

EXERCICE 32

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions \mathbf{P} \mathbf{Q} ,
 $((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \Rightarrow (\neg \mathbf{P} \vee \mathbf{Q}))$

Montrons $(\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \Rightarrow (\neg \mathbf{P} \vee \mathbf{Q})$ (1)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$ (h1)

Montrons $\neg \mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$ (2)

(TE)

Supposons que \mathbf{P} (h2)

Montrons $\neg \mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$ (3)

(TE)

Supposons que \mathbf{Q} (h3)

Montrons $\neg \mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$ (4)

$(\vee Id)$

Montrons \mathbf{Q} (5)

d'après (h3)

Supposons que $\neg \mathbf{Q}$ (h4)

Montrons $\neg \mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$ (6)

$(\vee Id)$

Montrons \mathbf{Q} (7)

$(\Rightarrow E)$

Montrons \mathbf{P} (8)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$ (9)

d'après (h1)

Supposons que $\neg \mathbf{P}$ (h5)

Montrons $\neg \mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$ (10)

$(\vee Ig)$

Montrons $\neg \mathbf{P}$ (11)

d'après (h5)