

47 DISTRIBUTIVITÉ DE LA DISJONCTION 2/2

Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **P Q R**,
 $((P \vee (Q \Rightarrow R)) \Leftrightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R)))$

Montrons $(P \vee (Q \Rightarrow R)) \Leftrightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $P \vee (Q \Rightarrow R)$ (h1)

Montrons $(P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R)$ (2)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $P \vee Q$ (h2)

Montrons $P \vee R$ (3)

$(\vee E)$

Montrons $P \vee (Q \Rightarrow R)$ (4)

d'après (h1)

Supposons que P (h3)

Montrons $P \vee R$ (5)

$(\vee Ig)$

Montrons P (6)

d'après (h3)

Supposons que $Q \Rightarrow R$ (h4)

Montrons $P \vee R$ (7)

$(\vee E)$

Montrons $P \vee Q$ (8)

d'après (h2)

Supposons que P (h5)

Montrons $P \vee R$ (9)

$(\vee Ig)$

Montrons P (10)

d'après (h5)

Supposons que Q (h6)

Montrons $P \vee R$ (11)

$(\vee Id)$

Montrons R (12)

$(\Rightarrow E)$

Montrons Q (13)

d'après (h6)

Montrons $Q \Rightarrow R$ (14)

d'après (h4)

Supposons que $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})$ (h7)

Montrons $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R})$ (15)

(TE)

Supposons que \mathbf{P} (h8)

Montrons $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R})$ (16)

(\vee Ig)

Montrons \mathbf{P} (17)

d'après (h8)

Supposons que $\neg \mathbf{P}$ (h9)

Montrons $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R})$ (18)

(\vee Id)

Montrons $\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R}$ (19)

(\Rightarrow I)

Supposons que \mathbf{Q} (h10)

Montrons \mathbf{R} (20)

(\vee E)

Montrons $\mathbf{P} \vee \mathbf{R}$ (21)

(\Rightarrow E)

Montrons $\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$ (22)

(\vee Id)

Montrons \mathbf{Q} (23)

d'après (h10)

Montrons $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})$ (24)

d'après (h7)

Supposons que \mathbf{P} (h11)

Montrons \mathbf{R} (25)

(\perp E)

Montrons \perp (26)

(\neg E)

Montrons \mathbf{P} (27)

d'après (h11)

Montrons $\neg \mathbf{P}$ (28)

d'après (h9)

Supposons que \mathbf{R} (h12)

Montrons **R** (29)
d'après (h12)