

EXERCICE 23

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions P Q ,
 $(\neg\neg P \Rightarrow (\neg(P \wedge Q) \Rightarrow (P \wedge \neg Q)))$

Montrons $\neg\neg P \Rightarrow (\neg(P \wedge Q) \Rightarrow (P \wedge \neg Q))$ (1)

démonstration

Supposons que $\neg\neg P$ (h1)

Montrons $\neg(P \wedge Q) \Rightarrow (P \wedge \neg Q)$ (2)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\neg(P \wedge Q)$ (h2)

Montrons $P \wedge \neg Q$ (3)

($\wedge I$)

Montrons P (4)

(A)

Supposons que $\neg P$ (h3)

Montrons \perp (5)

($\neg E$)

Montrons $\neg P$ (6)

d'après (h3)

Montrons $\neg\neg P$ (7)

d'après (h1)

Montrons $\neg Q$ (8)

($\neg I$)

Supposons que Q (h4)

Montrons \perp (9)

($\neg E$)

Montrons $P \wedge Q$ (10)

($\wedge I$)

Montrons P (11)

(A)

Supposons que $\neg P$ (h5)

Montrons \perp (12)

($\neg E$)

Montrons $\neg P$ (13)

d'après (h5)

Montrons $\neg\neg P$ (14)

d'après (h1)

Montrons $\neg Q$ (15)

Montrons \mathbf{Q} (15)

d'après (h4)

Montrons $\neg(\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (16)

d'après (h2)