

EXERCICE 37

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B))$

Montrons ($\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$) $\Leftrightarrow (\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B})$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (2)

(TE)

Supposons que \mathbf{A} (h2)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (3)

(TE)

Supposons que \mathbf{B} (h3)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (4)

($\vee Id$)

Montrons \mathbf{B} (5)

d'après (h3)

Supposons que $\neg \mathbf{B}$ (h4)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (6)

($\vee Id$)

Montrons \mathbf{B} (7)

($\Rightarrow E$)

Montrons \mathbf{A} (8)

d'après (h2)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (9)

d'après (h1)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h5)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (10)

($\vee Ig$)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (11)

d'après (h5)

Supposons que $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (h6)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (12)

($\vee E$)

Montrons $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (13)

d'après (h6)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h7)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (14)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que \mathbf{A} (h8)

Montrons \mathbf{B} (15)

$(\perp E)$

Montrons \perp (16)

$(\neg E)$

Montrons \mathbf{A} (17)

d'après (h8)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (18)

d'après (h7)

Supposons que \mathbf{B} (h9)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (19)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que \mathbf{A} (h10)

Montrons \mathbf{B} (20)

d'après (h9)