# Proposta para a Reposição de Pontos

## Introdução

Este documento explicita a proposta para a reposição de pontos perdidos nas progressões de carreira dos pilotos. O objetivo é criar um método justo e transparente para todos, especialmente porque não existe um histórico completo dos pontos para todos os pilotos.

A proposta considera os seguintes fatores para garantir uma estimativa justa e individualizada:

- A data de entrada na TAP (ou a data de início do sistema de pontos).
- O número de progressões que teve.
- As datas de cada uma dessas progressões.
- O seu perfil médio de gasto/poupança de pontos ao longo da carreira.

Não havendo histórico dos pontos perdidos por todos os pilotos, podemos usar uma simplificação para estimar quantos pontos foram perdidos por cada piloto.

Assim, existindo a informação de quantos pontos um determinado piloto tinha na sua última progressão, podemos "andar para trás" para determinar o perfil médio de cada piloto em termos de gasto de pontos mensais.

Nos casos em que não há informação dos pontos aquando da última progressão, podemos usar os pontos à data de hoje e fazer o mesmo exercício.

Embora cada piloto não tenha sempre o mesmo perfil de gasto de pontos durante a sua carreira, sem dados concretos, esta é a forma que mais se poderá aproximar da realidade de cada piloto individualmente.

### Modelo de Cálculo

São considerados, para cada piloto, apenas os seguintes dados:

- Data de entrada ou data em que o atual sistema de pontos passou a vigorar (considera-se o que for mais recente).
- Datas das várias progressões (1,2,3,...).
- Pontos totais imediatamente antes da última progressão.
- Na ausência dos pontos antes da última progressão serão usados os pontos na data atual.

Para individualizar a estimativa a cada piloto, foi criado o conceito de **"Factor Poupança"** (FP).

Este factor quantifica a percentagem de pontos que, em média, um piloto não gasta (ou seja, poupa) por mês.

Exemplo Simples: Se um piloto gasta 75% dos pontos que recebe, ele poupa 25%. O seu FP é de 25%. Se um piloto gasta apenas 10%, o seu FP é de 90%.

Este FP é a chave para calcular, de forma equitativa, os pontos que foram perdidos em cada progressão.

Traduzindo este conceito para a forma de equação ficamos com:

$$Factor\ Poupança = rac{Pontos_{Poupados}}{Pontos_{Creditados}}$$
 Equação 1

Este Factor Poupança inicialmente é definido como 0% para todos os pilotos, sendo determinado com exatidão mais à frente.

O cálculo é efetuado começando pela data mais recente (e seu valor de pontos correspondente) e vai recuando até à data de entrada de cada piloto (ou data de início do sistema de pontos).

Sabendo que um piloto recebe 156 pontos anualmente, podemos assumir que, em média, cada piloto recebe 13 pontos por mês.

Começamos sempre pela última progressão ou pela data atual. Calcula-se o número de meses que passaram entre a penúltima progressão (N-1) e a última progressão (N) e determinamos o número de pontos creditados na conta do piloto (13 pontos por mês).

$$N^{\underline{o}}$$
  $Meses = Data_{Progress\~ao\ N} - Data_{Progress\~ao\ N-1}$  Equaç $\~ao\ 2$  
$$Pontos_{Creditados} = N^{\underline{o}}\ Meses\ imes 13$$
 Equaç $\~ao\ 3$ 

Para se chegar aos pontos que um piloto teria antes da Progressão N, podemos assumir a seguinte fórmula:

$$\frac{Pontos_{Pós\ Progress\~ao\ N-1} + Pontos_{Creditados} - Pontos_{Gastos}}{\text{Equação 4}} = Pontos_{Pr\'e\ Progress\~ao\ N}}$$

Por senso comum podemos dizer que:

$$Pontos_{Poupados} = Pontos_{Creditados} - Pontos_{Gastos}$$
  
Equação 5

Logo:

$$Pontos_{Gastos} = Pontos_{Creditados} - Pontos_{Poupados}$$
  
Equação 6

Reorganizando a equação do Factor Poupança (Equação 1) ficamos com:

$$Pontos_{Poupados} = \frac{Pontos_{Creditados}}{Equação 7} \times Factor Poupança$$

Substituindo os Pontos<sub>Poupados</sub> na Equação 6 ficamos com:

$$Pontos_{Gastos} = Pontos_{Creditados} - Pontos_{Creditados} \times Factor Poupança$$
Fauação 8

Que equivale a:

$$\frac{Pontos_{Gastos}}{Pontos_{Creditados}} \times (1 - Factor Poupança)$$
  
Equação 9

Pegando na Equação 4 e substituindo os Pontos<sub>Gastos</sub> pela equação anterior e simplificando temos:

```
\begin{array}{ll} \textit{Pontos}_{\textit{Pós Progressão N-1}} + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}} - \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - \textit{Factor Poupança}) = \textit{Pontos}_{\textit{Pré Progressão N}} \\ & \textit{Pontos}_{\textit{Pós Progressão N-1}} + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - (1 - \textit{Factor Poupança})) = \textit{Pontos}_{\textit{Pré Progressão N}} \\ & \textit{Pontos}_{\textit{Pós Progressão N-1}} + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Factor Poupança}) = \textit{Pontos}_{\textit{Pré Progressão N}} \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Factor Poupança}) = \textit{Pontos}_{\textit{Pré Progressão N}} \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Pontos}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pontos}_{\textit{Creditados}}) \\ & \text{Pontos}_{\textit{Creditados}} \times (1 - 1 + \textit{Pont
```

$$\frac{Pontos_{P\acute{o}s\ Progress\~{ao}\ N-1}}{Pontos_{Creditados}} \times Factor\ Poupança = Pontos_{Pr\acute{e}\ Progress\~{ao}\ N}$$
 Equação 10

Como já sabemos os Pontos<sub>Pré Progressão N</sub> e queremos determinar os Pontos<sub>Remanescentes Pós</sub> <sub>Progressão N-1</sub> temos:

$$\frac{Pontos_{P\acute{o}s\ Progress\~{a}o\ N-1}}{Pontos_{P\acute{o}s\ Progress\~{a}o\ N}} = Pontos_{Pr\acute{e}\ Progress\~{a}o\ N} - Pontos_{Creditados} \times Factor\ Poupança$$
Equação 11

Para economia de espaço podemos usar a seguinte versão abreviada:

$$P_{PoN-1} = P_{PrN} - P_C \times FP$$
 Equação 12

Chegámos assim ao valor de pontos remanescente que o piloto tinha após a progressão anterior (N-1), já depois da dedução de metade dos pontos. Desta forma o cálculo de pontos antes da progressão N-1 pode ser obtido multiplicando o valor de pontos remanescente por 2.

$$Pontos_{Pr\'e\ Progress\~ao\ N-1} = Pontos_{P\'os\ Progress\~ao\ N-1} \times 2$$
  
Equação 13

Esta lógica pode ser reproduzida até chegarmos à primeira progressão do piloto.

Ao chegar à primeira progressão do piloto já temos todas as variáveis da Equação 11. No final, podemos dizer que em vez de termos a progressão N-1 temos a data de entrada, assim como os pontos na data de entrada que tem o valor de 12 pontos.

Assim, ficamos com:

$$Pontos_{Data\ Entrada} = Pontos_{Pr\'e\ Progress\~ao\ 1} - Pontos_{Creditados} \times Factor\ Poupança = 12$$

Para economia de espaço podemos usar a seguinte versão abreviada:

$$egin{aligned} oldsymbol{P_{DE}} &= oldsymbol{P_{Pr1}} - oldsymbol{P_{C}} imes oldsymbol{FP} \ & ext{Equação 15} \end{aligned}$$

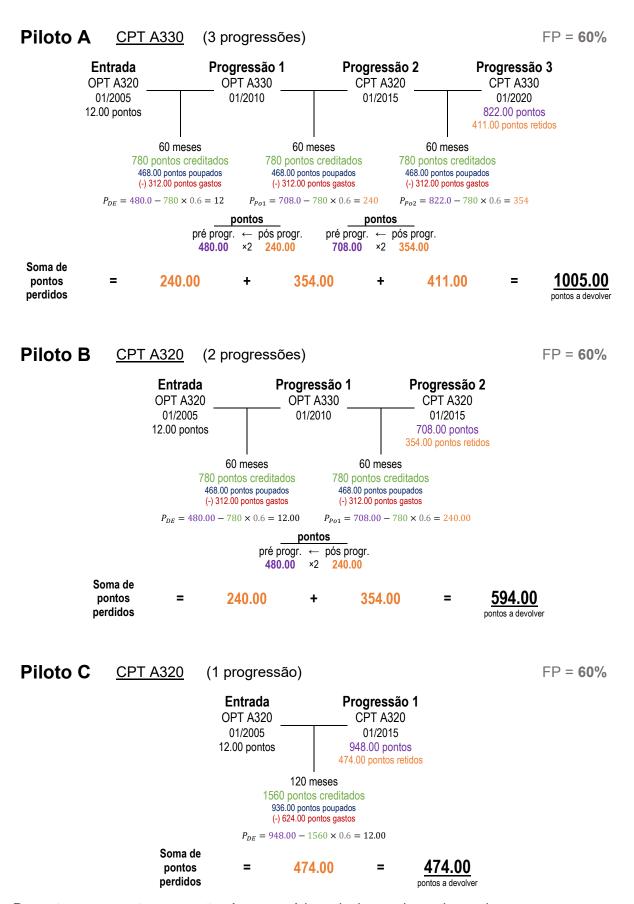
Sabendo nós quais os pontos na data de entrada e quais os pontos antes da última progressão podemos de uma forma iterativa, alterar o Factor Poupança do piloto até os valores coincidirem.

Depois disso, basta somar os pontos retidos em todas as progressões para obtermos os pontos a devolver ao piloto.

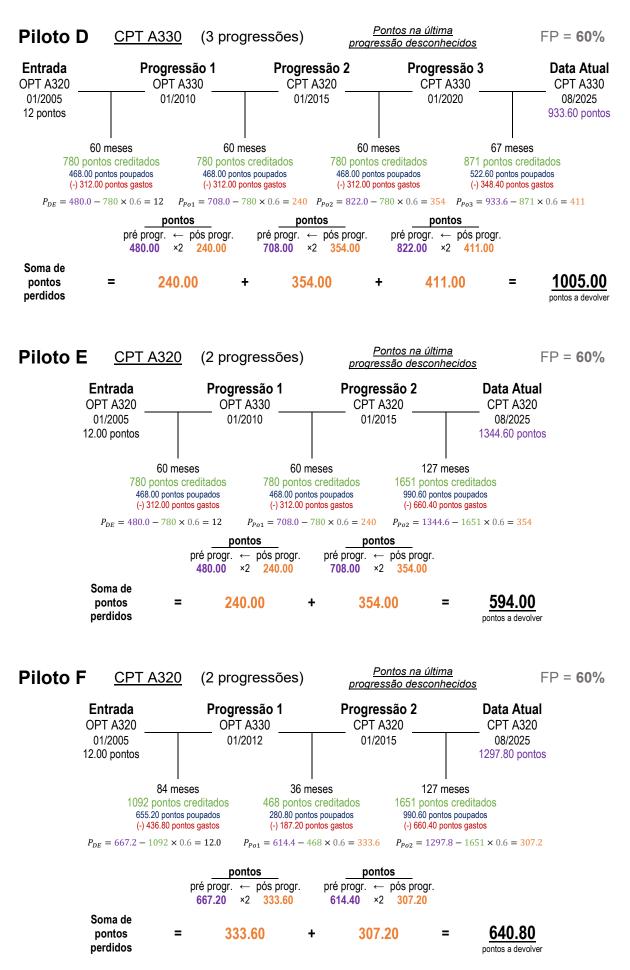
Caso não haja informação dos pontos que o piloto tinha aquando da última progressão, podemos usar os pontos à data atual e fazer um exercício com a mesma lógica.

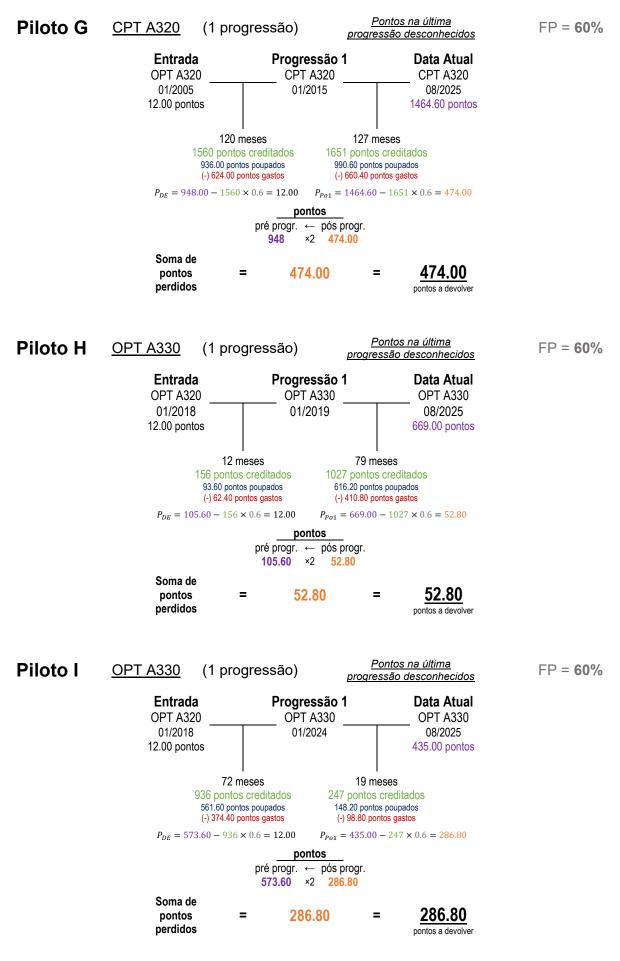
#### Exemplos

De seguida serão explicados alguns exemplos com um Factor Poupança de 60% (já calculado previamente) para facilidade de acompanhamento e explicação.



De notar que neste caso não é necessário calcular nada, pois ao haver apenas uma progressão e sabendo os pontos aquando dessa progressão (neste caso 948.00 pontos), basta dividir o valor conhecido por 2. Os cálculos foram feitos apenas para demonstração.



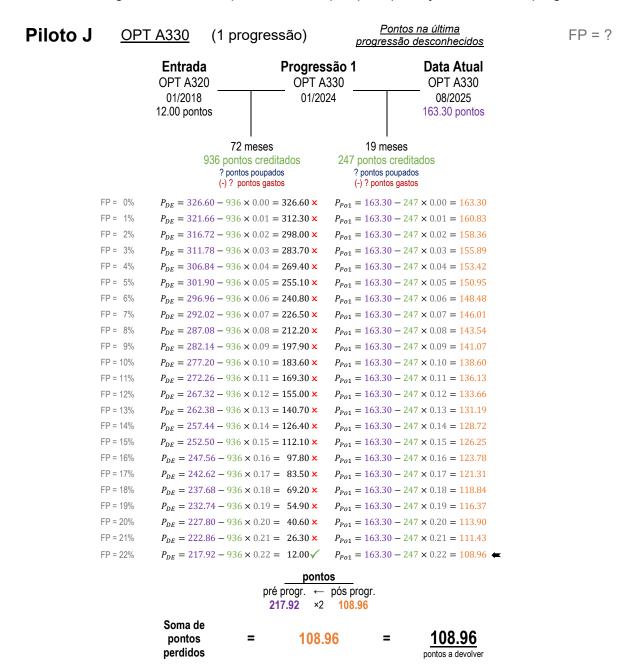


#### Determinação do Factor Poupança

Finalmente, passamos a explicar qual o método usado para calcular o Factor Poupança (FP) aplicável a cada piloto.

Até agora, os exemplos demonstrados já tinham o FP já calculado para facilidade de explicação do método. Na realidade o FP é determinado de forma iterativa para cada piloto. O algoritmo de cálculo, começa por considerar um FP de 0% para cada piloto e vai incrementando esse FP até que o resultado final sejam os 12 pontos na sua data de entrada, que é a única condição fixa e transversal a todos os pilotos.

Explicamos com um exemplo de apenas uma progressão para que a explicação seja sucinta, no entanto a lógica a usar é sempre a mesma, qualquer que seja o número de progressões:



De notar que neste exemplo o valor FP foi incrementado em 1% a cada iteração. Na realidade o algoritmo que faz este trabalho tem uma precisão mais fina.

#### Tabela de Exemplos e Análise

Apresenta-se de seguida uma tabela com o resumo dos exemplos apresentados anteriormente, assim como alguns exemplos adicionais.

Consideramos que a data atual é Agosto de 2025.

Piloto	Entrada	Progr. 1	Progr. 2	Progr. 3	Pontos Última Progr.	Pontos Data Atual	Factor Poupança	Pontos a Devolver
Α	01/2005	01/2010	01/2015	01/2020	822.00	-	60.000%	1005.00
В	01/2005	01/2010	01/2015		708.00	-	60.000%	594.00
С	01/2005	01/2015			948.00	-	60.000%	474.00
D	01/2005	01/2010	01/2015	01/2020	-	933.60	60.000%	1005.00
Е	01/2005	01/2010	01/2015		-	1344.60	60.000%	594.00
F	01/2005	01/2012	01/2015		-	1297.80	60.000%	640.80
G	01/2005	01/2015			-	1464.60	60.000%	474.00
Н	01/2018	01/2019			-	669.00	60.000%	52.80
I	01/2018	01/2024			-	435.00	60.000%	286.80
J	01/2018	01/2024			-	163.30	22.000%	108.96
K	01/2018	01/2024			-	513.00	70.909%	337.85
L	05/2007	07/2014	02/2019		-	1340.00	80.981%	977.54
M	05/2007	07/2014	02/2019		-	1046.00	63.174%	764.56
N	05/2007	07/2013	02/2018		-	1167.00	65.837%	719.38
0	05/2007	07/2013	02/2017	12/2019	-	976.00	71.392%	1068.53
Р	05/2007	07/2013	02/2017	12/2019	-	1209.00	88.462%	1321.50
Q	03/2006	04/2012	09/2015	12/2019	-	1280.00	87.128%	1371.12
R	03/2006	04/2012	09/2016		-	1481.00	74.921%	800.35
S	03/2006	04/2013	09/2017		-	1608.00	86.488%	1023.72
Т	03/2006	04/2014			-	1973.00	82.010%	523.07

Como se pode verificar na tabela, para o mesmo Factor Poupança, dois pilotos com o mesmo número de progressões têm devolução de pontos de acordo com as datas das suas progressões. Comparando os Pilotos E e F, a última progressão foi na mesma data, mas na segunda o Piloto F progrediu 2 anos mais tarde. Assim deverá receber mais pontos que o Piloto E.

O mesmo princípio pode ser observado entre os Pilotos H e I.

Consultando de novo a tabela, mantendo igualmente o Factor Poupança constante, dois pilotos com a mesma data de entrada, mas com número de progressões diferentes têm devoluções de pontos que correspondem ao seu caso específico. Olhando para os Pilotos D e E, o Piloto D teve mais uma progressão que o Piloto E, sendo as datas das restantes progressões iguais. Desta forma, o Piloto D irá receber mais pontos que o Piloto E, ainda que ao dia de hoje seja o Piloto E a ter mais pontos na sua conta.

Outra conclusão que podemos tirar é que dois pilotos em que tudo é igual (entrada, número de progressões e datas das progressões) um piloto com mais pontos na data atual poupou mais do que o seu colega, sendo o Factor Poupança do piloto com mais pontos, maior. Podemos observar isso mesmo comparando os Pilotos I, J e K.

### Conclusão

Este modelo foi construído tentando ser o mais justo possível. No entanto, sendo um modelo por estimativa, nunca será totalmente justo. Na realidade, sem os dados completos de todos os pilotos, é impossível devolver os pontos aos pilotos de forma exata.

Os pilotos que mantiveram um perfil de gasto de pontos (Factor Poupança) relativamente constante ao longo da sua carreira ficam com uma estimativa bastante precisa dos pontos que perderam.

Os pilotos com grandes variações no seu Factor Poupança ao longo da sua carreira, poderão ficar beneficiados ou prejudicados.

Outra questão que pode gerar desvios relevantes aos valores reais, são os casos em que houve ausências prolongadas.

Ainda assim, em termos médios, este modelo mitiga ao máximo potenciais benefícios ou prejuízos.

Este documento é acompanhado por um ficheiro Excel que permite calcular de forma expedita os valores para todos os pilotos. Esse documento também permite que todos os pilotos possam "auditar" a forma de cálculo, bastando para isso consultar as fórmulas e as macros do ficheiro.