

## 48 DISTRIBUTIVITÉ DE L'IMPLICATION 1/3

### Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions **A B C**,  
 $((A \Rightarrow (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)))$

---

Montrons  $(A \Rightarrow (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C))$  (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que  $A \Rightarrow (B \wedge C)$  (h1)

Montrons  $(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)$  (2)

$(\wedge I)$

Montrons  $A \Rightarrow B$  (3)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $A$  (h2)

Montrons  $B$  (4)

$(\wedge Eg)$

Montrons  $B \wedge C$  (5)

$(\Rightarrow E)$

Montrons  $A$  (6)

d'après (h2)

Montrons  $A \Rightarrow (B \wedge C)$  (7)

d'après (h1)

Montrons  $A \Rightarrow C$  (8)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $A$  (h3)

Montrons  $C$  (9)

$(\wedge Ed)$

Montrons  $B \wedge C$  (10)

$(\Rightarrow E)$

Montrons  $A$  (11)

d'après (h3)

Montrons  $A \Rightarrow (B \wedge C)$  (12)

d'après (h1)

Supposons que  $(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)$  (h4)

Montrons  $A \Rightarrow (B \wedge C)$  (13)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $A$  (h5)

Montrons  $B \wedge C$  (14)

$(\wedge I)$

Montrons  $B$  (15)

$(\Rightarrow E)$

*Montrons **A*** (16)

*d'après (h5)*

*Montrons **A**  $\Rightarrow$  **B*** (17)

$(\wedge Eg)$

*Montrons ( **A**  $\Rightarrow$  **B** )  $\wedge$  ( **A**  $\Rightarrow$  **C** )* (18)

*d'après (h4)*

*Montrons **C*** (19)

$(\Rightarrow E)$

*Montrons **A*** (20)

*d'après (h5)*

*Montrons **A**  $\Rightarrow$  **C*** (21)

$(\wedge Ed)$

*Montrons ( **A**  $\Rightarrow$  **B** )  $\wedge$  ( **A**  $\Rightarrow$  **C** )* (22)

*d'après (h4)*