

EXERCICE 18

Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédicats F_1 F_2 ,
 $(\exists x, (F_1 (x) \wedge F_2 (x))) \Rightarrow ((\exists x, F_1 (x)) \wedge (\exists x, F_2 (x)))$

Supposons que $\exists x, (F_1 (x) \wedge F_2 (x))$ (h1)

Montrons $(\exists x, F_1 (x)) \wedge (\exists x, F_2 (x))$ (1)

($\exists E$)

Montrons $\exists x, (F_1 (x) \wedge F_2 (x))$ (2)

d'après (h1)

Soit l'élément a

Supposons que $F_1 (a) \wedge F_2 (a)$ (h2)

Montrons $(\exists x, F_1 (x)) \wedge (\exists x, F_2 (x))$ (3)

($\wedge I$)

Montrons $\exists x, F_1 (x)$ (4)

($\exists I$)

Montrons $F_1 (a)$ (5)

($\wedge Eg$)

Montrons $F_1 (a) \wedge F_2 (a)$ (6)

d'après (h2)

Montrons $\exists x, F_2 (x)$ (7)

($\exists I$)

Montrons $F_2 (a)$ (8)

($\wedge Ed$)

Montrons $F_1 (a) \wedge F_2 (a)$ (9)

d'après (h2)