

EXERCICE 32

Logique - Quantificateurs

quels que soient les prédicats F G ,

$$((\forall x, (F(x) \wedge (\neg(\exists y, F(y)) \vee (\forall y, G(y)))))) \Rightarrow (\forall x, (F(x) \vee G(x)))$$

Montrons $(\forall x, (F(x) \wedge (\neg(\exists y, F(y)) \vee (\forall y, G(y)))) \Rightarrow (\forall x, (F(x) \vee G(x)))$ (1)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\forall x, (F(x) \wedge (\neg(\exists y, F(y)) \vee (\forall y, G(y))))$ (h1)

Montrons $\forall x, (F(x) \vee G(x))$ (2)

($\forall I$)

Soit l'élément x

Montrons $F(x) \vee G(x)$ (3)

($\vee Ig$)

Montrons $F(x)$ (4)

($\wedge Eg$)

Montrons $F(x) \wedge (\neg(\exists y, F(y)) \vee (\forall y, G(y)))$ (5)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, (F(x) \wedge (\neg(\exists y, F(y)) \vee (\forall y, G(y))))$ (6)

d'après (h1)