

49 DISTRIBUTIVITÉ DE L'IMPLICATION 2/3

Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A B C**,
 $((A \Rightarrow (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C)))$

Montrons $(A \Rightarrow (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $A \Rightarrow (B \vee C)$ (h1)

Montrons $(A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C)$ (2)

(TE)

Supposons que A (h2)

Montrons $(A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C)$ (3)

$(\vee E)$

Montrons $B \vee C$ (4)

$(\Rightarrow E)$

Montrons A (5)

d'après (h2)

Montrons $A \Rightarrow (B \vee C)$ (6)

d'après (h1)

Supposons que B (h3)

Montrons $(A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C)$ (7)

$(\vee Ig)$

Montrons $A \Rightarrow B$ (8)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que A (h4)

Montrons B (9)

d'après (h3)

Supposons que C (h5)

Montrons $(A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C)$ (10)

$(\vee Id)$

Montrons $A \Rightarrow C$ (11)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que A (h6)

Montrons C (12)

d'après (h5)

Supposons que $\neg A$ (h7)

Montrons $(A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C)$ (13)

$(\vee Ig)$

Montrons $A \Rightarrow B$ (14)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que **A** (h8)

Montrons **B** (15)

$(\perp E)$

Montrons \perp (16)

$(\neg E)$

Montrons **A** (17)

d'après (h8)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (18)

d'après (h7)

Supposons que $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C})$ (h9)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$ (19)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que **A** (h10)

Montrons $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$ (20)

$(\vee E)$

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C})$ (21)

d'après (h9)

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (h11)

Montrons $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$ (22)

$(\vee Ig)$

Montrons **B** (23)

$(\Rightarrow E)$

Montrons **A** (24)

d'après (h10)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (25)

d'après (h11)

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$ (h12)

Montrons $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$ (26)

$(\vee Id)$

Montrons **C** (27)

$(\Rightarrow E)$

Montrons **A** (28)

d'après (h10)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$ (29)

d'après (h12)