

## EXERCICE 26

### Logique - Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions **A** **B**,  
 $((A \wedge B) \Leftrightarrow \neg(\neg A \vee \neg B))$

---

*Montrons* ( $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ )  $\Leftrightarrow \neg(\neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B})$  (1)

( $\Leftrightarrow I$ )

*Supposons que*  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (h1)

*Montrons*  $\neg(\neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B})$  (2)

( $\neg I$ )

*Supposons que*  $\neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B}$  (h2)

*Montrons*  $\perp$  (3)

( $\vee E$ )

*Montrons*  $\neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B}$  (4)

*d'après* (h2)

*Supposons que*  $\neg\mathbf{A}$  (h3)

*Montrons*  $\perp$  (5)

( $\neg E$ )

*Montrons*  $\mathbf{A}$  (6)

( $\wedge Eg$ )

*Montrons*  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (7)

*d'après* (h1)

*Montrons*  $\neg\mathbf{A}$  (8)

*d'après* (h3)

*Supposons que*  $\neg\mathbf{B}$  (h4)

*Montrons*  $\perp$  (9)

( $\neg E$ )

*Montrons*  $\mathbf{B}$  (10)

( $\wedge Ed$ )

*Montrons*  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (11)

*d'après* (h1)

*Montrons*  $\neg\mathbf{B}$  (12)

*d'après* (h4)

*Supposons que*  $\neg(\neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B})$  (h5)

*Montrons*  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (13)

( $TE$ )

*Supposons que*  $\mathbf{A}$  (h6)

*Montrons*  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (14)

( $\wedge I$ )

*Montrons A* (15)

*d'après* (h6)

*Montrons B* (16)

(A)

*Supposons que  $\neg B$*  (h7)

*Montrons  $\perp$*  (17)

( $\neg E$ )

*Montrons  $\neg A \vee \neg B$*  (18)

( $\vee Id$ )

*Montrons  $\neg B$*  (19)

*d'après* (h7)

*Montrons  $\neg(\neg A \vee \neg B)$*  (20)

*d'après* (h5)

*Supposons que  $\neg A$*  (h8)

*Montrons A  $\wedge B$*  (21)

( $\perp E$ )

*Montrons  $\perp$*  (22)

( $\neg E$ )

*Montrons  $\neg A \vee \neg B$*  (23)

( $\vee Ig$ )

*Montrons  $\neg A$*  (24)

*d'après* (h8)

*Montrons  $\neg(\neg A \vee \neg B)$*  (25)

*d'après* (h5)