

## 18 ASSOCIATIVITÉ DE LA DISJONCTION

### Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions **A** **B** **C**,

$$((A \vee (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \vee C))$$

---

*Montrons* ( $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$ )  $\Leftrightarrow ((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C})$  (1)

( $\Leftrightarrow I$ )

*Supposons que*  $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$  (h1)

*Montrons* ( $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C}$  (2)

( $\vee E$ )

*Montrons*  $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$  (3)

*d'après* (h1)

*Supposons que*  $\mathbf{A}$  (h2)

*Montrons* ( $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C}$  (4)

( $\vee Ig$ )

*Montrons*  $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$  (5)

( $\vee Ig$ )

*Montrons*  $\mathbf{A}$  (6)

*d'après* (h2)

*Supposons que*  $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$  (h3)

*Montrons* ( $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C}$  (7)

( $\vee E$ )

*Montrons*  $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$  (8)

*d'après* (h3)

*Supposons que*  $\mathbf{B}$  (h4)

*Montrons* ( $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C}$  (9)

( $\vee Ig$ )

*Montrons*  $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$  (10)

( $\vee Id$ )

*Montrons*  $\mathbf{B}$  (11)

*d'après* (h4)

*Supposons que*  $\mathbf{C}$  (h5)

*Montrons* ( $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C}$  (12)

( $\vee Id$ )

*Montrons*  $\mathbf{C}$  (13)

*d'après* (h5)

*Supposons que* ( $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C}$  (h6)

*Montrons*  $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$  (14)

( $\vee E$ )

*Montrons* ( $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ )  $\vee \mathbf{C}$  (15)

*d'après* (h6)

*Supposons que*  $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$  (h7)

*Montrons*  $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$  (16)

( $\vee E$ )

*Montrons*  $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$  (17)

*d'après* (h7)

*Supposons que*  $\mathbf{A}$  (h8)

*Montrons*  $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$  (18)

( $\vee Ig$ )

*Montrons*  $\mathbf{A}$  (19)

*d'après* (h8)

*Supposons que*  $\mathbf{B}$  (h9)

*Montrons*  $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$  (20)

( $\vee Id$ )

*Montrons*  $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$  (21)

( $\vee Ig$ )

*Montrons*  $\mathbf{B}$  (22)

*d'après* (h9)

*Supposons que*  $\mathbf{C}$  (h10)

*Montrons*  $\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})$  (23)

( $\vee Id$ )

*Montrons*  $\mathbf{B} \vee \mathbf{C}$  (24)

( $\vee Id$ )

*Montrons*  $\mathbf{C}$  (25)

*d'après* (h10)