

## EXERCICE 23

### Logique - Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions  $P$   $Q$ ,  
 $(\neg\neg P \Rightarrow (\neg(P \wedge Q) \Rightarrow (P \wedge \neg Q)))$

---

Montrons  $\neg\neg\mathbf{P} \Rightarrow (\neg(\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \wedge \neg\mathbf{Q}))$  (1)

( $\Rightarrow I$ )

Supposons que  $\neg\neg\mathbf{P}$  (h1)

Montrons  $\neg(\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \wedge \neg\mathbf{Q})$  (2)

( $\Rightarrow I$ )

Supposons que  $\neg(\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (h2)

Montrons  $\mathbf{P} \wedge \neg\mathbf{Q}$  (3)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (4)

(A)

Supposons que  $\neg\mathbf{P}$  (h3)

Montrons  $\perp$  (5)

( $\neg E$ )

Montrons  $\neg\mathbf{P}$  (6)

d'après (h3)

Montrons  $\neg\neg\mathbf{P}$  (7)

d'après (h1)

Montrons  $\neg\mathbf{Q}$  (8)

( $\neg I$ )

Supposons que  $\mathbf{Q}$  (h4)

Montrons  $\perp$  (9)

( $\neg E$ )

Montrons  $\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$  (10)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (11)

(A)

Supposons que  $\neg\mathbf{P}$  (h5)

Montrons  $\perp$  (12)

( $\neg E$ )

Montrons  $\neg\mathbf{P}$  (13)

d'après (h5)

Montrons  $\neg\neg\mathbf{P}$  (14)

d'après (h1)

Montrons  $\mathbf{Q}$  (15)

$\vdash$   $d'apr\grave{e}s$  (h4)

$\vdash$  Montrons  $\neg (\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (16)

$\vdash$   $d'apr\grave{e}s$  (h2)