

EXERCICE 51

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A B C**,
 $((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$

Montrons $((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $(A \vee B) \Rightarrow C$ (h1)

Montrons $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$ (2)

$(\wedge I)$

Montrons $A \Rightarrow C$ (3)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que A (h2)

Montrons C (4)

$(\Rightarrow E)$

Montrons $A \vee B$ (5)

$(\vee I_g)$

Montrons A (6)

d'après (h2)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (7)

d'après (h1)

Montrons $B \Rightarrow C$ (8)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que B (h3)

Montrons C (9)

$(\Rightarrow E)$

Montrons $A \vee B$ (10)

$(\vee Id)$

Montrons B (11)

d'après (h3)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (12)

d'après (h1)

Supposons que $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$ (h4)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (13)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $A \vee B$ (h5)

Montrons C (14)

$(\vee E)$

Montrons $A \vee B$ (15)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (15)

d'après (h5)

Supposons que \mathbf{A} (h6)

Montrons \mathbf{C} (16)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{A} (17)

d'après (h6)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$ (18)

($\wedge Eg$)

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}) \wedge (\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{C})$ (19)

d'après (h4)

Supposons que \mathbf{B} (h7)

Montrons \mathbf{C} (20)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{B} (21)

d'après (h7)

Montrons $\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{C}$ (22)

($\wedge Ed$)

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}) \wedge (\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{C})$ (23)

d'après (h4)