Sorbonne Université	**LRC**	M1 ANDROIDE
ANNÉE 2018-2019	**Examen Réparti 2**	M1 DAC

Correction : **Eléments de correction**

Durée 2h - documents et calculatrices non autorisés

Le barème n'est donné qu'à titre indicatif

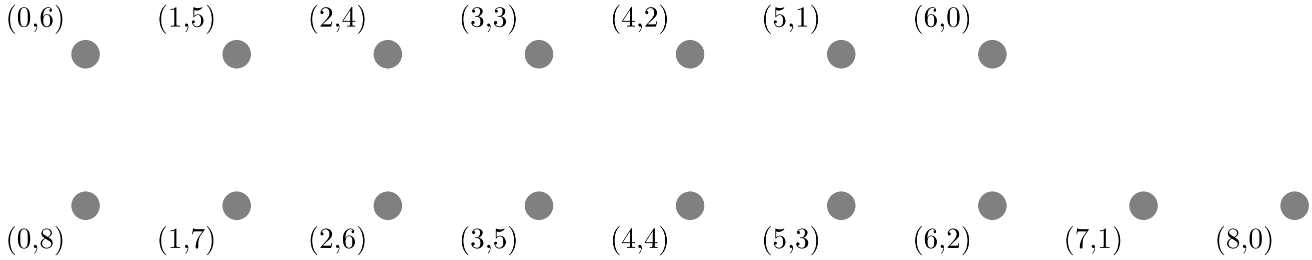
1 Logique épistémique

Exercice 1 – Modélisation et annonces publiques – *9 points*

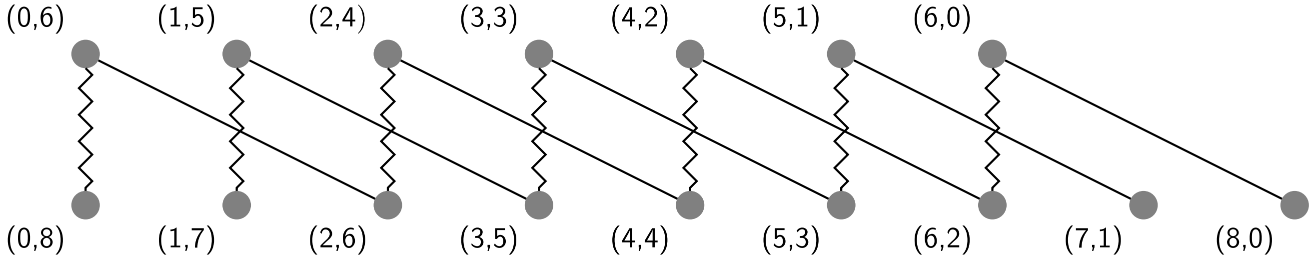
Un roi fait venir deux peintres qu'il tient prisonniers (Robert et Sonia) dans une pièce et leur fait porter à chacun une paire de lunettes. Le roi pose ensuite devant les deux prisonniers un tableau, qui comporte des points de couleurs. Le roi leur dit alors :

> "Sur ce tableau, il y a des points jaunes et rouges, et seulement de ces couleurs. Robert, tu ne peux voir que les points de couleur jaune. Sonia, tu ne peux voir que les points de couleur rouge. Il y a au total 8 ou 6 points. "

1. (1pt) La figure suivante indique les différents mondes possibles, où un monde (x, y) signifie que Robert voit x points et Sonia en voit y. Reproduisez cette disposition sur votre copie, et ajoutez les relations d'accessibilité correspondant à Robert et Sonia. (Vous supposerez que les relations sont implicitement réflexives et symétriques).



Correction : Les relations snake correspondent à celles de Robert, les droites à celles de Sonia. Note : le modèle consiste en effet en 2 composantes connexes : soit les deux peintres voient chacun un nombre de points pairs, soit les deux peintres voient chacun un nombre de points impairs.



2. (1.5 pt) Supposons à présent que la situation réelle soit la suivante : Robert voit 4 points et Sonia voit 4 points, correspondant au monde $(4, 4)$. Par ailleurs, on utilisera les propositions xn pour signifier "x voit exactement n points." Ainsi, par exemple, on peut écrire la formule $K_r(s2)$, qui signifie que Robert sait que Sonia voit 2 points.

   Donner les formules de logique épistémique correspondant aux énoncés suivants :

   (a) Robert sait que Sonia ne voit pas 0 point.

   (b) Robert sait que Sonia sait qu'il ne voit pas 2 points.

   (c) tout le monde sait que Robert ne voit pas 0 point.

(d) il est connaissance commune que Sonia ne voit pas 0 point.

(e) il est connaissance distribuée que Robert voit 4 points et que Sonia voit 4 points.

Correction :Les modalités de groupe E, C, D portent implicitement sur $\{R, S\}$.

(a) $K_r \neg s0$

(b) $K_r K_s \neg r2$

(c) $E \neg s0$ (ou bien $K_r \neg s0 \wedge K_s \neg s0$)

(d) $C \neg s0$

(e) $D(r4 \wedge s4)$

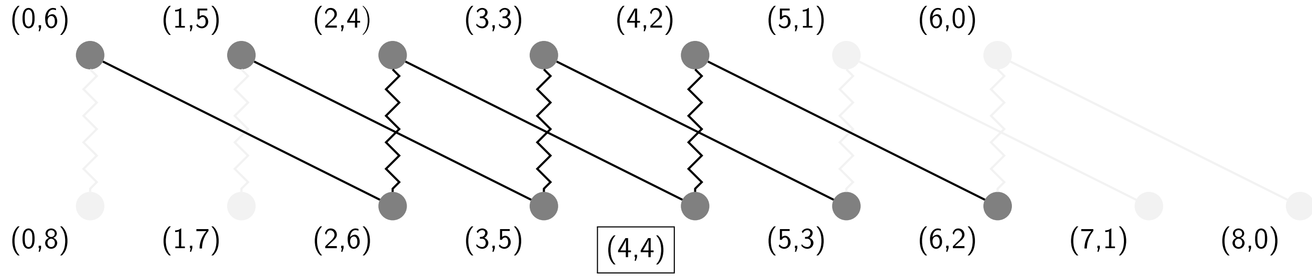
3. (2.5pts) Indiquez, pour chacune de ces formules, si elle est vraie dans le monde $(4, 4)$.
   Correction :
   (a) $M, (4, 4) \models K_r \neg s0$ ✓ [seul les mondes $(4, 4)$ et $(4, 2)$ sont accessibles, $\neg s0$ est vrai dans ces 2 mondes.]
   (b) $M, (4, 4) \models K_r K_s \neg r2$ $\times$ [le monde $(2, 4)$ est accessible, et $r2$ est faux en ce monde.]
   (c) $M, (4, 4) \models E \neg s0$ (ou bien $K_r \neg s0 \wedge K_s \neg s0$) : ✓ [mondes accessibles : $(4, 2)$, $(4, 4)$, $(2, 4)$, $\neg s0$ vrai en tous ces mondes.]
   (d) $M, (4, 4) \models C_{R,S} \neg s0$: $\times$ [les mondes $(6, 0$ et $(8, 0)$ accessibles, en particulier, or $\neg s_0$ y est faux.]
   (e) $M, (4, 4) \models D_{R,S}(r4 \wedge s4)$: ✓ [en connaissance distribuée, tous les mondes sont distinguables (aucune intersection des relations d'accessibilité), en particulier pour $(4, 4)$.]

4. (1.5pt) Indiquez si les formules suivantes sont vraies :
   (a) $M, (4, 4) \models C_{\{r,s\}} \neg s1$
   (b) $M \models C_{\{r,s\}} \neg s0$
   (c) $M \models C_{\{r,s\}} \neg s0 \vee C_{\{r,s\}} \neg s1$
   Correction :
   (a) $M, (4, 4) \models C \neg s1$: ✓ [Aucun monde accessible depuis $(4, 4)$ où $s1$ est vrai. (Diffère de $s0$ par exemple)]
   (b) $M \models C \neg s0$: $\times$ [n'est pas vrai en $(8, 0)$, par exemple.]
   (c) $M \models C \neg s0 \vee C \neg s1$: ✓ [soit le monde appartient la composante connexe des mondes (impair,impair) et la première partie de la disjonction est vraie, sot le monde appartient à la composante connexe des mondes (par,pair) et la deuxième partie de la disjonction est vraie.]

5. (1.5pt) Le roi explique ensuite :

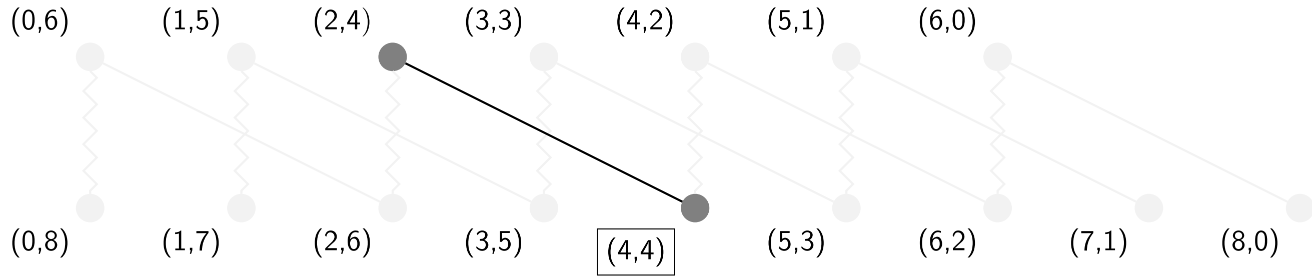
   > "Chaque jour, je vais demander publiquement à l'un de vous, alternativement, si il sait si le tableau comporte 6 ou 8 points. Si vous pouvez me répondre avec certitude, je vous libère tous les deux. Sinon, je vous condamne à regarder ce tableau pour le reste de vos jours."

   Le premier jour, la question est posée à Robert qui répond publiquement : "Je ne sais pas.".
   Le deuxième jour, la question est posée à Sonia qui répond publiquement "Je ne sais pas".
   Indiquez, après chaque jour, comment la structure est modifiée ($i.e$ quels mondes sont éliminés).
   Correction : Après la première réponse, les mondes $(8, 0)$ et $(7, 1)$ sont éliminés. En effet, Robert voyait 7 ou 8 points il pourrait répondre avec certitude qu'il y a 8 points.
   Après la deuxième réponse, les mondes $(0, 8)$, $(1, 7)$, mais aussi $(5, 1)$ et $(6, 0)$ sont éliminés. En effet, prenons ce dernier monde comme exemple : après la première annonce, en $(6, 0)$, Sonia sait que le nombre de points est 6. Comme elle répond qu'elle ne sait pas ce monde est éliminé. Intuitivement, si Sonia ne voyait que 0 ou 1 point, sachant que Robert voit au plus 6 point, elle aurait pu répondre. La structure résultant après les deux annonces est la suivante, où l'on constate que ni Robert ni Sonia ne connaissent le nombre de point. [Note : on peut aussi accepter, par soucis de simplification, de ne considérer dès le début que les mondes dont les deux valeurs sont paires.]



6. (1pt) Est-il possible selon vous que, après un certain nombre de questions, Robert ou Sonia puisse répondre de manière certaine et indiquer le nombre de points présents sur le tableau ? Si oui, indiquez après combien de jours, en justifiant votre réponse. Si non, expliquez pourquoi.

   Correction : En suivant le même raisonnement, on constate que avec deux questions de plus, on obtient la structure suivante : Robert pourra donc à la question suivante répondre qu'il y a 8 points sur le tableau. (Remarquons qu'à ce moment là, Sonia hésite encore entre les mondes $(2, 4)$ et $(4, 4)$).

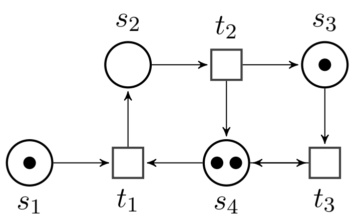


Références. L'exercice est librement inspiré de l'énigme décrite sur “The seemingly impossible escape” (Presh Talwalkar). Mind your Decisions Blog, puis reprise sur “The puzzle you can only solve with your best friend” (Brian Gallagher). *Facts so Romantic. The Nautilus Blog.* L'origine de l'énigme elle-même ne semble pas bien établie.

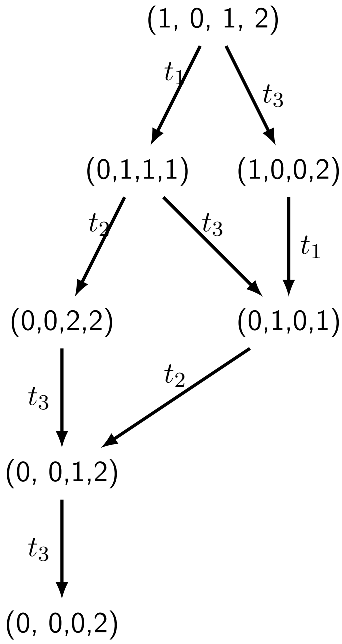
2 Réseaux de Petri

Exercice 2 – Analyse – *3 points*

On considère le réseau de Petri suivant



1. (1.5pt) Donner son graphe des marquages accessibles.

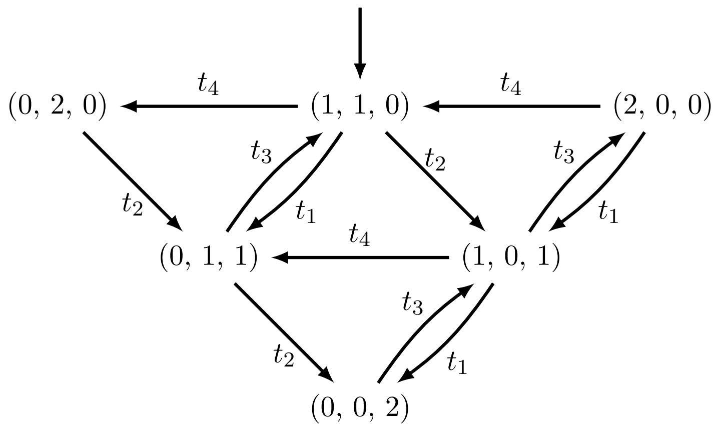


Correction :

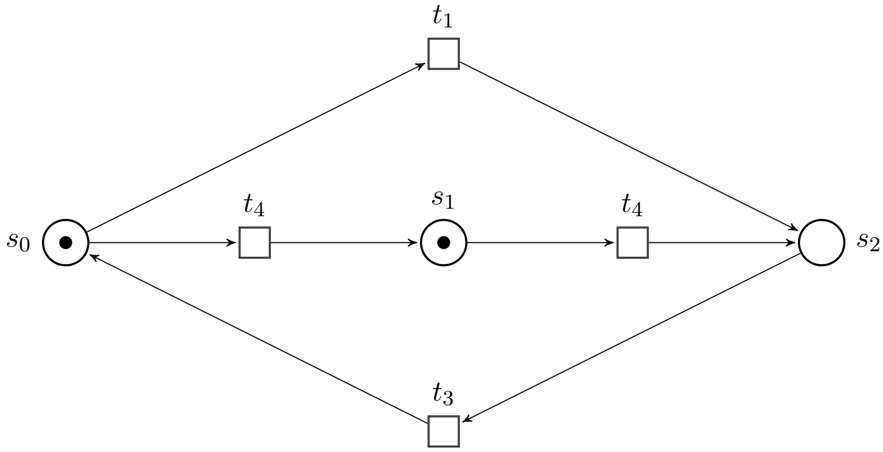
2. (1.5pt) Déterminer si le réseau est a) vivant, b) quasi-vivant, c) sans blocage, d) borné, e) réversible.
   Correction : Barème à définir
   marquage fini, donc borné, plus précisément 2-borné
   état puits donc non vivant et non réversible
   par contre quasi-vivant

Exercice 3 – Analyse – *3 points*

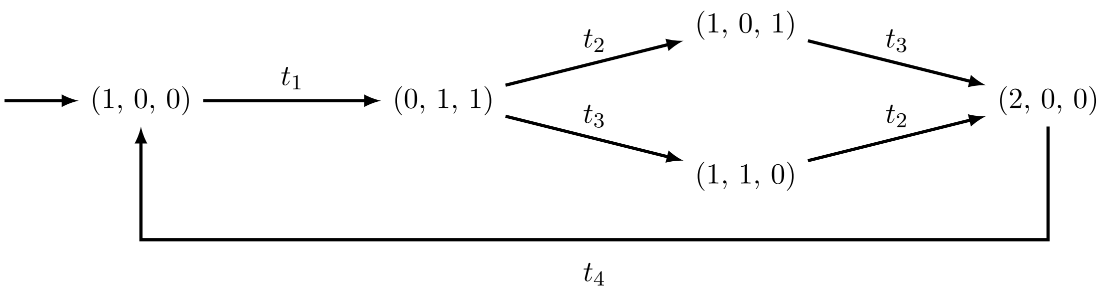
1. (1.5pt) Donner un réseau de Petri dont le graphe des marquages accessibles est le suivant



Correction :



2. (1.5pt) Expliquer pourquoi on ne peut pas construire de réseau de Petri dont le graphe des marquages accessibles est le suivant



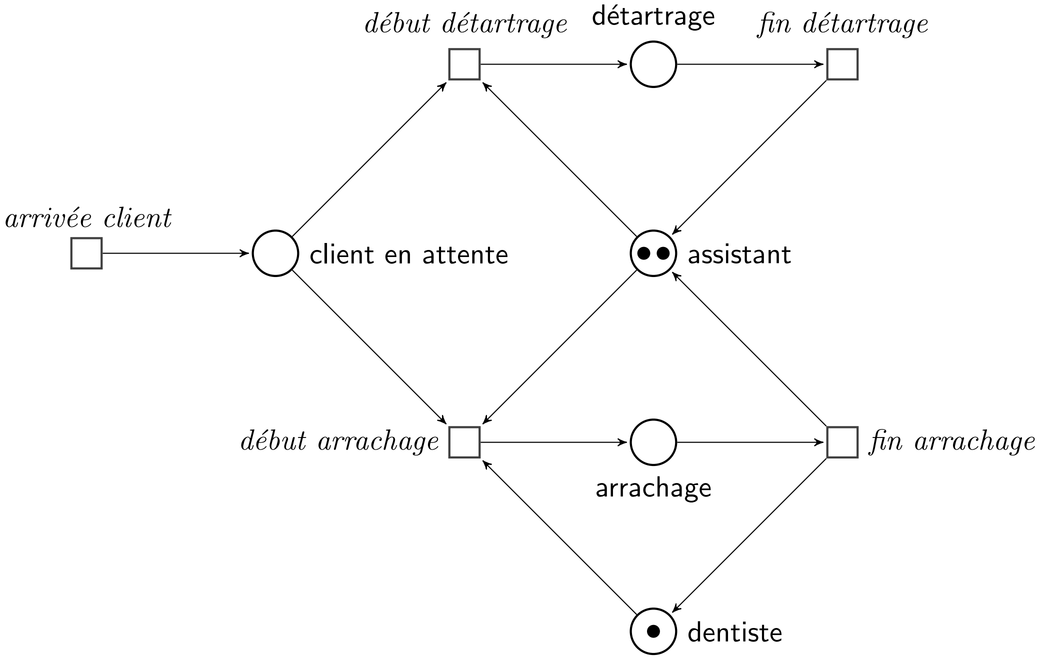
Correction : Il manque des transitions : d'après la première flèche t_1, on doit avoir une transition entre les places s_1 et s_2 qui consomme un jeton et en produit un. Mais alors la transition doit être déclenchable depuis l'état (2, 0, 0) qui prétend néanmoins ne pouvoir déclencher que t_4.

Exercice 4 – Modélisation – *5 points*

On considère une clinique dentaire où travaillent un dentiste et deux assistants. Les opérations de détartrage sont effectuées par un assistant, les arrachages de dents par le dentiste et un assistant. Quand les patients arrivent, ils s'installent dans la salle d'attente avant d'être pris en charge.

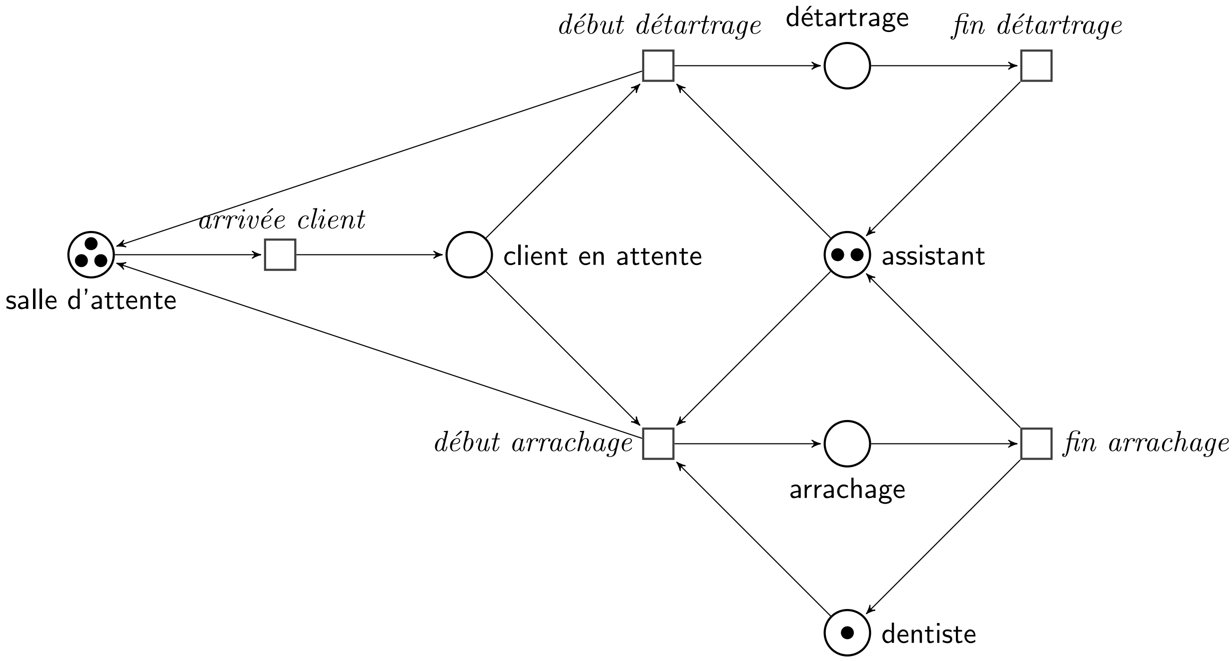
1. (3pts) Représenter le système par un réseau de Petri, en utilisant des transitions pour les débuts et les fins de traitement. Veillez à la lisibilité des solutions proposées, en particulier donnez des noms explicites aux places et aux transitions que vous utilisez. Précisez le marquage initial, en considérant qu'il n'y a pas de patient. .

   Correction :



2. (2pts) Quelle modification faut-il apporter pour modéliser un nombre N maximal de places disponibles dans la salle d'attente ?

   Correction : Il faut ajouter une place avant la transition correspondant à l'arrivée du client



3 Automate temporisé

Exercice 5 – Analyse – *2 points*
Donner trois mots, w_1, w_2 et w_3, reconnus par l'automate temporisé à 2 horloges, z_1 et z_2 ci-dessous, tels que

- w_1 contienne toutes les lettres de l'alphabet associé à l'automate
- w_2 soit de durée minimale
- w_3 soit de longueur minimale

en donnant pour chacun l'exécution correspondante de l'automate.