

Arranjos

Definição: Dado um conjunto com n elementos distintos, chama-se arranjo dos n elementos tomados p a p , a qualquer sequência ordenada de p elementos distintos escolhidos entre os n existentes. Indicamos por $A_{n,p}$, onde n é o total dos elementos e p é o número de elementos de cada grupo.

Para determinarmos o número total dos arranjos simples de n elementos distintos

tomados p a p usamos a expressão $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$, $n \geq p$.

Exemplos:

1) Obter o valor de $A_{4,2} + A_{7,3}$.

$$A_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12$$

$$A_{7,3} = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = 210$$

Logo o resultado é $12 + 210 = 222$

2) O quadrangular final de um torneio mundial de basquete é disputado por quatro seleções: Brasil, Cuba, Rússia e EUA. De quantas maneiras distintas podemos ter os três primeiros colocados?

3) A senha de um cartão de crédito é formada por duas letras distintas acompanhadas por uma sequência de três algarismos distintos. Quantas senhas poderiam ser confeccionadas?

4) Resolver a equação $A_{n,2} = 6$.

5) Considerando as letras da palavra MATRIZES. Quantos grupos de quatro letras distintas podemos formar:

a) com as letras dessa palavra?

b) começando com a letra T?

c) terminando com as letras MA?

d) tal que contenha a letra A?

e) tal que não contenha a letra A?

Permutações

Definição: Dado um conjunto com n elementos distintos, chama-se permutação dos n elementos a todo arranjo desses n elementos tomados n a n . Indicamos por $P_n = n!$.

A permutação é um caso particular de arranjo, pois dado um conjunto com n elementos distintos, selecionamos exatamente n elementos para formar a sequência ordenada.

Exemplos:

1) Calcule P_4

2) Quantos são os anagramas da palavra SOL.

3) De quantas maneiras cinco pessoas podem ser dispostas em fila indiana?

a) Quantas filas podem ser compostas começando por A ou B?

4) Oito pessoas, entre elas Antônio e Pedro, vão posar para uma fotografia. De quantas maneiras elas podem ser dispostas se Antônio e Pedro recusam-se a ficar lado a lado?

Combinações

Definição: Dado um conjunto A com n elementos distintos, chama-se combinação dos n elementos de A , tomados p a p a qualquer subconjunto de A formado por p elementos. Cada um desses agrupamentos se diferencia do outro apenas pela natureza de seus elementos. Indica-se por $C_{n,p}$ e é dado por $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$, com $n \geq p$.

Exemplos:

1) Calcule $C_{5,2} + C_{8,2}$

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 1 \cdot 3!} = \frac{20}{2} = 10$$

$$C_{8,2} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2 \cdot 1 \cdot 6!} = \frac{56}{2} = 28, \text{ logo } C_{5,2} + C_{8,2} = 38$$

2) Uma pizzeria oferece 15 sabores diferentes de pizza a suas clientes.

a) De quantas maneiras uma família pode escolher três desses sabores?

b) Suponhamos agora que uma família opta sempre por mussarela. Como poderão ser escolhidos os outros dois sabores?

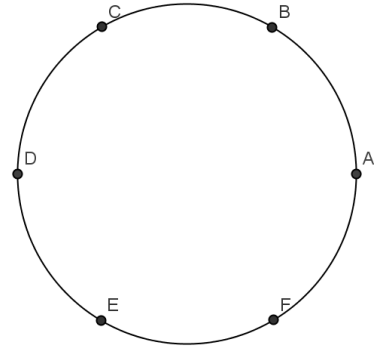
3) Uma classe tem 15 alunos, sendo 9 meninos e 6 meninas.

a) Quantas comissões de dois meninos e duas meninas podem ser formadas?

b) Quantas comissões de quatro alunos têm pelo menos um menino?

4) Marcam-se cinco pontos sobre uma reta r . Sobre outra reta s , paralela a r marcam-se mais quatro pontos. Quantos triângulos podem ser formados com vértices em três quaisquer desses pontos?

5) Quantos triângulos distintos podemos traçar tendo como vértices os pontos da circunferência ao lado?



6) Resolva a equação $C_{x,2} = 3$.

Permutações com elementos repetidos

Definição: Um conjunto foi escrito com n elementos. Um dos elementos foi repetido α vezes outro elemento foi repetido β vezes e assim por diante até um elemento repetido γ vezes. O número de permutações que se pode obter com os elementos é

$$P_n^{\alpha, \beta, \dots, \gamma} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \dots \gamma!}$$

Exemplos:

1) Encontre o número de anagramas formados a partir de:

a) SAMBA

b) PASSARELA

c) RODOVIÁRIA

2) Um dado é lançado 4 vezes. De quantos modos distintos pode ser obtida uma sequência com três faces iguais a 1 e uma face igual a 6?