

## EXERCICE 25

### Logique - Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions **A** **B**,  
 $(\mathbf{A} \Leftrightarrow ((\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})))$

---

Montrons  $\mathbf{A} \Leftrightarrow ((\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}))$  (1)

( $\Leftrightarrow I$ )

Supposons que  $\mathbf{A}$  (h1)

Montrons  $(\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$  (2)

(TE)

Supposons que  $\mathbf{B}$  (h2)

Montrons  $(\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$  (3)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (4)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\mathbf{A}$  (5)

d'après (h1)

Montrons  $\mathbf{B}$  (6)

d'après (h2)

Supposons que  $\neg \mathbf{B}$  (h3)

Montrons  $(\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$  (7)

( $\vee Ig$ )

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$  (8)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\mathbf{A}$  (9)

d'après (h1)

Montrons  $\neg \mathbf{B}$  (10)

d'après (h3)

Supposons que  $(\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$  (h4)

Montrons  $\mathbf{A}$  (11)

( $\vee E$ )

Montrons  $(\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$  (12)

d'après (h4)

Supposons que  $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$  (h5)

Montrons  $\mathbf{A}$  (13)

( $\wedge Eg$ )

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$  (14)

d'après (h5)

Supposons que  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (h6)

*Montrons **A** (15)*

*( $\wedge$ Eg)*

*Montrons **A**  $\wedge$  **B** (16)*

*d'après (h6)*