

EXERCICE 9

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{C} ,
 $((\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \Rightarrow ((\mathbf{A} \vee \mathbf{C}) \Rightarrow (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})))$

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \Rightarrow ((\mathbf{A} \vee \mathbf{C}) \Rightarrow (\mathbf{B} \vee \mathbf{C}))$ (1)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $(\mathbf{A} \vee \mathbf{C}) \Rightarrow (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$ (2)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{C}$ (h2)

Montrons $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$ (3)

$(\vee E)$

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{C}$ (4)

d'après (h2)

Supposons que \mathbf{A} (h3)

Montrons $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$ (5)

$(\vee Ig)$

Montrons \mathbf{B} (6)

$(\Rightarrow E)$

Montrons \mathbf{A} (7)

d'après (h3)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (8)

d'après (h1)

Supposons que \mathbf{C} (h4)

Montrons $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$ (9)

$(\vee Id)$

Montrons \mathbf{C} (10)

d'après (h4)