

## EXERCICE 26

### Logique - Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions **A** **B**,  
 $((\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \Leftrightarrow \neg(\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B}))$

---

Montrons  $(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \Leftrightarrow \neg(\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B})$  (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (h1)

Montrons  $\neg(\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B})$  (2)

$(\neg I)$

Supposons que  $\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B}$  (h2)

Montrons  $\perp$  (3)

$(\vee E)$

Montrons  $\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B}$  (4)

d'après (h2)

Supposons que  $\neg \mathbf{A}$  (h3)

Montrons  $\perp$  (5)

$(\neg E)$

Montrons  $\mathbf{A}$  (6)

$(\wedge E)$

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (7)

d'après (h1)

Montrons  $\neg \mathbf{A}$  (8)

d'après (h3)

Supposons que  $\neg \mathbf{B}$  (h4)

Montrons  $\perp$  (9)

$(\neg E)$

Montrons  $\mathbf{B}$  (10)

$(\wedge E)$

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (11)

d'après (h1)

Montrons  $\neg \mathbf{B}$  (12)

d'après (h4)

Supposons que  $\neg(\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B})$  (h5)

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (13)

$(TE)$

Supposons que  $\mathbf{A}$  (h6)

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (14)

$(\wedge I)$

Montrons **A** (15)

d'après (h6)

Montrons **B** (16)

(A)

Supposons que  $\neg \mathbf{B}$  (h7)

Montrons  $\perp$  (17)

( $\neg E$ )

Montrons  $\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B}$  (18)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\neg \mathbf{B}$  (19)

d'après (h7)

Montrons  $\neg (\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B})$  (20)

d'après (h5)

Supposons que  $\neg \mathbf{A}$  (h8)

Montrons  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$  (21)

( $\perp E$ )

Montrons  $\perp$  (22)

( $\neg E$ )

Montrons  $\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B}$  (23)

( $\vee Ig$ )

Montrons  $\neg \mathbf{A}$  (24)

d'après (h8)

Montrons  $\neg (\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B})$  (25)

d'après (h5)