

EXERCICE 33

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $(\neg \mathbf{A} \Leftrightarrow \neg \mathbf{B}) \Rightarrow (\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B})$

Supposons que $\neg \mathbf{A} \Leftrightarrow \neg \mathbf{B}$ (h1)

Montrons $\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que \mathbf{A} (h2)

Montrons \mathbf{B} (2)

(A)

Supposons que $\neg \mathbf{B}$ (h3)

Montrons \perp (3)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{A} (4)

d'après (h2)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (5)

($\Leftrightarrow Ed$)

Montrons $\neg \mathbf{A} \Leftrightarrow \neg \mathbf{B}$ (6)

d'après (h1)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (7)

d'après (h3)

Supposons que \mathbf{B} (h4)

Montrons \mathbf{A} (8)

(A)

Supposons que $\neg \mathbf{A}$ (h5)

Montrons \perp (9)

($\neg E$)

Montrons \mathbf{B} (10)

d'après (h4)

Montrons $\neg \mathbf{B}$ (11)

($\Leftrightarrow Eg$)

Montrons $\neg \mathbf{A} \Leftrightarrow \neg \mathbf{B}$ (12)

d'après (h1)

Montrons $\neg \mathbf{A}$ (13)

d'après (h5)