

EXERCICE 36

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **P** **Q**,

$$(\neg \mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}) \Rightarrow ((\mathbf{P} \Rightarrow \neg \mathbf{Q}) \Rightarrow ((\neg \mathbf{Q} \Rightarrow (\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{P})) \Rightarrow ((\mathbf{Q} \Rightarrow \neg((\mathbf{Q} \Rightarrow \mathbf{P}))) \Rightarrow ((\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}))))))$$

Supposons que $\neg P \Rightarrow Q$ (h1)

Supposons que $P \Rightarrow \neg Q$ (h2)

Supposons que $\neg Q \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$ (h3)

Supposons que $Q \Rightarrow \neg((Q \Rightarrow P))$ (h4)

Montrons $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ (1)

(TE)

Supposons que Q (h5)

Montrons $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ (2)

(TE)

Supposons que P (h6)

Montrons $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ (3)

($\vee Id$)

Montrons $\neg P \wedge Q$ (4)

($\perp E$)

Montrons \perp (5)

($\neg E$)

Montrons $Q \Rightarrow P$ (6)

($\Rightarrow I$)

Supposons que Q (h7)

Montrons P (7)

d'après (h6)

Montrons $\neg((Q \Rightarrow P))$ (8)

($\Rightarrow E$)

Montrons Q (9)

d'après (h5)

Montrons $Q \Rightarrow \neg((Q \Rightarrow P))$ (10)

d'après (h4)

Supposons que $\neg P$ (h8)

Montrons $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ (11)

($\vee Id$)

Montrons $\neg P \wedge Q$ (12)

($\wedge I$)

Montrons $\neg P$ (13)

d'après (h8)

→ il faut pas
choisir a droite ou a
gauche sinon c bloque
il faut stock les
supposition dans un
premier temps.

Montrons \mathbf{Q} (14)

d'après (h5)

Supposons que $\neg \mathbf{Q}$ (h9)

Montrons $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (15)

(TE)

Supposons que \mathbf{P} (h10)

Montrons $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (16)

(\vee Ig)

Montrons $\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}$ (17)

(\wedge I)

Montrons \mathbf{P} (18)

d'après (h10)

Montrons $\neg \mathbf{Q}$ (19)

d'après (h9)

Supposons que $\neg \mathbf{P}$ (h11)

Montrons $(\mathbf{P} \wedge \neg \mathbf{Q}) \vee (\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q})$ (20)

(\vee Id)

Montrons $\neg \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$ (21)

(\wedge I)

Montrons $\neg \mathbf{P}$ (22)

d'après (h11)

Montrons \mathbf{Q} (23)

(\Rightarrow E)

Montrons $\neg \mathbf{P}$ (24)

d'après (h11)

Montrons $\neg \mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Q}$ (25)

d'après (h1)