Progressões Aritméticas (P.A.)

Progressão Aritmética (P.A.) é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado com um número fixo, chamado razão da progressão e indicado por r.

Exemplos:

- 1) Na P.A. (3,6,9,12,...) a razão é r=3.
- 2) Na P.A. $\left(-\frac{1}{2}, -1, -\frac{3}{2}, -2, ...\right)$ a razão é $r = -\frac{1}{2}$.
- 3) Na P.A. (-6, -1, 4, 9, ...) a razão é r = 5.
- 4) Na P.A. (5,5,5,5,5,5,...) a razão é r = 0.
- 5) Na P.A. (23,20,17,14, ...) a razão é r = -3

Considerando três termos consecutivos em P.A., o termo central é dado pela média aritmética entre os outros dois termos.

Classificação de uma P.A.

- a) Quando r > 0, a P.A. é *crescente*, como nos exemplos 1 e 3.
- b) Quando r < 0, a P.A. é *decrescente*, como nos exemplos 2 e 5.
- c) Quando r = 0, a P.A. é *constante*, como no exemplo 4.

Termo Geral da P.A.

Termo geral é a expressão que permite obter um termo qualquer da P.A., conhecendo apenas o 1º termo e a razão.

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

Exemplos:

- a) Encontre o termo geral da P.A. (4,7,10, ...).
- b) Determine o número de termos da P.A. (-3,1,5, ...,113)
- c) Calcule o 20° termo da P.A. (26,31,36,41, ...)

d) Determine uma P.A. onde o 10° termo vale 16 e a soma do 5° com o 9° termo é igual a 2.

e) Encontre o primeiro termo negativo da P.A. (63,59,55,51, ...)

f) Determine x de modo que a sequência $(x + 5, 4x - 1, x^2 - 1)$, seja uma P.A.

g) Interpole (ou insira) oito meios aritméticos entre 2 e 47.

h) Quantos múltiplos de 3 existem entre 100 e 500?

Notações especiais

- a) Para três termos em P.A. podemos escrever (x r, x, x + r)
- b) Para cinco termos em P.A. podemos escrever (x 2r, x r, x, x + r, x + 2r)
- c) Para quatro termos em P.A. podemos escrever (x 3y, x y, x + y, x + 3y), onde r = 2y

Exemplos:

a) Encontre três termos em P.A. cuja soma é 21 e o produto é 280.

b) Construa uma P.A. de quatro termos em que a soma dos dois primeiros é -7 e a dos dois últimos é 29.

Soma dos n primeiros termos de uma P.A.

Para o cálculo da soma dos n primeiros termos de uma P.A., S_n , precisamos conhecer o primeiro termo, a_1 , e o último termo a ser somado, a_n .

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

Exemplos:

1) Calcule a soma dos dez primeiros termos da P.A. (38,42,46, ...)

- 2) Para a sequência dos números naturais ímpares, calcule:
 - a) A soma dos cinquenta primeiros termos
 - b) A soma dos n primeiros termos

3) Um torneio de futebol é disputado em nove semanas. Na 1ª semana, há dois jogos; na 2ª, cinco jogos; na 3ª oito; e assim por diante. Quantos jogos, ao todo são disputados nesse torneio?

Obs: A soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual à soma dos extremos. Em uma sequência com uma quantidade ímpar de elementos essas somas são iguais ao dobro do termo central e esse termo possui índice $\frac{n+1}{2}$.