

Exploring Thermalisation From The Viewpoint Of Typicality In The XY Model

Jose Alejandro Montana Cortes - 201732643

Director:Alonso Botero Mejía

Abril 2020

Resumen

La validez del postulado de igual probabilidad a priori es uno de los problemas más controversiales dentro de los fundamentos de la mecánica estadística, el cual no puede ser probado. No obstante, recientes ideas propuestas por Popescu et. al. abandonan este postulado, y lo remplazan con la idea de la *Tipicidad Canónica*, la cual sí puede ser probada matemáticamente. Dentro del marco de estas ideas, se explica cómo por medio del entrelazamiento cuántico entre el sistema y su ambiente, es posible mostrar que la mayoría de los estados reducidos provenientes de un universo sujeto a una restricción global, coinciden aproximadamente con el estado equiprobable asociado a ese universo.

En 2009, Linden et. al. muestran que el fenómeno de termalización emerge como una consecuencia de la estructura de la mecánica cuántica, donde se hace uso del principio de la “alateorización” de las fases, para argumentar el porqué los promedios temporales sobre los estados tienden a cero, dando así una explicación al camino hacia el equilibrio en términos probabilísticos. No obstante, tal y como Linden menciona en sus resultados, existe un problema a la hora de considerar estados cuyas energías propias son cercanas unas de las otras ($E_m \approx E_n$), pues el tiempo que le tomaría a un estado llegar a su respectivo equilibrio, sería exponencialmente largo.

En el presente trabajo se muestra una serie de argumentos que explican como la tipicidad canónica nos proporciona una alternativa al fenómeno de

termalización expuesto por Linden, para el caso en el que los auto estados de energía sean cercanos entre si. Con el objetivo de estudiar esta hipótesis acerca de la tipicidad canónica, se hace uso de la teoría de corrección de errores aplicado a sistemas Fermionicos. Particularmente, tomamos el modelo XY 1-dimensional de espines $1/2$ a partir del cual se muestra que en el primer caso, un esquema de corrección de errores explica de forma exacta el mecanismo alterno propuesto en nuestra hipótesis. Mientras que para el caso en el que no es posible encontrar un esquema de corrección de errores, es posible acotar esta cantidad de manera exacta.

Abstract

The validity of the equal a priori probability postulate is one of the most controversial problems in the foundation of statistical mechanics, and is an unprovable assumption. However, recent ideas from *Popescu et. al* leave behind this postulate and replaced with the *Canonical Typicality*, which is mathematically proven. Within these ideas, quantum entanglement between the system and its environment is the key to understand how the vast majority of reduced states from an universe constrained to a global restriction, are approximately the equiprobable state associated with that universe.

In 2009, *Linden et. al* show how thermalization appears as a consequence of the structure of quantum mechanics, where the postulate of randomisation of phases is used to explain why time averages over states are zero, and then providing an argument to thermalization in terms of probabilistic methods. Nonetheless, as Linden point out in its results, that when dealing with states which have similar eigenenergy values, these averages would take exponentially large time to reach its respective equilibrium state.

In the present work, a series of arguments are provided in order to explain how canonical typicality bestow us an alternative to explain how thermalization can occur in the case expounded by Linden. To prove our hypothesis about canonical typicality, a connection to error code theory is done for the case of Fermionic systems. Particularly, the 1-dimensional XY model of spin $1/2$ is used to show how a correction scheme error can grant an exact answer to our hypothesis for one of the two possible found cases. Whereas for the second, we provide an analytical expression for the minimum bound

in the XY model case.

Jurados:

Internos:

- Andres Reyes-Lega
- Luis Quiroga

Externos:

- Carlos Viviescas (Universidad Nacional de Colombia)