10-mavzu:

Aylantirish usuli. Masalalarni yechish algoritmi. Dars rejasi:

- 1. Aylantirish usuli
- 2. Geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar oʻq atrofida aylantirish. Nuqtani aylantirish.
- 3. Geometrik shaklni proyeksiyalar tekisligiga parallel oʻq atrofida aylantirish.

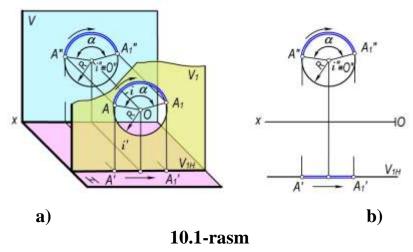
Aylantirish usuli parallel harakatlantirish usulining xususiy holi hisoblanadi. Bu usulda geometrik shaklga tegishli nuqtaning trayektoriyasi ixtiyoriy boʻlmay, balki berilgan biror oʻqqa nisbatan aylana boʻyicha harakatlanadi. Aylana markazi berilgan oʻqda joylashgan boʻlib, aylanish radiusi esa harakatlanuvchi nuqta bilan aylanish oʻqi orasidagi masofaga teng boʻladi yoki aylanish tekisligini aylanish oʻqi bilan kesishgan nuqtasi boʻladi.

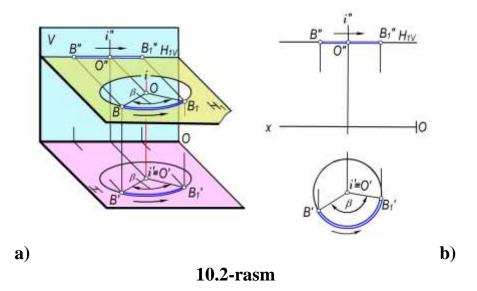
Aylanish oʻqlari proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan perpendikulyar, parallel, shuningdek, proyeksiyalar tekisligiga tegishli va boshqa vaziyatlarda boʻlishi mumkin.

Quyida turli vaziyatlarda joylashgan aylanish oʻqlari atrofida aylantirish usullarni koʻrib chiqamiz.

Geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar oʻq atrofida aylantirish. Nuqtani aylantirish. H va V tekisliklar sistemasida ixtiyoriy A nuqta va i aylanish oʻqi berilgan boʻlsin (10.1 a-rasm). Agar A nuqtani $i \perp V$ aylanish oʻqi atrofida harakatlantirsak, mazkur nuqta V tekislikka parallel V_1 tekislikda radiusi OA ga teng aylana boʻyicha harakatlanadi. Shuningdek, A nuqtaning harakatlanish trayektoriyasining gorizontal proyeksiyasi V_1 tekislikning V_{1N} izi boʻyicha harakat qiladi. Chizmada V_1 tekislik V tekislikka parallel boʻlgani uchun V_1 0 nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana boʻyicha, gorizontal proyeksiyasi $V_{1N} || Ox$ 0 boʻyicha harakat qiladi (10.2-rasm, V_2 1).

B nuqtaning H tekislikka perpendikulyar i oʻqi atrofida aylantirilishi 11.2-rasm, a da koʻrsatilgan. B nuqta B_1 vaziyayatga radiusi OB ga teng aylana boʻyicha H tekislikka parallel boʻlgan N_1 tekislikda harakatlanadi. Bunda N_1 tekislikH tekislikka parallel boʻlgani uchun B nuqta harakatlanish trayektoriyasining gorizontal proyeksiyasi aylana boʻyicha, frontal proyeksiyasi N_1 tekislikning N_{1V} izi boʻyicha Ox ga parallel boʻlib harakatlanadi. (10.3,b-rasm).





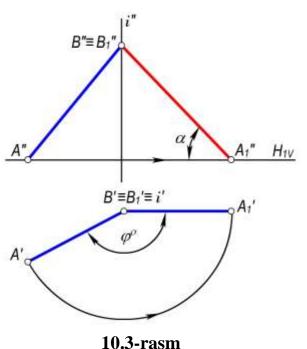
Yuqorida bayon qilinganlardan quyidagi xulosalarga kelamiz:

1-xulosa. Agar A nuqta frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar oʻq atrofida aylantirilsa, mazkur nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana boʻyicha, gorizontal proyeksiyasi Ox oʻqiga parallel toʻgʻri chiziq boʻyicha harakatlanadi.

2-xulosa. Agar nuqta gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar oʻq atrofida aylantirilsa, nuqtaning gorizontal proyeksiyasi aylana boʻyicha, frontal proyeksiyasi *Ox* oʻqiga parallel toʻgʻri chiziq boʻyicha harakatlanadi.

Nuqtani proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar oʻq atrofida aylantirish qoidalariga asosan umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shakllarni xususiy yoki talab qilingan vaziyatga keltirish mumkin.

1-masala. Umumiy vaziyatdagi AB(A'B', A''B'') kesmani V tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin. (10.3-rasm).



Yechish. kesmaning ABbiror, masalan B uchidan $i \perp H$ aylantrish o'qi Soʻngra oʻtkaziladi. bu o'q kesmaning A'B' gorizontal proyeksiyasini $A'B' \parallel Ox$ vaziyatga kelguncha aylantiramiz. Bunda AB kesmaning A'' nuqtasi $N_{1V} || Ox$ bo'yicha harakatlanib, A''_1 vaziyatni egallaydi. Shaklda hosil boʻlgan AB kesmaning $A'_{1}B'_{1}$ $A''_{1}B''_{1}$ yangi va proyeksiyalari uning V tekislikka parallelligini Shakldagi koʻrsatadi. burchak AB kesmani H tekislik bilan hosil etgan burchagi boʻladi.

2-masala. AB(A'B', A''B'') kesmani $i \perp H$ o'q atrofida α burchakka aylantirish talab qilinsin (10.4-rasm).

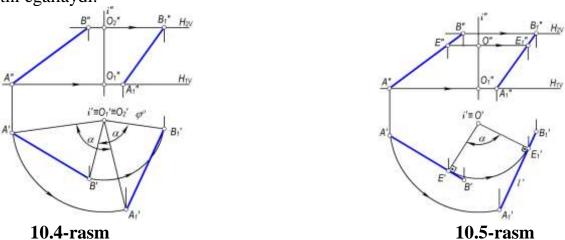
Yechish. Kesmani α burchakka

aylantirish uchun uning A' va B' proyeksiyalarini berilgan i oʻqi atrofida $A'O'_1$ va $B'O'_2$ radiuslari boʻyicha α burchakka aylantirish kifoya qiladi.

Aylantirish usulining qoidasiga muvofiq kesma uchlarining A'' va B'' proyeksiyalari $N_{1V}//Ox$ va $N_{2V}||Ox$ boʻyicha harakatlanadi. Natijada, hosil boʻlgan $A_1B_1(A'_1B'_1,A''_1B''_1)$ kesma AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyati boʻladi. Bu misolni quyidagicha yechish ham mumkin: AB kesmaning A'B' gorizontal proyeksiyasiga i aylanish oʻqining gorizontal proyeksiyasi i' dan unga perpendikulyar oʻtkaziladi. (10.5-rasm). Hosil boʻlgan E'O' aylantirish radiusni talab qilingan α burchakka aylantiriladi va E'_1O' ga perpendikulyar qilib, ℓ' chiziq oʻtkaziladi. Bu chiziqqa shakldagi $A'E'=A'_1E'_1$ va $E'B'=E'_1B'_1$ kesmalar oʻlchab qoʻyiladi. Soʻngra A'_1 B'_1 ning frontal proyeksiyasi $A''_1B''_1$ yasaladi. Natijada AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyatining yangi $A'_1B''_1$ va $A''_1B''_1$ proyeksiyalari hosil boʻladi.

3-masala. Izlari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi P tekislikni $i \perp H$ o'qi atrofida α burchakka aylantirilish talab qilinsin (10.6-rasm).

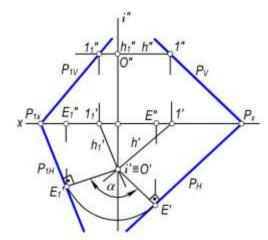
Yechish. P tekislikning h(h', h") gorizontali i aylanish oʻqi orqali oʻtkaziladi va h $\cap i=>O(O',O'')$ aniqlanadi. Soʻngra O' nuqtadan P_N ga O'E' perpendikulyar tushiriladi. Hosil boʻlgan O'E' berilgan P tekislikni i oʻq atrofida aylantirish radiusi boʻladi. Tekislikning P_N gorizontal izi O'E' radius boʻyicha α burchakka aylantirilganda, u P_{1N} vaziyatni egallaydi.

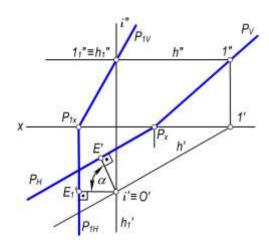


Tekislikning yangi P_{1V} frontal izini aniqlash uchun uning gorizontalidan foydalanamiz. Ma'lumki, P tekislik α burchakka aylantirilganda uning h(h', h'') gorizontali $h_1(h_1', h_1'')$ vaziyatni egallaydi. Shuning uchun tekislikning P_{1V} izini yasashda P_{1x} va $1_1''$ nuqtalar tutashtiriladi.

4-masala. Umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislikni $i(i', i'') \perp H$ o'q atrofida aylantirib frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltirish talab etilsin (10.7-shakl).

Yechish. P tekislikning h(h',h'') gorizontali i(i', i'') oʻqi orqali oʻtkaziladi va gorizontalning i' oʻqi bilan kesishish nuqtasi O(O',O'') topiladi. Tekislik bilan uning h(h',h'') gorizontali O' atrofida aylantirilib, proyeksiyalovchi, ya'ni $h_1' \perp Ox$ vaziyatga keltiriladi. Gorizontalning h'' frontal proyeksiyasi esa $h_1'' \equiv 1_1''$ vaziyatda boʻladi. Tekislikning yangi P_{1V} frontal izi P_{1X} va $1_1''$ nuqtalardan oʻtadi.





10.7-rasm

10.6-rasm

C'=C+'=1+' O1'=02'=i" 10.8-rasm

 $\triangle ABC(\triangle A'B'C',$ $\Delta A''B''C''$ 5-masala. tekislikning H tekislik bilan tashkil etgan α burchagini aniqlansin (10.8-rasm).

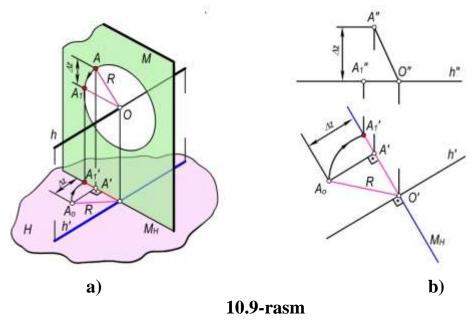
Yechish. Izlangan α burchakni aniqlash berilgan ΔABC tekislikni frontal uchun proyeksiyalovchi vaziyatga keltirish kerak boʻladi. Buning uchun uchburchakning biror, masalan, C nuqtasidan i'⊥H aylanish oʻqi oʻtkaziladi va bu oʻq atrofida uchburchakni $h_1 \perp V$ (epyurda $h'_1 \perp V$ vaziyatga kelguncha aylantiriladi. Bunda. uchburchakning A, B va C nuqtalari ham φ° burchakka harakatlanadi. Chizmada uchburchak uchlarning yangi A'_1 , B'_1 va C'_1 proyeksiyalari orqali uning $A''_1B''_1C''_1$ frontal proyeksiyalarini

aniqlanadi. Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, $A''_1B''_1C''_1$ kesma (uchburchakning yangi frontal proyeksiyasi) hosil boʻladi. Bu kesmaning Ox oʻqi bilan tashkil etgan α burchagi $\triangle ABC$ ni H tekislik bilan hosil etgan burchagiga teng bo'ladi.

Geometrik shaklni proveksiyalar tekisligiga parallel oʻq atrofida aylantirish. Umumiy vaziyatda joylashgan tekis geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisliklariga parallel bo'lgan o'glar atrofida aylantirib, ba'zi metrik masalalarni yechish mumkin. Bunda, aylanish oʻqi sifatida umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shaklning asosiy chiziqlari - gorizontal yoki frontallaridan foydalaniladi. Geometrik shaklni uning gorizontali atrofida aylantirib, H tekislikka parallel vaziyatga, shuningdek, uni frontali atrofida aylantirib, V tekislikka parallel vaziyatga keltirish mumkin.

Geometrik shakl proyeksiyalar tekisligiga parallel oʻq atrofida aylantirilganda uning har bir nuqtasi aylanish oʻqiga perpendikulyar boʻlgan tekislikda aylana boʻylab harakatlanadi. Masalan, A nuqtani h gorizontal atrofida aylantirilganda radiusi OA ga teng aylana bo'yicha $M\perp h$ tekislikda harakatlanadi (10.9,a-rasm). Bunda, uning gorizontal proyeksiyasi gorizontalning h' gorizontal proyeksiyasiga perpendikulyar to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Chizmada tasvirlangan A(A', A'') nuqtani $A_1(A_1',A_1'')$ vaziyatga kelguncha aylantirish uchun aylanish markazi O(O', O'') nuqtani aniqlash kerak (10.10,b-rasm). Bu nuqta aylanish oʻqi h ning M tekislik bilan kesishish nuqtasi boʻladi. Chizmada aylantirish radiusi R ning haqiqiy oʻlchamni aniqlash uchun H tekislikda toʻgʻri burchakli $\Delta O'A'A_0$ yasaymiz. Buning uchun AO radiusning A'O' gorizontal proyeksiyasini toʻgʻri burchakli uchburchakning bir kateti, OA kesma uchlari applikatalarining Δz ayirmasini ikkinchi kateti qilib olamiz. Bu uchburchakning gipotenuzasi izlangan aylantirish radiusi R boʻladi. A nuqtaning aylantirilgandan keyingi yangi vaziyatining A'_1 gorizontal proyeksiyasi aylanish markazi O' nuqtada boʻlgan va $O'A_0$ =R radiusli aylana yoyining $M(M_H)$ tekislikning izi bilan kesishgan A_1' nuqtasi boʻladi. A nuqtaning yangi A_1'' frontal proyeksiyasi esa h'' toʻgʻri chiziqda boʻladi.



Nazorat savollari

- 1. Aylantirish usulining ma'nosi nimadan iborat?
- 2. Gorizontal (yoki frontal) proyeksiyalovchi oʻq atrofida aylanayotgan nuqtaning proyeksiyalari qanday harakatlanadi?
- 3. Nuqtaning aylanish radiusi, markazi va aylanish harakat tekisliklari deganda nimalar tushuniladi?
- 4. Kesmaning haqiqiy uzunligini yasash uchun uni qanday vaziyatga kelguncha aylantirish kerak?