IFRS – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia - Campus Rio Grande Lista de Matemática II - Professora Aline - Números binomiais, Triângulo de Pascal, Binômio de Newton e Termo geral do binômio de Newton

1 Calcule:

- b) $\begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix}$

2 Calcule:

- b) $\begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

3 Efetue:

- a) $\binom{4}{2} \binom{5}{3} + \binom{8}{8}$
- b) $\binom{3}{0} + \binom{3}{3} \binom{3}{1}$
- Determine m que verifique $\begin{pmatrix} 12 \\ 2m-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ m+4 \end{pmatrix}$.
- **5** Determine x que verifique $\begin{pmatrix} 10 \\ -x + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 3x 5 \end{pmatrix}$.
- Sabendo que $p \neq q$, resolva o sistema $\begin{cases} \begin{pmatrix} 10 \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ q \end{pmatrix}. \\ p 3q = 2 \end{cases}$
- 7 (Fuvest-SP) Lembrando que $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$:
 - a) calcule $\binom{6}{4}$.
 - b) simplifique a fração $\frac{\binom{12}{4}}{\binom{12}{1}}$.
 - c) determine os inteiros $n \in p$ de modo que $\frac{\binom{n}{p}}{\binom{n}{p+1}} = \frac{\binom{n}{p+1}}{\binom{n}{2}} = \frac{\binom{n}{p+2}}{\binom{n}{2}}$.
- 8 Aplicando a relação de Stifel, calcule:
- a) $\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$
- 9 Simplifique:

$$\frac{\binom{10}{7} + \binom{10}{8} + \binom{11}{9} + \binom{12}{10}}{\binom{13}{10}}$$

- 10 Sabendo que a sequência de números abaixo corresponde a certa linha do triângulo de Pascal:
 - a) determine a, b, c, d, e, f e g.
 - b) calcule a soma dos elementos da linha dada. Qual é essa linha?

11 Sabendo-se que
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
 = 28 e $\begin{pmatrix} x \\ y+1 \end{pmatrix}$ = 56, qual o valor de $\begin{pmatrix} x+1 \\ y+1 \end{pmatrix}$?

12 Dados
$$\binom{p}{q+1} = 15 e \binom{p}{q+2} = 6$$
, calcule $\binom{p+1}{q+2}$.

13 Sabendo que
$$\binom{p}{q}$$
 = b e $\binom{p-1}{q}$ = a, qual o valor de $\binom{p-1}{q-1}$?

14 (Unirio-RJ) Calcule o valor de
$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n-1} - \binom{n}{n}$$
, sendo n ímpar; justifique sua resposta.

15 Calcule
$$\sum_{i=1}^{5} (2i + 3)$$
.

16 Calcule
$$\sum_{k=0}^{3} (k+1)!$$
.

17 Calcule
$$\sum_{j=-1}^{2} (j+1)^2$$
.

18 Calcule o valor de
$$y = -1 + \sum_{k=1}^{3} {3 \choose k}$$
.

19 Qual o valor de
$$\sum_{k=0}^{10} {10 \choose k}$$
?

(Sugestão: utilize uma propriedade do triângulo de Pascal.)

20 Calcule
$$\sum_{i=-1}^{2} i^2 + \sum_{i=-1}^{1} j^3$$
.

21 Sabendo que
$$\sum_{i=1}^{4} (2i + a) = 60$$
, determine o valor de a.

22 Qual é o valor de
$$x = \sum_{i=1}^{4} (-1)^i - \sum_{i=1}^{3} 2^{i-1} + \sum_{k=-1}^{2} (1-k)$$
?

$$\sum_{i=0}^{2} \binom{n}{i} = 29$$

24 (Unificado-RJ) Qual é o valor de
$$n$$
 na igualdade $\sum_{p=1}^{n-1} \binom{n}{p} = 254$?

25 (Mackenzie-SP) Calcule
$$\sum_{n=1}^{20} {n \choose n-1}$$
.

26 Utilizando o teorema binomial, desenvolva:

a)
$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^3$$

b)
$$(2a + b)^5$$

c)
$$(1 - 2x)^5$$

27 Utilizando o teorema binomial, desenvolva:

a)
$$(\sqrt{x} + 2)^6$$

b)
$$\left(3b^2 - \frac{1}{b}\right)^4$$

b)
$$\left(3b^2 - \frac{1}{b}\right)^4$$
 c) $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4$

28 Qual o valor de
$$y = (1 + x)^4 + (1 - x)^4$$
?

29 Considere o binômio
$$(x + \sqrt{x})^4$$
.

- a) Desenvolva-o, supondo x > 0.
- b) Qual o valor obtido para x = 1? E para x = 4?

30 Calcule:

a)
$$\sum_{k=0}^{6} {6 \choose k} 2^{6-k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

b)
$$\sum_{n=0}^{7} {7 \choose n} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{7-n} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

31 Calcule
$$\sum_{n=1}^{4} {4 \choose n} \left(\frac{3}{4}\right)^{4-n} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n}.$$

32 Calcule:

a)
$$\sum_{k=0}^{10} {10 \choose k} 3^k$$

b)
$$\sum_{k=0}^{6} {6 \choose k} \left(\frac{1}{2}\right)^{6-k}$$

33 Calcule:

a)
$$\sum_{k=0}^{5} {5 \choose k}$$

b)
$$\sum_{k=1}^{8} {8 \choose k} 2^k$$

35 Resolva o sistema:

$$\begin{cases} 2a + 3b = 9 \\ a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 = 1024 \end{cases}$$

36 (Mackenzie-SP)

Se
$$\binom{5}{0}$$
 $(x-2)^5 + \binom{5}{1}$ $(x-2)^4 + \binom{5}{2}$ $(x-2)^3 + \dots + \binom{5}{5} = (7x-13)^5$, então calcule $(x-2)^6$.

- 37 Determine o coeficiente de x^8 no desenvolvimento de $\left(\frac{x^2}{3} + 2\right)^8$.
- **38** No desenvolvimento de $(3x + 4y^2)^6$, qual é o termo que contém x^4 ?
- **39** No desenvolvimento de $(1 + \sqrt{x})^{10}$, qual é o coeficiente de x^2 ?
- **40** Qual é o coeficiente de x^2 no desenvolvimento de $\left(x \frac{1}{x}\right)^8$?
- **41** Qual é o termo em x no desenvolvimento de $\left(\frac{1}{y} x\right)^6$?
- Qual é o 4º termo do desenvolvimento de $\left(1 + \frac{2x}{3}\right)^7$?
- **43** Qual é o termo central no desenvolvimento de $(x^2 1)^{10}$?
- Qual é o termo independente de x no desenvolvimento de $\left(x^2 + \frac{2}{x^3}\right)^{10}$?
- Qual é o termo independente de x no desenvolvimento de $\left(x^2 \frac{1}{x}\right)^{11}$?
- (Covest-PE) Calcule o coeficiente do termo independente de x em $\left(2x^2 \frac{1}{x^3}\right)^5$.
- 47 No desenvolvimento de $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^{20}$, determine:
 - a) o termo central;
 - b) o coeficiente do termo em x^{10} ;
 - c) o coeficiente do termo em x^{-4} .
- (Unifor-CE) Sejam A e B, respectivamente, o quarto e o quinto termos do desenvolvimento do binômio $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^n$ segundo as potências decrescentes de x. Se $\frac{A}{B} = x^2$, então determine o valor de n.
- Dado o binômio $\left(2x + \frac{1}{x^7}\right)^{\beta}$, determine β para que o termo central ocupe o 10° lugar e, em seguida, determine o coeficiente do termo em x^{-14} .
- **50** (UF-CE) No desenvolvimento de $\left(ax \frac{1}{2x}\right)^4$, $x \neq 0$, o termo independente de $x \notin \frac{27}{2}$. Calcule o valor de a^2 .

Respostas:

b)
$$-1$$

$$4 \text{ m} = 5 \text{ ou m} = 3$$

5
$$x = 2$$

6
$$p = 8 e q = 2$$

b)
$$\frac{5}{9}$$

c)
$$n = 14 e p = 4$$

26 a)
$$x^3 + \frac{3x^2}{2} + \frac{3x}{4} + \frac{1}{8}$$

b)
$$32a^5 + 80a^4b + 80a^3b^2 + 40a^2b^3 + 10ab^4 + b^5$$

c)
$$1 - 10x + 40x^2 - 80x^3 + 80x^4 - 32x^5$$

27 a)
$$x^3 + 12x^2\sqrt{x} + 60x^2 + 160x\sqrt{x} + 240x + 192\sqrt{x} + 64$$

$$\begin{array}{c} - b)81b^4 - 108b^2 + 54 - \frac{12}{b^2} + \frac{1}{b^4} \\ c) x^2 - 4x + 6 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} \end{array}$$

28
$$2 + 12x^2 + 2x^4$$

29 a)
$$x^4 + 4x^3\sqrt{x} + 6x^3 + 4x^2\sqrt{x} + x^2$$

b) 16; 1 296

30 a)
$$\frac{15625}{64}$$

31
$$\frac{175}{256}$$

b)
$$\frac{729}{64}$$

35
$$a = 3 e b = 1$$

$$>$$
 37 $\frac{1120}{81}$

41
$$\frac{-6x}{y^5}$$

42
$$\frac{280 \text{ x}^3}{27}$$

45 Não existe termo independente de x.

47 a)
$$\begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix}$$
. 2^{10} b) $\begin{pmatrix} 20 \\ 5 \end{pmatrix}$. 2^{15} c) $\begin{pmatrix} 20 \\ 12 \end{pmatrix}$. 2^{8}

49
$$\beta = 18; \binom{18}{4} \cdot 2^{14}$$