

EXERCICE 10

Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédicats F G ,

quelle que soit la constante a ,

$$(((\exists x, F(x)) \wedge G(a)) \Leftrightarrow (\exists x, (F(x) \wedge G(a))))$$

Soit la constante a

Montrons $((\exists x, F(x)) \wedge G(a)) \Leftrightarrow (\exists x, (F(x) \wedge G(a)))$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $(\exists x, F(x)) \wedge G(a)$ (h1)

Montrons $\exists x, (F(x) \wedge G(a))$ (2)

($\exists E$)

Montrons $\exists x, F(x)$ (3)

($\wedge E$)

Montrons $(\exists x, F(x)) \wedge G(a)$ (4)

d'après (h1)

Soit l'élément x

Supposons que $F(x)$ (h2)

Montrons $\exists x, (F(x) \wedge G(a))$ (5)

($\exists I$)

Montrons $F(x) \wedge G(a)$ (6)

($\wedge I$)

Montrons $F(x)$ (7)

d'après (h2)

Montrons $G(a)$ (8)

($\wedge E$)

Montrons $(\exists x, F(x)) \wedge G(a)$ (9)

d'après (h1)

Supposons que $\exists x, (F(x) \wedge G(a))$ (h3)

Montrons $(\exists x, F(x)) \wedge G(a)$ (10)

($\exists E$)

Montrons $\exists x, (F(x) \wedge G(a))$ (11)

d'après (h3)

Soit l'élément x

Supposons que $F(x) \wedge G(a)$ (h4)

Montrons $(\exists x, F(x)) \wedge G(a)$ (12)

($\wedge I$)

Montrons $\exists x, F(x)$ (13)

$(\exists I)$

Montrons $\mathbf{F} (\mathbf{x})$ (14)

$(\wedge Eg)$

Montrons $\mathbf{F} (\mathbf{x}) \wedge \mathbf{G} (\mathbf{a})$ (15)

d'après (h4)

Montrons $\mathbf{G} (\mathbf{a})$ (16)

$(\wedge Ed)$

Montrons $\mathbf{F} (\mathbf{x}) \wedge \mathbf{G} (\mathbf{a})$ (17)

d'après (h4)