

DIDACTICIEL 6

Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédictats **A** **B**,
 $(\exists x, (\mathbf{A}(x) \vee \mathbf{B}(x))) \Rightarrow ((\exists y, \mathbf{A}(y)) \vee (\exists z, \mathbf{B}(z)))$

Supposons que $\exists x, (\mathbf{A}(x) \vee \mathbf{B}(x))$ (h1)

Montrons $(\exists y, \mathbf{A}(y)) \vee (\exists z, \mathbf{B}(z))$ (1)

($\exists E$)

Montrons $\exists x, (\mathbf{A}(x) \vee \mathbf{B}(x))$ (2)

d'après (h1)

Soit l'élément x

Supposons que $\mathbf{A}(x) \vee \mathbf{B}(x)$ (h2)

Montrons $(\exists y, \mathbf{A}(y)) \vee (\exists z, \mathbf{B}(z))$ (3)

($\vee E$)

Montrons $\mathbf{A}(x) \vee \mathbf{B}(x)$ (4)

d'après (h2)

Supposons que $\mathbf{A}(x)$ (h3)

Montrons $(\exists y, \mathbf{A}(y)) \vee (\exists z, \mathbf{B}(z))$ (5)

($\vee Ig$)

Montrons $\exists y, \mathbf{A}(y)$ (6)

($\exists I$)

Montrons $\mathbf{A}(x)$ (7)

d'après (h3)

Supposons que $\mathbf{B}(x)$ (h4)

Montrons $(\exists y, \mathbf{A}(y)) \vee (\exists z, \mathbf{B}(z))$ (8)

($\vee Id$)

Montrons $\exists z, \mathbf{B}(z)$ (9)

($\exists I$)

Montrons $\mathbf{B}(x)$ (10)

d'après (h4)