

Metody Numeryczne

sprawozdanie projekt nr 2

Bartosz Jamroży, grupa laboratoryjna nr 1

22 grudnia 2020

Polecenie

Rozwiązywanie układu równań liniowych $Ax = b$, gdzie $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ jest macierzą pięciodiagonalną, $b \in \mathbb{R}^n$, metodą eliminacji Gaussa. Obliczanie $\det(A)$ i $\det(A^{-1})$.

W pamięci komputera należy przechowywać wyłącznie niezerowe przekątne macierzy A (w postaci pięciu wektorów lub macierzy $n \times 5$ lub $5 \times n$).

Porównać wyniki z otrzymanymi wbudowaną funkcją Matlaba.

Program obliczeniowy

Zaimplementowana funkcja obliczająca to

$[x, \det_A, \det_A_inverse] = \text{RozwiazanieUkladuPieciodiagonalna}(A, b)$

Parametry

Wejście

- A Macierz układu linowego
Macierz kwadratowa pięciodiagonalna o elementach rzeczywistych
- b Wyrazy wolne układu
wektor liczb rzeczywistych

Wyjście

- x Rozwiązanie układu
wektor rzeczywisty
- det
wyznacznik macierzy A
- det_inverse
wyznacznik macierzy odwrotnej do A

Opis działania

Funkcja `RozwiazanieUkladuPieciodiagonalna` składa się z następujących pod-funkcji:

`PieciodiagonalnaJakoProstokatna(A)` Zwraca macierz, której wiersze są diagonalami (odpowiednio rozszerzonymi zerami do długości n rozmiaru A, diagonalą 1 i 2 przedłużone z tyłu, 4 i 5 z przodu) z A Niezerowe elemnty poza diagonalami zostają zignorowane

`EliminacjaGaussa(B,b)` Dokonuje operacji na kwadratowym odpowiedniku A odpowiadającej podstawowej eliminacji gaussa na oryginalniej macierzy pięciodiagonalnej.

`Obliczaniex(Be,be)` Wyznacza rozwiązanie układu

Przykłady obliczeniowe

Normalne działanie, krok po kroku

Przykładowa losowa macierz pięciodiagonalna:

45	10	43	0	0	0	0	0	0	0
8	96	91	62	0	0	0	0	0	0
22	0	18	35	90	0	0	0	0	0
0	77	26	51	94	40	0	0	0	0
0	0	14	40	49	9	4	0	0	0
0	0	0	7	48	13	16	18	0	0
0	0	0	0	33	94	64	36	50	0
0	0	0	0	0	95	73	62	51	55
0	0	0	0	0	0	64	78	81	62
0	0	0	0	0	0	0	8	79	58

Oraz wektor wyrazów wolnych:

20	30	47	23	84	19	22	17	22	43
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Po przekształceniu do postaci 5xn:

43	62	90	40	4	18	50	55	0	0
10	91	35	94	9	16	36	51	62	0
45	96	18	51	49	13	64	62	81	58
0	8	0	26	40	48	94	73	78	79
0	0	22	77	14	7	33	95	64	8

Po eliminacji gaussa:

1.0e+03 *									
0.0430	0.0620	0.0900	0.0400	0.0040	0.0180	0.0500	0.0550	0	0
0.0100	0.0834	0.0382	3.0036	0.0210	0.0232	-0.0118	-0.0952	-0.0724	0
0.0450	0.0942	0.0013	1.2359	-0.0172	0.0505	0.0101	0.0627	-0.0047	-1.3490
0	0	0	0	0	0	0	0.0000	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Wyrazy wolne:

1.0e+03 *									
0.0200	0.0264	0.0386	1.2491	0.0439	0.0909	-0.1353	0.2417	0.2928	5.6711

Teraz zgausowana macierz 5xn jest odpowiednikiem takiej kwadratowej macierzy(tylko dla zobrazowania co sie stalo w obliczeniach,program nadal korzysta z formatu 5xn):

1.0e+03 *									
0.0450	0.0100	0.0430	0	0	0	0	0	0	0
0	0.0942	0.0834	0.0620	0	0	0	0	0	0
0	0	0.0013	0.0382	0.0900	0	0	0	0	0
0	0	0	1.2359	3.0036	0.0400	0	0	0	0
0	0	0	0	-0.0172	0.0210	0.0040	0	0	0
0	0	0	0	0	0.0505	0.0232	0.0180	0	0
0	0	0	0	0	0	0.0101	-0.0118	0.0500	0
0	0	0	0	0	0	0.0000	0.0627	-0.0952	0.0550
0	0	0	0	0	0	0	0	-0.0047	-0.0724
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.3490

Ostateczny wektor rozwiązań:

0.3855
-2.8191
0.7172
3.7464
-1.1724
3.5140
-12.5188
11.3150
2.4848
-4.2038

Zero na diagonalu

Jako że funkcja realizowana jest poprzez podstawę eliminacji Gaussa nie jest odporna na pojawienie się zera na diagonalu. W takim przypadku funkcja zwróci wektor NaN-ów.

Macierz powstała z wyboru diagonalu z macierzy pascala:

1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	2	3	4	0	0	0	0	0	0
1	3	6	10	15	0	0	0	0	0
0	4	10	20	35	56	0	0	0	0
0	0	15	35	70	126	210	0	0	0
0	0	0	56	126	252	462	792	0	0
0	0	0	0	210	462	924	1716	3003	0
0	0	0	0	0	792	1716	3432	6435	11440
0	0	0	0	0	0	3003	6435	12870	24310
0	0	0	0	0	0	0	11440	24310	48620

Jakiś wektor wyrazów wolnych (bez znaczenia jaki nie on jest tu problemem):

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

Wynik:

NaN
NaN
NaN
NaN
NaN
NaN
NaN
NaN
NaN
NaN

Macierz nie pięciodiagonalna

Gdy jako maciez podana zostanie macierz nie pięciagonalna, elementy poza diagonalami zostaną zignorowane:

```

A =

    46    52    91    29    44    10    50
    76    33    10    13     1    99    76
    81    17    74    21    89    33    63
    10    20    73    89    19    29     8
    17    90    56     7     9     6     8
    35    67    18    24    30    29    77
     5    46    59     5    45     4    90

A5 =

    46    52    91     0     0     0     0
    76    33    10    13     0     0     0
    81    17    74    21    89     0     0
     0    20    73    89    19    29     0
     0     0    56     7     9     6     8
     0     0     0    24    30    29    77
     0     0     0     0    45     4    90

b =

    10    10    10    10    10    10    10

```

Wywołanie dla obu macierzy da ten sam efekt:
`RozwiazanieUkladuPieciodiagonalna(A,b)==RozwiazanieUkladuPieciodiagonalna(A5,b)`

```

7x1 logical array

     1
     1
     1
     1
     1
     1
     1
     1

```

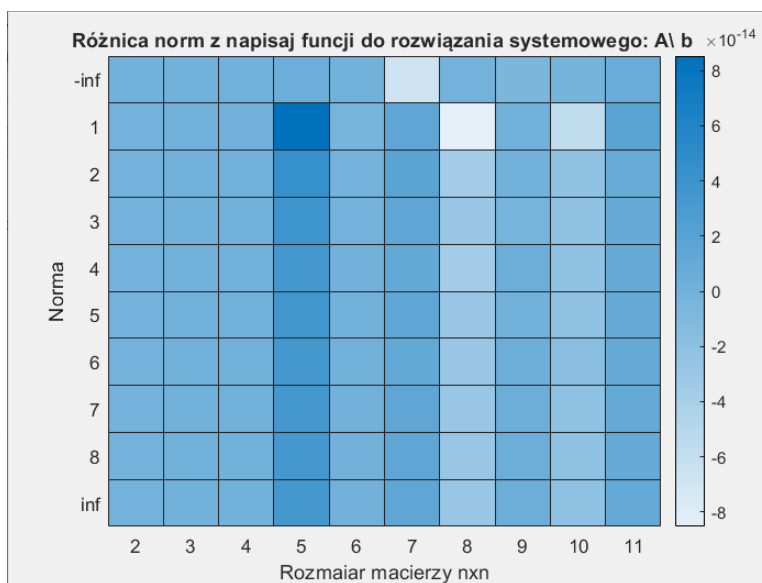
Niepoprawne argumenty

```
>> RozwiazanieUkladuPieciodiagonalna([1 1; 1 1; 1 1],1:2)
Error using RozwiazanieUkladuPieciodiagonalna (line 24)
Macierz nie jest kwadratowa
```

```
>> RozwiazanieUkladuPieciodiagonalna([1 1; 1 1],1:3)
Error using RozwiazanieUkladuPieciodiagonalna (line 27)
Wymiar macierzy i wektora wyrazów wolnych nie odpowiadają sobie
```

Analiza działania programu

Wizualizacja błędu rozwiązywania układu dla losowych macierzy różnych wymiarach. Błąd został wyliczony jako różnica napisanej funkcji do wbudowanej A b. Rozbieżności są niewielkie.



Po powiększeniu wykresu widać wartości liczbowe

