

## EXERCICE 51

### Logique - Connecteurs

Montrons que

*quelles que soient* les propositions **A B C**,  
 $((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Rightarrow \mathbf{C}) \Leftrightarrow ((\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}) \wedge (\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{C}))$

---

Montrons  $((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$  (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que  $(A \vee B) \Rightarrow C$  (h1)

Montrons  $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$  (2)

$(\wedge I)$

Montrons  $A \Rightarrow C$  (3)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $A$  (h2)

Montrons  $C$  (4)

$(\Rightarrow E)$

Montrons  $A \vee B$  (5)

$(\vee Ig)$

Montrons  $A$  (6)

d'après (h2)

Montrons  $(A \vee B) \Rightarrow C$  (7)

d'après (h1)

Montrons  $B \Rightarrow C$  (8)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $B$  (h3)

Montrons  $C$  (9)

$(\Rightarrow E)$

Montrons  $A \vee B$  (10)

$(\vee Id)$

Montrons  $B$  (11)

d'après (h3)

Montrons  $(A \vee B) \Rightarrow C$  (12)

d'après (h1)

Supposons que  $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$  (h4)

Montrons  $(A \vee B) \Rightarrow C$  (13)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que  $A \vee B$  (h5)

Montrons  $C$  (14)

$(\vee E)$

Montrons  $A \vee B$  (15)

d'après (h5)

Supposons que **A** (h6)

Montrons **C** (16)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons **A** (17)

d'après (h6)

Montrons **A**  $\Rightarrow$  **C** (18)

( $\wedge Eg$ )

Montrons ( **A**  $\Rightarrow$  **C** )  $\wedge$  ( **B**  $\Rightarrow$  **C** ) (19)

d'après (h4)

Supposons que **B** (h7)

Montrons **C** (20)

( $\Rightarrow E$ )

Montrons **B** (21)

d'après (h7)

Montrons **B**  $\Rightarrow$  **C** (22)

( $\wedge Ed$ )

Montrons ( **A**  $\Rightarrow$  **C** )  $\wedge$  ( **B**  $\Rightarrow$  **C** ) (23)

d'après (h4)