

## 24 LOIS DE DE MORGAN 2/4

### Quantificateurs

*quel que soit* le prédicat  $F$ ,

$$((\exists x, \neg (F(x))) \Leftrightarrow \neg (\forall x, F(x)))$$

---

Montrons  $(\exists x, \neg (F(x))) \Leftrightarrow \neg (\forall x, F(x))$  (1)

( $\Leftrightarrow I$ )

Supposons que  $\exists x, \neg (F(x))$  (h1)

Montrons  $\neg (\forall x, F(x))$  (2)

( $\exists E$ )

Montrons  $\exists x, \neg (F(x))$  (3)

d'après (h1)

Soit l'élément  $a$

Supposons que  $\neg (F(a))$  (h2)

Montrons  $\neg (\forall x, F(x))$  (4)

( $\neg I$ )

Supposons que  $\forall x, F(x)$  (h3)

Montrons  $\perp$  (5)

( $\neg E$ )

Montrons  $F(a)$  (6)

( $\forall E$ )

Montrons  $\forall x, F(x)$  (7)

d'après (h3)

Montrons  $\neg (F(a))$  (8)

d'après (h2)

Supposons que  $\neg (\forall x, F(x))$  (h4)

Montrons  $\exists x, \neg (F(x))$  (9)

( $A$ )

Supposons que  $\neg (\exists x, \neg (F(x)))$  (h5)

Montrons  $\perp$  (10)

( $\neg E$ )

Montrons  $\forall x, F(x)$  (11)

( $\forall I$ )

Soit l'élément  $a$

Montrons  $F(a)$  (12)

( $A$ )

Supposons que  $\neg (F(a))$  (h6)

*Montrons  $\perp$  (13)*

*( $\neg E$ )*

*Montrons  $\exists x, \neg ( \mathbf{F} ( \mathbf{x} ) )$  (14)*

*( $\exists I$ )*

*Montrons  $\neg ( \mathbf{F} ( \mathbf{a} ) )$  (15)*

*d'après (h6)*

*Montrons  $\neg ( \exists x, \neg ( \mathbf{F} ( \mathbf{x} ) ) )$  (16)*

*d'après (h5)*

*Montrons  $\neg ( \forall x, \mathbf{F} ( \mathbf{x} ) )$  (17)*

*d'après (h4)*