

EXERCICE 27

Logique - Connecteurs

quelles que soient les propositions **A B**,
 $((A \wedge B) \Leftrightarrow \neg((A \Rightarrow \neg B)))$

Montrons $(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \Leftrightarrow \neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$



Supposons que $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$ (2)

$(\neg I)$



Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$ (h2)

Montrons \perp (3)

$(\neg E)$



Montrons \mathbf{B} (4)

$(\wedge Ed)$



Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (5)

d'après (h1)



Montrons $\neg \mathbf{B}$ (6)

$(\Rightarrow E)$



Montrons \mathbf{A} (7)

$(\wedge Eg)$



Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (8)

d'après (h1)



Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$ (9)

d'après (h2)

Supposons que $\neg((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$ (h3)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (10)

$(\wedge I)$



Montrons \mathbf{A} (11)

(A)



Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h4)

Montrons \perp (12)

$(\neg E)$



Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$ (13)

$(\Rightarrow I)$



Supposons que \mathbf{A} (h5)



Montrons $\neg \mathbf{B}$ (14)

$(\perp E)$



Montrons $\neg \mathbf{A} \Rightarrow \perp$ (15)

Montrons \perp (15)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{A} (16)

d'après (h5)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (17)

d'après (h4)

Montrons $\neg ((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$ (18)

d'après (h3)

Montrons \mathbf{B} (19)

(A)

Supposons que $\neg \mathbf{B}$ (h6)

Montrons \perp (20)

($\neg E$)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$ (21)

($\Rightarrow I$)

Supposons que \mathbf{A} (h7)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (22)

d'après (h6)

Montrons $\neg ((\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}))$ (23)

d'après (h3)