

Lista de Exercícios: Sistemas de Equações Lineares (parte I)

- 11** Verifique se $(0, -2, 5)$ é solução do sistema
$$\begin{cases} 3x - y + z = 7 \\ x + y + z = 4 \\ y - z = 7 \end{cases}$$
- 12** Considere o sistema $\{x - y = 1$.
- a) Apresente algumas de suas soluções.
b) Como se classifica esse sistema?
- 13** Classifique o sistema
$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ 2x - 3y + z = 5 \end{cases}$$
- 14** Construa a matriz incompleta A e completa B de cada um dos sistemas:
- a)
$$\begin{cases} \sqrt{3}x_1 + 4x_2 = 2 \\ -\frac{1}{3}x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} 4x - y + z = 0 \\ x + 2y - z = 1 \\ x - z = 0 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = 1 \\ 4x + y = 6 \end{cases}$$
- 16** Escreva o sistema associado à representação matricial em cada caso:
- a)
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$
 c)
$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$
- b)
$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$$
- 17** Classifique, em cada caso, o sistema dado por:
- a)
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \\ 11 & -7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 11 \\ 76 \end{pmatrix}$$
 b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 11 \\ 10 \end{pmatrix}$$
- 19** Indique quais sistemas estão escalonados.
- a)
$$\begin{cases} x - y + z + t = 0 \\ t = -1 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} 2x - y + z + t = 0 \\ y - z - t = 0 \\ z + 2t = 1 \end{cases}$$
- b)
$$\begin{cases} 4x + 5y - 3z = 9 \\ 4y + 5z = 1 \\ -y + z = 0 \end{cases}$$
 d)
$$\begin{cases} 4x + 5y + 3z = 1 \\ -x - y + z = 5 \end{cases}$$
- 21** Resolva e classifique os seguintes sistemas escalonados:
- a)
$$\begin{cases} x + y + z + t = -1 \\ y - 2z - t = 0 \\ z + t = 3 \\ t = 2 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} 4x - 6y + z = 1 \\ 2y - z = 1 \end{cases}$$
- 22** Resolva os seguintes sistemas:
- a) $\{x + y - z = 0$ b)
$$\begin{cases} 2x + y + z + t = 3 \\ z - t = 0 \end{cases}$$
- 23** Uma das soluções de
$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ mx + y - 3z = 0 \end{cases}$$
 é $(2, 2, 2)$. Determine o conjunto solução desse sistema.

- 24** Escalone e resolva os seguintes sistemas:

a)
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5x + 3y = 8 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

- 25** Escalone e resolva os seguintes sistemas:

a)
$$\begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ 10x - 15y = 4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$$

- 26** Em um estacionamento há motos e carros, num total de 79 veículos e 248 rodas. Qual é o número de motos no estacionamento? E o número de carros?

- 27** Numa danceteria, o convite para homens custava R\$ 15,00 e para mulheres, R\$ 10,00. Sabendo que o número de mulheres que foram à danceteria excede de 5 o número de homens e que, ao todo, foram arrecadados R\$ 550,00, pergunta-se: qual é o número de homens que foram dançar lá?



- 28** (UE-RJ) Em um restaurante há 12 mesas, todas ocupadas. Algumas, por 4 pessoas; outras por apenas 2, num total de 38 fregueses. Qual o número de mesas ocupadas por apenas 2 pessoas?

- 31** Escalone e resolva os seguintes sistemas:

a)
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - z = -1 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ 3x - 3y - 6z = 0 \\ 7x - 2y - 9z = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x - y + 7z = 9 \\ 5x + 3y - z = 0 \\ -7x - 11y + 17z = 19 \end{cases}$$

- 32** Ao ser perguntado sobre o valor do pedágio, um caixa respondeu: “Quando passaram 2 carros de passeio e 3 ônibus, arrecadou-se a quantia de R\$ 26,00; quando passaram 2 ônibus e 5 caminhões a quantia arrecadada foi de R\$ 47,00, e quando passaram 6 carros de passeio e 4 caminhões arrecadou-se a quantia de R\$ 52,00”. Qual foi o valor do pedágio para cada veículo citado?

- 33** Escalone e resolva os seguintes sistemas:

a)
$$\begin{cases} x + 8y - 3z = 7 \\ -x + 3y - 2z = 1 \\ 3x + 2y + z = 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + y - 3z = 1 \\ 3x - 2z = 3 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x - y - 4z = 12 \\ 5x - 2y - 3z = 3 \\ -3x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

- 34** (UFR-RJ) Uma loja de departamentos, para vender um televisor, um videocassete e um aparelho de som, propôs a seguinte oferta: o televisor e o videocassete custam juntos R\$ 1 200,00; o videocassete e o aparelho de som custam juntos R\$ 1 100,00; o televisor e o aparelho de som custam juntos R\$ 1 500,00.

Quanto pagará um cliente que comprar os três produtos anunciados?

- 35** Uma loja vende certo componente eletrônico, que é fabricado por três marcas diferentes: A, B e C.

Um levantamento sobre as vendas desse componente, realizado durante três dias consecutivos, revelou que:

- no 1º dia, foram vendidos dois componentes da marca A, um da marca B e um da marca C, resultando um total de vendas igual a R\$ 150,00;
- no 2º dia, foram vendidos quatro componentes da marca A, três da marca B e nenhum da marca C, num total de R\$ 240,00;

- no último dia, não houve vendas da marca A, mas foram vendidos cinco da marca B e três da marca C, totalizando R\$ 350,00.

Qual é o preço do componente fabricado por A? E por B? E por C?

- 36** (UnB-DF) Na França, três turistas trocaram por francos franceses (F), no mesmo dia, as quantias que lhes restavam em dólares, libras e marcos, da seguinte forma:

- 1º turista: 50 dólares, 20 libras e 10 marcos por 502,90 F;
 2º turista: 40 dólares, 30 libras e 10 marcos por 533,40 F;
 3º turista: 30 dólares, 20 libras e 30 marcos por 450,70 F.

Calcule o valor de 1 libra, em francos franceses, no dia em que os turistas efetuaram a transação.



- 38** Resolva, através do escalonamento, os seguintes sistemas:

a)
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 5 \\ -2x + 5y = -3 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ -2x + 3y = 4 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \\ 5x + y = 22 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

- 39** Escalone e resolva os seguintes sistemas:

a)
$$\begin{cases} -x + 3y - z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -1 \\ x + y - z = 2 \\ 3x + 2z = 1 \\ 5x + 2y = 5 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \\ 2x + 3y = -7 \end{cases}$$

- 40** Classifique e resolva os seguintes sistemas:

a)
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - 2y = 0 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x - 5y = 0 \\ 4x + 3y = 0 \end{cases}$$

- 41** Classifique e resolva os seguintes sistemas homogêneos:

a)
$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 6x - 5y + 5z = 0 \\ -4x - 3y + z = 0 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} 3x - 2y - 3z = 0 \\ 3x - 9y - 10z = 0 \\ 3x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

- 42** Dado o sistema
$$\begin{cases} x - y + 4z = m - 2 \\ mx + 3y - z = 0 \\ 6x + (m - 3)y + 15z = 0 \end{cases}$$

- a) Determine m para que o sistema seja homogêneo.
 b) Utilizando o item a, resolva o sistema.

- 43** Resolva e classifique os seguintes sistemas homogêneos:

a)
$$\begin{cases} 2x - 4y - 3z = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ -2x + 3y = 0 \\ -x + 2y = 0 \\ 8x - 7y = 0 \end{cases}$$

- 45** O sistema abaixo é escalonado:

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ (m + 1)y = 0 \end{cases}$$

Determine m para que o sistema admita somente a solução nula ou trivial.

- 46** Seja o sistema
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + my = 0 \end{cases}$$

- a) Escalone-o.
 b) Determine m para que o sistema admita soluções próprias (diferentes da trivial).

Respostas:

11 não

12 a) (2, 1), (5, 4), (1, 0),

$$(-5, -6), \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right), \dots$$

b) SPI: possui infinitas soluções.

13 SI: as duas últimas equações são incompatíveis.

17 a) SPD

b) SI

18 a) sim

b) não

c) sim

19 a, c

20 a) $S = \{(1, -3)\}$; SPD

b) $S = \{(0, -1, 1)\}$; SPD

c) $S = \left\{\left(-\frac{3}{2}, \alpha, \alpha\right); \alpha \in \mathbb{R}\right\}$; SPI

21 a) $S = \{(-8, 4, 1, 2)\}$; SPD

b) $S = \left\{\left(\frac{2+\alpha}{2}, \frac{1+\alpha}{2}, \alpha\right); \alpha \in \mathbb{R}\right\}$; SPI

22 a) $S = \{(\alpha - \beta, \beta, \alpha), \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$

b) $S = \left\{\left(\frac{3-\beta-2\alpha}{2}, \beta, \alpha, \alpha\right); \alpha, \beta \in \mathbb{R}\right\}$

23 $S = \left\{\left(\frac{2+2\alpha}{3}, \frac{5\alpha-4}{3}, \alpha\right); \alpha \in \mathbb{R}\right\}$

24 a) $S = \left\{\left(\frac{4}{5}, -\frac{4}{5}\right)\right\}$

b) $S = \{(1, 1)\}$

25 a) $S = \emptyset$

b) $S = \{(3 + \alpha, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}\}$

26 34 motos e 45 carros

27 20

28 5

29 48 rapazes e 60 moças

30 a) $S = \{(1, -3, 2)\}$

b) $S = \{(1, 0, 2)\}$

c) $S = \emptyset$

31 a) $S = \left\{\left(\frac{-1+\alpha}{2}, \frac{5-3\alpha}{2}, \alpha\right); \alpha \in \mathbb{R}\right\}$

b) $S = \left\{\left(\frac{19}{30}, \frac{1}{6}, \frac{7}{30}\right)\right\}$

c) $S = \emptyset$

32 carro: 4 reais, ônibus: 6 reais e caminhão: 7 reais

$$14 \text{ a) } A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 4 \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 4 & 2 \\ -\frac{1}{3} & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$16 \text{ a) } \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ e}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 4x + 2y + z = 8 \\ x - z = -3 \end{cases} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -x + 3y + 5z = 1 \\ y - 2z = -2 \\ 4z = 3 \end{cases} \quad \text{c) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$33 \text{ a) } S = \left\{\left(\frac{-7\alpha+13}{11}, \frac{8+5\alpha}{11}, \alpha\right); \alpha \in \mathbb{R}\right\}$$

b) $S = \emptyset$

c) $S = \{(-1, 2, -4)\}$

34 R\$ 1900,00

35 A: R\$ 30,00; B: R\$ 40,00;
C: R\$ 50,00

36 8,9 F

37 61

38 a) $S = \{(4, 1)\}$

b) $S = \emptyset$

c) $S = \{(4, 2)\}$

39 a) $S = \left\{\left(\frac{4-2\alpha}{5}, \frac{3+\alpha}{5}, \alpha\right); \alpha \in \mathbb{R}\right\}$

b) $S = \left\{\left(\frac{1-2\alpha}{3}, \frac{5+5\alpha}{3}, \alpha\right); \alpha \in \mathbb{R}\right\}$

c) $S = \emptyset$

40 a) SPI; $S = \{(\alpha, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}\}$

b) SPD; $S = \{(0, 0)\}$

41 a) SPD; $S = \{(0, 0, 0)\}$

b) SPI;

$$S = \left\{\left(\frac{1}{3}\alpha, -\alpha, \alpha\right); \alpha \in \mathbb{R}\right\}$$

42 a) $m = 2$

b) $S = \left\{\left(-\frac{11\alpha}{5}, \frac{9\alpha}{5}, \alpha\right); \alpha \in \mathbb{R}\right\}$

43 a) $S = \left\{\left(-\frac{7\alpha}{2}, \frac{-5\alpha}{2}, \alpha\right); \alpha \in \mathbb{R}\right\}$; SPI

b) $S = \{(0, 0)\}$; SPD

44 a) 1 e -2

b) $S = \{(\alpha, \alpha, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}\}$

45 $m \neq -1$

$$46 \text{ a) } \begin{cases} x - 2y = 0 \\ (4+m)y = 0 \end{cases} \quad \text{b) } m = -4$$

47 a) 1 e 3

b) Para o autovalor 1, temos que

$$X = \begin{bmatrix} x \\ -x \end{bmatrix}, \forall x, \text{ e para o autovalor } 3,$$

$$\text{temos que } X = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}, \forall y.$$