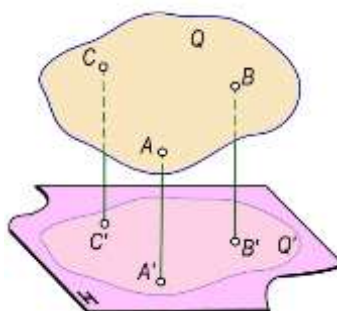


4-mavzu: Tekislik. Tekislikda yotuvchi nuqta va to'g'ri chiziq. Tekislikning bosh chiziqlari. Xususiy vaziyatdagi tekisliklar. Tekisliklarning o'zaro xolati. Tekislikning o'zaro kesishishi. To'g'ri chiziqning tekislik bilan kesilishiga oid masalalar.

Tekislikning berilishi

Tekislik birinchi tartibli sirt hisoblanadi. Chunki u birinchi darajali algebraik tenglama bilan ifodalanadi, ya'ni $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 1$.



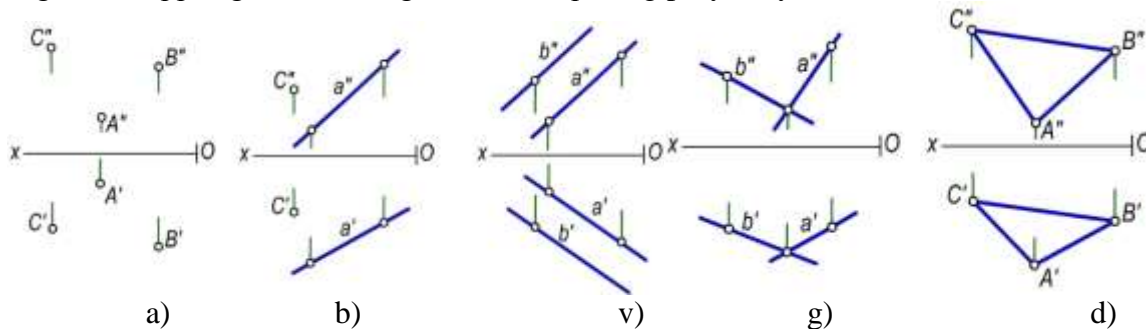
4.1-rasm

Ortogonal proyeksiyalarda tekislikning fazodagi vaziyati uni berilishini ta'minlovchi elementlarning proyeksiyalari orqali aniqlanadi. Umumiy holda tekislikning fazoviy vaziyatini bir to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan uchta nuqta aniqlaydi. Haqiqatdan, 4.1-rasmdagi A , B va C nuqtalar fazoda biror Q tekislikning vaziyatini aniqlaydi. Bu nuqtalardan har birining fazoviy o'rni o'zgarishi bilan tekislikning vaziyati ham fazoda o'zgaradi.

Uchta nuqtaning ikkitasi orqali hamma vaqt bir to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Shuningdek, uchta nuqta yordamida ikki parallel va kesishuvchi chiziqlar o'tkazish yoki tekis geometrik shakl, (masalan, uchburchak) hosil qilish mumkin.

Chizma geometriyada tekisliklar qo'yidagi hollar bilan beriladi:

bir to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan uchta nuqtaning proyeksiyalari bilan (4.2-a, rasm);



4.2-rasm

bir to'g'ri chiziq va unga tegishli bo'lmagan nuqtaning proyeksiyalari bilan (4.2,b- rasm);

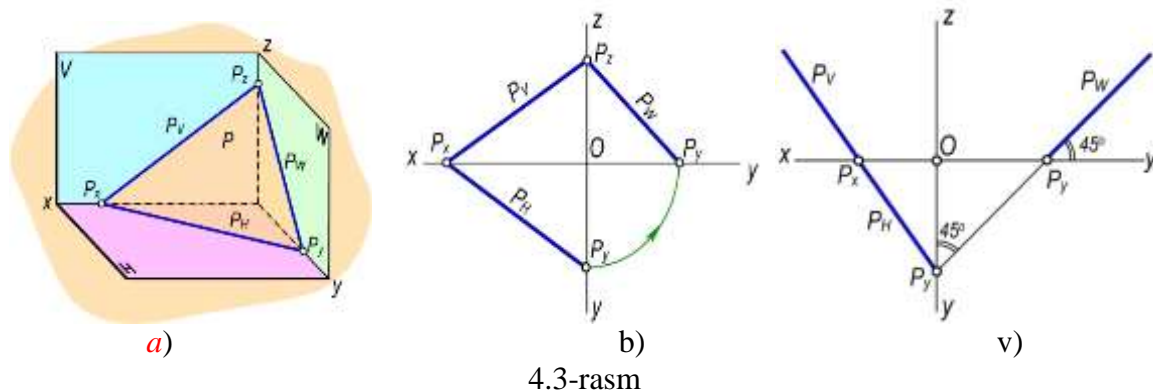
ikki parallel to'g'ri chiziq proyeksiyalari bilan (4.2,v-rasm);

ikki kesishuvchi to'g'ri chiziq proyeksiyalari bilan (4.2,g-rasm);

tekis geometrik shakllarning ortogonal proyeksiyalari orqali berilishi ham mumkin (4.2,d-rasm).

Shuningdek, tekislik proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishish chiziqlari orqali berilishi ham mumkin. Masalan 5.3-rasmda, P tekislik H , V va W proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishgan P_H , P_V , P_W chiziqlar orqali berilishi ko'rsatilgan.

Agar biror tekislik proyeksiyalar tekisliklari bilan bir xil og'ish burchak hosil qilsa, uning ikkita izi bir to'g'ri chiziqda yotadi. Uchinchi izi esa proyeksiyalarini o'qi bilan 45° burchak hosil qiladi (4.3,v-rasm).



4.3-rasm

Tekislikning izlarini yasash

P tekislikning H tekislik bilan kesishgan $P_H = P \cap H$ chizig'i uning gorizontall izi, V tekislik bilan kesishgan $P_V = P \cap V$ chizig'i frontal izi va W tekislik bilan kesishgan $P_W = P \cap W$ chizig'i profil izi deb ataladi.

Tekislik shu tarzda berilsa, uni izlari bilan berilgan tekislik deb yuritiladi va $P(P_H, P_V, P_W)$ tarzida yoziladi.

Tekislikni chizmada izlari bilan tasvirlash ancha qulay va afzaldir. Tekislikning Ox , Oy va Oz koordinata o'qlari bilan kesishgan nuqtalari P_x , P_y , P_z bilan belgilanadi, ya'ni $P_x = P \cap Ox$, $P_y = P \cap Oy$, $P_z = P \cap Oz$.

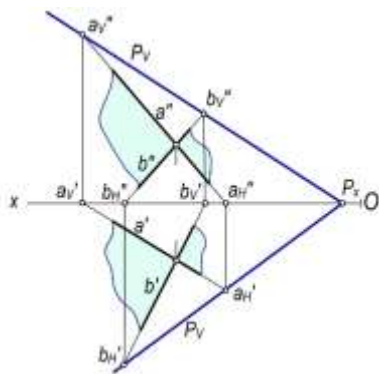
Bu nuqtalar tekislikning ikkita izining kesishishidan hosil bo'ladi.

Tekislik qanday tarzda berilishidan qat'iy nazar, uning izlarini ortogonal proyeksiyalarda yasash mumkin.

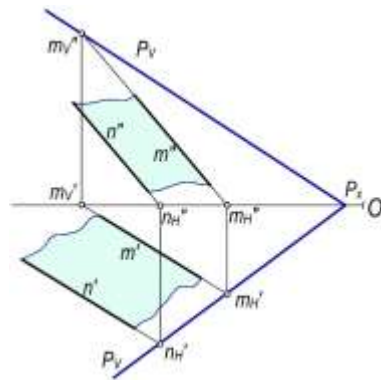
Har qanday geometrik shakllar orqali berilgan tekislikning izlarini yasash mazkur tekislikka tegishli bo'lgan to'g'ri chiziqlar izlarini yasash bilan bajariladi. Bunig uchun to'g'ri chiziqning tekislikka tegishlilik xususiyatidan foydalaniladi.

4.4-rasmda $a \cap b$ kesuvchi chiziqlar bilan berilgan tekislikning gorizontall izini yasash uchun to'g'ri chiziqlar gorizontall izlarining a'_H , a''_H , va b'_H , b''_H proyeksiyalarini topamiz. Agar to'g'ri chiziqlarning gorizontall izlarining gorizontall a'_H va b'_H proyeksiyalarini o'zaro tutashtirsak, tekislikning P_H gorizontall izini hosil qilamiz. Xuddi shu tarzda tekislikning P_V frontal izini yasash uchun kesishuvchi to'g'ri chiziqlar frontal izlarining a'_V , a''_V va b'_V , b''_V proyeksiyalarini yasaymiz. So'ngra to'g'ri chiziqlarning frontal izlarining frontal a''_V va b''_V proyeksiyalarini tutashtirsak, tekislikning P_V frontal izini hosil qilamiz. Tekislikning P_H va P_V izlarining P_x kesishish nuqtasi Ox o'qida bo'lishi shart.

Ikki $m \parallel n$ parallel chiziqlar bilan berilgan tekislikning P_H va P_V izlari ham to'g'ri chiziqlarining izlarini yasash yo'li bilan aniqlanadi (4.5-rasm). Umuman, turli geometrik shakllar bilan berilgan tekisliklarning izlari mazkur shaklga tegishli bo'lgan ikki kesuvchi yoki parallel chiziqlarning izlarini yasash yo'li bilan aniqlanadi.



4.4-rasm



4.5-rasm

Tekisliklarning proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan vaziyatlari

Tekislik fazoda proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan umumiy va xususiy vaziyatlarda joylashishi mumkin.

Umumiy vaziyatdagi tekisliklar. Agar tekislik proyeksiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo'lsa, uni *umumiy vaziyatdagi tekislik* deyiladi (4.3, *a*-rasm). Chizmada umumiy vaziyatdagi tekislikning izlari proyeksiyalar o'qlari bilan ixtiyoriy burchak hosil qiladi. Agar biror P tekislik proyeksiyalar tekisliklari bilan bir xil burchak hosil qilsa, uning P_H va P_V izlari Ox o'qi bilan bir xil burchak hosil qiladi.

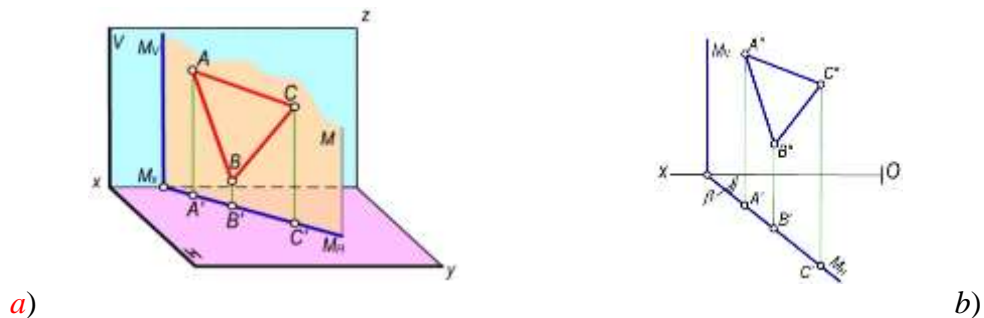
Xususiy vaziyatdagi tekisliklar. Agar tekislik proyeksiyalar tekisligining biriga perpendikulyar yoki parallel bo'lsa, uni *xususiy vaziyatdagi tekislik* deb ataladi.

Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekisliklar *proyeksiyalovchi tekisliklar* deyiladi.

Gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar tekislik gorizontal proyeksiyalovchi tekislik deyiladi.

Gorizontal proyeksiyalovchi $M(M_H, M_V)$ tekislikning M_V frontal izi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi (4.6, *a, b*-rasm), M_H gorizontal izi esa Ox o'qiga nisbatan ixtiyoriy burchakda joylashgan bo'ladi. Bu tekislik gorizontal izi M_H va Ox o'q orasidagi β burchak, M va V tekisliklar orasidagi burchakning haqiqiy qiymatiga teng bo'ladi.

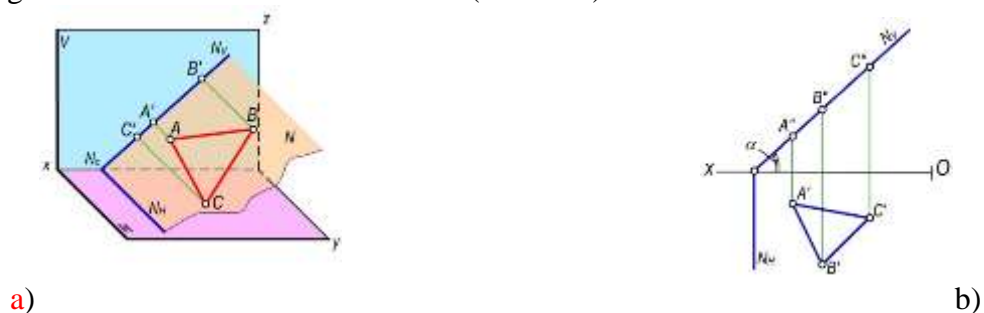
Gorizontal proyeksiyalovchi tekislikka tegishli tekis geometrik shakllarning gorizontal proyeksiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va tekislikning gorizontal izi bilan ustma-ust tushadi (4.6-*b*, rasm).



4.6-rasm

Frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekislik frontal proyeksiyalovchi tekislik deyiladi.

Frontal proyeksiyalovchi $N(N_H, N_V)$ tekislikning gorizontal N_H izi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi (4.7-*a*, rasm), frontal N_V izi esa ixtiyoriy burchakda joylashgan bo'ladi. Frontal proyeksiyalovchi tekislikning frontal N_V izining Ox o'qi bilan hosil qilgan α burchagi N va H tekisliklar orasidagi burchakning haqiqiy qiymatiga teng. Frontal proyeksiyalovchi tekislikka tegishli bo'lgan tekis shakllarning frontal proyeksiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va tekislikning frontal izi bilan ustma-ust tushadi (4.7-rasm).



4.7-rasm

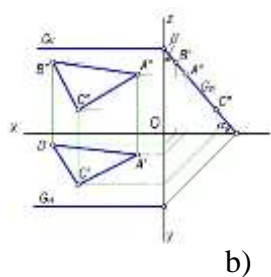
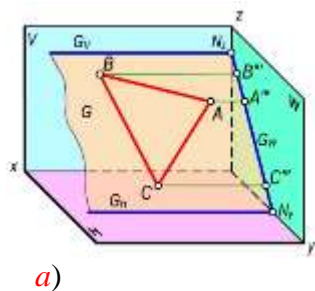
Profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar tekislik profil proyeksiyalovchi tekislik deb ataladi.

Bu tekislikning gorizontal G_H va frontal G_V izlari Ox o'qiga parallel bo'ladi (4.8-*a*, rasm).

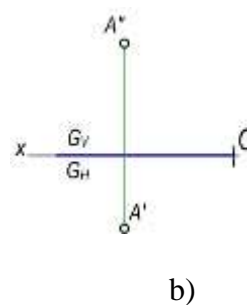
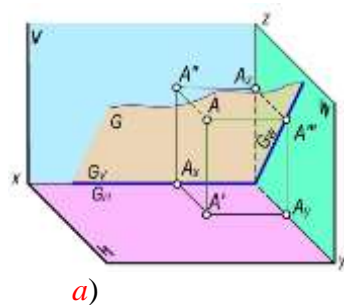
G profil proyeksiyalovchi tekislikning H va V tekisliklar bilan hosil qilgan α va β burchaklari 4.8-*b*, rasmda ko'rsatilganidek haqiqiy kattalikda proyeksiyanadi.

Shuningdek, profil proyeksiyalovchi tekislik proyeksiyalar o'qi Ox dan ham o'tishi mumkin (5.9, *a*-rasm). U holda G tekislikning gorizontal G_H va frontal G_V izlari Ox o'qida bo'ladi va tekislikning fazoviy vaziyatini aniqlab bo'lmaydi. Shuning uchun bunday hollarda mazkur tekislikning profil izi yoki shu tekislikka tegishli bo'lgan biror $A(A', A'')$ nuqtaning ikki proyeksiyasi beriladi (4.9-*b* rasm). Bu nuqtaning A''' proyeksiyasi orqali tekislikning profil izini yasash mumkin (4.10-rasm).

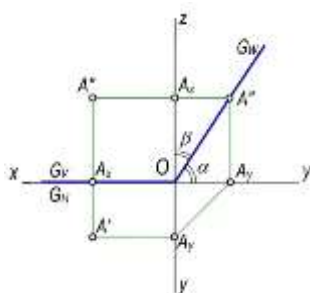
Proyeksiyalovchi tekislikning ikkita izini chizmada tasvirlash shart emas. Tekislikning bitta izi, aynan gorizontal proyeksiyalovchi tekislikning gorizontal izi M_H , frontal proyeksiyalovchi tekislikning frontal izi N_V , profil proyeksiyalovchi tekislikning profil izi G_W , orqali ham ularning vaziyatini aniqlash mumkin (4.11-rasm).



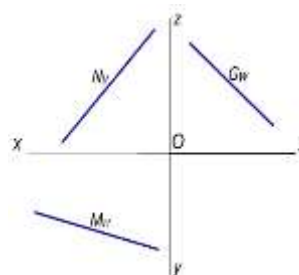
4.8-rasm



4.9-rasm



4.10-rasm



4.11-rasm