IFRS Campus Rio Grande

Matemática II - Profª Aline - Números Complexos – Lista 2

94 Escreva na forma trigonométrica o complexo $z = \dfrac{1+i}{i}$.

95 Escreva na forma trigonométrica o complexo $z = \dfrac{1}{1+i\sqrt{3}}$.

97 Qual é a forma algébrica de cada um dos seguintes números complexos?

a) $z = 4\left(\cos\dfrac{11\pi}{6} + i \operatorname{sen}\dfrac{11\pi}{6}\right)$

b) $z = \cos 0 + i \operatorname{sen} 0$

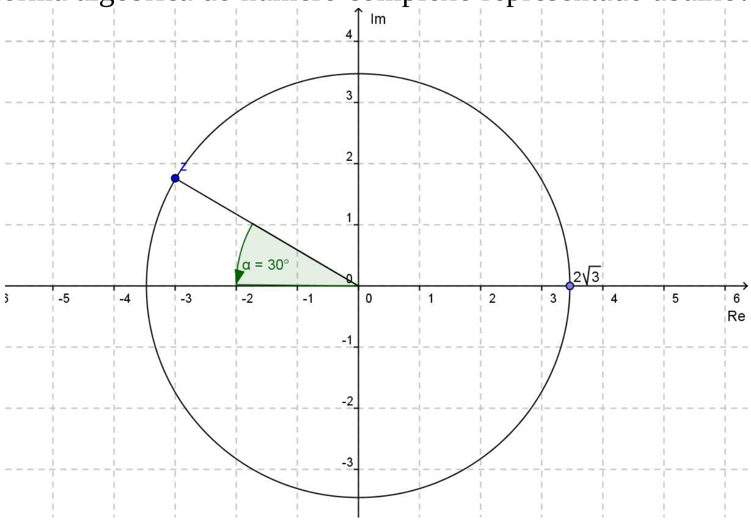
c) $z = \sqrt{3}\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i \operatorname{sen}\dfrac{\pi}{2}\right)$

d) $z = 4\,(\cos 270^{o} + i \operatorname{sen} 270^{o})$

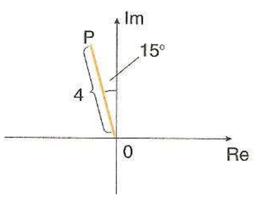
98 Obtenha a forma trigonométrica do número complexo $z = \dfrac{(1+i)^2}{1-i}$.

99 Qual é a forma trigonométrica de $z = \left(\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$?

100) Qual é a forma algébrica do número complexo representado abaixo?



101



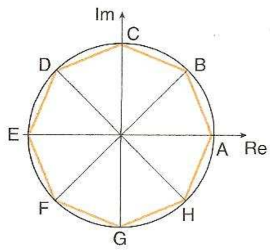
Na figura, o ponto P é afixo de z. Determine a forma algébrica de $\overline{z}$.

102 A figura seguinte representa um octógono regular inscrito numa circunferência.

Se a medida de $\overline{BF}$ é de 8 unidades, determine:

a) a forma trigonométrica dos números complexos z_2 e z_4, cujos afixos são os pontos B e D, respectivamente.

b) a forma algébrica de $\overline{z}_2$ e de $\overline{z}_4$.



103 Sejam os números complexos $z_1 = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{3}\right)$,

$z_2 = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{6}\right)$ e $z_3 = \cos\frac{\pi}{2} + i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2}$. Determine:

a) $z_1 \cdot z_2$ b) $z_2 \cdot z_3$ c) $\frac{z_1}{z_3}$ d) $\frac{z_1}{z_2}$

104 Sejam os números complexos $z_1 = \cos 0 + i\,\text{sen}\,0$, $z_2 = \cos\frac{\pi}{2} + i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2}$ e $z_3 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{6}\right)$. Determine:

a) $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ b) $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$ c) $z_1 \cdot \overline{z}_2$

112 Calcule $(-1 + i)^6$.

113 Qual é o valor de $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{100}$?

114 Mostre que $(\sqrt{2} + i\sqrt{2})^8$ é um número real.

115 a) Determine z, $z \in \mathbb{C}$, que verifica a equação $z + 2\overline{z} = 3\sqrt{3} + i$.

b) Usando o item *a*, calcule z^{60}.

116 Sendo $z = -\frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i$, obtenha o valor de z^{-12}.

118 (Fuvest-SP) Dado o número complexo $z = \sqrt{3} + i$, qual é o menor valor do inteiro $n \geqslant 1$ para o qual z^n é um número real?

122 *Calcule as raízes quadradas de –2. Represente seus afixos no plano e interprete geometricamente.*

123 Encontre as raízes quadradas de $-4i$, representando seus afixos no plano. Qual é a conclusão?

125 Sejam z_0, z_1 e z_2 as raízes cúbicas de –64. Calcule o valor de $z_0 + z_1 + z_2$.

126 Calcule, em $\mathbb{C}$, $(-i)^{\frac{1}{3}}$.

128 Calcule as raízes quartas de $-8 + i\,8\sqrt{3}$.

129 a) Encontre as raízes sextas de 8.

b) Represente seus afixos no plano. Qual é a medida de cada um dos arcos determinados pelos afixos? Qual é a conclusão?

131 (Fuvest-SP) No plano complexo, cada ponto representa um número complexo. Nesse plano, considere um hexágono regular, com centro na origem, tendo *i*, a unidade imaginária, como um de seus vértices.

a) Determine os vértices do hexágono.

b) Determine um polinômio de grau 6, cujas raízes sejam os vértices do

Respostas:

94 $\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i \operatorname{sen}\frac{7\pi}{4}\right)$

95 $\frac{1}{2}\left(\cos 5\frac{\pi}{3} + i \operatorname{sen} 5\frac{\pi}{3}\right)$

97 a) $2\sqrt{3} - 2i$ c) $\sqrt{3}\,i$
b) 1 d) $-4i$

98 $\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \operatorname{sen}\frac{3\pi}{4}\right)$

99 $\cos\frac{2\pi}{3} + i \operatorname{sen}\frac{2\pi}{3}$

100 $-3 + i\sqrt{3}$

101 $\left(\sqrt{2} - \sqrt{6}\right) + i\left(-\sqrt{2} - \sqrt{6}\right)$

102 a) $z_2 = 4\,(\cos 45° + i \operatorname{sen} 45°)$
$z_4 = 4\,(\cos 135° + i \operatorname{sen} 135°)$
b) $\overline{z_2} = 2\sqrt{2} - i\,2\sqrt{2}$
$\overline{z_4} = -2\sqrt{2} - i\,2\sqrt{2}$

103 a) $8\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i \operatorname{sen}\frac{5\pi}{6}\right)$
b) $4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i \operatorname{sen}\frac{2\pi}{3}\right)$
c) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i \operatorname{sen}\frac{\pi}{6}\right)$
d) $\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i \operatorname{sen}\frac{\pi}{2}\right)$

104 a) $2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i \operatorname{sen}\frac{-2\pi}{3}\right)$
b) $\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \operatorname{sen}\frac{\pi}{3}\right)$
c) $\cos\frac{3\pi}{2} + i \operatorname{sen}\frac{3\pi}{2}$

112 $8i$

113 $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

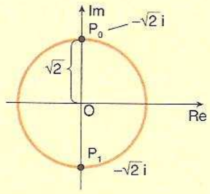
114 De fato, $\left(\sqrt{2} + i\sqrt{2}\right)^8 = 256 \in \mathbb{R}$.

115 a) $\sqrt{3} - i$ b) 2^{60}

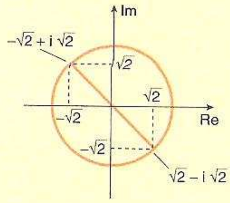
116 5^{-12}

118 6

122 $\sqrt{2}\,i$ e $-\sqrt{2}\,i$
P_0 e P_1 são extremidades de um diâmetro de uma circunferência de centro na origem e raio $\sqrt{2}$.



123 $-\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ e $\sqrt{2} - i\sqrt{2}$
Os afixos são extremidades de um diâmetro de uma circunferência de centro (0, 0) e raio $\sqrt{4} = 2$.



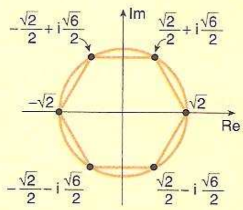
125 zero

126 i, $\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ e $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

128 $\sqrt{3} + i$, $-1 + i\sqrt{3}$, $-\sqrt{3} - i$ e $1 - i\sqrt{3}$

129 a) $\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}}{2}$,
$\frac{-\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}}{2}$,
$-\sqrt{2}$, $\frac{-\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{6}}{2}$ e
$\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{6}}{2}$

b)



Cada arco mede $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$.

Os afixos são vértices de um *hexágono regular* inscrito em uma circunferência de centro na origem e raio $\sqrt[6]{8} = \sqrt{2}$.

131 a) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $(0, 1)$, $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$, $(0, -1)$ e $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

b) $z^6 + 1 = 0$