

EXERCICE 28

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A B**,
 $((A \vee B) \Leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B))$

Montrons $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Leftrightarrow \neg(\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg(\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (2)

$(\neg I)$

Supposons que $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (h2)

Montrons \perp (3)

$(\vee E)$

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (4)

d'après (h1)

Supposons que \mathbf{A} (h3)

Montrons \perp (5)

$(\neg E)$

Montrons \mathbf{A} (6)

d'après (h3)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (7)

$(\wedge Eg)$

Montrons $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (8)

d'après (h2)

Supposons que \mathbf{B} (h4)

Montrons \perp (9)

$(\neg E)$

Montrons \mathbf{B} (10)

d'après (h4)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (11)

$(\wedge Ed)$

Montrons $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (12)

d'après (h2)

Supposons que $\neg(\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (h5)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (13)

(TE)

Supposons que \mathbf{A} (h6)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (14)

$(\vee I)$

(Vig)

Montrons \mathbf{A} (15)

d'après (h6)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h7)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (16)

(VId)

Montrons \mathbf{B} (17)

(A)

Supposons que $\neg \mathbf{B}$ (h8)

Montrons \perp (18)

($\neg E$)

Montrons $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$ (19)

(\wedge)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (20)

d'après (h7)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (21)

d'après (h8)

Montrons $\neg (\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B})$ (22)

d'après (h5)