

Atelier 4

Objectifs de formation

- Transformer un problème sous la forme d'un système linéaire puis le résoudre avec l'algorithme de Gauss sans recherche de pivot maximum
- idem avec recherche de pivot maximum.
- Mesurer l'impact des erreurs d'arrondi sur l'algorithme de Gauss sans recherche de pivot maximum.
- Idem avec recherche de pivot maximum.

1. : 45 mn

4 amis - Mélissa, Adam, Marion et Thomas - ont chacun acheté un panier de légumes qui contient des carottes, des navets, des tomates et des pommes de terre. Chacun connaît le prix de son panier et le poids en kilo des aliments contenus dans son panier.

Mélissa : 2,5 kg de carottes, 1,5 kg de navets, 1,7 kg de tomates et 2,5 kg de pommes de terres pour un total de 11,11 euros.

Adam : 1,7 kg de carottes, 1,8 kg de navets, 2,2 kg de tomates et 1,8 kg de pommes de terres pour un total de 10,67 euros.

Marion : 2,0 kg de carottes, 1,2 kg de navets, 2,5 kg de tomates et 3,0 kg de pommes de terres pour un total de 12,41 euros.

Thomas : 2,1 kg de carottes, 1,2 kg de navets, 2,2 kg de tomates et 1,5 kg de pommes de terres pour un total de 10,52 euros.

Ils cherchent à connaître le coût au kilo de chaque aliment.

Le résultats est 1,5 euros le kilo de carottes, 0,8 euros celui de navets, 2,3 euros celui de tomates et 0,9 euros celui de pommes de terre.

- Montrer que le problème conduit à la résolution d'un système linéaire.
- Écrire un programme permettant de résoudre le problème précédent à l'aide de la fonction `void gauss-sp(float *a, float *b, int n)`.
Cette fonction doit résoudre le système linéaire $a \cdot x = b$ d'ordre n par la méthode de Gauss sans recherche de pivot maximum où a est une matrice carrée d'ordre n stockée comme un vecteurs, b est le vecteur second membre qui devra contenir le vecteur solution à la fin de la fonction.

On utilisera une formulation classique de type `*(a + i*n + j)` pour désigner l'élément a_{ij} de la matrice a .

Le tester sur le cas précédent.

2. : 90 mn donnant lieu un à rendu

- Utiliser la fonction précédente pour résoudre le système

$$\begin{pmatrix} 21.0 & 130.0 & 0.0 & 2.1 \\ 13.0 & 80.0 & 4.74 & 752.0 \\ 0.0 & -0.4 & 3.9816 & 4.2 \\ 0.0 & 0.0 & 1.7 & 0.9 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 153.1 \\ 849.74 \\ 7.7816 \\ 2.6 \end{pmatrix}$$

en effectuant le calcul sous les 4 modes d'arrondi.

Noter les résultats.

- Écrire un programme permettant de résoudre un système linéaire à l'aide de la fonction `void gauss-ap(float *a, float *b, int n)`. Cette fonction doit résoudre le système linéaire $a \cdot x = b$ d'ordre n par la méthode de Gauss AVEC recherche partielle de pivot maximum. a est matrice carré d'ordre n stockée comme un vecteurs, b est le vecteur second membre qui devra contenir le vecteur solution à la fin de la fonction.

On utilisera une formulation classique de type $*(a + i*n + j)$ pour désigner l'élément a_{ij} de la matrice a .

Le tester sur le cas de la première activité.

- Utiliser la fonction précédente pour résoudre le système

$$\begin{pmatrix} 21.0 & 130.0 & 0.0 & 2.1 \\ 13.0 & 80.0 & 4.74 & 752.0 \\ 0.0 & -0.4 & 3.9816 & 4.2 \\ 0.0 & 0.0 & 1.7 & 0.9 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 153.1 \\ 849.74 \\ 7.7816 \\ 2.6 \end{pmatrix}$$

en effectuant le calcul sous les 4 modes d'arrondi.

Noter les résultats.

Expliquer la différence avec les résultats obtenus avec l'algorithme de Gauss sans recherche de pivot maximum.

3. : 45mn : la propagation d'arrondi dans le cas général

- Écrire un programme qui calcule la solution d'un système linéaire $a \cdot x = b$ de dimension n où les coefficients de a sont des flottants aléatoires entre -100 et $+100$ et b tel que le vecteur solution soit $(1, 2, \dots, n)$.
- Comparer la qualité numérique des résultats si on utilise l'algorithme de Gauss avec ou sans recherche partielle de pivot pour $n = 100, 500$ et 1000 .

4. : optionnelle : calcul du coût de la recherche partielle de pivot

Calculer les temps de calcul de la résolution du système linéaire de l'activité précédente pour $n = 1000$ avec l'algorithme de Gauss avec ou sans recherche partielle de pivot.

Qu'en concluez-vous.