Задача: По регулярному выражению, букве x и числу k, выяснить, существуют ли в языке слова, содержащие префикс x^k.
Для этого я реализовал алгоритм проверки, что данное слово является префиксом хотя бы одного слова из языка. Он работает следующим образом:

1. Привести автомат к ПДКА
2. Прочитать слово автоматом (нет ситуации, когда нет нужного ребра, потому что у нас ПДКА). Вершина, на которой остановилось чтение, определяется единственным образом, так как у нас ДКА. Пусть это состояние Q_1
3. Смотрим на все состояния, достижимые из данного
4. Одно из достижимых состояний является конечным тогда и только тогда, когда данное слово является префиксом хотя бы одного слова из языка:
   1. Пусть из Q_1 достижимо конечное состояние Q_2. Тогда в языке лежит слово, при прочтении которого в автомате мы сначала доходим до Q_1, а затем из него доходим до Q_2 - его префиксом является x по построению.
   2. Пусть x является префиксом некоторого слова ω. Прочтем ω в автомате. Рассмотрим момент, когда мы только закончили чтение x. В этот момент мы точно стоим в вершине Q_1, потому что автомат детерминированный, и путь, по которому мы прочитали x, определяется однозначно. И так как мы дочитали ω, мы пришли в некоторое конечное состояние, при этом пройдя через Q_1, то есть существует путь из Q_1 в некоторое конечное состояние.

Асимптотика:

В алгоритме происходит приведение к ДКА и dfs. Приведение к ДКА в цикле перебирает до $2^{|S|}$ подмножеств состояний, в каждом из которых происходит $O(|S|)$ операций. Обозначим новое число ребер после приведения к ДКА за E_n, новое число вершин - V_n, тогда асимптотика dfs будет $O(V_n + E_n)$. Итоговая асимптотика $O(2^{|S|} \cdot |S| + E_n + V_n)$.