

EXERCICE 35

Logique - Quantificateurs

quelle que soit la proposition P ,
quels que soient les prédictats $F G$,

$$\forall x, \forall y, (((F(x) \Rightarrow P) \wedge ((\forall z, F(z)) \wedge G(x))) \Rightarrow P)$$

Montrons $\forall x y, ((F(x) \Rightarrow P) \wedge ((\forall z, F(z)) \wedge G(x))) \Rightarrow P$ (1)

($\forall I$)

Soit l'élément x

Montrons $\forall y, ((F(x) \Rightarrow P) \wedge ((\forall z, F(z)) \wedge G(x))) \Rightarrow P$ (2)

($\forall I$)

Soit l'élément y

Montrons $((F(x) \Rightarrow P) \wedge ((\forall z, F(z)) \wedge G(x))) \Rightarrow P$ (3)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $(F(x) \Rightarrow P) \wedge ((\forall z, F(z)) \wedge G(x))$ (h1)

Montrons P (4)

($\Rightarrow E$)

Montrons $F(x)$ (5)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, F(x)$ (6)

($\wedge Eg$)

Montrons $(\forall x \theta, F(x \theta)) \wedge G(x)$ (7)

($\wedge Ed$)

Montrons $(F(x) \Rightarrow P) \wedge ((\forall z, F(z)) \wedge G(x))$ (8)

d'après (h1)

Montrons $F(x) \Rightarrow P$ (9)

($\wedge Eg$)

Montrons $(F(x) \Rightarrow P) \wedge ((\forall z, F(z)) \wedge G(x))$ (10)

d'après (h1)