

EXERCICE 7

Devoir 2 (Preuves avec Edukera - quantificateurs)

Lili Zheng - 18193

quel que soit le prédicat F ,

$$((\exists x, \neg(F(x))) \Leftrightarrow \neg(\forall x, F(x)))$$

Montrons ($\exists x, \neg(F(x)) \Leftrightarrow \neg(\forall x, F(x))$) (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\exists x, \neg(F(x))$ (h1)

Montrons $\neg(\forall x, F(x))$ (2)

($\neg I$)

Supposons que $\forall x, F(x)$ (h2)

Montrons \perp (3)

($\exists E$)

Montrons $\exists x, \neg(F(x))$ (4)

d'après (h1)

Soit l'élément a

Supposons que $\neg(F(a))$ (h3)

Montrons \perp (5)

($\neg E$)

Montrons $F(a)$ (6)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, F(x)$ (7)

d'après (h2)

Montrons $\neg(F(a))$ (8)

d'après (h3)

Supposons que $\neg(\forall x, F(x))$ (h4)

Montrons $\exists x, \neg(F(x))$ (9)

(A)

Supposons que $\neg(\exists x, \neg(F(x)))$ (h5)

Montrons \perp (10)

($\neg E$)

Soit l'élément a

Montrons $F(a)$ (11)

(A)

Supposons que $\neg(F(a))$ (h6)

Montrons \perp (12)

($\neg E$)

Montrons $\exists x, \neg(\mathbf{F}(x))$ (13)
($\exists I$)

Montrons $\neg(\mathbf{F}(\alpha))$ (14)
d'après (h6)

Montrons $\neg(\exists x, \neg(\mathbf{F}(x)))$ (15)
d'après (h5)

Montrons $\neg(\forall x, \mathbf{F}(x))$ (16)
d'après (h4)