

6–Mavzu: Proyeksiya tekisliklarini almashtirish usuli. Aylantirish usuli. Joylashtirish usuli.

Proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuli

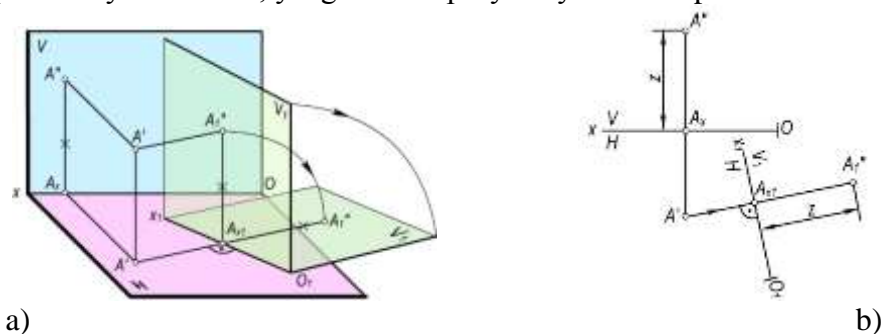
Proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usulida geometrik shaklning dastlabki fazoviy vaziyati saqlanib qoladi. Proyeksiyalar tekisliklari berilgan geometrik shaklga nisbatan xususiy (parallel yoki perpendikulyar) vaziyatda bo'lgan yangi proyeksiyalar tekisliklari bilan almashtiriladi. Bunda dastlabki va yangi proyeksiyalar tekisliklarining o'zaro perpendikulyarlik sharti bajarilishi talab qilinadi.

Bu usulda geometrik shaklning fazoviy vaziyati o'zgarmaydi, balki proyeksiyalash yo'nalishi yangi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar qilib olinadi.

Geometrik masalada qo'yilgan shartga ko'ra, proyeksiyalar tekisliklari bir yoki ikki marta ketma-ket almashtirish mumkin.

Proyeksiyalar tekisliklarining ikki marta almashtirilganda, ular ketma-ket ravishda, masalan, avval geometrik shaklga nisbatan parallel, so'ngra unga perpendikulyar yoki aksincha qilib almashtiriladi.

Proyeksiyalar tekisliklarining bittasini almashtirish. Fazodagi biror A nuqta va uning H va V proyeksiyalar tekisliklardagi A' va A'' ortogonal proyeksiyalari berilgan bo'lsin (6.1,a-rasm). Agar V tekislikni V_1 tekislik bilan almashtirsak, $\frac{V_1}{H}$ yangi proyeksiyalar tekisliklari tizimi hosil bo'ladi. A nuqtaning V_1 tekislikdagi proyeksiyasini yasash uchun berilgan nuqtadan mazkur tekislikka perpendikulyar o'tkazib, yangi frontal proyeksiyasi A''_1 topiladi.



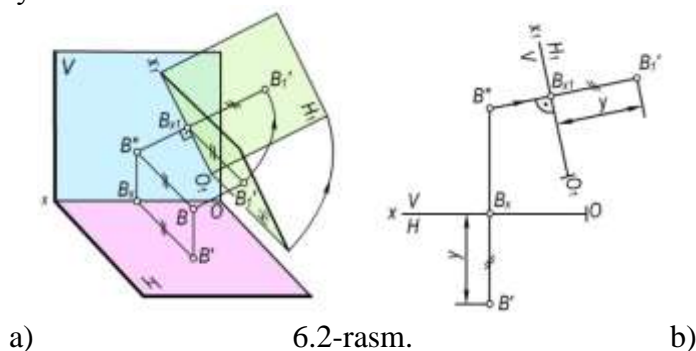
6.1-rasm

Rasmdagi yasashlardan ko'rinishicha, A'' nuqtadan Ox o'qigacha bo'lgan masofa A''_1 nuqtadan O_1x_1 o'qigacha bo'lgan masofaga tengdir, ya'ni $A''_1A_{x1}=A''A_x$.

Nuqtaning yangi proyeksiyalar tizimidagi chizmasini yasash uchun yangi proyeksiyalar tekisligi dastlabki proyeksiyalar tekisligi bilan jipslashtiriladi.

Chizmada A nuqtaning yangi A''_1 proyeksiyasini yasash uchun A nuqtadan O_1x_1 ga perpendikulyar tushiriladi (6.1,b-rasm). Uning davomiga $A''A_x$ masofa qo'yiladi. Natijada, hosil bo'lgan A' va A''_1 lar A nuqtaning yangi $\frac{V_1}{H}$ tekisliklar sistemasidagi proyeksiyalari bo'ladi.

Frontal proyeksiyalar tekisligi yangi proyeksiyalar tekisligi bilan almashtirilganda nuqtaning z koordinatasi o'zgarmaydi.



6.2-rasm.

H va V proyeksiyalar tekisliklari tizimida B nuqta B' va B'' proyeksiyalari berilgan bo'lsin (6.2,a–rasm). H tekislikni $H_1 \perp V$ tekislik bilan almashtirsak, $\frac{V}{H_1}$ yangi tekisliklar tizimiga ega

bo'lamiz. B nuqtadan H tekislikka perpendikulyar o'tkazib, bu nuqtaning B'_1 proyeksiyasini yasaymiz. Nuqtaning yangi tekisliklar tizimidagi chizmani yasash uchun (6.2,b–rasm) H_1 tekislikni V tekislik bilan jipslashtiramiz. Chizmada B nuqtaning yangi proyeksiyasini yasash uchun uning B'' proyeksiyasidan O_1x_1 ga o'tkazilgan perpendikulyarning davomiga $B'_1B_{x1}=B'_1B_x$ masofa qo'yiladi. Natijada hosil bo'lgan B'_1 va B'' yangi $\frac{V}{H_1}$ tekisliklar tizimidagi B nuqtaning

chizmasi bo'ladi. Demak, gorizontal proyeksiya tekisligi almashtirilganda, nuqtaning yangi gorizontal proyeksiyasida y koordinatasi o'zgarmaydi.

Proyeksiyalar tekisliklarini ketma-ket ikki marta almashtirish. Ayrim geometrik masalalarni yechishda proyeksiyalar tekisliklarini ketma-ket ikki marta almashtirish zarur bo'ladi.

6.3–rasmda A nuqtaning $\frac{V}{H}$ tizimida berilgan A' va A'' proyeksiyalari orqali uning yangi A'_1 va A''_1 proyeksiyalarini yasash ko'rsatilgan. Buning uchun avval V tekislikni V_1 tekislik bilan almashtirib, $\frac{V_1}{H}$ tizimi hosil qilinadi. Buning uchun chizmada ixtiyoriy vaziyatda O_1x_1 proyeksiyalar o'qi tanlab olinadi, A nuqtaning yangi A''_1 proyeksiyasini yasash uchun uning A' proyeksiyasidan O_1x_1 proyeksiyalar o'qiga perpendikulyar o'tkazib, uning davomiga $A''A_x$ masofa qo'yiladi. Natijada, A nuqtaning $\frac{V}{H_1}$ tizimidagi yangi A''_1 proyeksiyasi hosil bo'ladi. A

nuqtaning A'_1 proyeksiyasini yasash uchun $\frac{V_1}{H}$ tizimdan $\frac{V_1}{H_1}$ tizimga o'tiladi. Buning uchun ixtiyoriy vaziyatda joylashgan O_2x_2 o'qi olinadi va nuqtaning A''_1 proyeksiyasidan O_2x_2 ga perpendikulyar o'tkazib, uning davomiga $A'A_{x1}$ masofa qo'yiladi. Shunday qilib O_2x_2 tizimda A nuqtaning A''_1 va A'_1 yangi proyeksiyalari hosil bo'ladi.

6.4–rasmda B nuqtaning $\frac{V}{H_1}$ tizimdan $\frac{V_1}{H}$ va $\frac{V_1}{H_1}$ tizimga o'tish natijasida hosil bo'ladigan yangi B''_1 va B'_1 proyeksiyalarini yasash ko'rsatilgan.

Nuqtaning yangi proyeksiyalarini yasash qoidalariga asoslanib, geometrik shakllarning yangi, maqsadga muvofiq bo'lgan proyeksiyalarini yasash mumkin.

1–masala. Umumiy vaziyatda berilgan $AB(A'B', A''B'')$ kesmaning haqiqiy uzunligi aniqlash talab etilsin (6.5-rasm).

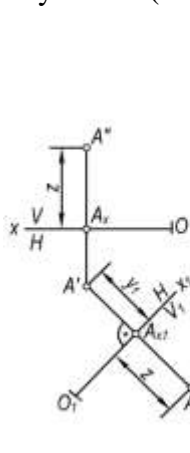
Yechish. Buning uchun umumiy vaziyatda berilgan AB kesmaga parallel qilib gorizontal yoki frontal proyeksiyalar tekisligini yangi proyeksiyalar tekisligi bilan almashtiriladi. Chizmada masalani yechish uchun uning yangi O_1x_1 proyeksiyalar o'qini kesmaning biror, masalan, $A'B'$ gorizontal proyeksiyasiga parallel qilib olinadi. Hosil bo'lgan $\frac{V_1}{H}$ proyeksiyalar tekisliklari tizimida AB kesma V_1 proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'ladi va bu tekislikda u haqiqiy uzunligiga teng bo'lib proyeksiyalanadi.

2–masala. Umumiy vaziyatdagi $P(P_N, P_V)$ tekislikni frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltirish talab etilsin (6.6–rasm).

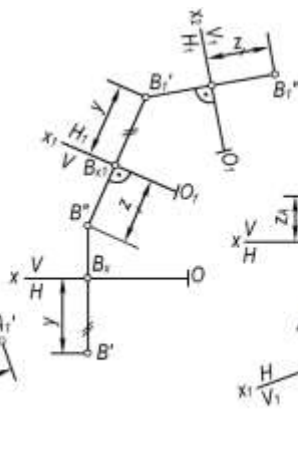
Yechish. Ma'lumki, frontal proyeksiyalovchi tekislikning gorizontal izi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi. Shuning uchun umumiy vaziyatdagi P tekislikni frontal proyeksiyalovchi vaziyatga keltirish uchun yangi O_1x_1 proyeksiyalar o'qini tekislikning P_N gorizontal iziga ixtiyoriy joydan perpendikulyar qilib olinadi.

Tekislikning yangi P_{V1} izining yo'nalishini aniqlash uchun tekislikning P_V iziga tegishli biror, masalan, $A(A', A'')$ olib, uning yangi A''_1 frontal proyeksiyasi yasaladi. Tekislikning yangi P_{1V} izini P_{x1} va A''_1 nuqtalardan o'tkaziladi. Chizmada ko'rsatilgan α burchak P tekislikning H tekislik bilan tashkil etgan burchagi bo'ladi.

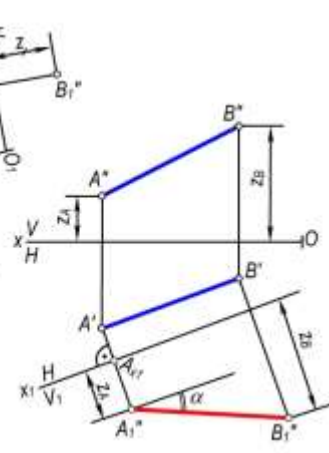
3-masala. $AB(A'B', A''B'')$ to'g'ri chiziqlarning umumiy vaziyatdagi $Q(Q_H, Q_V)$ tekislik bilan kesishish nuqtasi yasalsin (6.7–rasm).



6.3-rasm



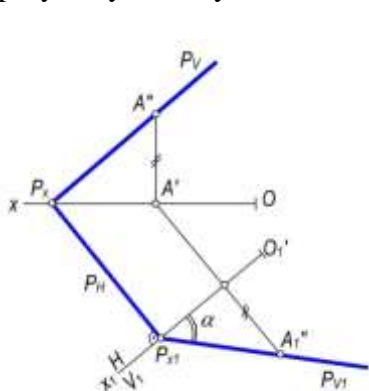
6.4-rasm



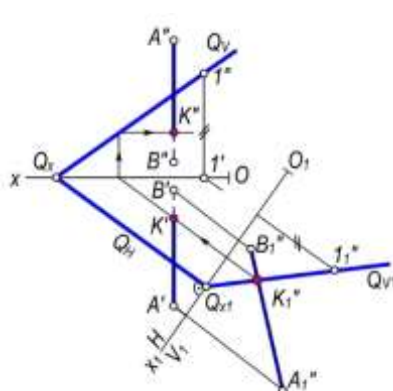
6.5-rasm

Yechish. Masalani yechish uchun Q tekislikni gorizontal yoki frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltiramiz. Buning uchun yangi O_1x_1 proyeksiyalar o'qini tekislikning biror iziga masalan, Q_H ga perpendikulyar qilib o'tkaziladi. Natijada, tekislikning yangi Q_{V1} izini hamda to'g'ri chiziqlarning $A''_1 B''_1$ proyeksiyasi yasaladi. Hosil bo'lgan kesmaning $A''_1 B''_1$ proyeksiyasi bilan tekislik Q_{V1} izining kesishgan K''_1 nuqtasi AB kesmaning Q tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Bu nuqtani teskari yo'nalishda proyeksiyalab, berilgan to'g'ri chiziq kesmasi bilan tekislikning kesishish nuqtasining K' va K'' proyeksiyalari yasaladi.

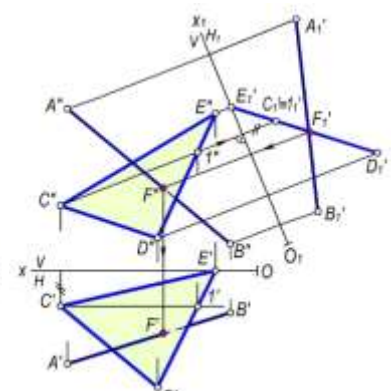
Xuddi shu usul bilan $AB(A'B', A''B'')$ to'g'ri chiziqlarning $\triangle CDE(\triangle C'D'E', \triangle C''D''E'')$, bilan kesishish nuqtasining F' va F'' proyeksiyalarini yasaladi (6.8–rasm). Bunda mazkur uchburchak tekislik proyeksiyalovchi tekislik vaziyatga keltiriladi. Buning uchun chizmada $\triangle CDE$ tekislikning biror bosh chizig'iga, masalan, $C1(C'1', C''1'')$ frontaliga perpendikulyar qilib yangi O_1x_1 proyeksiyalar o'qini o'tkaziladi. Uchburchakning $C'_1D'_1E'_1$ to'g'ri chiziq kesmasi tarzida proyeksiyalangan proyeksiyasi va kesmaning $A'_1B'_1$ yangi proyeksiyalari yasaladi. Ularning o'zaro kesishgan F'_1 nuqtasi belgilanadi, so'ngra F nuqtaning frontal F'' va gorizontal F' proyeksiyalarini yasaladi.



6.6-rasm



6.7-rasm

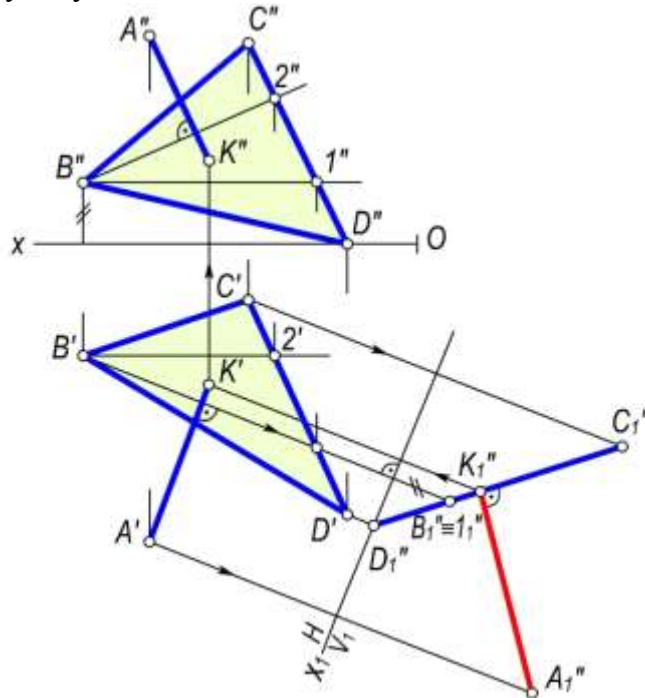


6.8-rasm

4-masala. $A(A', A'')$ nuqtadan $\triangle BCD(\triangle B'C'D', \triangle B''C''D'')$ tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlansin (6.9–rasm).

Echish. Bu masofa A nuqtadan $\triangle BCD$ tekislikka tushirilgan perpendikulyar bilan o'lchanadi. Masalani yechish uchun chizmada yangi proyeksiyalar o'qini uchburchak tekisligining asosiy chiziqlaridan biriga, masalan, gorizontaliga perpendikulyar, ya'ni $O_1x_1 \perp B'1'$ qilib o'tkaziladi. So'ngra uchburchakning to'g'ri chiziq kesmasi shaklida proyeksiyalangan

yangi proyeksiyalovchi $D''_1B''_1C''_1$ vaziyatini va nuqtaning A''_1 proyeksiyasi yasaladi. Izlangan masofaning haqiqiy uzunligi A''_1 dan $D''_1B''_1C''_1$ kesmaga o'tkazilgan $A''_1K''_1$ perpendikulyar bo'ladi. Bu masofaning gorizont va frontal proyeksiyalari teskari proyeksiyalash bilan K' va K'' proyeksiyalarni aniqlanadi. Mazkur K' va K'' nuqtalar A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan uchburchakning gorizont va frontallariga mos ravishda tushirilgan perpendikulyarning proyeksiyalarida bo'ladi.



6.9-rasm

5-masala. $\triangle ABC(\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ va $\triangle EFD(\triangle E'F'D', \triangle E''F''D'')$ tekisliklar kesishish chizig'ining proyeksiyalari va uchburchaklarning ko'rinishligi aniqlansin. (6.10-rasm).

Yechish. Masalani yechish uchun berilgan uchburchaklarning biri, masalan, $\triangle EFD$ ni proyeksiyalovchi vaziyatga keltiriladi. Buning uchun chizmada $\triangle EFD$ ning $D'1'$ va $D''1''$ gorizontalinining proyeksiyalarini hamda unga perpendikulyar, ya'ni $O_1X_1 \perp D'1'$ qilib yangi proyeksiyalar o'qini o'tkaziladi. So'ngra uchburchaklarning yangi $A''_1B''_1C''_1$ va $E''_1F''_1D''_1$ proyeksiyalari yasaladi. Bunda $\triangle EFD$ ning mazkur proyeksiyasi to'g'ri chiziq kesmasi shaklida proyeksiyalanadi. Proyeksiyalar tekisliklarining yani tizimida ikki uchburchaklar $2''13''_1$ to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Kesishish chizig'ining $2'3'$ gorizont va $2''3''$ frontal proyeksiyalarini teskari proyeksiyalash bilan uchburchaklarning dastlabki berilgan proyeksiyalari aniqlanadi. So'ngra chizmada topilgan $2'3'$ va $2''3''$ kesmalarni $\triangle EFD$ ning $E'F'$, $E''F''$ va $D'F'$, $D''F''$ tomonlari bilan kesishgan L' , L'' va T' , T'' nuqtalar aniqlanadi. Natijada, hosil bo'lgan $L'T'$ va $L''T''$ chiziqlar ikki uchburchak kesishish chizig'ining proyeksiyalari bo'ladi.

Chizmada uchburchaklarning ko'rinishligini aniqlash uchun ulardagi $4'$, $4''$ va $5'$, $5''$, shuningdek, $6'$, $6''$ va $7'$, $7''$ konkurent nuqtalardan foydalaniladi.

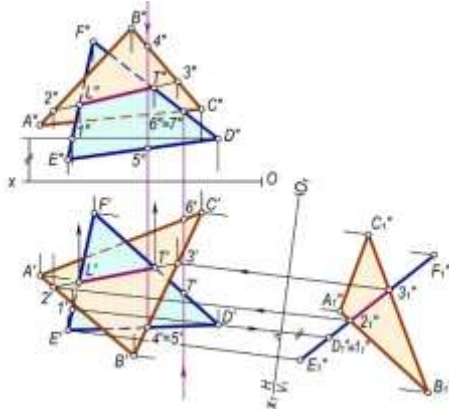
6-masala. $\triangle ABC(A'B'C', A''B''C'')$ va $\triangle ABD(A'B'D', A''B''D'')$ tekisliklari orasidagi ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligi aniqlansin (6.11-rasm).

Yechish. Bu burchak berilgan $\triangle ABC$ va $\triangle ABD$ tekisliklariga perpendikulyar bo'lgan tekisliklar orasidagi chiziqli burchak bilan o'lchanadi. Shuning uchun ham yangi proyeksiyalar tekisligini ikki tekislikning umumiy AB kesishish chizig'iga perpendikulyar qilib olinadi. Lekin AB qirra umumiy vaziyatda bo'lgani uchun Ox , $\frac{V}{H}$ proyeksiyalar tekisliklari tizimini avval

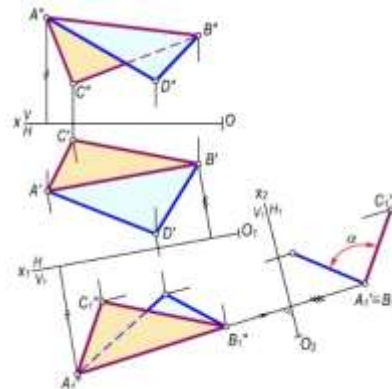
$O_1X_1, \frac{V_1}{H} \parallel AB$ qilib (chizmada $O_1X_1 \parallel A'B'$), so'ngra $O_2X_2, \frac{V_1}{H_1} \perp AB$ qilib (chizmada

$O_2X_2 \perp A''_1B''_1$) ketma-ket almashtiriladi.

Natijada, $\triangle ABC$ va $\triangle ABD$ yangi H_1 proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar vaziyatda bo'lib qoladi va o'zaro kesishuvchi kesmalar shaklida proyeksiyalanadi. Bu kesmalar orasidagi α chiziqli o'tkir burchak izlangan burchak bo'ladi.



6.10-rasm



6.11-rasm

Aylantirish usuli

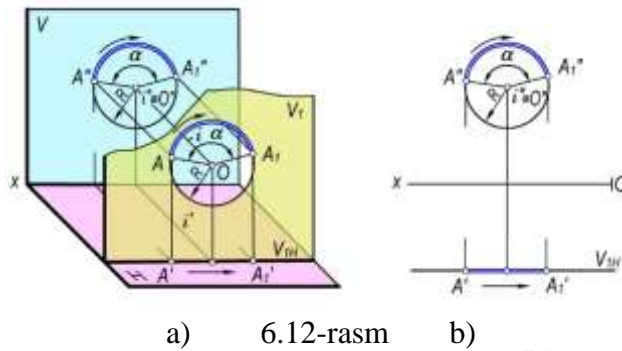
Aylantirish usuli parallel harakatlantirish usulining xususiy holi hisoblanadi. Bu usulda geometrik shaklga tegishli nuqtaning trayektoriyasi ixtiyoriy bo'lmay, balki berilgan biror o'qqa nisbatan aylana bo'yicha harakatlanadi. Aylana markazi berilgan o'qda joylashgan bo'lib, aylanish radiusi esa harakatlanuvchi nuqta bilan aylanish o'qi orasidagi masofaga teng bo'ladi yoki aylanish tekisligini aylanish o'qi bilan kesishgan nuqtasi bo'ladi.

Aylanish o'qlari proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan perpendikulyar, parallel, shuningdek, proyeksiyalar tekisligiga tegishli va boshqa vaziyatlarda bo'lishi mumkin.

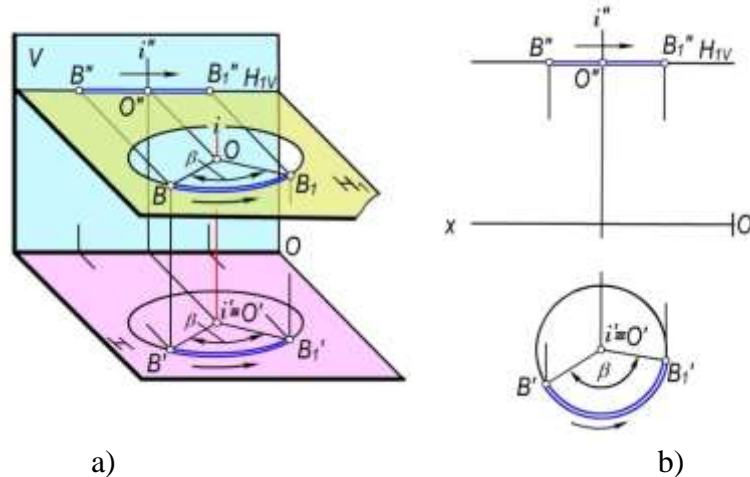
Quyida turli vaziyatlarda joylashgan aylanish o'qlari atrofida aylantirish usullarni ko'rib chiqamiz.

Geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish. Nuqtani aylantirish. H va V tekisliklar sistemasida ixtiyoriy A nuqta va i aylanish o'qi berilgan bo'lsin (6.12 a-rasm). Agar A nuqtani $i \perp V$ aylanish o'qi atrofida harakatlantirsak, mazkur nuqta V tekislikka parallel V_1 tekislikda radiusi OA ga teng aylana bo'yicha harakatlanadi. Shuningdek, A nuqtaning harakatlanish trayektoriyasining gorizontaal proyeksiyasi V_1 tekislikning V_{1N} izi bo'yicha harakat qiladi. Chizmada V_1 tekislik V tekislikka parallel bo'lgani uchun A nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana bo'yicha, gorizontaal proyeksiyasi $V_{1N} \parallel Ox$ bo'yicha harakat qiladi (6.13-rasm, b).

B nuqtaning H tekislikka perpendikulyar i o'qi atrofida aylantirilishi 6.13-rasm, a da ko'rsatilgan. B nuqta B_1 vaziyatga radiusi OB ga teng aylana bo'yicha H tekislikka parallel bo'lgan N_1 tekislikda harakatlanadi. Bunda N_1 tekislik H tekislikka parallel bo'lgani uchun B nuqta harakatlanish trayektoriyasining gorizontaal proyeksiyasi aylana bo'yicha, frontal proyeksiyasi N_1 tekislikning N_{1V} izi bo'yicha Ox ga parallel bo'lib harakatlanadi. (6.14, b-rasm).



a) 6.12-rasm b)



a) 6.13-rasm b)

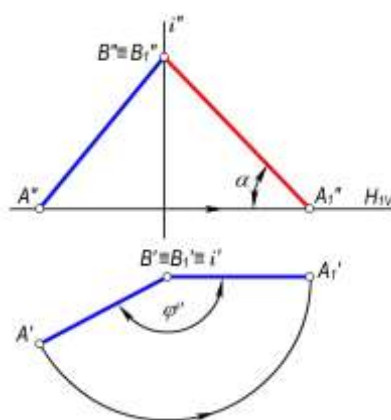
Yuqorida bayon qilinganlardan quyidagi xulosalarga kelamiz:

1-xulosa. Agar A nuqta frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilsa, mazkur nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana bo'yicha, gorizontaal proyeksiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

2-xulosa. Agar nuqta gorizontaal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilsa, nuqtaning gorizontaal proyeksiyasi aylana bo'yicha, frontal proyeksiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Nuqtani proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish qoidalariga asosan umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shakllarni xususiy yoki talab qilingan vaziyatga keltirish mumkin.

1-masala. Umumiy vaziyatdagi $AB(A'B', A''B'')$ kesmani V tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin. (6.13-rasm).



6.14-rasm

Yechish. AB kesmaning biror, masalan B uchidan $i \perp H$ aylantrish o'qi o'tkaziladi. So'ngra bu o'q atrofida kesmaning $A'B'$ gorizontaal proyeksiyasini $A'B' \parallel Ox$ vaziyatga kelguncha aylantiramiz. Bunda AB kesmaning A'' nuqtasi $N_{1V} \parallel Ox$ bo'yicha harakatlanib, A''_1 vaziyatni egallaydi. Shaklda hosil bo'lgan AB kesmaning yangi $A'_1B'_1$ va $A''_1B''_1$ proyeksiyalari uning V tekislikka parallelligini ko'rsatadi. Shakldagi α burchak AB kesmani H tekislik bilan hosil etgan burchagi bo'ladi.

2-masala. $AB(A'B', A''B'')$ kesmani $i \perp H$ o'q atrofida α burchakka aylantirish talab qilinsin (6.15-rasm).

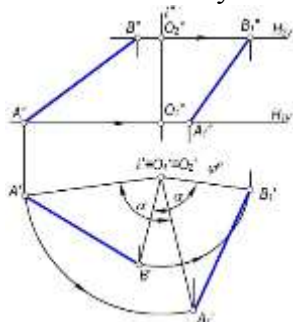
Yechish. Kesmani α burchakka aylantirish uchun uning A' va B' proyeksiyalarini berilgan i o'qi atrofida $A'O'_1$ va $B'O'_2$ radiuslari bo'yicha α burchakka aylantirish kifoya qiladi.

Aylantirish usulining qoidasiga muvofiq kesma uchlarining A'' va B'' proyeksiyalari $N_{1V} \parallel Ox$ va $N_{2V} \parallel Ox$ bo'yicha harakatlanadi. Natijada, hosil bo'lgan $A_1B_1(A'_1B'_1, A''_1B''_1)$ kesma AB

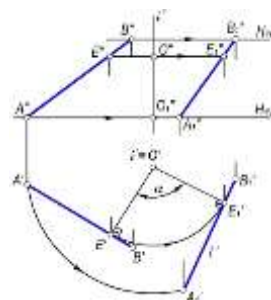
kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyati bo'ladi. Bu misolni quyidagicha yechish ham mumkin: AB kesmaning $A'B'$ gorizontall proyeksiyasiga i aylanish o'qining gorizontall proyeksiyasi i' dan unga perpendikulyar o'tkaziladi. (6.16–rasm). Hosil bo'lgan $E'O'$ aylantirish radiusni talab qilingan α burchakka aylantiriladi va E_1O' ga perpendikulyar qilib, ℓ' chiziq o'tkaziladi. Bu chiziqqa shakldagi $A'E'=A_1E_1$ va $E'B'=E_1B_1$ kesmalar o'lchab qo'yiladi. So'ngra A_1B_1 ning frontal proyeksiyasi $A''_1B''_1$ yasaladi. Natijada AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyatining yangi A_1B_1 va $A''_1B''_1$ proyeksiyalari hosil bo'ladi.

3–masala. Izlari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi P tekislikni $i \perp H$ o'qi atrofida α burchakka aylantirish talab qilinsin (6.17–rasm).

Yechish. P tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali i aylanish o'qi orqali o'tkaziladi va $h \cap i = O(O', O'')$ aniqlanadi. So'ngra O' nuqtadan P_N ga $O'E'$ perpendikulyar tushiriladi. Hosil bo'lgan $O'E'$ berilgan P tekislikni i o'q atrofida aylantirish radiusi bo'ladi. Tekislikning P_N gorizontall izi $O'E'$ radius bo'yicha α burchakka aylantirilganda, u P_{1N} vaziyatni egallaydi.



6.15-rasm

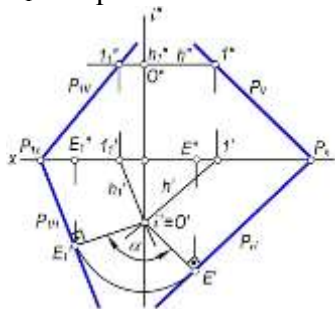


6.16-rasm

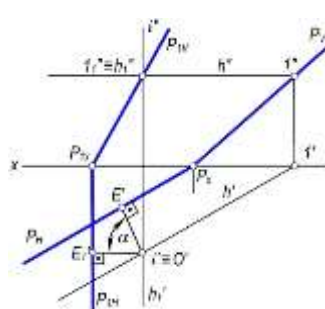
Tekislikning yangi P_{1V} frontal izini aniqlash uchun uning gorizontallidan foydalanamiz. Ma'lumki, P tekislik α burchakka aylantirilganda uning $h(h', h'')$ gorizontali $h_1(h_1', h_1'')$ vaziyatni egallaydi. Shuning uchun tekislikning P_{1V} izini yasashda P_{1X} va $1_1''$ nuqtalar tutashtiriladi.

4–masala. Umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislikni $i(i', i'') \perp H$ o'q atrofida aylantirib frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltirish talab etilsin (6.18–shakl).

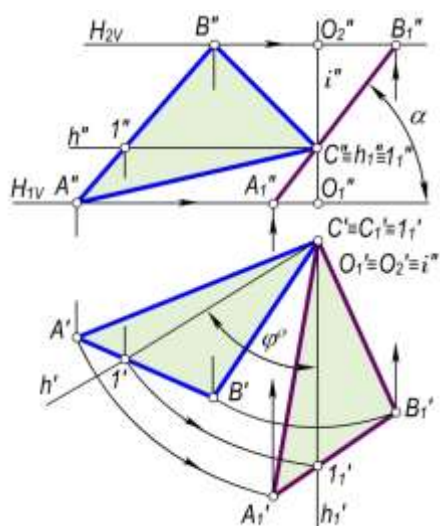
Yechish. P tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali $i(i', i'')$ o'qi orqali o'tkaziladi va gorizontallning i' o'qi bilan kesishish nuqtasi $O(O', O'')$ topiladi. Tekislik bilan uning $h(h', h'')$ gorizontali O' atrofida aylantirilib, proyeksiyalovchi, ya'ni $h_1' \perp O'x$ vaziyatga keltiriladi. Gorizontallning h'' frontal proyeksiyasi esa $h_1'' \equiv 1_1''$ vaziyatda bo'ladi. Tekislikning yangi P_{1V} frontal izi P_{1X} va $1_1''$ nuqtalardan o'tadi.



6.17-rasm



6.18-rasm



6.19-rasm

5-masala. $\Delta ABC(\Delta A'B'C', \Delta A''B''C'')$ tekislikning H tekislik bilan tashkil etgan α burchagini aniqlansin (6.19-rasm).

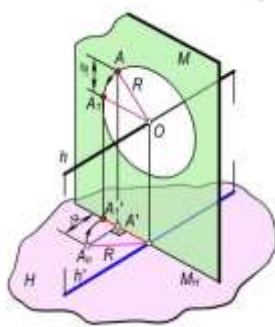
Yechish. Izlangan α burchakni aniqlash uchun berilgan ΔABC tekislikni frontal proyeksiyalovchi vaziyatga keltirish kerak bo'ladi. Buning uchun uchburchakning biror, masalan, C nuqtasidan $i' \perp H$ aylanish o'qi o'tkaziladi va bu o'q atrofida uchburchakni $h_1 \perp V$ (epyurda $h_1' \perp V$) vaziyatga kelguncha aylantiriladi. Bunda, uchburchakning A, B va C nuqtalari ham φ° burchakka harakatlanadi. Chizmada uchburchak uchlarning yangi A'_1, B'_1 va C'_1 proyeksiyalari orqali uning $A''_1B''_1C''_1$ frontal proyeksiyalarini aniqlanadi. Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, $A''_1B''_1C''_1$ kesma (uchburchakning yangi frontal proyeksiyasi) hosil bo'ladi. Bu kesmaning Ox o'qi bilan tashkil etgan α burchagi ΔABC ni H tekislik

bilan hosil etgan burchagiga teng bo'ladi.

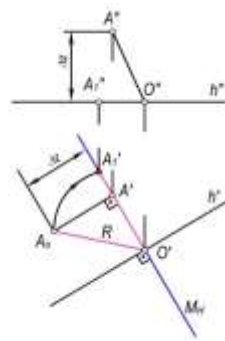
Geometrik shaklni proyeksiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirish. Umumiy vaziyatda joylashgan tekis geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisliklariga parallel bo'lgan o'qlar atrofida aylantirib, ba'zi metrik masalalarni yechish mumkin. Bunda, aylanish o'qi sifatida umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shaklning asosiy chiziqlari – gorizontali yoki frontallaridan foydalaniladi. Geometrik shaklni uning gorizontali atrofida aylantirib, H tekislikka parallel vaziyatga, shuningdek, uni frontali atrofida aylantirib, V tekislikka parallel vaziyatga keltirish mumkin.

Geometrik shakl proyeksiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirilganda uning har bir nuqtasi aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikda aylana bo'ylab harakatlanadi. Masalan, A nuqtani h gorizontali atrofida aylantirilganda radiusi OA ga teng aylana bo'yicha $M \perp h$ tekislikda harakatlanadi (6.20,a-rasm). Bunda, uning gorizontali proyeksiyasi gorizontalinig h' gorizontali proyeksiyasiga perpendikulyar to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Chizmada tasvirlangan $A(A', A'')$ nuqtani $A_1(A'_1, A''_1)$ vaziyatga kelguncha aylantirish uchun aylanish markazi $O(O', O'')$ nuqtani aniqlash kerak (6.9,b-rasm). Bu nuqta aylanish o'qi h ning M tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Chizmada aylantirish radiusi R ning haqiqiy o'lchamni aniqlash uchun H tekislikda to'g'ri burchakli $\Delta O'A'A_0$ yasaymiz. Buning uchun AO radiusning $A'O'$ gorizontali proyeksiyasini to'g'ri burchakli uchburchakning bir kateti, OA kesma uchlari applikatalarining Δz ayirmasini ikkinchi kateti qilib olamiz. Bu uchburchakning gipotenuzasi izlangan aylantirish radiusi R bo'ladi. A nuqtaning aylantirilgandan keyingi yangi vaziyatining A'_1 gorizontali proyeksiyasi aylanish markazi O' nuqtada bo'lgan va $O'A_0=R$ radiusli aylana yoyining $M(M_H)$ tekislikning izi bilan kesishgan A'_1 nuqtasi bo'ladi. A nuqtaning yangi A''_1 frontal proyeksiyasi esa h'' to'g'ri chiziqda bo'ladi.



a)



b)

6.20-rasm