

DIDACTICIEL 8

Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédictats \mathbf{P} \mathbf{Q} ,

$$((\exists x, (\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x))) \Rightarrow (\exists y, \mathbf{P}(y)))$$

Montrons $(\exists x, (\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x))) \Rightarrow (\exists y, \mathbf{P}(y))$ (1)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\exists x, (\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x))$ (h1)

Montrons $\exists y, \mathbf{P}(y)$ (2)

($\exists E$)

Montrons $\exists x, (\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x))$ (3)

d'après (h1)

Soit l'élément x

Supposons que $\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x)$ (h2)

Montrons $\exists y, \mathbf{P}(y)$ (4)

($\exists I$)

Montrons $\mathbf{P}(x)$ (5)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{P}(x) \wedge \mathbf{Q}(x)$ (6)

d'après (h2)