Atelier 5

Objectifs de formation

— Exprimer un problème réel sous la forme d'un système matriciel puis le résoudre avec l'algorithme de Gauss-Jordan
— Optimiser un code d'algèbre linéaire avec des pointeurs.
— Calculer un déterminant à l'aide l'algorithme de Gauss sans et avec recherche de pivot maximum.
— Mesurer l'impact des erreurs d'arrondi dans le calcul de déterminant sur ordinateur : cas particulier de la matrice de Hilbert.

1. : **90 mn**

Revenons au jeu de plateau de la terre des quatre royaumes. Le joueur a toujours quatre armées définies dans le tableau ci-dessous :

	Trolls	Orcs	Gremlins	Loups-garous
armée 1	15	34	27	2
armée 2	8	23	10	1
armée 3	11	17	9	4
armée 4	8	65	45	7

Les créatures se nourrissent toujours de viandes, de céréales, de légumes et de fruits.

Cette fois, la quantité d'aliments en kilos qu'il doit prévoir par jour pour chacune des armées est donnée dans le tableau ci-dessous :

	Viande	Céréales	Légumes	Fruits
Armée 1	82.4	130, 5	149, 9	95, 6
Armée 2	43, 1	69, 6	81, 5	52
Armée 3	74, 1	112, 3	102, 8	66, 2
Armée 4	166, 5	248, 5	228, 5	152

Le joueur veut savoir de quelle ration journalière en kilos chaque créature a besoin.

Le résultat est donné dans le tableau ci-dessous :

	Viande	Céréales	Légumes	Fruits
Trolls	1	2	3, 5	2
Orcs	0, 7	1, 2	1, 5	1
Gremlins	0, 8	1, 1	1, 2	0, 8
Loups-garous	11	15	7	5

— Montrer que le problème précedent peut se modéliser par un système matriciel.

— Écrire une fonction `void gauss_jordan(float *a, float *b, int n)` qui résout le système matriciel $A.X = B$ en renvoyant la solution dans B en utilisant l'algorithme de Gauss-Jordan en utilisant une programmation classique avec des indices entiers.
Tester la fonction sur le problème précédent.

— Optimiser la fonction à l'aide de pointeurs.

2. : **90 mn donnant lieu un à rendu**

— En modifiant la fonction `void gauss-sp`, écrire une fonction `void gauss_det(double *a, int n, double *det)` qui renvoie dans la variable `det` le déterminant de A, matrice carrée d'ordre n en utilisant l'algorithme de Gauss sans recherche de pivot maximum.
Tester la fonction sur la matrice $\begin{pmatrix} 10 & 0 & -5 & 15 \\ -2 & 7 & 3 & 0 \\ 8 & 14 & 1 & 2 \\ 0 & -21 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ dont le déterminant vaut 8400.

— Utiliser la fonction précédente pour calculer le déterminant de la matrice de Hilbert d'ordre 11 définie par $h_{i,j} = \frac{1}{i+j+1}$ pour $0 \leq i, j \leq 10$ en effectuant le calcul sous les 4 modes d'arrrondi.

— Le déterminant de la matrice de Hilbert est donné par la formule

$$\det(H_n) = \frac{\left(\prod_{i=1}^{n-1}(i!)\right)^4}{\prod_{i=1}^{2n-1}(i!)}$$

Écrire un programme qui calcule la formule.
Exécuter le code sous les 4 modes d'arrrondi.
Noter les résultats.