

EXERCICE 28

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A** **B**,

$$((A \vee B) \Leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B))$$

Montrons ($\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$) $\Leftrightarrow \neg(\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B})$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg(\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B})$ (2)

($\neg I$)

Supposons que $\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B}$ (h2)

Montrons \perp (3)

($\vee E$)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (4)

d'après (h1)

Supposons que \mathbf{A} (h3)

Montrons \perp (5)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{A} (6)

d'après (h3)

Montrons $\neg\mathbf{A}$ (7)

($\wedge Eg$)

Montrons $\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B}$ (8)

d'après (h2)

Supposons que \mathbf{B} (h4)

Montrons \perp (9)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{B} (10)

d'après (h4)

Montrons $\neg\mathbf{B}$ (11)

($\wedge Ed$)

Montrons $\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B}$ (12)

d'après (h2)

Supposons que $\neg(\neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B})$ (h5)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (13)

(TE)

Supposons que \mathbf{A} (h6)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (14)

($\vee I$)

(Vig)

Montrons **A** (15)

d'après (h6)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h7)

Montrons **A** $\vee \mathbf{B}$ (16)

($\vee Id$)

Montrons **B** (17)

(A)

Supposons que $\neg \mathbf{B}$ (h8)

Montrons \perp (18)

($\neg E$)

Montrons $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (19)

($\wedge I$)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (20)

d'après (h7)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (21)

d'après (h8)

Montrons $\neg(\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (22)

d'après (h5)