

EXERCICE 20

Logique - Quantificateurs

quelle que soit la relation \mathbf{P} ,
 $((\forall xy, \mathbf{P}(x, y)) \Rightarrow (\forall xy, \mathbf{P}(y, x)))$

Montrons $(\forall xy, \mathbf{P}(x, y)) \Rightarrow (\forall xy, \mathbf{P}(y, x))$ (1)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\forall xy, \mathbf{P}(x, y)$ (h1)

Montrons $\forall xy, \mathbf{P}(y, x)$ (2)

($\forall I$)

Soit l'élément x

Montrons $\forall y, \mathbf{P}(y, x)$ (3)

($\forall I$)

Soit l'élément y

Montrons $\mathbf{P}(y, x)$ (4)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, \mathbf{P}(y, x)$ (5)

($\forall E$)

Montrons $\forall xy, \mathbf{P}(x, y)$ (6)

d'après (h1)