

EXERCICE 41

Logique - Connecteurs

Montrons que

quelles que soient les propositions **A** **B**,
 $((A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)))$

Montrons $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $A \Leftrightarrow B$ (h1)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)$ (2)

$(\Rightarrow I)$

Supposons que $A \vee B$ (h2)

Montrons $A \wedge B$ (3)

$(\wedge I)$

Montrons A (4)

$(\vee E)$

Montrons $A \vee B$ (5)

d'après (h2)

Supposons que A (h3)

Montrons A (6)

d'après (h3)

Supposons que B (h4)

Montrons A (7)

$(\Leftrightarrow Ed)$

Montrons $A \Leftrightarrow B$ (8)

d'après (h1)

Montrons B (9)

d'après (h4)

Montrons B (10)

$(\vee E)$

Montrons $A \vee B$ (11)

d'après (h2)

Supposons que A (h5)

Montrons B (12)

$(\Leftrightarrow Eg)$

Montrons $A \Leftrightarrow B$ (13)

d'après (h1)

Montrons A (14)

d'après (h5)

Supposons que B (h6)

Montrons **B** (15)

d'après (h6)

Supposons que $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Rightarrow (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$ (h7)

Montrons $\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$ (16)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que **A** (h8)

Montrons **B** (17)

($\wedge Ed$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (18)

($\Rightarrow E$)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (19)

($\vee Ig$)

Montrons **A** (20)

d'après (h8)

Montrons $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Rightarrow (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$ (21)

d'après (h7)

Supposons que **B** (h9)

Montrons **A** (22)

($\wedge Eg$)

Montrons $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ (23)

($\Rightarrow E$)

Montrons $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ (24)

($\vee Id$)

Montrons **B** (25)

d'après (h9)

Montrons $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \Rightarrow (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B})$ (26)

d'après (h7)