

50 DISTRIBUTIVITÉ DE L'IMPLICATION 3/3

Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A B C**,
 $((A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C)))$

Montrons $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ (h1)

Montrons $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ (2)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $A \Rightarrow B$ (h2)

Montrons $A \Rightarrow C$ (3)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que A (h3)

Montrons C (4)

$(\Rightarrow E)$

Montrons B (5)

$(\Rightarrow E)$

Montrons A (6)

d'après (h3)

Montrons $A \Rightarrow B$ (7)

d'après (h2)

Montrons $B \Rightarrow C$ (8)

$(\Rightarrow E)$

Montrons A (9)

d'après (h3)

Montrons $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ (10)

d'après (h1)

Supposons que $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ (h4)

Montrons $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ (11)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que A (h5)

Montrons $B \Rightarrow C$ (12)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que B (h6)

Montrons C (13)

$(\Rightarrow E)$

Montrons A (14)

d'après (h5)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C}$ (15)

($\Rightarrow E$)

Montrons $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ (16)

($\Rightarrow I$)

Supposons que \mathbf{A} (h7)

Montrons \mathbf{B} (17)

d'après (h6)

Montrons $(\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}) \Rightarrow (\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C})$ (18)

d'après (h4)