

14-Mavzu:

Sirtlarning o'zaro kesishishi. Yordamchi kesuvchi tekislik usuli. Kesishishning xususiy, umumiy hollari.

Dars rejasi:

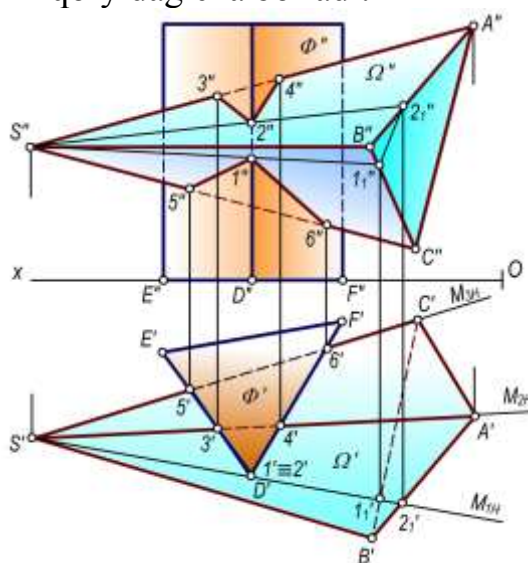
1. Ko'pyoqliklarning o'zaro kesishishi
2. Umumiy ma'lumotlar
3. Sirtlarning yoyilmalarini yasash

Ko'pyoqliklar fazoda bir-biriga nisbatan o'zaro joylashuviga qarab, to'la, qisman kesishgan yoki butunlay kesishmagan vaziyatlarda uchraydilar. Ko'pyoqliklar o'zaro kesishganda bir yoki bir necha yopiq fazoviy yoki tekis siniq chiziqlar hosil bo'ladi. Bu siniq chiziq uchlarini, ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalarini yasash usuli yordamida aniqlanadi. Agar kesishuvchi ko'pyoqliklardan birini Φ va ikkinchisini Ω deb belgilasak, ularning kesishgan chizig'ini yasash qo'yidagi algoritm bilan bajariladi:

- Φ ko'pyoqlik qirralarining Ω ko'pyoqlik sirti yoqlari bilan kesishish nuqtalari yoki Ω ko'pyoqlik qirralarining Φ ko'pyoqlik yoqlari bilan kesishish nuqtalari aniqlanadi;
- Φ va Ω qo'pyoqlarning yon yoq tekisliklarini o'zaro kesishish chiziqlari yasaladi.

Hosil bo'lgan kesishish nuqtalarini yoki chiziqlarni tegishli tartibda birlashtirilsa berilgan ko'pyoqliklarning kesishish chizig'i hosil bo'ladi. Ko'pyoqliklarning o'zaro kesishish chiziqlarini yasashda avvalo ularning kesishishida qatnashmaydigan qirralari aniqlanadi; so'ngra ko'pyoqliklarning ko'rinar, ko'rinmas qirralarini aniqlanib va ularning ko'rinar qismlarini asosiy tutash chiziqlarda yurg'izib chiqiladi.

14.1-rasmda tasvirlangan prizma va piramida sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini yasash algoritmi qo'yidagicha bo'ladi:



14.1-rasm

- prizma qirralarining piramida sirti bilan kesishgan nuqtalari yasalgan. Rasmdan ko'rinib turibdiki, prizmaning faqat oldingi D qirrasigina piramida sirtini

1 va 2 nuqtalarda kesib o'tgan. Bu nuqtalar D nuqta orqali o'tgan $M_1(M_{IN})$ gorizontaal proyeksiyalovchi tekislik yordamida yasalgan;

- piramida qirralarining prizma sirti bilan kesishgan 3,4,5,6 nuqtalari yasalgan. Piramidaning faqat SA va SC qirralari prizma bilan kesishadi. SA va SC qirralarining prizma bilan kesishgan $3(3',3'')$, $4(4',4'')$, $5(5',5'')$, $6(6',6'')$ nuqtalari 14.1-rasmda ko'rsatilganidek $M_2(M_{2H})$ va $M_3(3H)$ gorizontaal proyeksiyalovchi tekisliklar yordamida topilgan;

- Aniqlangan $1'', 2'', 3'', 4'', 5'', 6''$ nuqtalarni rasmda ko'rsatilganidek, ko'rinar-ko'rinmas qismlarini e'tiborga olib, tartib bilan birlashtirib chiqilsa, ikki sirtning o'zaro kesishish siniq chizig'ining frontal proyeksiyasi hosil bo'ladi.

Раздел 1.01 Umumiy ma'lumotlar

Sirtning egilish deformasiyasi yordamida tekislikka aylantirish mumkin bo'lsa, bunday sirt **yoyiladigan sirt** deyiladi. Sirtning biror bo'lagi tekislikning ma'lum bir sohasiga yoyilishi mumkin. Masalan, silindrik sirt tekislikning o'zaro parallel ikki to'g'ri chizig'i orasidagi sohasida yoyiladi. Konus sirti esa tekislikka tegishli ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqlar orasidagi sohada yoyiladi.

Sirtning biror bo'lagining cho'zilmasdan, yirtilmasdan tekislikka yoyilishidan hosil bo'lgan tekis shakl uning **yoyilmasi** deyiladi.

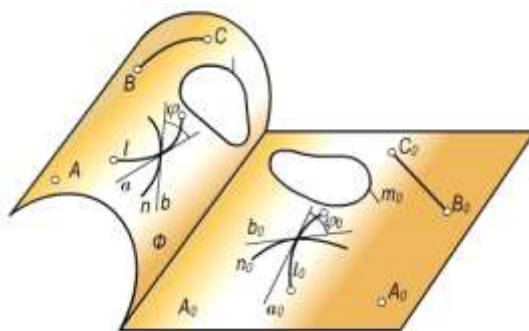
Yoyiladigan sirtlarga to'g'ri chiziqli sirtlardan faqat yondosh yasovchilari xos yoki xosmas nuqtalarda kesishadigan sirtlar kiradi.

Torslarda yondosh yasovchilarning kesishish nuqtalari qaytish qirrasida, konus sirtlarda esa uning uchida va silindrik sirtlarda cheksiz uzoqlikdagi nuqtada bo'ladi.

Sirtlarning yoyilmalarini yasash muhandislik amaliyotida katta ahamiyatga ega. Mashinasozlik, samolyotsozlik va qurilishda turli-tuman konstruksiyalarning shakllarini hosil qilish uchun yaxlit listlarda sirtlarning yoyilmalari yasilib, ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan turli andozalar yasaladi.

Sirtlarning yoyilmalarini yasashda uchburchaklar, dumalatish va normal kesim usullari mavjud.

Uchburchaklar usuli bilan qirrali sirtlar, konus va tors sirtlarning yoyilmalari yasaladi. Dumalatish usuli bilan proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan og'ma vaziyatda berilgan qirrali, konus va silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasash qulaydir. Yasovchilari yoki qirralari proyeksiya tekisliklariga nisbatan og'ma vaziyatda bo'lgan silindrik yoki prizmatik sirtlarning yoyilmalarini normal kesim usulida yasash osonroqdir.



14.2-rasm

Yoyilmaydigan sirtlarning yoyilmalari taqriban yasaladi.

Sirt va uning yoyilmasi elementlari orasida qo'yidagi o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan bo'lishi kerak, ya'ni sirtga tegishli har bir nuqta va shaklga, shu sirt yoyilmasiga tegishli nuqta va shakl mos keladi yoki aksincha, yoyilmaga tegishli har bir nuqta va shaklga sirtga tegishli nuqta va figura mos kelishi kerak (14.2-rasm). Bu moslikka asosan qo'yidagi xossalarni keltirish mumkin.

1-xossa. Sirt va uning yoyilmasiga tegishli mos yoylarning uzunliklari o'zaro teng bo'ladi: $l = l_0$.

Natija. Sirt va uning yoyilmasiga tegishli mos yopiq egri chiziqlar bir xil yuzaga ega bo'ladi: $S_m = S_{m_0}$.

2-xossa. Sirtga tegishli ikki chiziq orasidagi burchak yoyilmaga tegishli mos chiziqlar orasidagi burchakka tengdir: $\varphi = \varphi_0$.

3-xossa. Sirtga tegishli to'g'ri chiziqqa yoyilmada ham to'g'ri chiziq mos keladi. Ammo yoyilmaga tegishli to'g'ri chiziqqa sirtning biror to'g'ri chizig'i hamma vaqt ham mos kelmaydi.

4-xossa. Sirtga tegishli o'zaro parallel to'g'ri chiziqlarga yoyilmada ham o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar mos keladi.

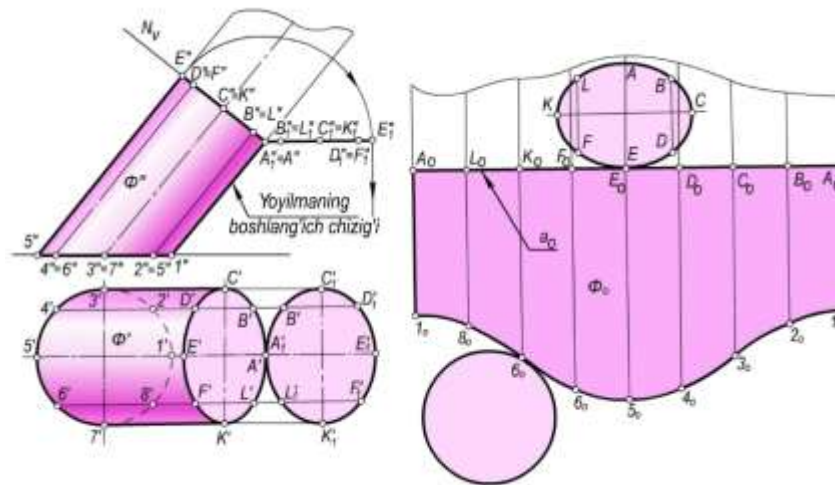
5-xossa. Agar sirtga tegishli egri chiziqqa yoyilmada to'g'ri chiziq mos kelsa, bunday chiziq sirtning **geodezik chizig'i** deyiladi. 14.2-rasmda ko'rsatilgan sirtning BC chizig'i uning geodezik chizig'i bo'la oladi.

Sirtning yoyilmasini yasash deganda uni yirtmasdan, uzmasdan yoki g'ijimlashtirib faqat egib bir tekislikka jipslashtirish tushuniladi. Albatta bunday jarayon sirtning biror chizig'i (qirrasi, yasovchilari va shu kabilar) bo'yicha kesib amalga oshirilishi mumkin. Lekin amaliyotda sirtlarning yoyilmalari yasab, so'ngra egish deformasiyasi yordamida bu yoyilmalardan kerakli konstruksiyalar yasaladi. Shuning uchun ham sirtlarning yoyilmalarini tekislik (qog'oz) da yasash muhim kasb etadi.

Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasashda nog'mal kesim va dumalatish usullaridan foydalaniladi. Har ikkala usul bilan ham yoyilmani yasashda silindrik sirtni approksimasiya qilib prizmatik sirtga keltiriladi va masala prizmaning yoyilmasini yasash kabi bajariladi.

Umuman biror silindrning yoyilmasini yasash uchun: silindr yoyilmasida qatnashadigan yasovchilarning haqiqiy uzunliklari aniqlanadi; qo'shni yasovchilar orasidagi asos yoylarining haqiqiy uzunliklari topiladi; planimetrik yasashlarga asosan silindr elementlari ketmaket yoyilmada yasaladi.

14.3,a-rasmda yasovchilari frontal vaziyatda va asosi H tekislikda yotgan og'ma, elliptik silindr tasvirlangan. Bunday silindrning yoyilmasi (14.3,b-rasm) normal kesim usulida bajarilgan. Silindrik sirt prizmatik sirtga approksimasiya qilinadi. Buning uchun silindr asosini ixtiyoriy bo'laklarga bo'linadi (rasmda 8 ta teng bo'lakka bo'lingan).



14.3-rasm

Bu holda silindrni 8 yoqli prizma almashtiriladi. Silindrning yasovchilariga perpendikulyar bo'lgan $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'i yasaladi. Kesishish chizig'i, ya'ni normal kesimning haqiqiy kattaligi aylantirish usuli bilan topiladi.

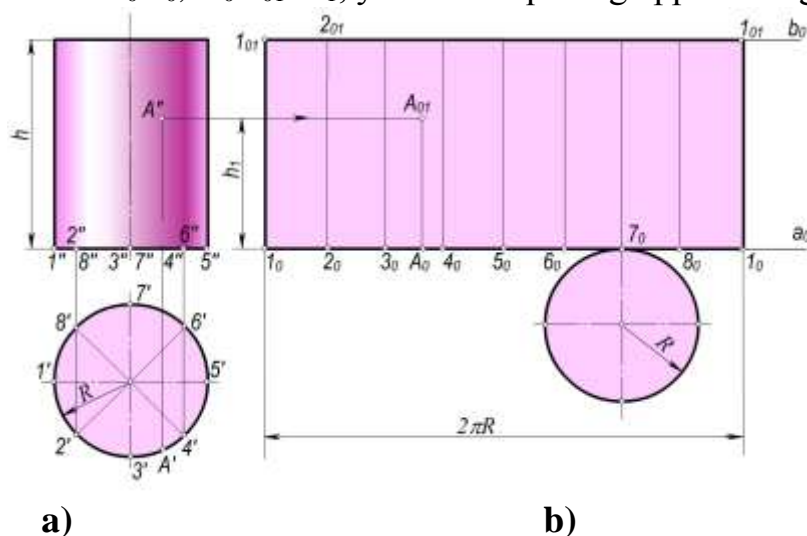
Silindrik sirtning yoyilmasini yasash uchun chizma qog'ozining bo'sh joyida ixtiyoriy a_0 to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Yoyilmaning boshlanish chizig'i deb 1A yasovchi olingan. a_0 to'g'ri chiziqqa uzunligi nog'mal kesimning perimetriga teng bo'lgan $[A_0A_0]$ kesma o'lchab qo'yiladi. Bu kesmaga A_0 nuqtadan boshlab $A_0L_0=A_0'L_0'$, $L_0K_0=L_0'K_0'$, $K_0F_0=K_0'F_0'$,... kesmalar o'lchab qo'yilib oraliqdagi L_0 , K_0 , F_0 , ... nuqtalar aniqlanadi. Bu nuqtalar orqali a_0 to'g'ri chiziqqa perpendikulyarlar o'tkaziladi. 14.3,a-rasmda silindr yasovchilarining frontal proyeksiyalari o'z haqiqiy uzunliklariga teng ekanligini ko'rish mumkin. Shuning uchun yasovchilarning frontal proyeksiyadagi uzunliklari o'lchab olinib, yoyilmadagi mos perpendikulyarlarga qo'yiladi. O'lchab qo'yilgan kesmalarning ikkinchi uchlari tekis egri chiziq bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan Φ_0 figura Φ silindr yon sirtining yoyilmasi bo'ladi. \square_0 figura silindrning asosi va normal kesimning haqiqiy kattaligi bilan to'ldirilib, to'la yoyilma hosil qilinadi

Asoslari aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy silindr yon sirtining yoyilmasi to'g'ri to'rtburchakdan iborat bo'lib, bunday to'rtburchakning tomonlari $2\pi R$ va h_0 ga teng bo'ladi (14,4,a,b-rasm). Bu yerda R - asosning radiusi, h - silindrning balandligi. Asosi H tekisligiga tegishli va o'qi unga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy silindrning to'la yoyilmasini yasash 14.7,b-rasmda ko'rsatilgan.

Bunda silindrning 1_02_0 ($1'2',1''2''$) yasovchisi yoyilmaning boshlanish chizig'i deb olingan.

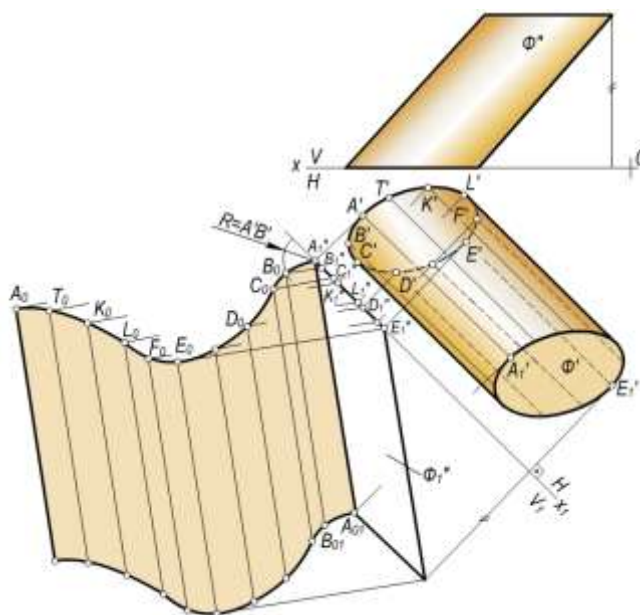
Ixtiyoriy a_0 to'g'ri chiziq o'tkazib, unga $[1_01_0] - 2\pi R$ kesma o'lchab qo'yiladi va u teng 8 bo'lakka bo'linadi. Kesmaning har ikkala uchidan a_0 to'g'ri chiziqqa perpendikulyarlar chiqarilib, ularga $1_01_0=h$ kesma, ya'ni silindrning balandligiga teng kesmalar o'lchab kuyiladi. Hosil bo'lgan $1_01_01_01_0$ to'g'ri to'rtburchak berilgan silindr yon sirtining yoyilmasi bo'lib, to'la yoyilmani yasash uchun 1_01_01 va 2_02_01 tomonlarga urinuvchi qilib silindrning asoslari chiziladi.

Sirtga tegishli A nuqtaning yoyilmadagi o'rnini aniqlash 14,4,a,b-rasmdan ko'rinib turibdi. Bunda $3^{\circ}A'=3_0A_0$, $A_0A_{01}=h_1$, ya'ni A nuqtaning applikatasiga teng bo'ladi.



14.4-rasm

14.5-rasmda tasvirlangan og'ma elliptik silindr yon sirtining yoyilmasi dumalatish usulida bajarilgan. Dastavval silindr uning yasovchilariga parallel bo'lgan V tekislikka, proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuli bilan proyeksiyalanadi.



14.5-rasm

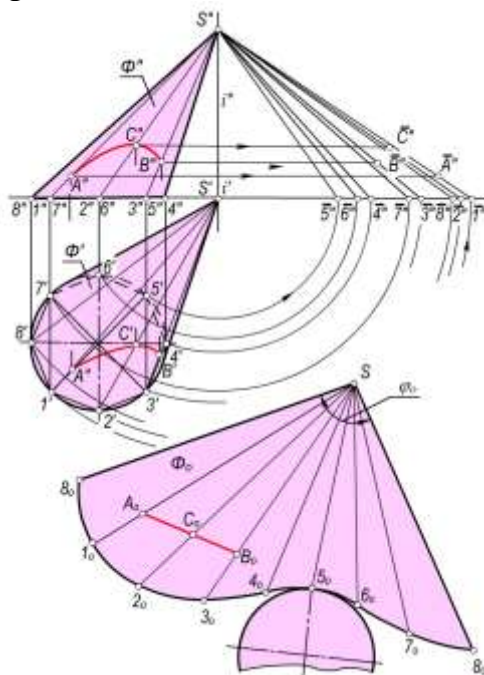
Silindrning $AA_1(A'A'_1, A''A''_1)$ yasovchisi yoyilmaning boshlanish chizig'i deb olingan. Φ silindr o'zining AA_1 yasovchisi orqali o'tgan tekislikka yoyiladi. Buning uchun silindrik sirt yana prizmatik sirtga approksimasiya iqlinadi va prizmaning yoyilmasini yasash kabi bajariladi. Silindr yasovchilaridan biri $BB_1(B'B'_1, B''B''_1)$ ning yoyilmadagi o'rnini B_0B_{01} ni yasashni ko'rib chiqaylik. Markazi A_1'' nuqtada va radiusi $A'B'$ ga teng bo'lgan aylana yoyi chiziladi. B_1'' nuqtadan esa $A_1''A_{01}''$ yasovchiga perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Ular o'zaro kesishib, yoyilmaga tegishli B_0 nuqtani hosil qiladi. B_0 nuqta orqali $A_1''A_{01}''$ ga parallel qilib B_0B_{01} ($B_0B_{01}=A_1''A_{01}''$) yasovchi o'tkaziladi. Yoyilmadagi

C_0, D_0, \dots nuqtalar va ular orqali o'tuvchi yasovchilar ham B_0 nuqta va B_0B_{01} yasovchi singari yasaladi.

Раздел 1.02 **Konus sirtlarning yoyilmalarini yasash**

Umumiy holdagi konus sirtining yoyilmasi ham piramida yoyilmasini yasashdagidek, uchburchaklar usuli bilan bajariladi. Buning uchun konus o'ziga ichki chizilgan ko'pyoqlik piramidaga approssimasiya qilinadi va shu piramidaning yoyilmasi konus sirtining yoyilmasi deb qabul qilinadi. Ichki chizilgan ko'pyoqlik piramidaning yoqlari qanchalik ko'p bo'lsa, konus sirtining yoyilmasi shunchalik aniq bo'ladi. Umuman, konusni yoyish uchun uning bir necha yasovchilarining haqiqiy uzunliklari va yunaltiruvchi egri chizig'i (yoki uning bo'laklarining) — asosining haqiqiy uzunligi topiladi. so'ngra konus yasovchilari va asosining bo'laklari birin ketin yoyilmaga ko'chiriladi.

14.6,a-rasmda asosi H tekislikka tegishli Φ og'ma konus tasvirlangan. Bu konusning yoyilmasini yasashda uchburchaklar usulidan foydalanamiz. Konusni o'ziga ichki chizilgan piramidaga approssimasiyalaymiz. Konus yasovchilari yoki ichki chizilgan piramida qirralarining xaqiqiy uzunliklarini yasash rasmda aylantirish usulida bajarilgan.



14.6-rasm

S_8 yasovchini yoyilmaning boshlanish chizig'i deb olamiz. Chizma qog'ozining bo'sh joyida ixtiyoriy S_0 nuqtani belgilaymiz (14.6,b-rasm). 14.6,a-rasmdan S_8 yasovchining haqiqiy uzunligi bo'lgan $S''8_1$ kesmani o'lchab va uni S_0 nuqtadan chiqarilgan ixtiyoriy a_0 to'g'ri chiziqqa qo'yib, 8_0 nuqtani hosil qilamiz. So'ngra S_0 nuqtani markaz, $S''1_1$ ni radius qilib yoy chizamiz. Markazi 8_0 nuqtada va radiusi $8'1'$ bo'lgan ikkinchi yoy chizamiz. Har ikkala yoylar o'zaro kesishib 1_0 nuqtani hosil qiladi. Yoyilmaning qolgan $2_0, 3_0, 4_0, \dots$ nuqtalari ham shu tartibda yasaladi. Hosil bo'lgan Φ_0 figura berilgan konus yon sirtining yoyilmasi bo'ladi. Uni konusning asosi - ellips bilan to'ldirib, to'la yoyilmani hosil qilamiz. $\Phi(\Phi', \Phi'')$ konus sirtidagi AB egri chiziqqa Φ_0 figurada A_0B_0 to'g'ri

chiziq mos kelgan. Shuning uchun AB - konusning geodezik chizig'i bo'ladi. Shuningdek, konusning hamma yasovchilari uning geodezik chizig'i bo'la oladi.

Insoniyat o'zining amaliy faoliyatida konus, silindr, shar, ko'pyoqliklar yoki boshqa ko'rinishdagi sirtlar va ularning o'zaro kesishishidan turli xil ko'rinishdagi arkalar, gumbazlar va muhandislik inshootlari qurilishida foydalanib kelgan.

Kesishuvchi sirtlar asosida o'zaro kesishgan trubalar, keng oraliqli binolarning ustunsiz tomlari, neft va gaz saqlanadigan sisternalar, rezervuarlar, medisina asboblari, mashinasozlik detallari, qurilish inshootlari elementlari va hokazolar tayyorlanadi. Shu bois muhandislardan sirtlarning o'zaro kesishish chiziqlarini aniq yasash va ularni sirt yoyilmasida aniq tasvirlay bilish bilimi talab qilinadi. Shu maqsadda ushbu bobda turlicha shakldagi sirtlarning o'zaro kesishish chiziqlarini yasash usullari bayon qilinadi.

Ikki sirtning kesishish chizig'i deb, ular uchun umumiy bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rniga aytiladi.

Kesishuvchi sirtlarning hosil bo'lishiga qarab ularning kesishish chizig'i quyidagi ko'rinishlarda uchraydi:

- Kesishuvchi sirtlar egri chiziqli yoki to'g'ri chiziqli sirtlar bo'lsa, ularning kesishish chizig'i umumiy holda fazoviy egri chiziq bo'ladi.
- Kesishuvchi sirtlarning biri egri chiziqli ikkinchisi ko'pyoklik sirt bo'lsa, u holda ularning kesishish chizig'i tekis egri chiziqlar bo'ladi.
- Kesishuvchi sirtlarning ikkalasi ham ko'pyoqlik sirt bo'lsa, ularning kesishish chizig'i fazoviy yoki tekis sinq chiziq bo'ladi.

Kesishuvchi sirtlar analitik usulda o'z tenglamalari bilan berilsa, ularni birga yechib, kesishish chiziqlarining tenglamasi hosil qilinadi.

Kesishish chizig'ining tartibi umumiy holda kesishuvchi sirtlarning tartibiga qarab belgilanadi. Agar sirtlardan biri m tartibli, ikkinchisi n tartibli bo'lsa, ularning kesishish chizig'ining tartibi $m \times n$ ga teng bo'ladi, ya'ni $\Phi_1^m \cap \Phi_2^n = a^{m \cdot n}$.

Kesishuvchi sirtlarning ikkalasi ham 2-tartibli bo'lsa, ular 4-tartibli egri chiziq bo'yicha kesishadi, ya'ni $\Phi_1^2 \cap \Phi_2^2 = a^4$.

Kesishuvchi sirtlardan biri 2-tartibli va ikkinchisi ko'pyoqli sirt bo'lsa, ular 2-tartibli egri chiziqlar bo'yicha kesishadilar, ya'ni $\Phi_1^2 \cap \Phi_2^{q.s} = ka^2$. Bunda, k 2-tartibli egri chiziqlarlar soni. Buni ko'pyoqli sirtning yoqlari soni orqali aniqlanadi.

Раздел 1.03 Sirtlar kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritmi. Ikki sirtning kesishish chizig'i, odatda kesishish chizig'ining nuqtalarini ketma-ket yasash yo'li bilan hosil qilinadi. Kesishish chizig'ining nuqtalari ikkala sirtga ham taaluqli bo'lib, yordamchi kesuvchi sirtlar yordamida yasaladi. Yordamchi kesuvchi sirtlar sifatida tekislik, sfera, konus va silindr sirtlarini olish mumkin. Yordamchi kesuvchi sirtlar shunday tanlanishi kerakki, u berilgan sirtlar bilan kesishganida kesimda chizilishi oddiy va qulay chiziqlar-to'g'ri chiziq yoki aylanalar hosil bo'lsin.

Yordamchi kesuvchi sirtlar kitobning oldingi boblarida yordamchi kesuvchi tekislik ko'rinishida ishlatilgan edi. Masalan, to'g'ri chiziq bilan tekislikning kesishuv nuqtasini yasashda, tekisliklarning kesishish chizig'ini yasashda, tekislik

bilan sirtlarning kesishuvida, to'g'ri chiziq bilan sirtlarning kesishuvida yordamchi kesuvchi tekisliklar o'tkazilgan edi.

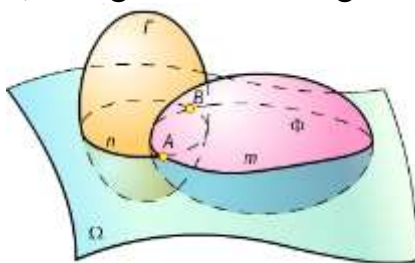
Yordamchi kesuvchi sirtlar usulida yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi (14.7-rasm):

- Berilgan ikki Γ va Φ sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalari yasaladi. Bu nuqtalar o'z navbatida yordamchi kesuvchi sirtlarni o'tkazish chegarasini aniqlaydi.

- Yordamchi kesuvchi Ω sirt o'tkaziladi. Bunda Γ va Ω sirtlar o'zaro kesishib n ($\Gamma \cap \Omega = n$) chiziqni, Φ sirt bilan Ω sirt kesishib m ($\Phi \cap \Omega = m$) chiziqni hosil qiladi.

- n va m chiziqlar kesishib ($n \cap m = A, B, \dots$) A, B, \dots nuqtalarni hosil qiladi.

Bu nuqtalar berilgan Φ va Γ sirtlar kesishish chizig'ining nuqtalaridir. Bunday yasash algoritmi yetarli marta takrorlansa, kesishish chizig'ini yasash uchun yetarli nuqtalari hosil qilinadi. Bu nuqtalar ma'lum tartibda lekalo yordamida silliq tutashtirilsa, berilgan ikki sirtning kesishish chizig'i hosil bo'ladi.



14.7-rasm

Agar yordamchi kesuvchi sirt tekislik bo'lsa, xosmas o'qli tekisliklar dastasi hosil bo'ladi. Agar yordamchi kesuvchi sirt sferadan iborat bo'lsa, konsentrik yoki ekssentrik sferalar oilasi hosil bo'ladi. Shunga ko'ra ikki kesishuvchi sirtning kesishish chiziqlarini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi, yordamchi kesuvchi konsentrik va ekssentrik sferalar usullari hosil bo'ladi. Bu usullarining qo'llanilishi to'g'risida keyinchalik batafsil to'xtab o'tamiz.

Раздел 1.04 Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi

Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlari chekli sondagi aylanalar bo'yicha kesishadi.

Isboti. Ikkita aylanish sirtning $m(m'')$ va $n(n'')$ meridianlari (yasovchilari) hamda ular uchun umumiy bo'lgan $i(i'')$ o'q berilgan bo'lsin (14.8-rasm). m'' va n'' meridianlarning kesishish nuqtalarini A'', B'', C'', \dots harflar bilan belgilaymiz. Agar m va n egri chiziqlar i o'q atrofida aylantirilsa, Φ va Γ aylanish sirtlari hosil bo'ladi (shaklda bu sirtlar tasvirlanmagan). Unda m'' va n'' egri chiziqlarning aylanishi natijasida ularga umumiy bo'lgan A'', B'', C'', \dots nuqtalar a'', b'', c'', \dots aylanalar chizadi. Bu aylanalar esa ikkala sirt uchun umumiydir. Demak, a'', b'', c'', \dots aylanalar umumiy o'qli Φ va Γ aylanish sirtlarining kesishish chiziqlari bo'ladi.

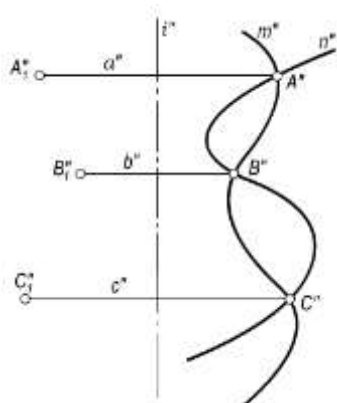
14.9-rasmda umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanma ellipsoid va bir pallali giperboloidlarning kesishish chiziqlari a'' va b'' aylanalar frontal proyeksiyada ko'rsatilgan. 14.10 va 14.11-rasmlarda sferaning doiraviy silindr va doiraviy konus

sirtlari bilan kesishish chiziqlari tasvirlangan. Bu sirtlarning o'qlari proyeksiyalar tekisliklarining biriga perpendikulyar qilib olingan.

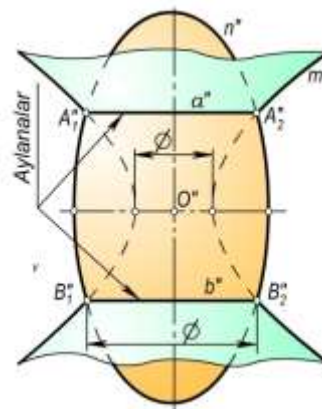
Yuqoridagi teoremdan quyidagi natijani chiqarish mumkin:

Natija: Markazi aylanish sirtining o'qida bo'lgan har qanday $\square(\square'')$ sfera shu aylanish sirti bilan aylanalar bo'ylab kesishadi (14.12-rasm).

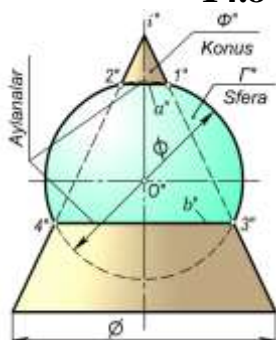
Haqiqatan, $\Phi(\Phi'')$ aylanish sirti $i(i'')$ o'qining ixtiyoriy $O(O'')$ nuqtasini markaz qilib olib, Γ'' sfera chizilgan. Φ va Γ sirtlar a'' va b'' aylanalar bo'yicha kesishgan (tasvirlar faqat frontal proyeksiyada keltirilgan). Yuqorida keltirilgan xulosalar va misollar aylanish sirtlari kesishish chizig'ini yasashda qo'llaniladigan konsentrik va eksentrik sferalar usullarining asosi hisoblanadi.



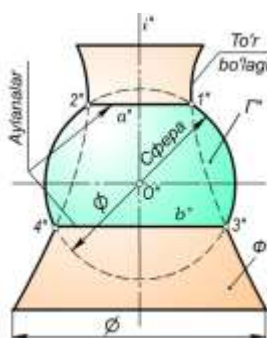
14.8-rasm



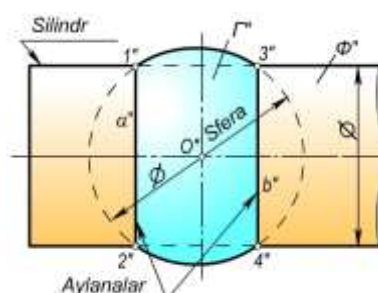
14.9-rasm



14.10-rasm



14.11-rasm



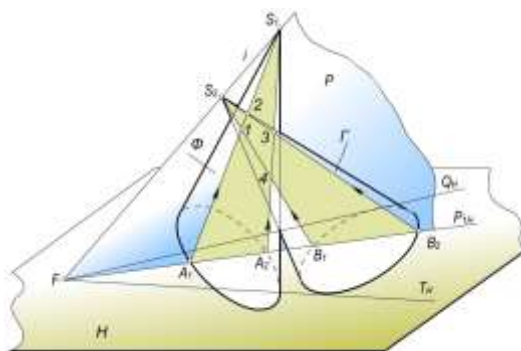
14.12-rasm

Sirtlarning kesishish chiziqlarini yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usuli bilan yasashning umumiy algoritmi

- Ikki sirtning proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan vaziyatiga qarab kesuvchi tekisliklar dastasining vaziyati tanlanadi. Bunda kesuvchi sirtlarning hosil bo'lish qonuniyatlariga asosan ular berilgan sirtlar bilan kesishganda kesimda to'g'ri chiziqlar yoki aylanalar to'plami hosil bo'ladigan qilib tanlanadi.

- Sirtlarning asoslari yotgan tekislikda kesuvchi tekisliklar izlarining dastasi yasaladi.

- Kesishuvchi sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalari belgilanadi.
- Kesishish chizig'ining oraliq nuqtalari yasaladi.
- Hosil bo'lgan nuqtalar ketma-ket ravon tutashtiriladi.

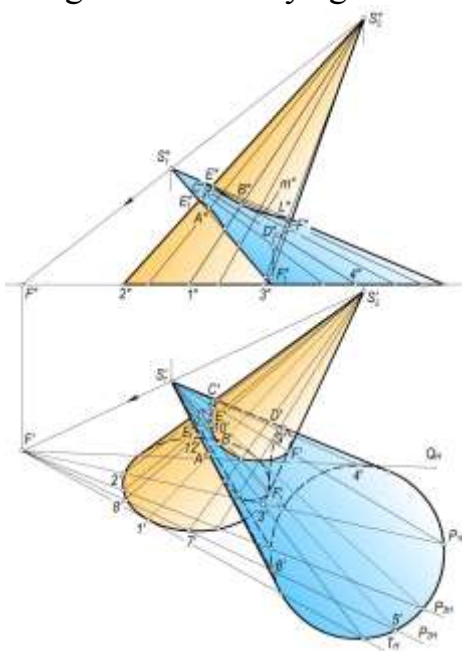


14.13-rasm

Konus bilan konusning o‘zaro kesishish chizig‘ini yasash. (14.13-14.14-rasmlar). Konus uchidan o‘tgan har qanday tekislik konusni yasovchilari bo‘yicha kesadi. Berilgan Φ va Γ konuslarni kesib o‘tuvchi tekisliklar dastasining i o‘qi kesishuvchi konuslarning S_1 va S_2 uchlaridan o‘tuvchi S_1S_2 to‘g‘ri chiziq bo‘ladi (14.15-rasm). i o‘qi orqali o‘tkazilgan P tekislik yordamida ikki sirtga umumiy bo‘lgan 1,2,3 va 4 nuqtalarni yasash ko‘rsatilgan. Bu konuslarning asosi va xos o‘qli yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasining izlari 14.1-jadvalning 1-punktidaidek bo‘ladi. Shuning uchun berilgan Φ va Γ sirtlar qisman kesishib, ikkita fazoviy egri chiziq hosil qilishini oldindan jadval yordamida aniqlab olamiz.

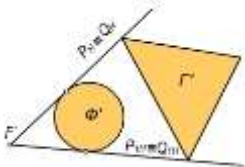
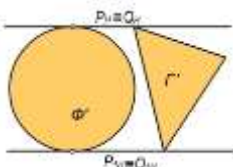
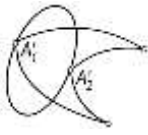
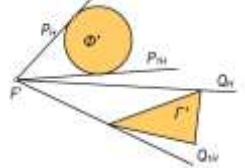
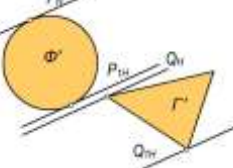
14.16-rasmda asoslari H tekislikda yotgan ikki konusning kesishish chizig‘ini yasash tekis chizmada ko‘rsatilgan. Bunda avvalo kesishish $A(A',A'')$, $B(B',B'')$, $C(C',C'')$, $D(D',D'')$ nuqtalari yasaladi. Kesishish chizig‘ining A va B , C va D nuqtalari T_H va Q_H urinma tekisliklar yordamida aniqlab, ular $S_2'1'$ va $S_1'4'$ yasovchilarning nuqtalaridir E' , E_1' va F' , F_1' nuqtalar kesishuvchi konus sirtlarning gorizontaal proyeksiyasidagi ixtiyoriy yasovchilar ustidagi nuqtalardir. Bu nuqtalar esa kesuvchi tekisliklar dastasining P_{1H} , P_{2H} , P_{3H} , ... kabi izlari yordamida hosil qilingan.

Konus sirtlarning joylashishi 14.1-jadvalning 2-punktiga to‘g‘ri kelgani uchun ularning kesishish chizig‘i bitta fazoviy egri chiziq bo‘ladi.



14.16-rasm

№	Kesishuvchi sirtlar asoslarining o'zaro vaziyati va kesuvchi tekisliklar dastasining izlari		Kesishish chiziqlarining sxematik ko'rinishi	Kesishuvchi sirtlarning o'zaro vaziyati
	Xos o'qli	Xosmas o'qli		
1.				Φ va Γ sirtlar o'zaro to'liq kesishib, ikkita fazoviy egri chiziq hosil qiladi.
2.				Φ va Γ sirtlar o'zaro qisman kesishib, bitta fazoviy egri chiziq hosil qiladi.
3.				Φ va Γ sirtlar o'zaro qisman kesishib, bitta kesishish nuqtasiga ega bo'lgan bitta yopiq egri chiziq hosil qiladi. A nuqta sirtlarning urinish nuqtasi bo'ladi.
4.				Φ va Γ sirtlar o'zaro to'liq kesishib, ikkita tekis egri chiziq hosil qiladi. Kesishish chiziqlari A'_1 va A'_2 nuqtalarda bir - biri bilan kesishadi. A'_1 va A'_2 nuqtalar Φ va Γ sirtining urinish nuqtalari bo'ladi.
5.				Φ va Γ sirtlar o'zaro kesishmaydi.
6.				Φ sirt bilan Γ ko'pyoqlik sirti o'zaro to'liq kesishib, ikkita fazoviy chiziq sinig egri chiziq hosil qiladi.
7.				Φ sirt bilan Γ ko'pyoqlik sirti qisman kesishib, bitta fazoviy sinig egri chiziq hosil qiladi.
8.				Φ sirt bilan Γ ko'pyoqlik sirti qisman kesishib, urinish nuqtasiga ega bo'lgan bitta fazoviy sinig egri chiziq hosil qiladi, A nuqta Φ va Γ sirtlarning o'zaro urinish nuqtasi bo'ladi.

9.				Φ sirt bilan Γ ko'pyoqlik sirti o'zaro to'liq kesishib, A_1 va A_2 urinish nuqtalariga ega bo'lgan ikkita fazoviy siniq chiziq hosil qiladi. A_1 va A_2 nuqtalar Φ va Γ sirtlarning o'zaro urinish nuqtalari bo'ladi.
10.				Φ sirt bilan Γ ko'pyoqlik o'zaro kesishmaydi.

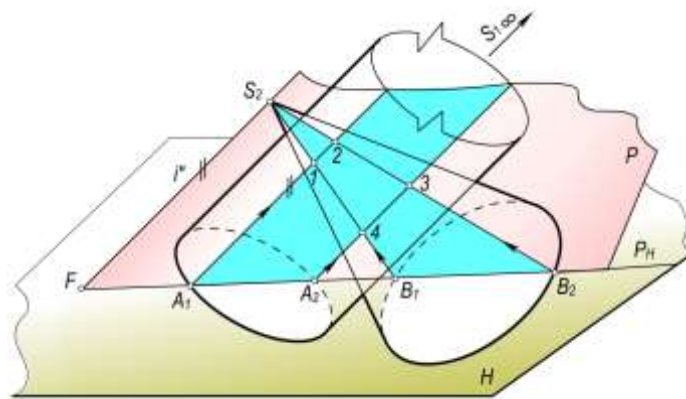
Kesishish chizig'ining oraliq nuqtalarini yasash uchun yordamchi kesuvchi tekisliklarning istalgan birini, masalan, P_{2H} tekislik har ikkala konuslarda $S_1'5'6'$ va $S_1'7'8'$ uchburchaklar hosil qiladi. Bu uchburchaklar o'zaro kesishib $9'$, $10'$, $11'$ va $12'$ kesishish nuqtalarini hosil qiladi. Bu nuqtalarning frontal proyeksiyalari mos yasovchilarning frontal proyeksiyalari ustida topiladi. Xuddi shu yasash tartibini boshqa kesuvchi tekisliklar uchun yetarli marta takrorlansa, ikki konus sirtning o'zaro kesishish chizig'ining qolgan nuqtalari ham xosil bo'ladi.

Hosil bo'lgan barcha kesishish nuqtalari yasovchilarning ko'rinishligi qoidasiga amal qilgan holda ketma-ket ravon tutashtiriladi.

Konus bilan piramidaning o'zaro kesishish chiziqlarini yasash. Konus bilan piramida sirtlari fazoviy siniq egri chiziq hosil qilib kesishadi. Bu sirtlarning o'zaro vaziyati 14.1-jadvaldan foydalanib aniqlanadi. Kesishish chizig'ining sinish nuqtalari piramida qirralarining konus sirti bilan kesishgan nuqtalardir. Kesishish chizig'ining tekis egri chiziqlari piramida yoqlarining konus sirti bilan kesishgan chiziqlaridir. Bu chiziqlar ikkinchi tartibli tekis egri chiziqlar hisoblanib, tekislik bilan sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasash algoritmidan foydalanib yasalsa ham bo'ladi. Konus bilan piramida sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasash algoritmi umuman olganda, konus bilan konusning kesishish chizig'ini yasash algoritmining o'zginasidir. Faqat xarakterli nuqtalar qatoriga piramida qirralarining konus sirti bilan kesishgan nuqtalarini ham yasashni kiritish yetarli.

Konus bilan silindrning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Konus bilan silindr sirtlari o'zaro kesishganda fazoviy, xususiyl hollarda esa tekis egri chiziq hosil bo'ladi.

Asosi bir tekislikda yotuvchi konus va silindr sirtlarini kesishish chizig'ini yasash uchun konusning S_2 uchidan silindr yasovchilariga parallel qilib kesuvchi tekisliklar dastasining i o'qi o'tkaziladi (14.17-rasm).



14.17-rasm

Bu dastaning istalgan P tekisligi konusni $S_2B_1B_2$ uchburchak va silindrni esa A_1, A_2 nuqtalardan o'tuvchi yasovchilari bilan kesadi. Bularni o'zaro kesishishi natijasida kesishish chizig'ining 1, 2, 3, 4 nuqtalari hosil bo'ladi.

14.18-rasmda asoslari H tekislikda yotgan konus bilan silindr sirtlarining kesishish chizig'ini yasash tekis chizmada ko'rsatilgan. Buning uchun sirlarga urinuvchi yordamchi kesuvchi P_1, P_4 tekisliklarning P_{1H}, P_{4H} izlari yasaladi.

14.1-jadvalning 2-punktiga asosan konus va silindrning butunlay kesishib, bitta yopiq egri chiziq hosil qilinishi aniqlanadi.

Konus bilan silindrning xarakterli nuqtalarini aniqlash 14.18-rasmda ko'rsatilgan konus bilan konusning o'zaro kesishganidek bajariladi.

Kesishish chizig'ining oraliq nuqtalari P_1 va P_4 tekisliklar orasidagi yordamchi tekisliklar orqali yasaladi. Hosil bo'lgan barcha kesishish nuqtalari ketma-ket ravon tutashtiriladi.

Nazorat savollari

1. Ikki sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritmi nimadan iborat?
2. Ikki sirtning kesishish chizig'ini yasashda qanday yordamchi sirlardan foydalaniladi?
3. Sirlarning o'zaro kesishish chizig'ida qanday nuqtalari xarakterli deyiladi?
4. Yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usulining mohiyati nimadan iborat?