

## EXERCICE 25

### Logique - Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions **A** **B**,  
 $(A \Leftrightarrow ((A \wedge \neg B) \vee (A \wedge B)))$

---

*Montrons*  $\mathbf{A} \Leftrightarrow ((\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}))$  (1)

( $\Leftrightarrow I$ )

*Supposons que*  $\mathbf{A}$  (h1)

*Montrons* ( $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$  (2)

(TE)

*Supposons que*  $\mathbf{B}$  (h2)

*Montrons* ( $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$  (3)

( $\vee Id$ )

*Montrons*  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (4)

( $\wedge I$ )

*Montrons*  $\mathbf{A}$  (5)

*d'après* (h1)

*Montrons*  $\mathbf{B}$  (6)

*d'après* (h2)

*Supposons que*  $\neg \mathbf{B}$  (h3)

*Montrons* ( $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$  (7)

( $\vee Ig$ )

*Montrons*  $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$  (8)

( $\wedge I$ )

*Montrons*  $\mathbf{A}$  (9)

*d'après* (h1)

*Montrons*  $\neg \mathbf{B}$  (10)

*d'après* (h3)

*Supposons que* ( $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$  (h4)

*Montrons*  $\mathbf{A}$  (11)

( $\vee E$ )

*Montrons* ( $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}) \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$  (12)

*d'après* (h4)

*Supposons que*  $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$  (h5)

*Montrons*  $\mathbf{A}$  (13)

( $\wedge Eg$ )

*Montrons*  $\mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$  (14)

*d'après* (h5)

*Supposons que*  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (h6)

*Montrons A* (15)

$(\wedge Eg)$

*Montrons A  $\wedge$  B* (16)

*d'après (h6)*