

## EXERCICE 34

### Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédictats  $\mathbf{F}$   $\mathbf{G}$ ,

$$\forall y, ((\mathbf{F}(\mathbf{y}) \wedge (\forall z, \mathbf{G}(\mathbf{z}))) \Rightarrow (\exists x, (\mathbf{F}(\mathbf{x}) \wedge \mathbf{G}(\mathbf{x}))))$$

Montrons  $\forall y, (\mathbf{F}(\mathbf{y}) \wedge (\forall z, \mathbf{G}(\mathbf{z}))) \Rightarrow (\exists x, (\mathbf{F}(\mathbf{x}) \wedge \mathbf{G}(\mathbf{x})))$  (1)

( $\forall I$ )

Soit l'élément  $y$

Montrons  $(\mathbf{F}(\mathbf{y}) \wedge (\forall z, \mathbf{G}(\mathbf{z}))) \Rightarrow (\exists x, (\mathbf{F}(\mathbf{x}) \wedge \mathbf{G}(\mathbf{x})))$  (2)

( $\Rightarrow I$ )

Supposons que  $\mathbf{F}(\mathbf{y}) \wedge (\forall z, \mathbf{G}(\mathbf{z}))$  (h1)

Montrons  $\exists x, (\mathbf{F}(\mathbf{x}) \wedge \mathbf{G}(\mathbf{x}))$  (3)

( $\exists I$ )

Montrons  $\mathbf{F}(\mathbf{y}) \wedge \mathbf{G}(\mathbf{y})$  (4)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\mathbf{F}(\mathbf{y})$  (5)

( $\wedge Eg$ )

Montrons  $\mathbf{F}(\mathbf{y}) \wedge (\forall z, \mathbf{G}(\mathbf{z}))$  (6)

d'après (h1)

Montrons  $\mathbf{G}(\mathbf{y})$  (7)

( $\forall E$ )

Montrons  $\forall x, \mathbf{G}(\mathbf{x})$  (8)

( $\wedge Ed$ )

Montrons  $\mathbf{F}(\mathbf{y}) \wedge (\forall z, \mathbf{G}(\mathbf{z}))$  (9)

d'après (h1)