

EXERCICE 29

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \Rightarrow B))$

Montrons ($\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$) $\Leftrightarrow (\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B})$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (2)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h2)

Montrons \mathbf{B} (3)

($\vee E$)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (4)

d'après (h1)

Supposons que \mathbf{A} (h3)

Montrons \mathbf{B} (5)

($\perp E$)

Montrons \perp (6)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{A} (7)

d'après (h3)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (8)

d'après (h2)

Supposons que \mathbf{B} (h4)

Montrons \mathbf{B} (9)

d'après (h4)

Supposons que $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (h5)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (10)

(TE)

Supposons que \mathbf{A} (h6)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (11)

($\vee Ig$)

Montrons \mathbf{A} (12)

d'après (h6)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h7)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (13)

($\vee Id$)

Montrons \mathbf{B} (14)

- ($\Rightarrow E$)
 - [Montrons $\neg A$ (15)
 - d'après (h7)
 - [Montrons $\neg A \Rightarrow B$ (16)
 - d'après (h5)