

EXERCICE 38

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A B C**,

$$((A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C) \Rightarrow (((A \Rightarrow C) \Rightarrow C) \Rightarrow ((B \Rightarrow C) \Rightarrow C)) \Rightarrow C$$

Supposons que $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C$ (h1)

Supposons que $((A \Rightarrow C) \Rightarrow C) \Rightarrow (((B \Rightarrow C) \Rightarrow C) \Rightarrow C)$ (h2)

Montrons C (1)

(TE)

Supposons que A (h3)

Montrons C (2)

($\Rightarrow E$)

Montrons $(B \Rightarrow C) \Rightarrow C$ (3)

(TE)

Supposons que B (h4)

Montrons $(B \Rightarrow C) \Rightarrow C$ (4)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $B \Rightarrow C$ (h5)

Montrons C (5)

($\Rightarrow E$)

Montrons B (6)

d'après (h4)

Montrons $B \Rightarrow C$ (7)

d'après (h5)

Supposons que $\neg B$ (h6)

Montrons $(B \Rightarrow C) \Rightarrow C$ (8)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $B \Rightarrow C$ (h7)

Montrons C (9)

($\Rightarrow E$)

Montrons $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ (10)

($\Rightarrow I$)

Supposons que A (h8)

Montrons $B \Rightarrow C$ (11)

d'après (h7)

Montrons $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C$ (12)

d'après (h1)

Montrons $((B \Rightarrow C) \Rightarrow C) \Rightarrow C$ (13)

($\Rightarrow E$)

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}) \Rightarrow \mathbf{C}$ (14)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$ (h9)

Montrons \mathbf{C} (15)

$(\Rightarrow E)$

Montrons \mathbf{A} (16)

d'après (h3)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$ (17)

d'après (h9)

Montrons $((\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}) \Rightarrow \mathbf{C}) \Rightarrow ((\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{C}) \Rightarrow \mathbf{C})$ (18)

d'après (h2)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h10)

Montrons \mathbf{C} (19)

$(\Rightarrow E)$

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{C})$ (20)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que \mathbf{A} (h11)

Montrons $\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{C}$ (21)

$(\perp E)$

Montrons \perp (22)

$(\neg E)$

Montrons \mathbf{A} (23)

d'après (h11)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (24)

d'après (h10)

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{C})) \Rightarrow \mathbf{C}$ (25)

d'après (h1)