

53 LOIS DE DE MORGAN 1/3

Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A B**,
 $(\neg (A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B))$

Montrons $\neg (A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\neg (A \vee B)$ (h1)

Montrons $\neg A \wedge \neg B$ (2)

($\wedge I$)

Montrons $\neg A$ (3)

($\neg I$)

Supposons que A (h2)

Montrons \perp (4)

($\neg E$)

Montrons $A \vee B$ (5)

($\vee Ig$)

Montrons A (6)

d'après (h2)

Montrons $\neg (A \vee B)$ (7)

d'après (h1)

Montrons $\neg B$ (8)

($\neg I$)

Supposons que B (h3)

Montrons \perp (9)

($\neg E$)

Montrons $A \vee B$ (10)

($\vee Id$)

Montrons B (11)

d'après (h3)

Montrons $\neg (A \vee B)$ (12)

d'après (h1)

Supposons que $\neg A \wedge \neg B$ (h4)

Montrons $\neg (A \vee B)$ (13)

($\neg I$)

Supposons que $A \vee B$ (h5)

Montrons \perp (14)

($\neg E$)

Montrons A (15)

($\vee E$)

(\vee E)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (16)

d'après (h5)

Supposons que \mathbf{A} (h6)

Montrons \mathbf{A} (17)

d'après (h6)

Supposons que \mathbf{B} (h7)

Montrons \mathbf{A} (18)

(\perp E)

Montrons \perp (19)

(\neg E)

Montrons \mathbf{B} (20)

d'après (h7)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (21)

(\wedge Ed)

Montrons $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (22)

d'après (h4)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (23)

(\wedge Eg)

Montrons $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (24)

d'après (h4)