exists x, F(x) \quad (3)$

$(\wedge Eg)$

$\text{Montrons } (\exists x, F(x)) \wedge G(a) \quad (4)$

d'après (h1)

Soit l'élément x

Supposons que $F(x) \quad (h2)$

$\text{Montrons } \exists x, (F(x) \wedge G(a)) \quad (5)$

$(\exists I)$

$\text{Montrons } F(x) \wedge G(a) \quad (6)$

$(\wedge I)$

$\text{Montrons } F(x) \quad (7)$

d'après (h2)

$\text{Montrons } G(a) \quad (8)$

$(\wedge Ed)$

$\text{Montrons } (\exists x, F(x)) \wedge G(a) \quad (9)$

d'après (h1)

Supposons que $\exists x, (F(x) \wedge G(a)) \quad (h3)$

$\text{Montrons } (\exists x, F(x)) \wedge G(a) \quad (10)$

$(\exists E)$

$\text{Montrons } \exists x, (F(x) \wedge G(a)) \quad (11)$

d'après (h3)

Soit l'élément x

Supposons que $F(x) \wedge G(a) \quad (h4)$

$\text{Montrons } (\exists x, F(x)) \wedge G(a) \quad (12)$

$(\wedge I)$

$\text{Montrons } \exists x, F(x) \quad (13)$

($\exists I$)

[$Montrons \mathbf{F} (x)$ (14)

[($\wedge Eg$)

[[$Montrons \mathbf{F} (x) \wedge \mathbf{G} (a)$ (15)

[[$d'après$ (h4)

[$Montrons \mathbf{G} (a)$ (16)

[($\wedge Ed$)

[[$Montrons \mathbf{F} (x) \wedge \mathbf{G} (a)$ (17)

[[$d'après$ (h4)