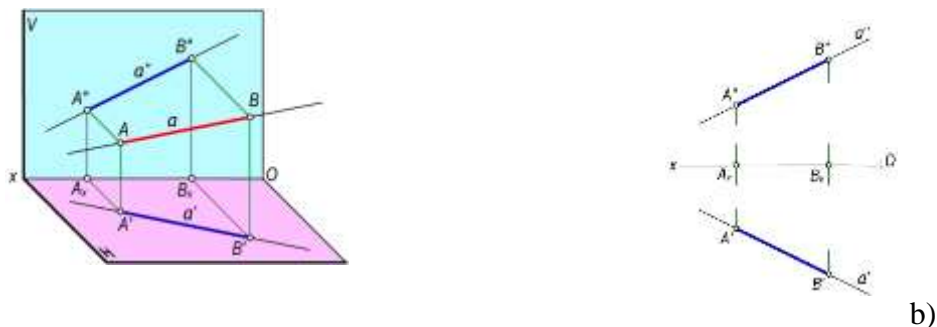


## 2–Mavzu: To'g'ri chiziq. To'g'ri chiziq kesmasining xaqiqiy uzunligi va proyeksiya tekisliklariga og'ish burchaklarini aniqlash. Xususiyl vaziyatdagi to'g'ri chiziqlar.

### Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari

To'g'ri chiziq eng oddiy geometrik shakl hisoblanadi. Bir-biridan farqli ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Agar fazodagi bir-biridan farqli ikkita  $A$  va  $B$  nuqtalarni o'zaro tutashtirib, uni ikki qarama-qarshi tomonga cheksiz davom ettirilsa,  $a$  to'g'ri chiziq hosil bo'ladi (3.1-rasm).

To'g'ri chiziqning ikki nuqta bilan chegaralangan qismi shu *to'g'ri chiziq kesmasi* deyiladi.



3.1-rasm

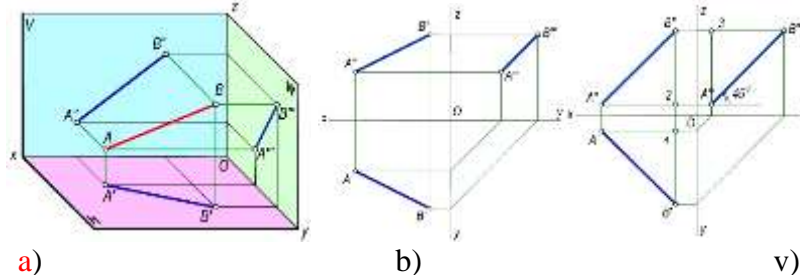
To'g'ri chiziqlar  $a$ ,  $b$ ,  $c$  kabi yozma harflar bilan belgilanadi. Agar to'g'ri chiziqlar chegaralangan bo'lsa, u holda  $AB$ ,  $CD$ ,  $EF$ ,... tarzida belgilanadi. To'g'ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklardagi proyeksiyalari holatini uning ikki ixtiyoriy nuqtasining proyeksiyalari aniqlaydi. Masalan, 3.1,a-rasmda berilgan  $a$  to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalarini yasash uchun bu chiziqqa tegishli ikki  $A$  va  $B$  nuqtalarning ortogonal  $A'$ ,  $A''$  va  $B'$ ,  $B''$  proyeksiyalari yasaladi. Bu ikki nuqtaning bir nomli proyeksiyalarini tutashtiruvchi  $a'$  va  $a''$  chiziqlar fazoda berilgan  $a$  to'g'ri chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalari bo'ladi. Shuningdek,  $AB$  kesma va uning  $A'B'$  va  $A''B''$  proyeksiyalari  $a$  to'g'ri chiziqning fazodagi vaziyatini va uning  $a'$ ,  $a''$  proyeksiyalarini aniqlaydi (3.1,b-rasm).

To'g'ri chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalariga asosan uning profil proyeksiyasini ham yasash mumkin. Buning uchun uning yuqorida tanlab olingan  $A$  va  $B$  nuqtalarning profil proyeksiyalari yasaladi va ular o'zaro tutashtiriladi (3.2-rasm).

To'g'ri chiziq proyeksiyalari faqat uning kesmasi proyeksiyalari orqaligina emas, balki ixtiyoriy qismi bilan ham berilishi mumkin. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va ular proyeksiyalar o'qlariga nisbatan ixtiyoriy burchaklarni tashkil etadi. Bu burchaklar  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  harflari bilan belgilanadi.

Bu  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  burchaklar  $AB$  kesmaning  $H$ ,  $V$ ,  $W$  proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklaridir, ya'ni  $\alpha = AB \wedge H$ ,  $\beta = AB \wedge V$ ,  $\gamma = AB \wedge W$ .

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisliklariga qisqarib proyeksiyalanadi. Uning haqiqiy uzunligini aniqlash keyingi paragraflarda ko'riladi.



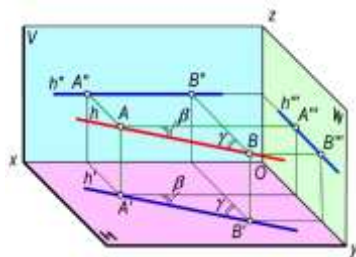
3.2-rasm

Proyeksiya tekisliklari bilan bir xil burchak tashkil qilgan to'g'ri chiziqlar. Agar biror to'g'ri chiziq fazoda  $H$ ,  $V$  va  $W$  lar bilan bir xil burchak hosil qilib joylashgan bo'lsa, uning  $AB$  kesmasining uchala proyeksiyalari o'zaro teng, ya'ni  $AB \wedge H = AB \wedge V = AB \wedge W$  bo'lsa,  $A'B' = A''B'' = A'''B'''$  bo'ladi. Bunda  $A'B' = B''A''$  teng yonli trapesiyadan  $1B' = 2B'' = 3A'''$  va

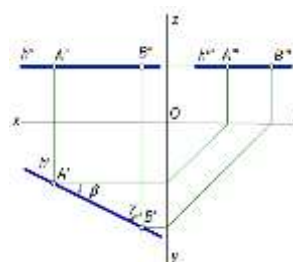
$1B'=3B''$ , demak  $3A'''=3B'''$  bo'lgani uchun  $\angle 3A''B''=45^\circ$  bo'ladi. Shu bilan birga  $A'''B''' \parallel A''B''$  bo'lib,  $\Delta x = \Delta y = \Delta z$  bo'ladi.

Xususiylashtirilgan vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari

Gorizontal to'g'ri chiziq. Gorizontal proyeksiyalar tekisligi  $H$  ga parallel to'g'ri chiziq *gorizontal chiziq* (yoki *gorizontal*) deb ataladi (3.3-a,b rasm).



a)



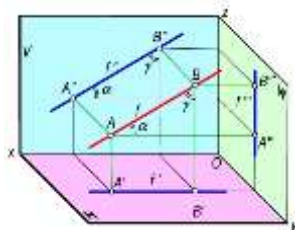
b)

3.3-rasm

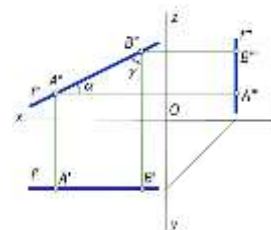
Gorizontalning barcha nuqtalari  $H$  tekislikdan baravar masofada ( $AA' \square BB' \square$ ) bo'lgani uchun chizmada uning  $h''$  frontal proyeksiyasi  $Ox$  o'qiga,  $h'''$  profil proyeksiyasi esa  $Oy$  o'qiga parallel bo'ladi. Gorizontalning  $h'$  gorizontal proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo'ladi. Bu chiziq kesmasining gorizontal proyeksiyasi o'zining haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi  $\beta$  va  $\gamma$  burchaklar  $h$  gorizontalning  $V$  va  $W$  tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo'ladi, ya'ni:

$h \parallel H \Rightarrow h'' \parallel Ox$  va  $h''' \parallel Oy$ ,  $A'B' = |AB|$ ,  $\beta = h \wedge V$  va  $\gamma = h \wedge W$  bo'ladi.

Frontal to'g'ri chiziq. Frontal proyeksiyalar tekisligi  $V$  ga parallel to'g'ri chiziq *frontal to'g'ri chiziq* (yoki *frontal*) (3.4,a,b-rasm) deb ataladi. Frontalning barcha nuqtalari  $V$  tekislikdan baravar masofada bo'lgani uchun chizmada uning  $f'$  gorizontal proyeksiyasi  $Ox$  o'qiga,  $f'''$  profil proyeksiyasi esa  $Oz$  o'qiga parallel bo'ladi. Frontalning frontal  $f''$  proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo'ladi.



a)



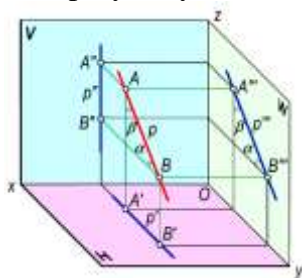
b)

3.4-rasm

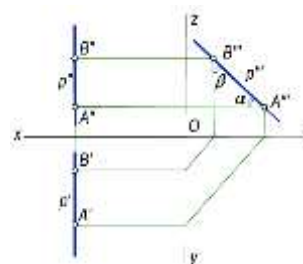
Mazkur chiziq kesmasining frontal proyeksiyasi uning haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi  $\alpha$  va  $\beta$  burchaklar  $f$  frontalni  $H$  va  $W$  proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil etgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo'ladi, ya'ni:

$f \parallel V \Rightarrow f' \parallel Ox$  va  $f''' \parallel Oz$ ,  $A'B' = |AB|$ ,  $\alpha = f \wedge H$  va  $\beta = f \wedge W$  bo'ladi.

Profil to'g'ri chiziq. Profil proyeksiyalar tekisligi  $W$  ga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq *profil to'g'ri chiziq* (yoki *profil*) deb ataladi (3.5,a,b-rasm). Profilning barcha nuqtalari  $W$  tekislikdan baravar masofada bo'lgani uchun chizmada uning gorizontal proyeksiyasi  $Oy$  o'qiga parallel, frontal proyeksiyasi  $Oz$  o'qiga parallel bo'ladi.



a)



b)

3.5-rasm

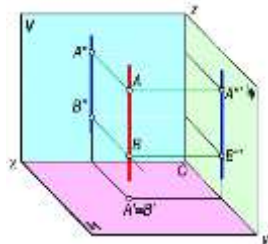
Profilning profil proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda joylashgan bo‘ladi. Mazkur, chiziq kesmasining profil proyeksiyasi o‘zining haqiqiy o‘lchamiga teng bo‘lib proyeksiyalanadi.

Chizmadagi  $\square$  va  $\beta$  burchaklar profil chiziqning  $H$  va  $V$  tekisliklar bilan mos ravishda tashkil etgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo‘ladi, ya’ni:

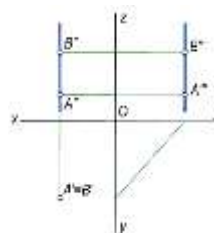
$p \parallel W \Rightarrow p' \parallel Oy$  va  $p'' \parallel Oz$ ,  $A''B'' = |AB|$ ,  $\square = p^{\wedge}H$  va  $\beta = p^{\wedge}V$  bo‘ladi.

Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar. Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar *proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar* deb ataladi.

Gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar. Gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziq *gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq* deb ataladi (3.6,a,b-rasm). Bu to‘g‘ri chiziq  $H$  tekislikka nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi. Uning frontal va profil proyeksiyalari  $Oz$  o‘qiga parallel bo‘ladi. Bu to‘g‘ri chiziq kesmasi  $V$  va  $W$  ga o‘zining haqiqiy o‘lchami bo‘yicha proyeksiyalanadi.



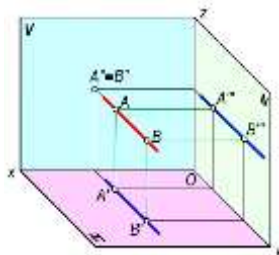
a)



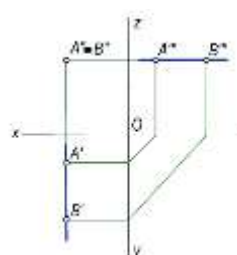
b)

3.6-rasm.

Frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar. Frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar *frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar* deb ataladi (3.7,a,b-rasm). Bunday to‘g‘ri chiziq  $V$  tekisligiga nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi. Uning gorizontal va profil proyeksiyalari  $Oy$  o‘qiga parallel bo‘ladi. Bu to‘g‘ri chiziq kesmasi  $H$  va  $W$  proyeksiyalar tekisliklariga o‘zining haqiqiy o‘lchami bo‘yicha proyeksiyalanadi.



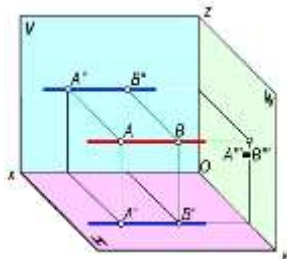
a)



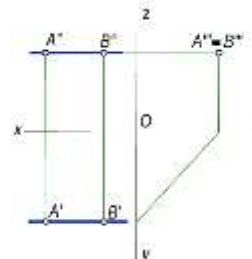
b)

3.7-rasm

Profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq. Profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar *profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar* deb ataladi (3.8,a,b-rasm). Bu to‘g‘ri chiziqlar profil tekisligiga nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi. Uning gorizontal va frontal proyeksiyalari  $Ox$  o‘qiga parallel bo‘ladi. Bu to‘g‘ri chiziq kesmasi  $H$  va  $V$  ga o‘zining haqiqiy o‘lchami bo‘yicha proyeksiyalanadi.



a)



b)

3.8-rasm

Proyeksiyalar tekisliklari va koordinata o‘qlariga tegishli to‘g‘ri chiziqlar. To‘g‘ri chiziqlar  $H$ ,  $V$  va  $W$  proyeksiyalar tekisliklariga va  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  proyeksiyalar o‘qlariga tegishli bo‘lishi mumkin.