Sequências ou Sucessões

Uma sequência numérica é uma conjunto ordenado de números. Costuma-se indicar o primeiro termo da sequência por a_1, segundo termo por a_2 e assim por diante. Dessa forma, uma sequência de *n* elementos é indicada por $(a_1, a_{2,} a_3, \dots, a_n)$. Nas situações em que a sequência é infinita, representamos por $(a_1, a_{2,} a_3, \dots)$.

Exemplos:

a) (1,3,5,7,9, ...) Sequência infinita
b) (0, 4,8,12,16,20) Sequência finita
c) Dada a sequência (2,5,9,14,20,27), calcular a_4 e $a_1 - 2(a_5)^2$

$a_4 = 14$ e $a_1 - 2(a_5)^2 = 2 - 2.(20)^2 = 2 - 800 = -798$

Formação dos elementos de uma sequência

As sequências são dadas, na sua maioria, por meio de uma regra chamada, *lei de formação*, que nos permite calcular qualquer termo da sequência. a_n representa o termo que ocupa a n-ésima posição na sequência, por isso é chamado de *termo geral da sequência.*

Exemplos:

a) Escreva a sequência em que $a_n = 2n$ e $n \in \{1,2,3,4,5\}$

$$n = 1 \Rightarrow a_1 = 2.(1) \Rightarrow a_1 = 2$$

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 2.(2) \Rightarrow a_2 = 4$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = 2.(3) \Rightarrow a_3 = 6$$

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = 2.(4) \Rightarrow a_4 = 8$$

$$n = 5 \Rightarrow a_5 = 2.(5) \Rightarrow a_5 = 10$$

A sequência procurada é $(2,4,6,8,10)$

b) Determine os cinco primeiros termos da sequência definida por $a_n = 3n^2 + 2$ com $n \in \mathbb{N}^*$.

$$n = 1 \Rightarrow a_1 = 3.(1)^2 + 2 \Rightarrow a_1 = 5$$

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 3.(2)^2 + 2 \Rightarrow a_2 = 14$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = 3.(3)^2 + 2 \Rightarrow a_3 = 29$$

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = 3.(4)^2 + 2 \Rightarrow a_4 = 50$$

$$n = 5 \Rightarrow a_5 = 3.(5)^2 + 2 \Rightarrow a_5 = 77$$

Logo a sequência procurada é $(5,14,29,50,77, \dots)$

c) Considere a sequência definida por $a_n = 3n - 16$ com $n \in \mathbb{N}^*$. Encontre o valor de $a_5 + a_6$, verifique se os números 113 e 114 pertencem a essa sequência.

- Valor de $a_5 + a_6$?

$a_5 = 3.(5) - 16 = -1$ e $a_6 = 3.(6) - 16 = 2$, logo $a_5 + a_6 = -1 + 2 = 1$

Se quisermos saber se algum *número pertence à sequência*, devemos substituir a_n por esse número e verificar se a equação obtida tem solução natural.

- 113 pertence a sequência?

$$113 = 3n - 16 \Rightarrow 129 = 3n \Rightarrow n = 43$$

Como $43 \in \mathbb{N}$, conclui-se que o número 113 pertence a sequência e ocupa 43ª posição.

- 114 pertence a sequência?

$$114 = 3n - 16 \Rightarrow 130 = 3n \Rightarrow n = \frac{130}{3}$$

Como $n = \frac{130}{3} \notin \mathbb{N}$, o número 114 não pertence a sequência.

d) Construa a sequência definida pela relação de recorrência $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = a_n + 2, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Neste caso determina-se o segundo termo a partir do primeiro, o terceiro a partir do segundo, e assim por diante. Para isso basta atribuir valores para *n*.

$$n = 1 \Rightarrow a_2 = a_1 + 2 \Longrightarrow a_2 = 5 + 2 \Longrightarrow a_2 = 7$$

$$n = 2 \Rightarrow a_3 = a_2 + 2 \Longrightarrow a_3 = 7 + 2 \Longrightarrow a_3 = 9$$

$$n = 3 \Rightarrow a_4 = a_3 + 2 \Longrightarrow a_4 = 9 + 2 \Longrightarrow a_4 = 11$$

$$n = 4 \Rightarrow a_5 = a_4 + 2 \Longrightarrow a_5 = 11 + 2 \Longrightarrow a_5 = 13$$

Assim a sequência procurada é $(5,7,9,11,13, \dots)$