

EXERCICE 37

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A** **B**,

$$((A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B))$$

Montrons ($\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$) $\Leftrightarrow (\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B})$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (2)

(TE)

Supposons que \mathbf{A} (h2)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (3)

($\vee Id$)

Montrons \mathbf{B} (4)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{A} (5)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (6)

d'après (h1)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h3)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (7)

($\vee Ig$)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (8)

d'après (h3)

Supposons que $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h4)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (9)

($\Rightarrow I$)

Supposons que \mathbf{A} (h5)

Montrons \mathbf{B} (10)

($\vee E$)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (11)

d'après (h4)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h6)

Montrons \mathbf{B} (12)

($\perp E$)

Montrons \perp (13)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{A} (14)

...

a après (h5)

Montrons $\neg A$ (15)

d'après (h6)

Supposons que B (h7)

Montrons B (16)

d'après (h7)