

EXERCICE 42

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions P Q R ,

$$((P \vee (Q \vee R)) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow R) \Rightarrow R)))$$

Montrons $(P \vee (Q \vee R)) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow R) \Rightarrow R))$ (1)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $P \vee (Q \vee R)$ (h1)

Montrons $(\neg P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow R) \Rightarrow R)$ (2)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\neg P \Rightarrow \neg Q$ (h2)

Montrons $(P \Rightarrow R) \Rightarrow R$ (3)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $P \Rightarrow R$ (h3)

Montrons R (4)

$(\vee E)$

Montrons $P \vee (Q \vee R)$ (5)

d'après (h1)

Supposons que P (h4)

Montrons R (6)

$(\Rightarrow E)$

Montrons P (7)

d'après (h4)

Montrons $P \Rightarrow R$ (8)

d'après (h3)

Supposons que $Q \vee R$ (h5)

Montrons R (9)

$(\vee E)$

Montrons $Q \vee R$ (10)

d'après (h5)

Supposons que Q (h6)

Montrons R (11)

$(\Rightarrow E)$

Montrons P (12)

(A)

Supposons que $\neg P$ (h7)

Montrons \perp (13)

$(\neg E)$

Montrons **Q** (14)
d'après (h6)

Montrons \neg **Q** (15)
 $(\Rightarrow E)$

Montrons \neg **P** (16)
d'après (h7)

Montrons \neg **P** $\Rightarrow \neg$ **Q** (17)
d'après (h2)

Montrons **P** \Rightarrow **R** (18)
d'après (h3)

Supposons que **R** (h8)

Montrons **R** (19)
d'après (h8)