

47 DISTRIBUTIVITÉ DE LA DISJONCTION 2/2

Connecteurs

quelles que soient les propositions $P Q R$,
 $((P \vee (Q \Rightarrow R)) \Leftrightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R)))$

Montrons $(P \vee (Q \Rightarrow R)) \Leftrightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R))$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $P \vee (Q \Rightarrow R)$ (h1)

Montrons $(P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R)$ (2)

($\vee E$)

Montrons $P \vee (Q \Rightarrow R)$ (3)

d'après (h1)

Supposons que P (h2)

Montrons $(P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R)$ (4)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $P \vee Q$ (h3)

Montrons $P \vee R$ (5)

($\vee Ig$)

Montrons P (6)

d'après (h2)

Supposons que $Q \Rightarrow R$ (h4)

Montrons $(P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R)$ (7)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $P \vee Q$ (h5)

Montrons $P \vee R$ (8)

($\vee E$)

Montrons $P \vee Q$ (9)

d'après (h5)

Supposons que P (h6)

Montrons $P \vee R$ (10)

($\vee Ig$)

Montrons P (11)

d'après (h6)

Supposons que Q (h7)

Montrons $P \vee R$ (12)

($\vee Id$)

Montrons R (13)

($\Rightarrow E$)

Montrons Q (14)
d'après (h7)

Montrons Q \Rightarrow R (15)
d'après (h4)

Supposons que (P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R) (h8)

Montrons P \vee (Q \Rightarrow R) (16)

(TE)

Supposons que P (h9)

Montrons P \vee (Q \Rightarrow R) (17)

($\vee Ig$)

Montrons P (18)

d'après (h9)

Supposons que $\neg P$ (h10)

Montrons P \vee (Q \Rightarrow R) (19)

($\vee Id$)

Montrons Q \Rightarrow R (20)

($\Rightarrow I$)

Supposons que Q (h11)

Montrons R (21)

($\vee E$)

Montrons P \vee R (22)

($\Rightarrow E$)

Montrons P \vee Q (23)

($\vee Id$)

Montrons Q (24)

d'après (h11)

Montrons (P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R) (25)

d'après (h8)

Supposons que P (h12)

Montrons R (26)

($\perp E$)

Montrons \perp (27)

($\neg E$)

Montrons P (28)

d'après (h12)

Montrons $\neg \mathbf{P}$ (29)

d'après (h10)

Supposons que \mathbf{R} (h13)

Montrons \mathbf{R} (30)

d'après (h13)