

EXERCICE 9

Devoir 2 (Preuves avec Edukera - quantificateurs)

Lili Zheng - 18193

quel que soit le prédicat F ,

$$((\exists x, F(x)) \Leftrightarrow \neg(\forall x, \neg(F(x))))$$

Montrons $(\exists x, F(x)) \Leftrightarrow \neg(\forall x, \neg(F(x)))$ (1)

($\Leftrightarrow I$)

Supposons que $\exists x, F(x)$ (h1)

Montrons $\neg(\forall x, \neg(F(x)))$ (2)

($\exists E$)

Montrons $\exists x, F(x)$ (3)

d'après (h1)

Soit l'élément a

Supposons que $F(a)$ (h2)

Montrons $\neg(\forall x, \neg(F(x)))$ (4)

($\neg I$)

Supposons que $\forall x, \neg(F(x))$ (h3)

Montrons \perp (5)

($\neg E$)

Montrons $F(a)$ (6)

d'après (h2)

Montrons $\neg(F(a))$ (7)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, \neg(F(x))$ (8)

d'après (h3)

Supposons que $\neg(\forall x, \neg(F(x)))$ (h4)

Montrons $\exists x, F(x)$ (9)

(A)

Supposons que $\neg(\exists x, F(x))$ (h5)

Montrons \perp (10)

($\neg E$)

Soit l'élément a

Montrons $\neg(F(a))$ (11)

($\neg I$)

Supposons que $F(a)$ (h6)

Montrons \perp (12)

($\neg E$)

Montrons $\exists x, F (x)$ (13)

($\exists I$)

Montrons $F (a)$ (14)

d'après (h6)

Montrons $\neg (\exists x, F (x))$ (15)

d'après (h5)

Montrons $\neg (\forall x, \neg (F (x)))$ (16)

d'après (h4)