

EXERCICE 22

Logique - Quantificateurs

quelle que soit la relation \mathbf{P} ,
 $(\exists x, \forall y, \mathbf{P}(x, y)) \Rightarrow \forall y, \exists x, \mathbf{P}(x, y)$

Supposons que $\exists x, \forall y, \mathbf{P}(x, y)$ (h1)

Montrons $\forall y, \exists x, \mathbf{P}(x, y)$ (1)

($\forall I$)

Soit l'élément b

Montrons $\exists x, \mathbf{P}(x, b)$ (2)

($\exists E$)

Montrons $\exists x, \forall y, \mathbf{P}(x, y)$ (3)

d'après (h1)

Soit l'élément a

Supposons que $\forall y, \mathbf{P}(a, y)$ (h2)

Montrons $\exists x, \mathbf{P}(x, b)$ (4)

($\exists I$)

Montrons $\mathbf{P}(a, b)$ (5)

($\forall E$)

Montrons $\forall y, \mathbf{P}(a, y)$ (6)

d'après (h2)