

## 47 DISTRIBUTIVITÉ DE LA DISJONCTION 2/2

### Connecteurs

*quelles que soient* les propositions **P Q R**,  
 $((\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R})) \Leftrightarrow ((\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})))$

---

Montrons  $(\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R})) \Leftrightarrow ((\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \vee \mathbf{R}))$  (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R})$  (h1)

Montrons  $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})$  (2)

$(\vee E)$

Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R})$  (3)

d'après (h1)

Supposons que  $\mathbf{P}$  (h2)

Montrons  $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})$  (4)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$  (h3)

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{R}$  (5)

$(\vee Ig)$

Montrons  $\mathbf{P}$  (6)

d'après (h2)

Supposons que  $\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R}$  (h4)

Montrons  $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})$  (7)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$  (h5)

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{R}$  (8)

$(\vee E)$

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$  (9)

d'après (h5)

Supposons que  $\mathbf{P}$  (h6)

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{R}$  (10)

$(\vee Ig)$

Montrons  $\mathbf{P}$  (11)

d'après (h6)

Supposons que  $\mathbf{Q}$  (h7)

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{R}$  (12)

$(\vee Id)$

Montrons  $\mathbf{R}$  (13)

$(\Rightarrow E)$

Montrons  $\mathbf{Q}$  (14)

d'après (h7)

Montrons  $\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R}$  (15)

d'après (h4)

Supposons que  $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})$  (h8)

Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R})$  (16)

(TE)

Supposons que  $\mathbf{P}$  (h9)

Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R})$  (17)

( $\vee I_g$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (18)

d'après (h9)

Supposons que  $\neg \mathbf{P}$  (h10)

Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R})$  (19)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{R}$  (20)

( $\Rightarrow I$ )

Supposons que  $\mathbf{Q}$  (h11)

Montrons  $\mathbf{R}$  (21)

( $\vee E$ )

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{R}$  (22)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$  (23)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\mathbf{Q}$  (24)

d'après (h11)

Montrons  $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \Rightarrow (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})$  (25)

d'après (h8)

Supposons que  $\mathbf{P}$  (h12)

Montrons  $\mathbf{R}$  (26)

( $\perp E$ )

Montrons  $\perp$  (27)

( $\neg E$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (28)

*d'après* (h12)

*Montrons  $\neg \mathbf{P}$*  (29)

*d'après* (h10)

*Supposons que  $\mathbf{R}$*  (h13)

*Montrons  $\mathbf{R}$*  (30)

*d'après* (h13)