

17 DISTRIBUTIVITÉ EXISTENTIELLE

Quantificateurs

quels que soient les prédictats A B,

$$((\exists y, A(y)) \vee (\exists z, B(z))) \Rightarrow \exists x, (A(x) \vee B(x))$$

Supposons que $(\exists y, P(y)) \vee (\exists z, Q(z))$ (h1)

Montrons $\exists x, (P(x) \vee Q(x))$ (1)

($\forall E$)

Montrons $(\exists y, P(y)) \vee (\exists z, Q(z))$ (2)

d'après (h1)

Supposons que $\exists y, P(y)$ (h2)

Montrons $\exists x, (P(x) \vee Q(x))$ (3)

($\exists E$)

Montrons $\exists y, P(y)$ (4)

d'après (h2)

Soit l'élément a

Supposons que $P(a)$ (h3)

Montrons $\exists x, (P(x) \vee Q(x))$ (5)

($\exists I$)

Montrons $P(a) \vee Q(a)$ (6)

($\vee Ig$)

Montrons $P(a)$ (7)

d'après (h3)

Supposons que $\exists z, Q(z)$ (h4)

Montrons $\exists x, (P(x) \vee Q(x))$ (8)

($\exists E$)

Montrons $\exists z, Q(z)$ (9)

d'après (h4)

Soit l'élément a

Supposons que $Q(a)$ (h5)

Montrons $\exists x, (P(x) \vee Q(x))$ (10)

($\exists I$)

Montrons $P(a) \vee Q(a)$ (11)

($\vee Id$)

Montrons $Q(a)$ (12)

d'après (h5)