

15-Mavzu:

Yordamchi sferalar usuli. Usulning mohiyati.

Dars rejasi:

1. O'qlari umumiy nuqtaga ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishuvi.
2. Yordamchi sferalar usuli

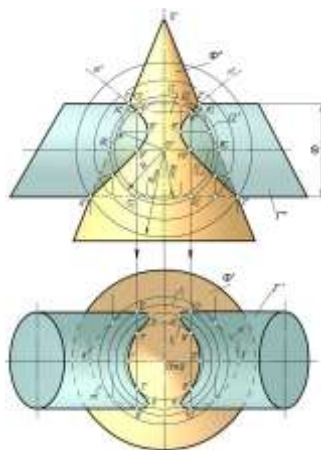
Ma'lumki, markazi biror aylanish sirtining o'qida bo'lgan sfera bu sirtning chekli sondagi aylanalar bo'yicha kesadi. Bu aylanalar proyeksiyalar tekisliklarining biriga to'g'ri chiziq kesmasi shaklida, ikkinchisiga aylana yoki ellips ko'rinishida proyeksiyalanadi. Aylanish sirtlari bilan sferaning o'zaro kesishish chizig'i haqidagi bu muhim xulosa ikkita aylanish sirtining o'zaro kesishish chiziqlarini yasashga imkon beradi.

Yordamchi kesuvchi sferalar to'plami konsentrik yoki ekssentrik ko'rinishlarda bo'ladi. Kesishuvchi sirtlarning xarakteriga qarab, yordamchi kesuvchi sferalarning biror usuli ishlatiladi.

Konsentrik sferalar usuli. Ikki aylanish sirtining o'qlari umumiy nuqtaga ega bo'lsa, bu o'qlar bitta tekislikni tashkil qiladi. Bu tekislik har ikkala sirt uchun simmetriya tekisligi bo'ladi.

Yordamchi kesuvchi konsentrik sferalar usulini quyidagi shartlar qanoatlantirgan hollardagina qo'llash mumkin:

- o'zaro kesishuvchi sirtlar aylanish sirtlari bo'lishi shart;
- aylanish sirtlarining o'qlari o'zaro kesishgan bo'lishi kerak;
- aylanish sirtlarining o'qlari (yoki simmetriya tekisligi) proyeksiyalar tekisliklarining biriga parallel bo'lishi yoki sirt o'qlarining biri proyeksiyalar tekisliklarining biriga parallel, ikkinchi o'q esa ikkinchi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lishi kerak.



15.1-rasm.

Yordamchi kesuvchi konsentrik sferalarning markazi sirtlarning o'qlari kesishgan nuqtasida bo'ladi. 15.1-rasmida o'qlari umumiy $O(O', O'')$ nuqtada kesishuvchi va simmetriya tekisligi V ga parallel bo'lgan $\Phi(\Phi', \Phi'')$ aylanma konus va $\Gamma(\Gamma', \Gamma'')$ silindr sirtlari berilgan. Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasash uchun O'' nuqtani markaz qilib, R radiusli $\Omega(\Omega'')$ sfera chiziladi. Ω sfera Φ sirt bilan umumiy o'qqa ega bo'lgani uchun ular $l_1(l_1', l_1'')$ va $l_2(l_2', l_2'')$ aylanalar

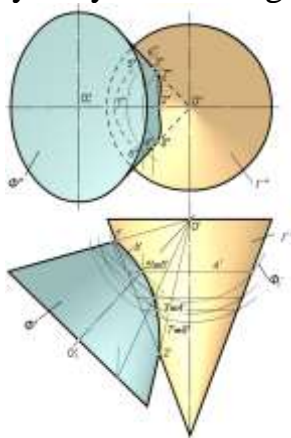
bo'yicha kesishadi. Shaklda bu aylanalarning V tekislikdagi proyeksiyalari $A_1'' A_2''$ va $B_1'' B_2''$ kesmalar tarzida tasvirlangan. Shuningdek, bu sfera Γ sirt bilan umumiy o'qqa ega bo'lgani uchun $C_1' C_2''$ va $D_1'' D_2''$ kesmalar ko'rinishidagi aylanalar bo'yicha kesishadi. Bu aylanalarning o'zaro kesishish $7''$, $8''$, $9''$ va $10''$ nuqtalari har ikkala Φ va Γ sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarning frontal proyeksiyalari bo'ladi. Xuddi shuningdek, O'' nuqtani markaz qilib, konsentrik sferalar chiziladi, ular yordamida Φ va Γ sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarini yasash mumkin. Bu nuqtalarning geometrik o'rni bo'lgan m'' va n'' egri chiziqlar Φ va Γ sirtlarning kesishish chiziq bo'ladi. Φ va Γ sirtlarning frontal ocherklarining $1''$, $2''$, $3''$, $4''$ kesishish nuqtalari bu sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalaridan hisoblanadi. O'' nuqtadan eng uzoqda joylashgan $4''$ xarakterli nuqtadan o'tuvchi sferaning radiusi R_{max} bo'ladi. Kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalaridan yana bir juftini Φ va Γ sirtlarining birortasiga R_{min} radiusli urinma sfera o'tkazish bilan aniqlanadi. Eng kichik sferaning R_{min} radiusi quyidagicha aniqlanadi (18.1-rasm): O'' nuqtadan berilgan sirtlarning birini chekka yasovchisiga $O''E''$ va $O''F''$ perpendikulyarlar o'tkaziladi. Bunda $O''E'' > O''F''$ bo'lsa $R_{min} = O''E''$ bo'ladi. Agar $O''E'' < O''F''$ bo'lsa, $R_{min} = O''F''$ bo'ladi, $O''E'' = O''F'' = R_{min}$ bo'lgan holda eng kichik sfera ikkala sirtga urinib, kesishish chizig'i ikkita tekis egri chiziqqa ajraladi. Shunday qilib, urinma sferani shunday o'tkazish kerakki, u sirtlarning biriga urinsin va ikkinchisini kesib o'tsin. 15.1-rasmda Γ sirtga urinma bo'lgan R_{min} radiusli sfera o'tkazish bilan yasalgan egri chiziqning 5, 6 xarakterli nuqtalari aniqlangan. Bu nuqtalarda egrilik buriladi yoki yo'nalishini o'zgartiradi. Kesishish chizig'ining boshqa nuqtalari R_{max} va R_{min} radiusli sferalar orasida ixtiyoriy sferalar o'tkazish bilan aniqlanadi. Konus va silindrlarning o'zaro kesishish chizig'i $m(m'')$ va n larga tegishli nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan parallel kesuvchi gorizontal tekisliklar orqali aniqlanadi. Shunday qilib, konsentrik sferalar usuli bilan ikki aylanish sirtining kesishish chiziqlarini yasash quyidagi sxema bo'yicha bajariladi:

- ikki aylanish sirti o'qlarining kesishish nuqtasi konsentrik sferalar markazi sifatida qabul qilinadi;
- sirtlarning frontal (yoki gorizontal) ocherklarining kesishish nuqtalari xarakterli nuqtalar sifatida belgilanadi va R_{max} radiusli sfera aniqlanadi;
- eng kichik R_{min} radiusli sfera chiziladi. Natijada yana bir juft xarakterli nuqtalar aniqlanadi;
- R_{max} va R_{min} lar orasida sferalar o'tkazilib, oraliq nuqtalar topiladi.

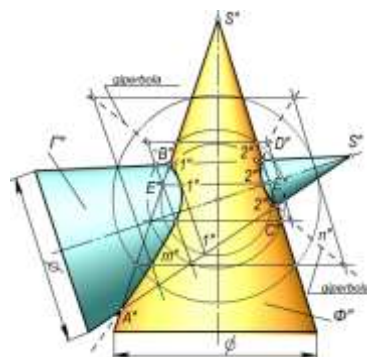
15.2-rasmda o'qlar $O(O', O'')$ nuqtada kesishuvchi va simmetriya tekisligi H proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan ikki doiraviy konusning kesishish chizig'i konsentrik sferalar usuli bilan yasalgan. Bunda avvalo kesishish chizig'ining xarakterli $1(1', 1'')$ va $2(2', 2'')$ nuqtalari aniqlanadi. So'ngra O' nuqtani markaz qilib olib, ikkala konusni kesadigan qilib Φ_1' sfera o'tkaziladi. Φ_1' sfera Γ' konus bilan a' aylana bo'yicha, Φ' konus bilan b' aylana bo'yicha kesishadi. Bu aylanalarning kesishish nuqtalari $5'=6'$ ikki konusning kesishish chizig'ia tegishli bo'ladi. a aylananing a'' proyeksiyasi yasalib, uning ustida $5''$ va

6" nuqtalar yasaladi. Kesishish chizig'ining qolgan nuqtalari ham yuqoridagidek yasaladi va ular o'zaro tutashtiriladi.

15.3-rasmda simmetriya tekisligi proyeksiyalar tekisligi V ga parallel bo'lgan ikki aylanma konusning kesishish chizig'i konsentrik sferalar usuli bilan frontal proyeksiyalar tekisligida tasvirlangan.



15.2-rasm



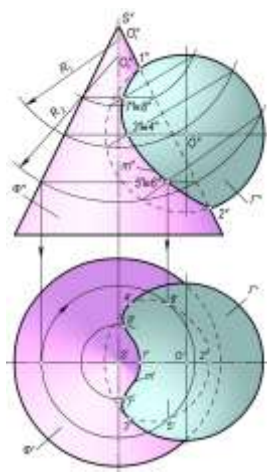
15.3-rasm

Ekssentrik sferalar usuli. Markazlari biror aylanma sirt o'qini turli nuqtalarida joylashgan sferalar ekssentrik sferalar deb yuritiladi. 15.4-rasmda konus o'qi va sfera markazi O (O' , O'') bitta frontal simmetriya tekisligida joylashgan.

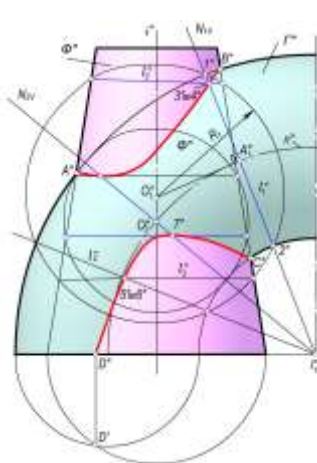
Bu ikki sirtning kesishish chizig'ini yasash uchun avvalo ularning frontal ocherklarning kesishishdagi xarakterli nuqtalari 1" va 2" belgilanadi. Ma'lumki, har qanday ikki sfera aylana bo'yicha kesishadi. Markazi konus o'qida bo'lgan sfera ham konus bilan aylana bo'yicha kesishadi. Shuning uchun konus o'qining biror nuqtasini markaz qilib olib, ixtiyoriy radius bilan yordamchi sferalar yasash yo'li bilan bu ikki sirtning kesishish chizig'i yasaladi. Konus o'qidagi O_1'' nuqtani markaz qilib olib, R_1 radiusli sfera yordamida kesishish chizig'ining $3(3', 3'') \equiv 4(4', 4'')$ nuqtalari yasalgan. Shuningdek, konus o'qidagi O_2'' nuqtani markaz qilib olib, R_2 radiusli sfera yordamida $5(5', 5'') \equiv 6(6', 6'')$ nuqtalarning vaziyati aniqlangan. Xuddi shu tarzda konus o'qidagi ixtiyoriy nuqtalarni markaz qilib olib, ixtiyoriy radiuslar bilan sferalar chizish yordamida ikkala sirtning kesishish chizig'i $m(m'')$ yasalgan. m ning gorizontaal m' proyeksiyasi konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan pallel kesuvchi gorizontaal tekisliklar orqali aniqlanadi.

Aylanma kesik konus va tor sirtlarning kesishish chizig'ini yasash frontal proyeksiya tekisligida ko'rsatilgan (15.5-rasm). Konusning o'qi i'' va tor yasovchilarining markazlari yotuvchi n'' chiziq bitta frontal tekislikda joylashgan. Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasash uchun torning frontal proyeksiya tekisligidagi i_1'' o'qi orqali N_{IV} frontal proyeksiyalovchi tekislikning izi o'tkaziladi. Bu tekislik torni n'' markazlar chizig'ini ixtiyoriy A_1'' nuqtada kesadi. Bunda N_{IV} tekislik torni l_1'' aylana bo'yicha kesadi. l_1'' aylananing markazi A_1'' nuqtadan aylana tekisligiga perpendikulyar chiqariladi. Uning aylanma konus o'qi i'' bilan kesishish nuqtasi O_1'' belgilanadi. O_1'' nuqtani markaz qilib olib, torning l_1'' aylanasi bilan R_1 radiusli sfera chiziladi. Bu yordamchi sfera konus bilan l_2'' va l_3'' aylanalar bo'yicha va tor sirti bilan l_1'' va l_4'' aylanalar bo'yicha kesishadi. l_1''

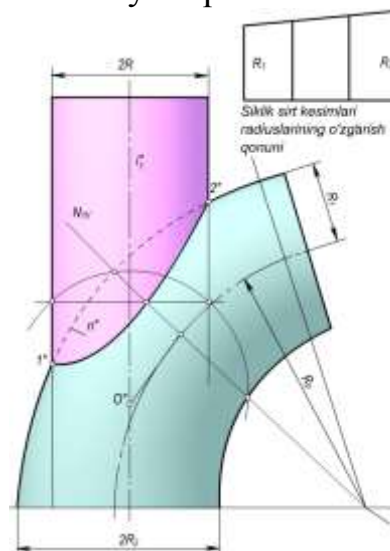
va l_2'' aylanalarning kesishish nuqtalari $3'' \equiv 4''$ hamda l_3'' va l_4'' aylanalarning kesishish nuqtalari $5'' \equiv 6''$ izlanayotgan egri chiziqlarning nuqtalari bo'ladi. Chunki $3'' \equiv 4''$ va $5'' \equiv 6''$ nuqtalar konus va tor sirtlari uchun umumiy nuqtalardir.



15.4-rasm.



15.5-rasm



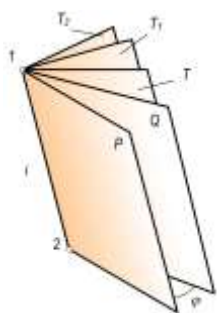
15.6-rasm

Aylanma konus va tor sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli A'' , B'' va C'' nuqtalari bu sirtlarni frontal ocherklarining kesishish nuqtalari yordamida aniqlangan. Sirtlar o'qlarining kesishish nuqtasi O_2'' orqali tor sirtga urinma qilib o'tkazilgan Φ'' sfera sirti orqali A'' va $7''$ xarakterli nuqtalar aniqlangan. Bu nuqtalar egrilikning burilish nuqtalari bo'ladi.

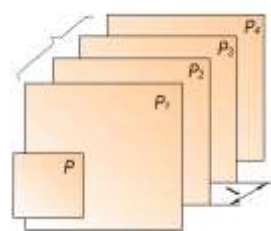
Torning i_1'' aylanish o'qi orqali bir necha frontal proyeksiyalovchi tekisliklar izlarini o'tkazib va bu tekisliklarda hosil bo'lgan aylanalar orqali markazi konus o'qida turlicha joylashgan yordamchi sferalar o'tkazib, egri chiziqlarning qolgan oraliq nuqtalari yasaladi.

15.6-rasmda siklik va silindrik sirtlardan tashkil topgan truboprovodning bir qismi frontal proyeksiyada tasvirlangan. Bunda aylanish silindri bilan naysimon siklik sirtning n'' kesishish chizig'ini yasash eksentrik sferalar usuli bilan ko'rsatilgan. Har ikkala sirt uchun umumiy bo'lgan n'' egri chiziqlarning barcha nuqtalarini yasash yuqorida keltirilgan misolga asosan bajarilgan.

Sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Kesuvchi tekisliklar dastasi usuli. Tekisliklar dastasi. Birta to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekisliklarni tekisliklar dastasi deyiladi. To'g'ri chiziq tekisliklar dastasining o'qi deb yuritiladi. Tekisliklar dastasi xos (15.7-rasm) yoki xosmas o'qqa (15.8-rasm) ega bo'ladi. Xos o'qli tekisliklar dastasining chizmadagi bir ismli izlari bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasini tashkil qiladi (15.9-rasm). Shu izlar dastasining $1''$ va $2''$ nuqtalari tekisliklar dastasi i o'qining izlaridan iborat bo'ladi. Dasta tekisliklarining vaziyati esa, bitta parametr, ya'ni aylanish burchagi φ ning kattaligi orqali aniqlanadi.



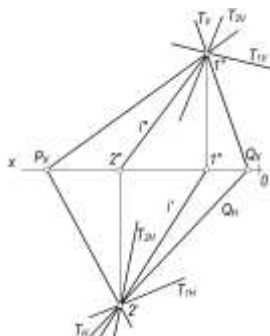
15.7-rasm



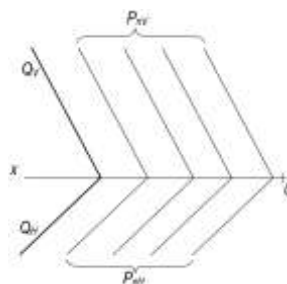
15.8-rasm

Xosmas o'qqa ega bo'lgan tekisliklar dastasining chizmadagi bir ismli izlari o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar dastasidan iborat bo'ladi (15.10-rasm). Bu dasta tekisliklarning vaziyati bitta parametr, ya'ni tekisliklar orasidagi l masofa bilan aniqlanadi. Xosmas o'qqa ega bo'lgan tekisliklar dastasining yo'nalishi esa biror Q yo'naltiruvchi tekislik orqali beriladi. Bu tekislik parallelizm tekisligi deb ham yuritiladi.

Tekisliklar dastasi, asosan, tekislik bilan sirtning, sirt bilan sirtning va sirt bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish chiziqlarini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usuli nomi bilan ishlatiladi.

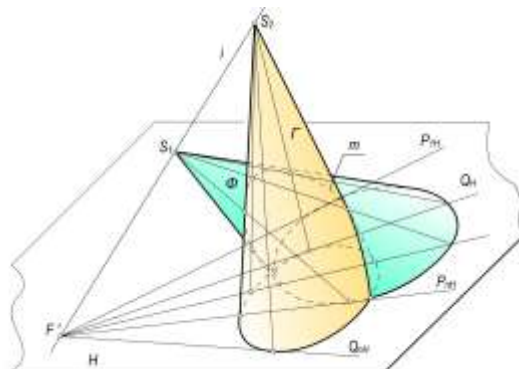


15.9-rasm



15.10-rasm

Chiziqli sirtlarning o'zaro vaziyatini ularning kesishish chiziqlarini yasamasdan aniqlash. Har bir chiziqli sirtning yasovchilari orqali o'tgan tekisliklar dastasi sirtning asos tekisligida izlar dastasi to'plamini hosil qiladi. Bu izlar dastasi sirt asosiga urinuvchi izlari orasida bo'ladi.



15.11-rasm

Asoslari bir tekislikda yotgan sirtlarning o'zaro vaziyatini shu sirtlarning yasovchilari orqali o'tgan, umumiy o'qli kesuvchi tekisliklar dastasi izlari to'plamining o'zaro vaziyati aniqlaydi. Agar izlar dastasi o'zaro kesishsa, sirtlar ham kesishadi. Ular kesishmasa, sirtlar ham kesishmaydi. 15.11-rasmda asoslari H

tekislikda yotgan ikki konus sirtining o‘zaro vaziyati aniqlangan. S_1 va S_2 konus uchlari orqali o‘tgan kesuvchi tekisliklar $P_{1H} \dots P_{nH}$ va $Q_{1H} \dots Q_{nH}$ izlar to‘plamini hosil qilgan. Bu to‘plamlar qisman kesishgani uchun konus sirlari ham qisman kesishib, bitta m fazoviy egri chiziq hosil qilgan. Izlar to‘plamining bu xususiyati, berilgan o‘zaro kesishuvchi sirlarning kesishish chiziqlarini yasamasdan oldin uning xarakterini aniqlash imkonini beradi.

Nazorat savollari

1. Ikki sirtning kesishish chizig‘ini yasashda qanday yordamchi sirtlardan foydalaniladi?
2. Umumiy o‘qqa ega bo‘lgan aylanish sirtlarining o‘zaro kesishish chizig‘ini qanday egri chiziqlar bo‘ladi?
3. Konsentrik va ekssentrik sferalardan qanday hollarda foydalaniladi?
4. Sferaning har qanday aylanma sirt bilan kesishuvidan nima hosil bo‘ladi va u qanday aniqlanadi?