

## EXERCICE 41

### Logique - Quantificateurs

*quel que soit* le prédicat  $\mathbf{P}$ ,  
 $\neg(\exists x, (\mathbf{P}(x) \wedge \neg(\mathbf{P}(x))))$

Montrons  $\neg(\exists x, (\mathbf{P}(x) \wedge \neg(\mathbf{P}(x))))$  (1)

( $\neg I$ )

Supposons que  $\exists x, (\mathbf{P}(x) \wedge \neg(\mathbf{P}(x)))$  (h1)

Montrons  $\perp$  (2)

( $\exists E$ )

Montrons  $\exists x, (\mathbf{P}(x) \wedge \neg(\mathbf{P}(x)))$  (3)

d'après (h1)

*Soit* l'élément  $x$

Supposons que  $\mathbf{P}(x) \wedge \neg(\mathbf{P}(x))$  (h2)

Montrons  $\perp$  (4)

( $\neg E$ )

Montrons  $\mathbf{P}(x)$  (5)

( $\wedge Eg$ )

Montrons  $\mathbf{P}(x) \wedge \neg(\mathbf{P}(x))$  (6)

d'après (h2)

Montrons  $\neg(\mathbf{P}(x))$  (7)

( $\wedge Ed$ )

Montrons  $\mathbf{P}(x) \wedge \neg(\mathbf{P}(x))$  (8)

d'après (h2)