

48 DISTRIBUTIVITÉ DE L'IMPLICATION 1/3

Connecteurs

quelles que soient les propositions **A B C**,
 $((A \Rightarrow (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)))$

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})) \Leftrightarrow ((\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \wedge (\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (h1)

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \wedge (\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C})$ (2)

$(\wedge I)$

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (3)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que \mathbf{A} (h2)

Montrons \mathbf{B} (4)

$(\wedge Eg)$

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (5)

$(\Rightarrow E)$

Montrons \mathbf{A} (6)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (7)

d'après (h1)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$ (8)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que \mathbf{A} (h3)

Montrons \mathbf{C} (9)

$(\wedge Ed)$

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (10)

$(\Rightarrow E)$

Montrons \mathbf{A} (11)

d'après (h3)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (12)

d'après (h1)

Supposons que $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \wedge (\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C})$ (h4)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (13)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que \mathbf{A} (h5)

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (14)

$(\wedge I)$

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (15)

*Montrons **B*** (15)

($\Rightarrow E$)

*Montrons **A*** (16)

d'après (h5)

*Montrons **A** \Rightarrow **B*** (17)

($\wedge E$)

*Montrons (**A** \Rightarrow **B**) \wedge (**A** \Rightarrow **C**)* (18)

d'après (h4)

*Montrons **C*** (19)

($\Rightarrow E$)

*Montrons **A*** (20)

d'après (h5)

*Montrons **A** \Rightarrow **C*** (21)

($\wedge E$)

*Montrons (**A** \Rightarrow **B**) \wedge (**A** \Rightarrow **C**)* (22)

d'après (h4)