

17 ASSOCIATIVITÉ DE LA CONJONCTION

Connecteurs

quelles que soient les propositions **A B C**,
 $((A \wedge (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \wedge C))$

Montrons $(\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})) \Leftrightarrow ((\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \wedge \mathbf{C})$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (h1)

Montrons $(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \wedge \mathbf{C}$ (2)

$(\wedge I)$

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (3)

$(\wedge I)$

Montrons \mathbf{A} (4)

$(\wedge Eg)$

Montrons $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (5)

d'après (h1)

Montrons \mathbf{B} (6)

$(\wedge Eg)$

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (7)

$(\wedge Ed)$

Montrons $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (8)

d'après (h1)

Montrons \mathbf{C} (9)

$(\wedge Ed)$

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (10)

$(\wedge Ed)$

Montrons $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (11)

d'après (h1)

Supposons que $(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \wedge \mathbf{C}$ (h2)

Montrons $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C})$ (12)

$(\wedge I)$

Montrons \mathbf{A} (13)

$(\wedge Eg)$

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (14)

$(\wedge Eg)$

Montrons $(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \wedge \mathbf{C}$ (15)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}$ (16)

$(\wedge I)$

Montrons **B** (17)

($\wedge E$)

Montrons **A** \wedge **B** (18)

($\wedge E$)

Montrons (**A** \wedge **B**) \wedge **C** (19)

d'après (h2)

Montrons **C** (20)

($\wedge E$)

Montrons (**A** \wedge **B**) \wedge **C** (21)

d'après (h2)