

10-mavzu:

Aylantirish usuli. Masalalarni yechish algoritmi.

Dars rejasi:

1. Aylantirish usuli
2. Geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish. Nuqtani aylantirish.
3. Geometrik shaklni proyeksiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirish.

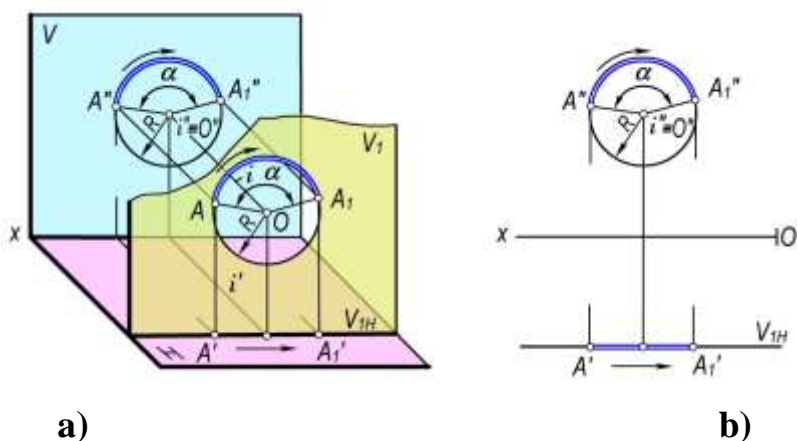
Aylantirish usuli parallel harakatlantirish usulining xususiy holi hisoblanadi. Bu usulda geometrik shaklga tegishli nuqtaning trayektoriyasi ixtiyoriy bo'lmay, balki berilgan biror o'qqa nisbatan aylana bo'yicha harakatlanadi. Aylana markazi berilgan o'qda joylashgan bo'lib, aylanish radiusi esa harakatlanuvchi nuqta bilan aylanish o'qi orasidagi masofaga teng bo'ladi yoki aylanish tekisligini aylanish o'qi bilan kesishgan nuqtasi bo'ladi.

Aylanish o'qlari proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan perpendikulyar, parallel, shuningdek, proyeksiyalar tekisligiga tegishli va boshqa vaziyatlarda bo'lishi mumkin.

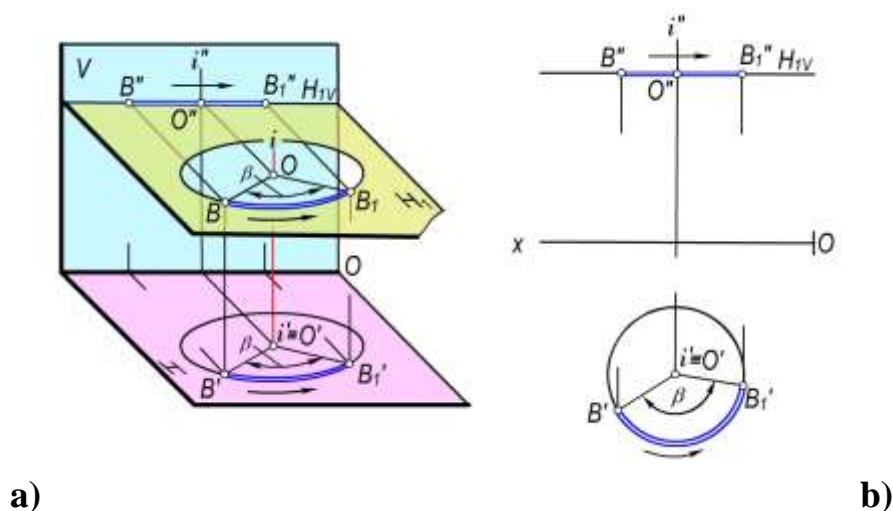
Quyida turli vaziyatlarda joylashgan aylanish o'qlari atrofida aylantirish usullarni ko'rib chiqamiz.

Geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish. Nuqtani aylantirish. H va V tekisliklar sistemasida ixtiyoriy A nuqta va i aylanish o'qi berilgan bo'lsin (10.1 a-rasm). Agar A nuqtani $i \perp V$ aylanish o'qi atrofida harakatlantirsak, mazkur nuqta V tekislikka parallel V_1 tekislikda radiusi OA ga teng aylana bo'yicha harakatlanadi. Shuningdek, A nuqtaning harakatlanish trayektoriyasining gorizontaal proyeksiyasi V_1 tekislikning V_{1N} izi bo'yicha harakat qiladi. Chizmada V_1 tekislik V tekislikka parallel bo'lgani uchun A nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana bo'yicha, gorizontaal proyeksiyasi $V_{1N} \parallel Ox$ bo'yicha harakat qiladi (10.2-rasm, b).

B nuqtaning H tekislikka perpendikulyar i o'qi atrofida aylantirilishi 11.2-rasm, a da ko'rsatilgan. B nuqta B_1 vaziyatga radiusi OB ga teng aylana bo'yicha H tekislikka parallel bo'lgan N_1 tekislikda harakatlanadi. Bunda N_1 tekislik H tekislikka parallel bo'lgani uchun B nuqta harakatlanish trayektoriyasining gorizontaal proyeksiyasi aylana bo'yicha, frontal proyeksiyasi N_1 tekislikning N_{1V} izi bo'yicha Ox ga parallel bo'lib harakatlanadi. (10.3,b-rasm).



10.1-rasm



10.2-rasm

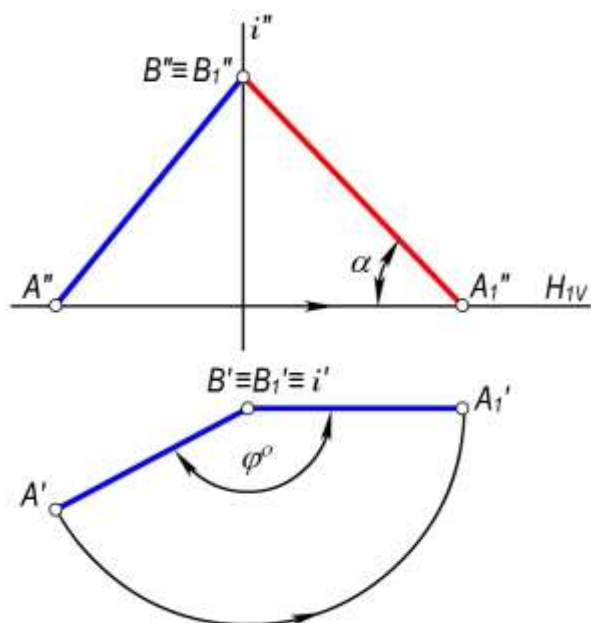
Yuqorida bayon qilinganlardan quyidagi xulosalarga kelimiz:

1-xulosa. Agar A nuqta frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilsa, mazkur nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana bo'yicha, gorizontaal proyeksiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

2-xulosa. Agar nuqta gorizontaal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilsa, nuqtaning gorizontaal proyeksiyasi aylana bo'yicha, frontal proyeksiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Nuqtani proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish qoidalariga asosan umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shakllarni xususiy yoki talab qilingan vaziyatga keltirish mumkin.

1-masala. Umumiy vaziyatdagi $AB(A'B', A''B'')$ kesmani V tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin. (10.3-rasm).



10.3-rasm

Yechish. AB kesmaning biror, masalan B uchidan $i \perp H$ aylantrish o'qi o'tkaziladi. So'ngra bu o'q atrofida kesmaning $A'B'$ gorizontaal proyeksiyasini $A'B' \parallel Ox$ vaziyatga kelguncha aylantiramiz. Bunda AB kesmaning A'' nuqtasi $N_{1V} \parallel Ox$ bo'yicha harakatlanib, A''_1 vaziyatni egallaydi. Shaklda hosil bo'lgan AB kesmaning yangi $A'_1B'_1$ va $A''_1B''_1$ proyeksiyalari uning V tekislikka parallelligini ko'rsatadi. Shakldagi α burchak AB kesmani H tekislik bilan hosil etgan burchagi bo'ladi.

2-masala. $AB(A'B', A''B'')$ kesmani $i \perp H$ o'q atrofida α burchakka aylantirish talab qilinsin (10.4-rasm).

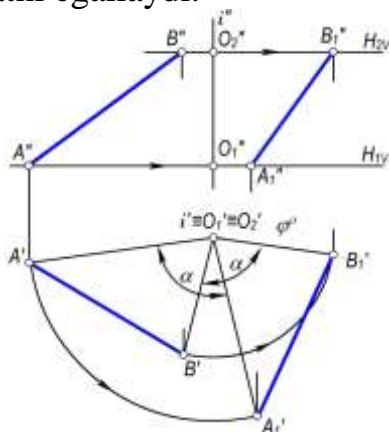
Yechish. Kesmani α burchakka

aylantirish uchun uning A' va B' proyeksiyalarini berilgan i o'qi atrofida $A'O'_1$ va $B'O'_2$ radiuslari bo'yicha α burchakka aylantirish kifoya qiladi.

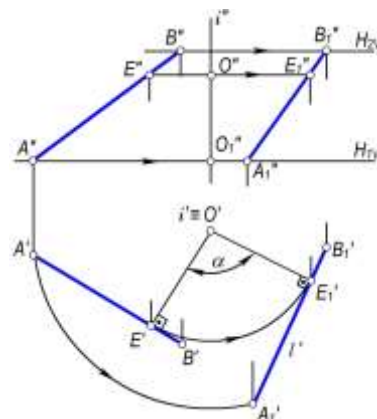
Aylantirish usulining qoidasiga muvofiq kesma uchlarining A'' va B'' proyeksiyalari $N_{1V} \parallel Ox$ va $N_{2V} \parallel Ox$ bo'yicha harakatlanadi. Natijada, hosil bo'lgan $A_1B_1(A'_1B'_1, A''_1B''_1)$ kesma AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyati bo'ladi. Bu misolni quyidagicha yechish ham mumkin: AB kesmaning $A'B'$ gorizontal proyeksiyasiga i aylanish o'qining gorizontal proyeksiyasi i' dan unga perpendikulyar o'tkaziladi. (10.5-rasm). Hosil bo'lgan $E'O'$ aylantirish radiusni talab qilingan α burchakka aylantiriladi va E'_1O' ga perpendikulyar qilib, ℓ' chiziq o'tkaziladi. Bu chiziqqa shakldagi $A'E' = A'_1E'_1$ va $E'B' = E'_1B'_1$ kesmalar o'lchab qo'yiladi. So'ngra $A'_1B'_1$ ning frontal proyeksiyasi $A''_1B''_1$ yasalanadi. Natijada AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyatining yangi $A'_1B'_1$ va $A''_1B''_1$ proyeksiyalari hosil bo'ladi.

3-masala. Izlari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi P tekislikni $i \perp H$ o'qi atrofida α burchakka aylantirilish talab qilinsin (10.6-rasm).

Yechish. P tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali i aylanish o'qi orqali o'tkaziladi va $h \cap i = O(O', O'')$ aniqlanadi. So'ngra O' nuqtadan P_N ga $O'E'$ perpendikulyar tushiriladi. Hosil bo'lgan $O'E'$ berilgan P tekislikni i o'q atrofida aylantirish radiusi bo'ladi. Tekislikning P_N gorizontal izi $O'E'$ radius bo'yicha α burchakka aylantirilganda, u P_{1N} vaziyatni egallaydi.



10.4-rasm



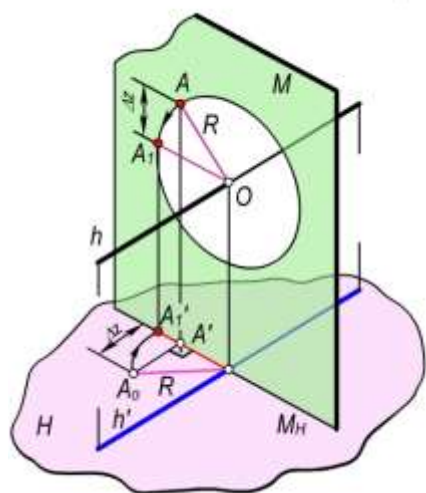
10.5-rasm

Tekislikning yangi P_{1V} frontal izini aniqlash uchun uning gorizontaldan foydalanamiz. Ma'lumki, P tekislik α burchakka aylantirilganda uning $h(h', h'')$ gorizontali $h_1(h'_1, h''_1)$ vaziyatni egallaydi. Shuning uchun tekislikning P_{1V} izini yasashda P_{1X} va $1_1''$ nuqtalar tutashtiriladi.

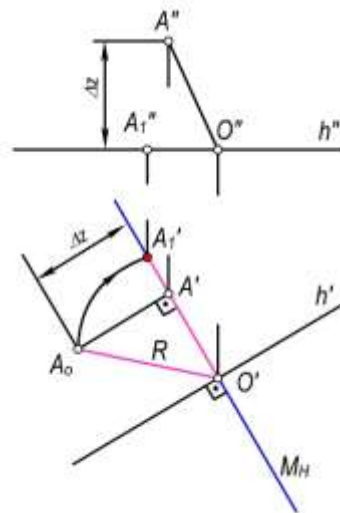
4-masala. Umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislikni $i(i', i'') \perp H$ o'q atrofida aylantirib frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltirish talab etilsin (10.7-shakl).

Yechish. P tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali $i(i', i'')$ o'qi orqali o'tkaziladi va gorizontalling i' o'qi bilan kesishish nuqtasi $O(O', O'')$ topiladi. Tekislik bilan uning $h(h', h'')$ gorizontali O' atrofida aylantirilib, proyeksiyalovchi, ya'ni $h'_1 \perp Ox$ vaziyatga keltiriladi. Gorizontalling h'' frontal proyeksiyasi esa $h_1'' \equiv 1_1''$ vaziyatda bo'ladi. Tekislikning yangi P_{1V} frontal izi P_{1X} va $1_1''$ nuqtalardan o'tadi.

nuqta aylanish o'qi h ning M tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Chizmada aylantirish radiusi R ning haqiqiy o'lchamni aniqlash uchun H tekislikda to'g'ri burchakli $\triangle O'A'A_0$ yasaymiz. Buning uchun AO radiusning $A'O'$ gorizontaal proyeksiyasini to'g'ri burchakli uchburchakning bir kateti, OA kesma uchlari applikatalarining Δz ayirmasini ikkinchi kateti qilib olamiz. Bu uchburchakning gipotenuzasi izlangan aylantirish radiusi R bo'ladi. A nuqtaning aylantirilgandan keyingi yangi vaziyatining A_1' gorizontaal proyeksiyasi aylanish markazi O' nuqtada bo'lgan va $O'A_0=R$ radiusli aylana yoyining $M(M_H)$ tekislikning izi bilan kesishgan A_1' nuqtasi bo'ladi. A nuqtaning yangi A_1'' frontal proyeksiyasi esa h'' to'g'ri chiziqda bo'ladi.



a)



b)

10.9-rasm

Nazorat savollari

1. Aylantirish usulining ma'nosi nimadan iborat?
2. Gorizontaal (yoki frontal) proyeksiyalovchi o'q atrofida aylanayotgan nuqtaning proyeksiyalari qanday harakatlanadi?
3. Nuqtaning aylanish radiusi, markazi va aylanish harakat tekisliklari deganda nimalar tushuniladi?
4. Kesmaning haqiqiy uzunligini yasash uchun uni qanday vaziyatga kelguncha aylantirish kerak?