## Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia – IFRS – Campus Rio Grande Matemática II – Prof<sup>a</sup> Aline

## Probabilidade: Espaço Amostral, Evento, Probabilidade em Espaços Amostrais Equiprováveis

- 1 Um experimento é composto de duas etapas: primeiro, uma moeda é lançada e, em seguida, um dado é lançado. Construa o espaço amostral correspondente a esse experimento.
- É realizado um sorteio para definir em que mês do ano será promovida uma feira de móveis. Construa o espaço amostral relativo a esse experimento.
- 3 De um baralho de 52 cartas, uma carta é sorteada ao acaso. Determine:

a) Ωb) n(Ω)



- 4 Uma urna contém três bolas vermelhas e uma bola branca. Retiramos, sucessivamente, duas bolas dessa urna. Construa o espaço amostral correspondente, se a extração é feita:
  - a) com reposição;
- b) sem reposição.
- 5 O quadrangular final do campeonato paulista de futebol reúne os seguintes times: Santos (S), São Paulo (SP), Corinthians (C) e Palmeiras (P). Qual é o espaço amostral que representa os possíveis resultados para campeão e vicecampeão?
- 6 Um dado é lançado e se observa o número da face voltada para cima. Determine os seguintes eventos:
  - a) ocorre múltiplo de 2;
- b) ocorre número primo.
- 7 Uma moeda é lançada duas vezes, sucessivamente, e se observa a seqüência de faces obtidas. Qual é o evento "ocorrem faces diferentes"?
- 8 Uma moeda é lançada três vezes, sucessivamente, e anota-se a seqüência de faces obtidas. Determine os eventos:
  - a) ocorrem exatamente duas caras;
  - b) ocorrem exatamente duas caras consecutivas;
  - c) ocorrem no mínimo duas caras.
- **9** Um dado é lançado duas vezes sucessivamente e é observada a seqüência de números obtidos. Determine os eventos:
  - a)  $E_i$ : ocorrem faces iguais;
  - b)  $E_2$ : a primeira face obtida é igual a 3.
  - (Sugestão: para obter  $\Omega$  e os respectivos eventos, construa uma tabela como a que segue.)

ançamentos →	29	1	2	3	4	5	6
	1						
	2						
	3.						
	4						
	5						
	6						

- Um dado é lançado duas vezes, sucessivamente. Determine os eventos:
  a) E<sub>1</sub>: a soma dos pontos obtidos é igual a 7;
  b) E<sub>2</sub>: a diferença dos pontos obtidos, em valor absoluto, é igual a 1.
- 11 Um dado é lançado duas vezes, sucessivamente. Seja o evento E: a soma dos pontos obtidos é menor ou igual a 9. Determine  $E^c$ .
- Um dado é lançado três vezes sucessivamente. Seja o evento E: pelo menos um dos números obtidos é diferente dos outros. Determine  $E^c$ .
- De um baralho de 52 cartas, uma é extraída ao acaso. Determine os eventos:
  a) E<sub>1</sub>: ocorre 7;
  b) E<sub>2</sub>: ocorre uma carta de paus.
- **14** Em relação ao experimento anterior, seja o evento E: ocorre um número menor ou igual ao número representado pelo valete. Determine  $E^c$ .
- 15 Serão sorteados 3 prêmios iguais entre os alunos: André, Carlos, Ricardo, Leo, Maria e Carla. O evento *E* é formado pelos agrupamentos em que há "pelo menos dois meninos premiados". Determine *E*<sup>c</sup>.
- 16 Um dado honesto é lançado e observa-se o número da face voltada para cima. Qual a probabilidade de esse número ser maior que 4?
- 17 Uma urna contém 100 bolas numeradas de 1 a 100. Uma bola é extraída ao acaso da urna, e seu número é observado. Qual a probabilidade de o número sorteado ser:
  - a) múltiplo de 12?
- b) quadrado perfeito?
- 18 Uma urna contém 10 bolas identificadas pelas letras A, B, ..., J. Uma bola é extraída ao acaso da urna, e sua letra é observada. Qual a probabilidade de a letra da bola sorteada ser:
  - a) A?
- b) F?
- c) vogal?
- d) consoante?
- 19 Uma moeda é lançada duas vezes, sucessivamente. Qual a probabilidade de observarmos 1 cara e 1 coroa?
- Paulo quer telefonar para convidar uma colega para sair. Ele sabe que o telefone dela é 852-473\_\_, mas não consegue se lembrar do último algarismo. Se Paulo só possui uma ficha telefônica e decide "chutar" o último algarismo, qual a probabilidade de ele acertar o telefone da colega?
- 21 Numa quermesse, há uma barraca onde funciona o jogo do coelho. O coelho é solto no centro de um círculo, onde se distribuem 12 casinhas, numeradas de 1 a 12.



a) Qual é a probabilidade de o coelho escolher uma casinha com um número múltiplo de 3?

 b) Fernanda participa de uma rodada, apostando em todos os números ímpares e também nos



números pares que são múltiplos de 4 ou 5. Comenta, então, com sua colega: "A chance de eu não ganhar é menor que 10%". Fernanda está com a razão? Justifique.

- 22 Uma moeda é lançada três vezes sucessivamente. Qual a probabilidade de observarmos pelo menos duas caras?
- 23 Uma moeda é lançada três vezes sucessivamente. Qual a probabilidade de observarmos cara no segundo lançamento?
- **24** Em certa cidade, os táxis de uma frota são numerados de 1 a 200. Uma pessoa toma um táxi dessa frota ao acaso.
  - a) Qual a probabilidade de o número do táxi ser 85?
  - b) Qual a probabilidade de o número do táxi ser maior que 122?
  - 25 Um dado é lançado duas vezes sucessivamente. Qual a probabilidade de:
    - a) a soma dos pontos obtidos ser maior ou igual a 9?
    - b) o primeiro número obtido ser maior que o segundo?
  - 26 Um dado é lançado duas vezes sucessivamente. Qual a probabilidade de:
    - a) o primeiro número obtido ser igual a 4?
    - b) os dois números obtidos serem iguais a 4?
    - c) o número 4 não ser obtido em nenhum lançamento?
- Seja a equação  $2x^2 4x + c = 0$ . Se o coeficiente c é escolhido ao acaso entre os elementos do conjunto  $\{1, 2, 3, ..., 10\}$ , qual é a probabilidade de a equação vir a ter raízes reais?
- 29 Das 180 pessoas que trabalham em uma empresa, sabe-se que 40% têm nível universitário, 60% são do sexo masculino e 25% do número de mulheres têm nível universitário. Um funcionário dessa empresa é selecionado ao acaso. Qual é a probabilidade de que esse funcionário seja do sexo masculino e não tenha nível universitário?



- 30 Uma urna contém x bolas brancas e y bolas vermelhas. Extraindo-se uma bola da urna, ao acaso, a probabilidade de que ela seja branca é  $\frac{5}{9}$ . Acrescentamos duas bolas brancas e retiramos uma bola vermelha dessa urna. Extraindo-se, agora, uma bola da urna, ao acaso, a probabilidade de que ela seja branca é  $\frac{12}{19}$ . Determine x e y.
- Uma urna contém x bolas brancas, 3x bolas pretas e três bolas vermelhas. Uma bola é extraída, ao acaso, dessa urna. Determine o menor valor possível de x, a fim de que a probabilidade de a bola sorteada ser preta seja maior que 70%.

**32** (UF-RJ) Para testar a eficácia de uma campanha de anúncio do lançamento de um novo sabão *S*, uma agência de propaganda realizou uma pesquisa com 2 000 pessoas. Por uma falha da equipe, a agência omitiu os dados dos campos *x*, *y*, *z* e *w* no seu relatório sobre a pesquisa, conforme mostra a tabela a seguir.

Número de pessoas que	Adquiriram S	Não adquiriram S	Total	
Viram o anúncio	X	~ y	1 500	
Não viram o anúncio	200	Z	500	
Total	600	W	2 000	

- a) Indique os valores dos campos x, y, z e w.
- b) Suponha que uma dessas 2000 pessoas entrevistadas seja escolhida ao acaso e que todas as pessoas tenham a mesma probabilidade de serem escolhidas.

Determine a probabilidade de que esta pessoa tenha visto o anúncio da campanha e adquirido o sabão S.

Sugestão para os problemas 33 e 34: para a determinação de  $n(\Omega)$  e n(E), use o PFC.

- 33 Com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 são formados números de três algarismos distintos. Um deles é escolhido ao acaso.
  - a) Qual a probabilidade de ele ser par?
  - b) Qual a probabilidade de ele ser ímpar?
  - c) Qual a probabilidade de ele ser divisível por 5?
- 34 Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são formados números de quatro algarismos. Um deles é escolhido ao acaso. Qual a probabilidade de ele ser formado por algarismos distintos?
- 35 Uma classe tem 30 alunos. Uma comissão de quatro alunos é escolhida para uma reunião com a diretoria da escola. Qual a probabilidade de os dois melhores alunos fazerem parte da comissão?
- 36 Num baú estão espalhados 15 livros de Português, 10 de Matemática e 6 de Inglês. Três livros são retirados simultaneamente do baú. Qual a probabilidade de que seja escolhido um livro de cada assunto?
- **37** Cinco homens e cinco mulheres são dispostos em fila indiana. Qual a probabilidade de que:
  - a) a primeira pessoa da fila seja homem?
  - b) a primeira e a última pessoas da fila sejam homens?
- 38 Um anagrama da palavra BERMUDA é escolhido ao acaso. Qual a probabilidade de ele:
  - a) começar pela letra B e terminar pela letra A?
  - b) apresentar as letras BE juntas, em qualquer ordem?
- **39** (Unesp-SP) Numa cidade com 30 000 domicílios, 10 000 domicílios recebem regularmente o jornal da loja de eletrodomésticos *X*, 8 000 recebem regularmente o jornal do supermercado *Y* e metade do número de domicílios não recebe nenhum dos dois jornais.

Determine:

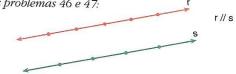
a) o número de domicílios que recebem os dois jornais;

- b) a probabilidade de um domicílio da cidade, escolhido ao acaso, receber o jornal da loja de eletrodomésticos X e não receber o jornal do supermercado Y.
- Numa classe de 55 alunos, 21 praticam vôlei e basquete, 39 praticam vôlei e 33 praticam basquete. Um aluno da classe é escolhido ao acaso.
  - a) Qual é a probabilidade de o aluno escolhido praticar um, e somente um, desses esportes?
  - b) Qual é a probabilidade de o aluno escolhido não praticar nenhum esporte?
- 41 Numa prova com três questões (A, B e C), verificou-se que:
  - 5 alunos acertaram as três questões;
  - 15 alunos acertaram as questões A e C;
  - 17 alunos acertaram as questões A e B;
  - 12 alunos acertaram as questões B e C;
  - 55 alunos acertaram a questão A;
  - 55 alunos acertaram a questão B;
  - 64 alunos acertaram a questão C;
  - 13 alunos erraram as três questões.
  - a) Um aluno é escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade de ele ter acertado pelo menos duas questões?
  - b) Um aluno é escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade de ele ter acertado exatamente uma questão?
- **42** Em relação à questão anterior, dois alunos dessa turma são escolhidos, ao acaso. Qual é a probabilidade de que cada um tenha acertado as três questões?
- 43 Uma pesquisa sobre o estudo de línguas estrangeiras em um colégio revelou que:
  - 300 jovens estudam inglês;
  - 100 jovens estudam francês;
  - n jovens estudam inglês e francês;
  - cada um dos entrevistados estuda ao menos uma língua.

Escolhe-se, ao acaso, um dos estudantes do colégio. A probabilidade de que

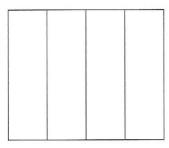
- a pessoa escolhida estude exclusivamente inglês é igual a  $\frac{5}{7}$ . Determine n.
- 44 (Unicamp-SP) Um dado é jogado três vezes, uma após a outra. Pergunta-se:
  - a) Quantos são os resultados possíveis em que os três números obtidos são diferentes?
  - b) Qual a probabilidade de a soma dos resultados ser maior ou igual a 16?
- 45 Um dado é lançado três vezes sucessivamente. Qual é a probabilidade de não ocorrerem três números iguais? (Sugestão: use o evento complementar.)

Figura para os problemas 46 e 47:



- **46** Escolhem-se, ao acaso, dois quaisquer dos nove pontos acima. Qual a probabilidade de escolhermos:
  - a) dois pontos de r?
  - b) dois pontos de s?
  - c) um ponto de r e um ponto de s?

- 47 Escolhem-se, ao acaso, três pontos quaisquer entre os nove pontos dados. Unindo-se os pontos escolhidos, qual a probabilidade de esses pontos serem vértices de um triângulo?
- **48** (UF-GO) A figura a seguir representa uma bandeira com 4 listras. Dispondose de 4 cores distintas, deseja-se pintar todas as listras, de forma que listras vizinhas tenham cores diferentes.
  - a) De quantas maneiras distintas a bandeira pode ser pintada? Justifique.
  - b) Escolhendo-se aleatoriamente uma das formas possíveis de pintar a bandeira, qual é a probabilidade de que a forma escolhida seja uma que contenha as 4 cores?



- 49 Um dado é viciado de tal modo que, ao ser lançado, é duas vezes mais provável ocorrer face par que ocorrer face ímpar. Todas as faces pares têm a mesma chance de ocorrer, o mesmo acontecendo com as faces ímpares. Lançando esse dado uma vez, qual é a probabilidade de ocorrer:
  - a) face igual a 3?
- b) face par?
- 50 Três pessoas (A, B e C) disputam o cargo de síndico de um prédio. Uma pesquisa informal realizada com os moradores indicou que a probabilidade de A vencer é 10% maior que a de B; a chance de B vencer é 1,5 vez maior que a chance de C. Determine as probabilidades de vitória de A, B e C.
- 51 Numa moeda viciada, a probabilidade de ocorrer cara excede em 15% a probabilidade de ocorrer coroa. Lançando-a uma vez, qual é a probabilidade de ocorrer coroa?
- 52 Numa sala existem seis casais. Entre essas doze pessoas, duas são selecionadas ao acaso.
  - a) Qual a probabilidade de selecionarmos um homem e sua esposa?
  - b) Qual a probabilidade de selecionarmos dois homens?
- 54 (FGV-SP) Uma urna contém 15 bolinhas numeradas de 1 a 15.
  - a) Se uma bolinha for sorteada, qual a probabilidade de que o número observado seja divisível por 3?
  - b) Se duas bolinhas forem sorteadas sucessivamente sem reposição (a ordem dos números não é levada em consideração), qual a probabilidade de que os números observados sejam consecutivos?
- (UFF-RJ) Em um jogo de bingo são sorteadas, sem reposição, bolas numeradas de 1 até 75 e um participante concorre com a cartela reproduzida ao lado. Qual é a probabilidade de que os três primeiros números sorteados estejam nesta cartela?

В		N	G	0
5	18	3,3	48	64
12	21	31	51	68
14	30	0	60	71
13	16	44	46	61
11	27	41	49	73

57 A Mega Sena é uma das loterias mais populares do Brasil. Pode-se concorrer escolhendo de 6 a 15 números entre os 60 do volante. O resultado virá quando 6 números forem sorteados entre os 60 primeiros naturais

(não nulos).

Há prêmios para quem acertar 4 números (quadra), 5 números (quina) ou 6 números. A aposta mínima (6 números) é de R\$ 1,00.

- a) De quantos modos distintos pode ocorrer o resultado de um sorteio da Mega Sena?
- b) Apostando R\$ 1,00, qual é a probabilidade de acertar uma quadra? E uma quina? E as 6 dezenas?
- c) Apostando 10 números, qual é a probabilidade de acertar os 6 números sorteados?
- d) Qual é a probabilidade de acertar os 6 números sorteados apostando-se 15 números (aposta máxima)?
- e) Qual é a probabilidade de não acertar nenhum número fazendo-se a aposta máxima?



## Respostas:

- **1**  $\Omega = \{(K, 1), (K, 2), (K, 3), (K, 4), (K, 5)\}$ (K, 6), (C, 1), (C, 2), (C, 3), (C, 4), (C, 5) Carla, Leo)}. (C, 6)
- $\textbf{2} \ \ \Omega = \{\text{jan., fev., mar., abr., maio, jun., jul.}$ ago., set., out., nov., dez.}
- **3** a)  $\Omega = \{ \text{ás}_{\text{copas}}, \text{ás}_{\text{paus}}, \text{ás}_{\text{ouro}}, \text{ás}_{\text{espadas}}, \dots \}$ rei<sub>copas</sub>, rei<sub>paus</sub>, rei<sub>ouro</sub>, rei<sub>espadas</sub> }
- **4** a)  $\Omega = \{(V, B), (V, V), (B, V), (B, B)\}$ b)  $\Omega = \{(V, B), (V, V), (B, V)\}$
- **5**  $\Omega = \{(S, SP), (S, C), (S, P), (SP, S), (SP, C), (SP, P), 19 \frac{1}{2} \}$ (C, S), (C, SP), (C, P), (P, S), (P, SP), (P, C)
- **6** a) {2, 4, 6}
- b) {2, 3, 5}
- **7**  $E = \{(K, C), (C, K)\}$
- **8** a)  $E = \{(K, K, C), (K, C, K), (C, K, K)\}$ b)  $E = \{(K, K, C), (C, K, K)\}$ c)  $E = \{(K, K, K), (K, K, C),$ (K, C, K), (C, K, K)
- **9** a)  $E_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (5, 5)$  $\begin{array}{l} (6, 6) \\ \text{b) } E_2 = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), \end{array}$ (3, 6)
- **10** a)  $E_1 = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2),$ (6, 1)b)  $E_2 = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$
- **11**  $E^c = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6),$ (6, 6)
- **12**  $E^c = \{(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3),$ (4, 4, 4), (5, 5, 5), (6, 6, 6)
- 13 a)  $E_1 = \{7_{copas}, 7_{paus}, 7_{ouro}, 7_{espadas}\}$ b)  $E_2 = \{ \text{ás}_{paus}, 2_{paus}, 3_{paus}, \dots, rei_{paus} \}$
- **14**  $E^c = \{dama_{ouro}, dama_{paus}, dama_{copas},$ dama<sub>espadas</sub>, rei<sub>ouro</sub>, rei<sub>paus</sub>, rei<sub>copas</sub>, rei<sub>espadas</sub>)

- 15 E<sup>c</sup> = {(Maria, Carla, André), (Maria, Carla, Carlos), (Maria, Carla, Ricardo), (Maria,

- **20**  $\frac{1}{10}$ 
  - **21** a)  $\frac{1}{3}$ 
    - b) Fernanda não está com a razão, pois a probabilidade de ela não ganhar é de, aproximadamente, 16,7%.

  - 23  $\frac{1}{2}$
- **25** a)  $\frac{5}{18}$
- **26** a)  $\frac{1}{6}$

- **27**  $\frac{1}{8}$
- 28 20%
- 29 30%
- **30** x = 10 e y = 8
- 31 11

- **32** a) x = 400, y = 1100, z = 300 e  $\omega = 1400$
- **33** a)  $\frac{2}{5}$  b)  $\frac{3}{5}$  c)  $\frac{1}{5}$
- **34**  $\frac{112}{243}$  (ou 46% aproximadamente)
- 35 aproximadamente 1,38%
- **36** 20%
- **37** a)  $\frac{1}{2}$
- **38** a)  $\frac{1}{42}$  b)  $\frac{2}{7}$
- **39** a) 3 000

- **40** a)  $\frac{6}{11}$  b)  $\frac{4}{55}$  **41** a)  $\frac{17}{74}$  b)  $\frac{101}{148}$
- **42**  $\frac{5}{5439}$  ~ 0,09%

- **43** 50
- **44** a) 120

- **46** a)  $\frac{5}{18}$  b)  $\frac{1}{6}$  c)  $\frac{5}{9}$

- **48** a) 108

- **50** p (A) ≈ 0,40, p (B) ≈ 0,36 e p (C) ≈ 0,24
- **51** 46,5%
- **52** a)  $\frac{1}{11}$
- **53** a) 20
- **54** a)  $\frac{1}{3}$
- 55 aproximadamente 3%
- **56**  $\frac{1}{10}$
- **57** a)  $C_{60,6} = 50063860$ 
  - b) 0,043%; 0,00065%; 0,000002%
  - c) 0,00042%
  - d) 0,01% (1 em 10 000)
  - e) 16,2%