

## EXERCICE 36

### Logique - Connecteurs

*quelles que soient* les propositions  $P$   $Q$ ,

$$(\neg P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow ((\neg Q \Rightarrow (Q \Rightarrow P)) \Rightarrow ((Q \Rightarrow \neg((Q \Rightarrow P))) \Rightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q))))$$

Supposons que  $\neg \mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$  (h1)

Supposons que  $\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}$  (h2)

Supposons que  $\neg \mathbf{Q} \Rightarrow (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{P})$  (h3)

Supposons que  $\mathbf{Q} \Rightarrow \neg((\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{P}))$  (h4)

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (1)

(TE)

Supposons que  $\mathbf{Q}$  (h5)

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (2)

(TE)

Supposons que  $\mathbf{P}$  (h6)

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (3)

( $\vee Ig$ )

Montrons  $\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}$  (4)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (5)

d'après (h6)

Montrons  $\neg \mathbf{Q}$  (6)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (7)

d'après (h6)

Montrons  $\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}$  (8)

d'après (h2)

Supposons que  $\neg \mathbf{P}$  (h7)

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (9)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$  (10)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\neg \mathbf{P}$  (11)

d'après (h7)

Montrons  $\mathbf{Q}$  (12)

d'après (h5)

Supposons que  $\neg \mathbf{Q}$  (h8)

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (13)

(TE)

Supposons que  $\mathbf{P}$  (h9)

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (14)

( $\vee Ig$ )

Montrons  $\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}$  (15)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (16)

d'après (h9)

Montrons  $\neg \mathbf{Q}$  (17)

d'après (h8)

Supposons que  $\neg \mathbf{P}$  (h10)

Montrons  $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$  (18)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$  (19)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\neg \mathbf{P}$  (20)

d'après (h10)

Montrons  $\mathbf{Q}$  (21)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons  $\neg \mathbf{P}$  (22)

d'après (h10)

Montrons  $\neg \mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$  (23)

d'après (h1)