

EXERCICE 42

Logique - Quantificateurs

quelle que soit la constante a ,
quels que soient les prédicats R Q ,
 $\neg(\exists x, (R(x) \wedge \neg(Q(x)))) \Rightarrow (R(a) \Rightarrow Q(a))$

Soit la constante a

Supposons que $\neg(\exists x, (R(x) \wedge \neg(Q(x))))$ (h1)

Montrons $R(a) \Rightarrow Q(a)$ (1)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $R(a)$ (h2)

Montrons $Q(a)$ (2)

(A)

Supposons que $\neg(Q(a))$ (h3)

Montrons \perp (3)

($\neg E$)

Montrons $\exists x, (R(x) \wedge \neg(Q(x)))$ (4)

($\exists I$)

Montrons $R(a) \wedge \neg(Q(a))$ (5)

($\wedge I$)

Montrons $R(a)$ (6)

d'après (h2)

Montrons $\neg(Q(a))$ (7)

d'après (h3)

Montrons $\neg(\exists x, (R(x) \wedge \neg(Q(x))))$ (8)

d'après (h1)