

## 16 DISTRIBUTIVITÉ UNIVERSELLE

### Quantificateurs

*quels que soient* les prédictats  $\mathbf{A}$   $\mathbf{B}$ ,

$$(\forall x, (\mathbf{A}(x) \wedge \mathbf{B}(x))) \Rightarrow ((\forall x, \mathbf{A}(x)) \wedge (\forall x, \mathbf{B}(x)))$$

Supposons que  $\forall x, (\mathbf{A}(x) \wedge \mathbf{B}(x))$  (h1)

Montrons  $(\forall x, \mathbf{A}(x)) \wedge (\forall x, \mathbf{B}(x))$  (1)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\forall x, \mathbf{A}(x)$  (2)

( $\forall I$ )

*Soit* l'élément  $x$

Montrons  $\mathbf{A}(x)$  (3)

( $\wedge Eg$ )

Montrons  $\mathbf{A}(x) \wedge \mathbf{B}(x)$  (4)

( $\forall E$ )

Montrons  $\forall x, (\mathbf{A}(x) \wedge \mathbf{B}(x))$  (5)

d'après (h1)

Montrons  $\forall x, \mathbf{B}(x)$  (6)

( $\forall I$ )

*Soit* l'élément  $x$

Montrons  $\mathbf{B}(x)$  (7)

( $\wedge Ed$ )

Montrons  $\mathbf{A}(x) \wedge \mathbf{B}(x)$  (8)

( $\forall E$ )

Montrons  $\forall x, (\mathbf{A}(x) \wedge \mathbf{B}(x))$  (9)

d'après (h1)