Metody Numeryczne
sprawozdanie projekt nr 1

Bartosz Jamroży, grupa laboratoryjna nr 1

29 listopada 2020

Polecenie

Metoda Simpsona obliczania przybliżonej wartości całki $\int_a^b w_n(x)dx$, gdzie w_n jest postaci:

$$w_n(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k T_k(x) U_k(x).$$

Uwaga. Nie należy sprowadzać wielomianu w_n do postaci naturalnej! Do obliczania wartości wielomianu w_n należy wykorzystać związek rekurencyjny spełniany przez wielomiany Czebyszewa.

T_k i U_k to wielomiany Czebyszewa odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju, spełniają zależności rekurencyjne:

$$T_0(x) = 1, \qquad T_1(x) = x,$$
$$T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x), \qquad n = 2, 3, \ldots.$$

$$U_0(x) = 1, \qquad U_1(x) = 2x,$$
$$U_n(x) = 2xU_{n-1}(x) - U_{n-2}(x), \qquad n = 2, 3, \ldots.$$

Całkę Simsona oblicza się następująco:

$$\int_{x_p}^{x_k} f(x)dx \approx \frac{x_k - x_p}{6n}\left(f_0 + f_n + 2\sum_{i=1}^{n-1} f_i + 4\sum_{i=1}^{n} f_{t_i}\right)$$

Program obliczeniowy

Zaimplementowana funkcja obliczająca to calkaSimsona(a,b,a_vector,k)

Parametry

- a, b Przedział całkowania
  liczby rzeczywiste a<b
- a_vector Parametry A_k
  wektor liczb rzeczywistych
- k Liczba węzłów
  liczba naturalna większa bądź równa 2

Opis działania

Funkcja calkaSimsona składa się z następujących podfuncji:

Tk(x,k) oblicza macierz k kolejnych wielomianów Czebyszewa pierwszego rodzaju dla wektora wartości x.

Uk(x,k) oblicza macierz k kolejnych wielomianów Czebyszewa drugiego rodzaju dla wektora wartości x.

Macierze otrzymane z *Tk* i *Uk* przekazywane są do funkcji *w*, która wymnaża je po współrzędnych, dodatkowo przez wektor *a_vector*, oraz sumuje kolumny. W ten sposób obliczone zostają wartości funkcji w dla wektora wartości x.

Główna funkcja wyznacza węzły i wywołuje dla nich odpowiednio *w*, sumuje otrzymane wektory, odpowiednio przemnaża (według wcześniejszego wzoru na całkę Simsona) co daje przybliżoną wartość całki.

Przykłady obliczeniowe

Normalne działanie

```
>> calkaSimsona(0,10,[1,1,1,1,1,1,1],10000)

ans =

     1.529362556127709e+15
```

Błędne argumenty

```
>> calkaSimsona("0",10,[1,1,1,1,1,1,1],10000)
Error using calkaSimsona (line 14)
Expected input number 1 to be one of these types:

double, single, uint8, uint16, uint32, uint64, int8, int16, int32, int64

Instead its type was string.
```

```
>> calkaSimsona(1,10,[],10000)
Error using calkaSimsona (line 16)
Expected input number 3 to be a row vector.
```

```
>> calkaSimsona(10,0,[2,2,2],10000)
Error using calkaSimsona (line 19)
zły przedział całkowania
```

Funkcja sprawdza dane wejściowe pod względem poprawności, w razie błędu wyrzuca odpowiedni error, walidacja uwzględnia niepełną ilość argumentów, ich zły typ, czy też złe wartości. Dla argumentów k, który powinien być całkowity w razie podania liczby zmiennoprzecinkowej domyślnie zostanie zaokrąglony w dół.

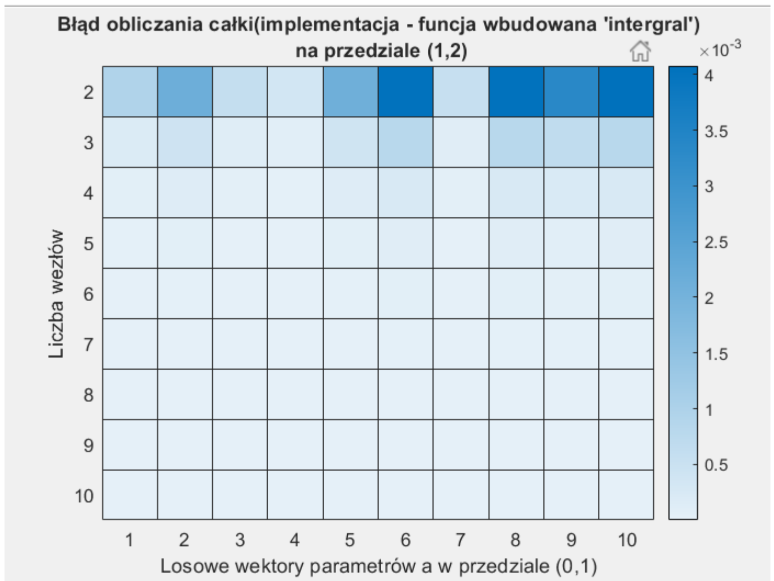
Inne

```
>> calkaSimsona(100,100+(1/1000),1:50,10000)

ans =

    7.907693952236384e+223

>> calkaSimsona(100,100+(1/1000),1:10,10000)

ans =

     1.310310452382375e+39

>> calkaSimsona(100,100+(1/1000),1:75,10000)

ans =

   Inf
```

Z racji, że funkcja skonstruowana jest przez sumowanie dość wysokich potęg, mimo, iż całkujemy po niewielkim predziale jednej tysięcznej, przy sumie składającej się z 75 elementów otrzymujemy nieskończoność.

Analiza działania programu

Wizualizacja błędu obliczania całki dla różnych ilości węzłów. Błąd został wyliczony jako różnica napisanej funkcji do wbudowanej całki ”integral”. Jak widać im mniejsza liczba błędów, tym większy błąd.



Po powiększeniu wykresu widać, że już w okolicy 10 węzłów błąd jest stosunkowo niewielki