

EXERCICE 27

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((A \wedge B) \Leftrightarrow \neg((A \Rightarrow \neg B)))$

Montrons $(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg((A \Rightarrow \neg B))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $A \wedge B$ (h1)

Montrons $\neg((A \Rightarrow \neg B))$ (2)

$(\neg I)$

Supposons que $A \Rightarrow \neg B$ (h2)

Montrons \perp (3)

$(\neg E)$

Montrons B (4)

$(\wedge E)$

Montrons $A \wedge B$ (5)

d'après (h1)

Montrons $\neg B$ (6)

$(\Rightarrow E)$

Montrons A (7)

$(\wedge E)$

Montrons $A \wedge B$ (8)

d'après (h1)

Montrons $A \Rightarrow \neg B$ (9)

d'après (h2)

Supposons que $\neg((A \Rightarrow \neg B))$ (h3)

Montrons $A \wedge B$ (10)

$(\wedge I)$

Montrons A (11)

(TE)

Supposons que A (h4)

Montrons A (12)

d'après (h4)

Supposons que $\neg A$ (h5)

Montrons A (13)

$(\perp E)$

Montrons \perp (14)

$(\neg E)$

Montrons $A \Rightarrow \neg B$ (15)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que **A** (h6)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (16)

($\neg I$)

Supposons que **B** (h7)

Montrons \perp (17)

($\neg E$)

Montrons **A** (18)

d'après (h6)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (19)

d'après (h5)

Montrons $\neg ((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$ (20)

d'après (h3)

Montrons **B** (21)

(A)

Supposons que $\neg \mathbf{B}$ (h8)

Montrons \perp (22)

($\neg E$)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$ (23)

($\Rightarrow I$)

Supposons que **A** (h9)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (24)

d'après (h8)

Montrons $\neg ((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$ (25)

d'après (h3)