EXERCICE 38

Logique - Quantificateurs

quelle que soit la relation **R**,

$\neg ((\exists y, \forall x, (\mathbf{R} (x , y) \Leftrightarrow \neg (\mathbf{R} (x , x)))))$

Montrons $\neg((\exists y, \forall x, (R(x, y) \Leftrightarrow \neg(R(x, x)))))$ (1)

(¬I)

Supposons que $\exists y, \forall x, (R(x, y) \Leftrightarrow \neg(R(x, x)))$ (h1)

Montrons $\perp$ (2)

(∃E)

Montrons $\exists y, \forall x, (R(x, y) \Leftrightarrow \neg(R(x, x)))$ (3)

d'après (h1)

Soit l'élément x

Supposons que $\forall x0, (R(x0, x) \Leftrightarrow \neg(R(x0, x0)))$ (h2)

Montrons $\perp$ (4)

(¬E)

Montrons $R(x, x)$ (5)

(A)

Supposons que $\neg(R(x, x))$ (h3)

Montrons $\perp$ (6)

(¬E)

Montrons $R(x, x)$ (7)

(⇔Ed)

Montrons $R(x, x) \Leftrightarrow \neg(R(x, x))$ (8)

(∀E)

Montrons $\forall x0, (R(x0, x) \Leftrightarrow \neg(R(x0, x0)))$ (9)

d'après (h2)

Montrons $\neg(R(x, x))$ (10)

d'après (h3)

Montrons $\neg(R(x, x))$ (11)

d'après (h3)

Montrons $\neg(R(x, x))$ (12)

(¬I)

Supposons que $R(x, x)$ (h4)

Montrons $\perp$ (13)

(¬E)

Montrons $R(x, x)$ (14)

d'après (h4)

d'après ([illegible])

Montrons $\neg(\mathrm{R}(x, x))$ (15)

($\Leftrightarrow$Eg)

Montrons $\mathrm{R}(x, x) \Leftrightarrow \neg(\mathrm{R}(x, x))$ (16)

($\forall$E)

Montrons $\forall x_0, (\mathrm{R}(x_0, x) \Leftrightarrow \neg(\mathrm{R}(x_0, x_0)))$ (17)

d'après (h2)

Montrons $\mathrm{R}(x, x)$ (18)

d'après (h4)