

EXERCICE 51

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A B C**,

$$(((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)))$$

Montrons $((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $(A \vee B) \Rightarrow C$ (h1)

Montrons $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$ (2)

($\wedge I$)

Montrons $A \Rightarrow C$ (3)

($\Rightarrow I$)

Supposons que A (h2)

Montrons C (4)

($\Rightarrow E$)

Montrons $A \vee B$ (5)

($\vee Ig$)

Montrons A (6)

d'après (h2)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (7)

d'après (h1)

Montrons $B \Rightarrow C$ (8)

($\Rightarrow I$)

Supposons que B (h3)

Montrons C (9)

($\Rightarrow E$)

Montrons $A \vee B$ (10)

($\vee Id$)

Montrons B (11)

d'après (h3)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (12)

d'après (h1)

Supposons que $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$ (h4)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (13)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $A \vee B$ (h5)

Montrons C (14)

($\vee E$)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (15)

Montrons A v B (15)

d'après (h5)

Supposons que A (h6)

Montrons C (16)

(⇒E)

Montrons A (17)

d'après (h6)

Montrons A ⇒ C (18)

(ΛEg)

Montrons (A ⇒ C) ∧ (B ⇒ C) (19)

d'après (h4)

Supposons que B (h7)

Montrons C (20)

(⇒E)

Montrons B (21)

d'après (h7)

Montrons B ⇒ C (22)

(ΛEd)

Montrons (A ⇒ C) ∧ (B ⇒ C) (23)

d'après (h4)