

EXERCICE 42

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **P Q R**,
 $((P \vee (Q \vee R)) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow R) \Rightarrow R)))$

Montrons $(\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R})) \Rightarrow ((\neg \mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}) \Rightarrow ((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}) \Rightarrow \mathbf{R}))$ (1)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R})$ (h1)

Montrons $(\neg \mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}) \Rightarrow ((\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}) \Rightarrow \mathbf{R})$ (2)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\neg \mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}$ (h2)

Montrons $(\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}) \Rightarrow \mathbf{R}$ (3)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}$ (h3)

Montrons \mathbf{R} (4)

$(\vee E)$

Montrons $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R})$ (5)

d'après (h1)

Supposons que \mathbf{P} (h4)

Montrons \mathbf{R} (6)

$(\Rightarrow E)$

Montrons \mathbf{P} (7)

d'après (h4)

Montrons $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}$ (8)

d'après (h3)

Supposons que $\mathbf{Q} \vee \mathbf{R}$ (h5)

Montrons \mathbf{R} (9)

$(\vee E)$

Montrons $\mathbf{Q} \vee \mathbf{R}$ (10)

d'après (h5)

Supposons que \mathbf{Q} (h6)

Montrons \mathbf{R} (11)

$(\Rightarrow E)$

Montrons \mathbf{P} (12)

(A)

Supposons que $\neg \mathbf{P}$ (h7)

Montrons \perp (13)

$(\neg E)$

Montrons \mathbf{Q} (14)

d'après (h6)

Montrons $\neg \mathbf{Q}$ (15)

($\Rightarrow E$)

Montrons $\neg \mathbf{P}$ (16)

d'après (h7)

Montrons $\neg \mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}$ (17)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{R}$ (18)

d'après (h3)

Supposons que \mathbf{R} (h8)

Montrons \mathbf{R} (19)

d'après (h8)