

## EXERCICE 16

### Logique - Connecteurs

Énoncé

*quelles que soient* les propositions **A** **B** **C**,  
 $((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$

---

Montrons  $((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$  (1)

( $\Leftrightarrow I$ )

Supposons que  $(A \vee B) \Rightarrow C$  (h1)

Montrons  $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$  (2)

( $\wedge I$ )

Montrons  $A \Rightarrow C$  (3)

( $\Rightarrow I$ )

Supposons que  $A$  (h2)

Montrons  $C$  (4)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons  $A \vee B$  (5)

( $\vee Ig$ )

Montrons  $A$  (6)

d'après (h2)

Montrons  $(A \vee B) \Rightarrow C$  (7)

d'après (h1)

Montrons  $B \Rightarrow C$  (8)

( $\Rightarrow I$ )

Supposons que  $B$  (h3)

Montrons  $C$  (9)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons  $A \vee B$  (10)

( $\vee Id$ )

Montrons  $B$  (11)

d'après (h3)

Montrons  $(A \vee B) \Rightarrow C$  (12)

d'après (h1)

Supposons que  $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$  (h4)

Montrons  $(A \vee B) \Rightarrow C$  (13)

( $\Rightarrow I$ )

Supposons que  $A \vee B$  (h5)

Montrons  $C$  (14)

( $\vee E$ )

Montrons  $A \vee B$  (15)

" " "

*d'après (h5)*

*Supposons que **A** (h6)*

*Montrons **C** (16)*

*( $\Rightarrow E$ )*

*Montrons **A** (17)*

*d'après (h6)*

*Montrons **A**  $\Rightarrow$  **C** (18)*

*( $\wedge Eg$ )*

*Montrons (**A**  $\Rightarrow$  **C**)  $\wedge$  (**B**  $\Rightarrow$  **C**) (19)*

*d'après (h4)*

*Supposons que **B** (h7)*

*Montrons **C** (20)*

*( $\Rightarrow E$ )*

*Montrons **B** (21)*

*d'après (h7)*

*Montrons **B**  $\Rightarrow$  **C** (22)*

*( $\wedge Ed$ )*

*Montrons (**A**  $\Rightarrow$  **C**)  $\wedge$  (**B**  $\Rightarrow$  **C**) (23)*

*d'après (h4)*