

## EXERCICE 11

Logique - Quantificateurs

*quels que soient* les prédicats  $F$   $G$ ,

*quelle que soit* la constante  $a$ ,

$$(((\exists x, F(x)) \vee G(a)) \Leftrightarrow (\exists x, (F(x) \vee G(a))))$$

---

Soit la constante  $a$

Montrons  $((\exists x, F(x)) \vee G(a)) \Leftrightarrow (\exists x, (F(x) \vee G(a)))$  (1)

( $\Leftrightarrow I$ )

Supposons que  $(\exists x, F(x)) \vee G(a)$  (h1)

Montrons  $\exists x, (F(x) \vee G(a))$  (2)

( $\vee E$ )

Montrons  $(\exists x, F(x)) \vee G(a)$  (3)

d'après (h1)

Supposons que  $\exists x, F(x)$  (h2)

Montrons  $\exists x, (F(x) \vee G(a))$  (4)

( $\exists E$ )

Montrons  $\exists x, F(x)$  (5)

d'après (h2)

Soit l'élément  $x$

Supposons que  $F(x)$  (h3)

Montrons  $\exists x, (F(x) \vee G(a))$  (6)

( $\exists I$ )

Montrons  $F(x) \vee G(a)$  (7)

( $\vee I_g$ )

Montrons  $F(x)$  (8)

d'après (h3)

Supposons que  $G(a)$  (h4)

Montrons  $\exists x, (F(x) \vee G(a))$  (9)

( $\exists I$ )

Montrons  $F(a) \vee G(a)$  (10)

( $\vee Id$ )

Montrons  $G(a)$  (11)

d'après (h4)

Supposons que  $\exists x, (F(x) \vee G(a))$  (h5)

Montrons  $(\exists x, F(x)) \vee G(a)$  (12)

( $\exists E$ )

Montrons  $\exists x, (F(x) \vee G(a))$  (13)

d'après (h5)

Soit l'élément  $x$

Supposons que  $F(x) \vee G(a)$  (h6)

Montrons  $(\exists x, F(x)) \vee G(a)$  (14)

( $\vee E$ )

Montrons  $F(x) \vee G(a)$  (15)

d'après (h6)

Supposons que  $F(x)$  (h7)

Montrons  $(\exists x, F(x)) \vee G(a)$  (16)

( $\vee I_g$ )

Montrons  $\exists x, F(x)$  (17)

( $\exists I$ )

Montrons  $F(x)$  (18)

d'après (h7)

Supposons que  $G(a)$  (h8)

Montrons  $(\exists x, F(x)) \vee G(a)$  (19)

( $\vee Id$ )

Montrons  $G(a)$  (20)

d'après (h8)