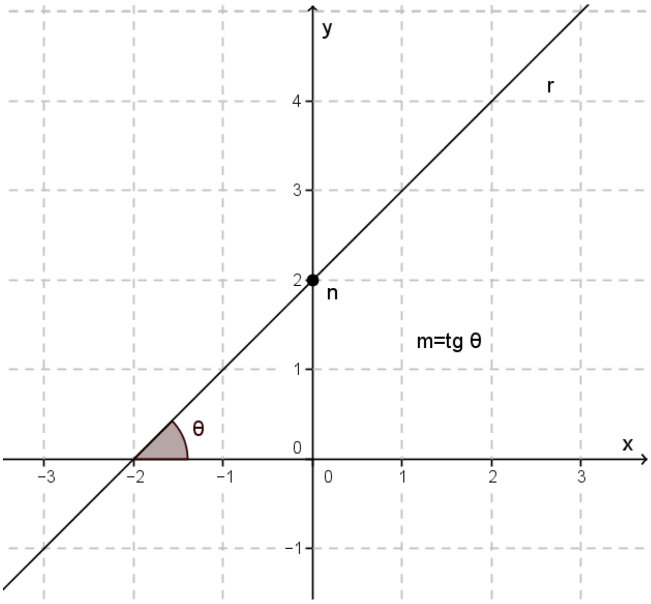
Geometria Analítica

Retas

Equação Reduzida da reta:

A forma reduzida da equação de uma reta r é dada sob a forma $y = mx + n$, com $m, n \in \mathbb{R}$, onde:

- m representa a tangente do ângulo θ, ($m = tg\ \theta$) formado entre a reta r e o eixo das abscissas, no seu sentido positivo, chamado de <u>coeficiente angular</u>(ou declividade da reta r;
- n representa a ordenada do ponto em que a reta r corta o eixo das ordenadas, chamado de <u>coeficiente linear</u> da reta r.
- x e y são as coordenadas de um ponto genérico da reta.



Em uma reta r, não paralela ao eixo y, que contém os pontos distintos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$, temos que o coeficiente angular da reta é dado por $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemplos:

1) Determine a equação reduzida da reta que passa pelos pontos $A(-3,1)$ e $B(4,-1)$

2) Determine a equação reduzida da reta que forma um ângulo de 60° com o eixo das abscissas e passa pela origem.

Observações:

- Se a reta r é horizontal, ela forma um ângulo nulo com o eixo das abscissas, logo m=0 e a equação reduzida da reta torna-se simplesmente $y = n$
- Se a reta é vertical, ela forma um ângulo reto com o eixo das abscissas, logo não existirá valor para *m*, tornando impossível escrever a forma reduzida da equação da reta vertical.

Equação geral da reta:

Chamamos de equação geral da reta a toda equação da forma $ax + by + c = 0$, onde a, b e c são os coeficientes, sendo a e b não nulos simultaneamente.

Dados dois pontos distintos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$, podemos determinar a equação geral da reta que passa por A e B a partir de $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$

Exemplo:

1) Obtenha a equação geral da reta que passa pontos $A(2, -1)$ e $B(1,3)$.

Equação da reta conhecidos um ponto e o coeficiente angular

Dados o coeficiente angular m_re um ponto $P(x_0, y_0) \in r$ e considerando $P(x, y)$ um ponto genérico da reta *r*, podemos escrever da forma

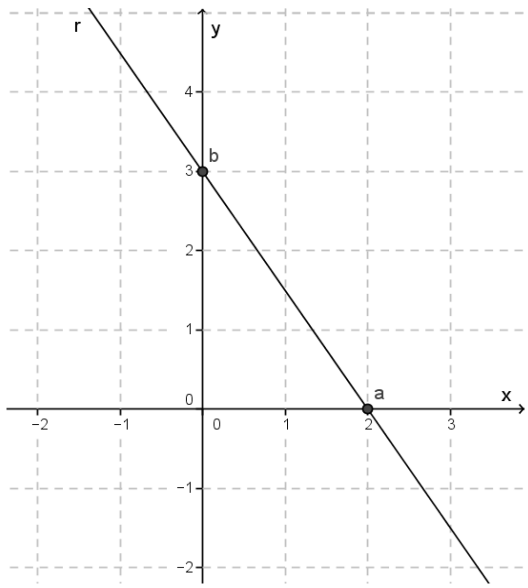
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Exemplo:

Determine a equação da reta que passa pelo ponto $A(3,-2)$ e que possui o coeficiente igual a $m = 3$

Equação segmentária da reta:

Toda equação de reta na forma $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ recebe o nome de equação segmentária. Onde a determina o local onde a reta cruza o eixo das abscissas e b determina o local onde a reta cruza o eixo das ordenadas.



Exemplo:

Dada a equação $3x + 2y - 6 = 0$, escreva-a na forma segmentária.

Equações paramétricas da reta

Dada a equação geral da reta $3x + 4y - 12 = 0$. Nela podemos isolar x:

$3x = -4y + 12$

$x = 4\left(1 - \frac{y}{3}\right)$

Dizemos que $1 - \frac{y}{3} = t$ e assim estabelecemos duas funções $x = x(t)$ e $y = y(t)$, do seguinte modo $r: \begin{cases} x = 4t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$

Exemplo:

Dada a equação da reta na forma reduzida da equação da reta $r: y = 2x + 4$, obtenha a suas formas geral, segmentária e paramétrica.

Observações:

1) Para que uma reta fique perfeitamente determinada, é necessário que seja satisfeita uma das duas condições:
   a) Dois de seus pontos sejam conhecidos
   b) Um ponto da reta e sua direção sejam conhecidos.

2) Para encontrar o ponto de intersecção entre duas retas, basta resolver o sistema formado por suas equações.