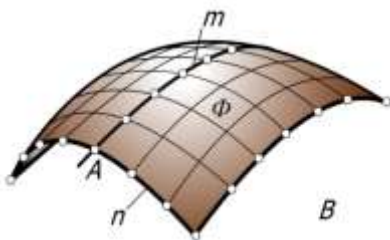


7–Mavzu: Oddiy geometrik sirtlar. Sirtlarda yotuvchi nuqta va to'g'ri chiziq. Aylanma sirtlar va ularda yotuvchi nuqta va to'g'ri chiziq. Sirtlarning to'g'ri chiziq va tekisliklar bilan kesishishi.

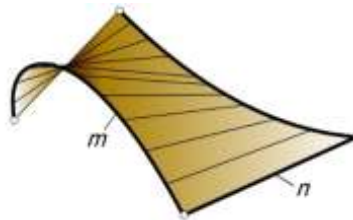
Umumiy ma'lumotlar

Biror chiziqning fazodagi uzluksiz harakati natijasida sirtlar hosil bo'ladi. Sirtlarning hosil qilishning turli usullari ma'lum.

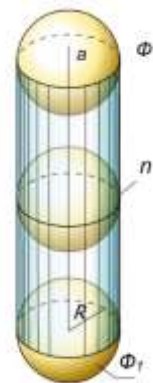
Fazoda m egri chiziq va uni A nuqtada kesib o'tuvchi n egri chiziq berilgan (7.1-rasm). Agar n egri chiziqni m egri chiziq buylab uzluksiz harakatlantirilsa, uning qator vaziyatlarining to'plamidan iborat biror Σ sirtni hosil bo'ladi. Bunda Σ sirdagi m egri chiziq sirtning yo'naltiruvchisi, n egri chiziq uning yasovchisi deb ataladi. Aksincha, n egri chiziqni yo'naltiruvchi, m egri chiziqni yasovchi sifatida qabul qilish ham mumkin. Bunda m egri chiziq n egri chiziq bo'yicha harakatlangan bo'ladi.



7.1-rasm



7.2-rasm



7.3-rasm

Yasovchilarning turiga qarab egri chiziqli yasovchi hosil qilgan sirt *egri chiziqli sirt* (7.1-rasm), to'g'ri chiziqli yasovchi hosil qilgan sirt *chiziqli sirt* (7.2-rasm) deb ataladi.

Ixtiyoriy sirtni uzluksiz harakatlantirish natijasida ham sirt hosil qilish mumkin. Bunda hosil bo'lgan Σ sirt harakatlanuvchi Σ_1 yasovchi sirtning har bir vaziyatida u bilan eng kamida bitta umumiy n chiziqqa ega bo'ladi. Masalan, o'zgarmas R radiusli sfera markazini (7.3-rasm) a to'g'ri chiziq bo'ylab uzluksiz harakatlantirilsa, Σ doiraviy silindr sirti hosil bo'ladi.

Sirt yasovchisi harakat davomida o'z shaklini uzluksiz o'zgartirib borishi yoki o'zgartirmasligi mumkin.

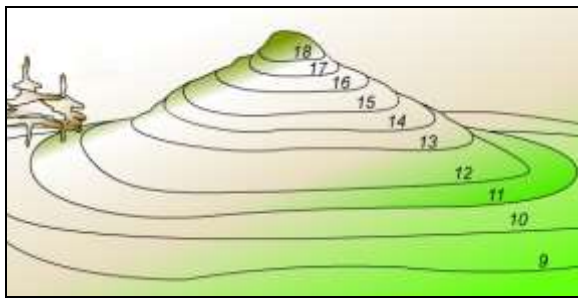
Sirtlar hosil bo'lish jarayoniga qarab qonuniy va qonunsiz sirtlarga bo'linadi. Sirtning hosil bo'lishi biror matematik qonunga asoslangan bo'lsa, bunday sirt *qonuniy sirt* deyiladi. Doiraviy silindr, konus, sfera ikkinchi tartibli va hokazo sirtlar bunga misol bo'la oladi.

Sirtning hosil bo'lishi xech qanday qonunga asoslanmagan bo'lsa, bunday sirt *qonunsiz sirt* deb ataladi. Bunga topografik (7.4-rasm) va empirik (tajriba asosida olingan) sirtlar (7.5-rasm) kiradi.

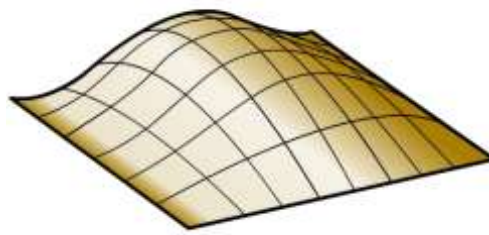
Qonuniy sirtlar o'z navbatda algebraik va transsendent sirtlarga bo'linadi.

Algebraik tenglamalar bilan ifodalangan sirt *algebraik*, transsendent tenglamalar bilan ifodalangan sirt *transsendent* sirt deyiladi. Sirtlarning tartibi va klassi mavjud.

Chizma geometriyada sirtning tartibi uni tekislik bilan kesganda hosil bo'lgan kesimning tartibi bilan aniqlanadi. Biror to'g'ri chiziq orqali o'tib, sirtga uringan tekisliklar soni sirtning klassini aniqlaydi.



7.4-rasm



7.5-rasm

Qonuniy sirtlar analitik yoki grafik usulda berilishi mumkin. Qonunsiz sirtlar faqat grafik va jadval usulida beriladi.

Sirtlarning berilish usullari

Chizma geometriyada sirtlar asosan analitik, kinematik va karkas usullarda beriladi.

Sirtlarning analitik usulda berilishi. Analitik geometriyada sirtni bitta xususiyatga ega bo'lgan nuqtalar to'plami sifatida talqin qilinadi.

Sirtidagi biror ixtiyoriy A nuqtaning x , u , z koordinatalari orasidagi bog'lanish orqali undagi hamma nuqtalarga tegishli xususiyatni ifodalovchi tenglama *sirtning tenglamasi* deyiladi.

Uch o'lchamli fazoda sirt analitik usulda berilishi mumkin.

Sirt umumiy ko'rinishdagi oshkormas funksiya tenglamasi orqali quyidagicha beriladi:

$$F(x, u, z)=0. \quad (1)$$

7.6,a-rasmdagi sfera sirtida yotgan A nuqtaning x , u , z koordinatalari orasidagi bog'lanishni aniqlaydigan tenglama sferaning tenglamasini ifodalaydi. Markazi koordinata boshida joylashgan sferaning tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x^2 + u^2 + z^2 - R^2 = 0. \quad (2)$$

Sirtni funksiyaning grafigi sifatida aniqlaydigan oshkor ko'rinishda berish mumkin

$$z=f(x, u). \quad (3)$$

Sferaning tenglamasini z applikataga nisbatan

$$z=\sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \quad (4)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Sirt parametrlari orqali berilishi mumkin.

Sirtni $r = r(u, v)$ vektorlar orqali ifodalab, uni quyidagicha yozish mumkin:

$$x=x(u, v), u=u(u, v), z=z(u, v) \quad (5)$$

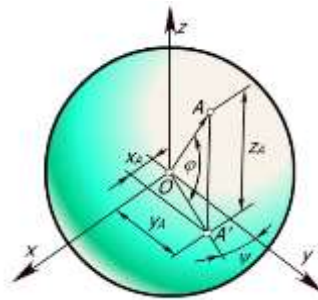
Bu tenglamalardagi u va v parametrlar bo'lib, ular (u, v) tekislikning ma'lum qismini uzluksiz bosib o'tadi.

Sferaning parametrik tenglamasi φ kenglik va ψ uzunlik (7.6-rasm) parametrlari orqali quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} x &= R \cos \varphi \cos \psi, \\ u &= R \cos \varphi \sin \psi, \\ z &= R \sin \varphi \end{aligned} \quad (6)$$

Agar (6) tenglamalar φ va ψ parametrlardan ozod qilinsa, sferaning x , u , z koordinatalar orqali ifodalangan (2) tenglamasiga ega bo'linadi.

Sirtlarning analitik usulda berilishi ularning chizmalarini kompyuterlarda chizish, sirtlarning differensial geometrik xossalarini tekshirish, shu jumladan, ularning yoyilmalarini aniq bajarish kabi imkoniyatlarni beradi.



7.6-rasm.

Sirtlarning kinematik usulda berilishi. Biror chiziqning fazodagi uzluksiz harakatidan kinematik sirt hosil bo'ladi. Unda sirtning o'zi ham uzluksiz bo'ladi. Kinematik harakatning oddiy asosiy turlari: ilgarilanma, aylanma va bu ikki harakatning yig'indisi vintsimon harakatdir.

Yasovchisining kinematik harakati natijasida hosil bo'lgan sirt kinematik sirt deyiladi.

Xarakatning turiga qarab, ilgarilanma harakat natijasida hosil bo'lgan sirt *tekis parallel ko'chirish sirti*, aylanma harakatdan hosil bo'lgan sirt *aylanish sirti* va vintsimon harakat natijasida hosil bo'lgan sirt *vint sirti* deb ataladi.

Chizma geometriyada, ko'pincha, sirtlarning kinematik usulda hosil bo'lishidan foydalaniladi. Kinematik sirtlarning ko'inishi uning yasovchisining shakliga va fazodagi harakat qonuniga bog'liq bo'ladi. Masalan, chiziqli sirtlarda yasovchining shakli to'g'ri chiziq bo'ylab, uning fazodagi harakat qonunini sirtning yo'naltiruvchisi belgilaydi. Aylanish sirtlarida yasovchining shakli ixtiyoriy chiziq bo'lib, hosil bo'lish qonuni uning ma'lum o'q atrofida aylanishidir.

Vint sirtlarda yasovchining shakli to'g'ri yoki egri chiziq bo'lib, hosil bo'lish qonuni vintsimon (aylanma va ilgarilama) harakatdir.

Tekis parallel ko'chirish sirtlari

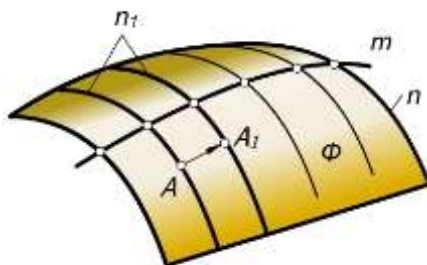
7.7-rasmda n tekis egri chiziqli yasovchining m egri chiziq buylab doimo o'z-o'ziga parallel ravishda ilgarilanma harakatlanishi natijasida hosil bo'lgan \square sirti ko'rsatilgan. Bu sirt tekis parallel ko'chirish sirtidir. n yasovchining hamma nuqtalari harakat davomida m yo'naltiruvchiga o'xshash tekis egri chiziqlar hosil qiladi.

Agar m egri chiziqni n_1 egri chiziq bo'ylab harakatlantirilsa, uning nuqtalari ham n_1 egri chizig'iga o'xshash egri chiziqlar hosil qiladi. Bu chiziqlar nuqtalarning yo'llari deyilib, sirt ustida to'r hosil qiladi.

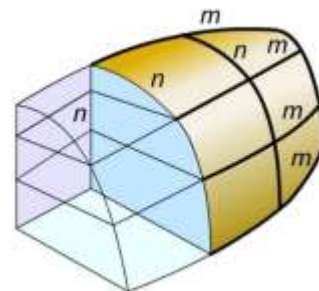
Kinematik sirt yasovchilarining uzluksiz harakati va sirtning o'zining uzluksizligidan quyidagi muhim xulosa kelib chiqadi: *kinematik sirtning ixtiyoriy nuqtasidan shu sirtida yotuvchi va to'r oilalarga kiruvchi ikkita egri chiziq o'tkazish mumkin.*

Agar m yo'naltiruvchi to'g'ri chiziq bo'lsa, silindr sirti hosil bo'ladi.

Biror parabolani boshqa parabola bo'yicha tekis siljitsa, giperbolik paraboloid sirti hosil bo'ladi. Demak, bu sirtlar ham tekis parallel ko'chirish sirtlari turiga kiradi.



7.7-rasm



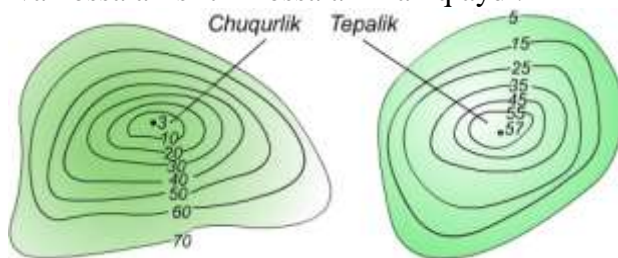
7.8-rasm

Sirtlarning karkas usulida berilishi. Ba'zi bir sirtlarini aniq geometrik qonuniyatlar bilan berib bo'lmaydi. Bunday sirtlar shu sirt ustida yotuvchi bir nechta nuqtalar yoki chiziqlar bilan beriladi.

Sirtning uning ustidagi bir necha nuqtalar yoki chiziqlar bilan berilishi uning *karkas usulida berilishi* deb yuritiladi. Sirt ustida tanlangan chiziqlar to'plami *sirtning karkaslari* deyiladi (7.8-rasm).

Sirtlarni uzluksiz karkaslar orqali hosil qilish qulaydir. Sirtlarning karkaslari fazoviy egri chiziqlar to'plamidan iborat bo'lishi mumkin. Ammo sirtlarni tekis egri chiziqlar (kesimlar) dan iborat karkaslari bilan berish qulayroqdir. Sirtlarning karkaslari bir, ikki va uch tekis kesimlari to'plamidan iborat bo'lishi mumkin (7.9-rasm). Bunda har bir to'plam sirtning asosiy karkasi bo'lib, qolganlari unga qo'shimcha karkas sifatida olinadi.

Har bir sirt bir parametrli tekis egri chiziqlardan tashkil topgan bo'lib, bu egri chiziqlarning joylashishi va xossalari sirtning xossalari aniq qayd etiladi.



7.9-rasm

Sirt nuqtali karkas yoki chiziqli karkaslari bilan berilishi mumkin. Sirt nuqtali karkas bilan berilsa bu nuqtalar to'plami shunday tanlanishi kerakki, unga asosan sirtning va uning har bir bo'lagining ko'rinishi va shaklini tasavvur qilish mumkin bo'lsin.

Aylanma sirtlar va ularda yotuvchi nuqta va to'g'ri chiziq. Sirtlarning to'g'ri chiziq va tekisliklar bilan kesishishi.

Yasovchi deb ataladigan biror chiziqni ma'lum qonunga muvofiq fazoda xarakatlantirish natijasida sirtlar xosil bo'ladi.

Yasovchi chiziqning biror o'q atrofida aylanma xarakatidan xosil bo'lgan sirt aylanish sirtlari deyiladi. (shar, ellipsoid, paraboloid, tor, aylanma silindr, aylanma konuslar va boshqalar).

Yasovchi chiziqlar to'g'ri yoki egri bo'lishi mumkin. Shunga ko'ra, sirtlar to'g'ri chiziqli yoki egri chiziqli deb ataladi.

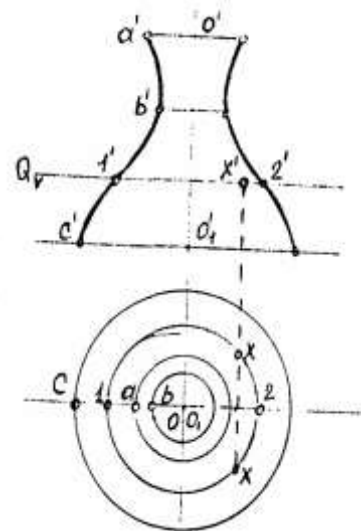
Biror yasovchining biror o'q atrofida ham ilgarilanma, ham aylanma xarakatidan xosil bo'lgan sirtlar vint sirtlar deyiladi.

To'g'ri chiziqli sirtlardan yondosh yasovchilari o'zaro parallel bo'lgan (masalan, silindr) yoki kesishgan (masalan, konus) sirtlarni tekislikka yoyish mumkin. Bunday chiziqli sirtlar yoyiladigan sirtlar deyiladi. Yondosh yasovchilari uchrashmas bo'lgan chiziqli sirtlar va egri chiziqli sirtlar (masalan, shar sirti) tekislikka yoyilmaydi, shuning uchun ular yoyilmaydigan sirtlar deb ataladi.

Sirtning tartibini shu sirt va unga oid bo'lmagan ixtiyoriy to'g'ri chiziqning kesishuv nuqtalariga qarab bilish mumkin. Masalan, sirt to'g'ri chiziq bilan ikki nuqtada kesishsa, bu sirt ikkinchi tartibli sirt bo'ladi.

Aylanish sirtlari

8.1-shaklda ABC egri chiziq aylanish sirtining yasovchisi, OO to'g'ri chiziq uning o'qi deyiladi. Aylanish sirtining o'z o'qidan o'tgan tekisliklar kesilishidan xosil bo'lgan



chiziqlar meridianalar deyiladi. Hamma aylanish sirtlari aylantirish o'qiga perpendikulyar tekislik bilan kesilsa, aylana xosil bo'ladi. Bunday aylanalar sirt ning parallellari deyiladi. Eng katta parallel ekvator deyiladi. Parallellardan foydalanib, aylanish sirtida yotgan nuqtaning berilgan bitta proeksiyasi bo'yicha ikkinchi proyeksiyasini topish mumkin, masalan, x bo'yicha x ni topish mumkin (8.1-shakl).

Aylanish sirtlarini ikkinchi tartibli va yuqori (n) tartibli sirtlarga bo'lishi mumkin.

Ikkinchi tartibli aylanish sirtlari

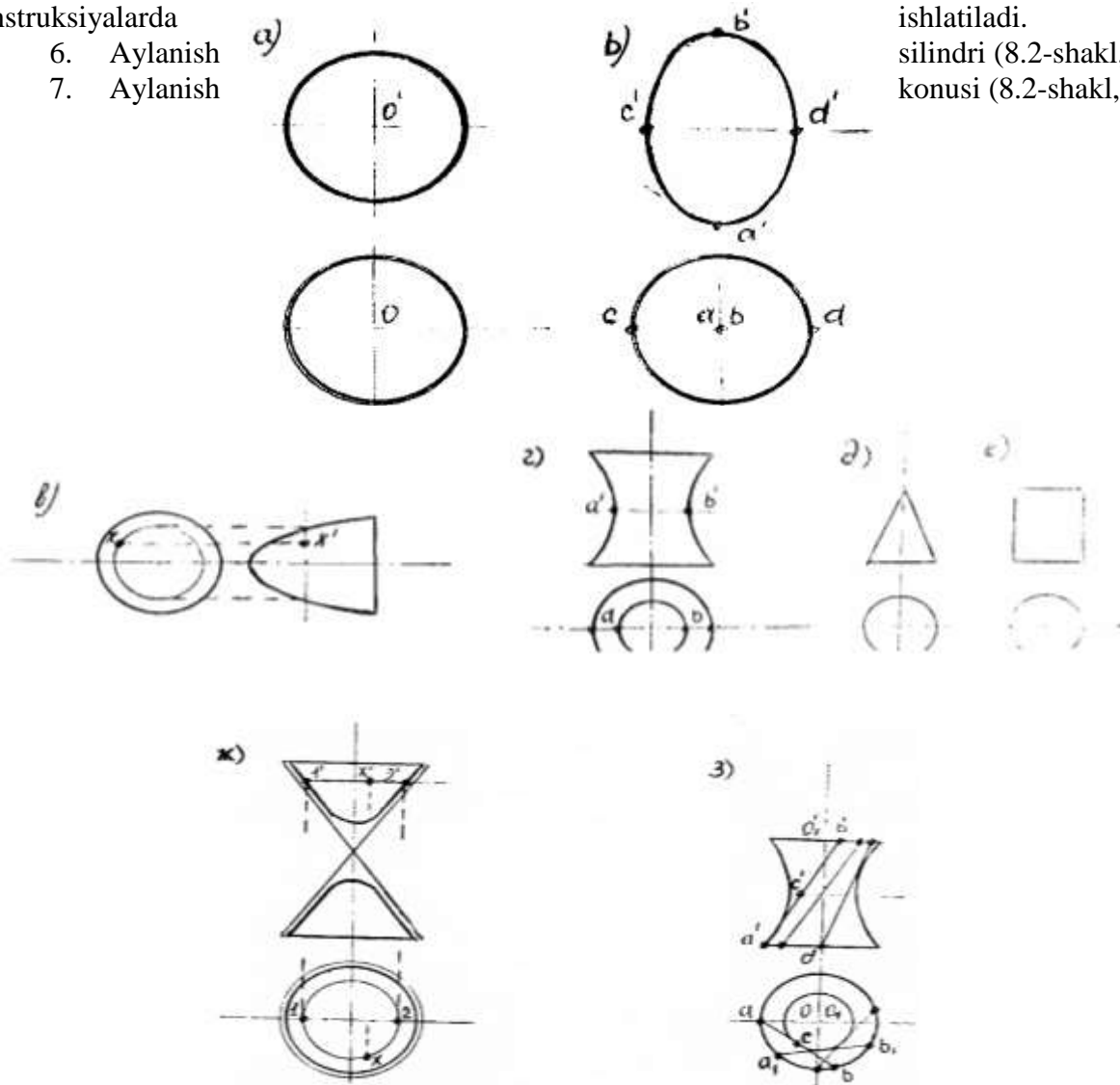
Texnikada quyidagi ikkinchi tartibli sirtlar uchraydi:

1. Shar-aylananing o'z diametri atrofida aylanishidan xosil bo'ladi (8.2-shakl, a).
2. Aylanish ellipsoidi-ellipsning o'z o'qlaridan biri atrofida aylanishidan xosil bo'ladi (8.2-shakl, b).
3. Aylanish paraboloidi (8.2-shakl, v)-parabolaning o'z o'qi atrofida aylanishidan xosil bo'ladi. Bu sirt yorug'lik texnikasida, proyektorlarning aks ettirgichlarida va nur sochuvchi boshqa manbalarida keng foydalaniladi.
4. Ikki pallalli aylanish giperboloidi-giperbolaning o'z xaqiqiy o'qi atrofida aylanishidan xosil bo'ladi (8.2-shakl, g).
5. Bir pallalli aylanish giperboloidi-giperbolaning o'z mavxum o'qi atrofida aylanishidan xosil bo'ladi (8.2-shakl, d). Bu sirt to'g'ri chiziqni shu to'g'ri chiziq bilan uchpashmaydigan boshqa to'g'ri chiziq (o'q) atrofida aylantirish yo'li bilan ham xosil qilinishi mumkin (8.2-shakl, e). Sirtning ikki sistema yasovchilari bor (AB va ED). Shaklda ED ko'rsatilmagan. Bir sistemaga qarashli yasovchilar o'zaro kesishmaydi, bir sistemaning yasovchisi esa ikkinchi sistema yasovchilarining hammasi bilan kesishadi. Bir pallalli aylanish giperboloidining bu xossasidan qurilish texnikasida foydalaniladi.

Radio machtasi, tayanch va minoralarining metall balkalaridan yasalgan nozik konstruksiyalarda ishlatiladi.

6. Aylanish
7. Aylanish

silindri (8.2-shakl, j).
konusi (8.2-shakl, z).

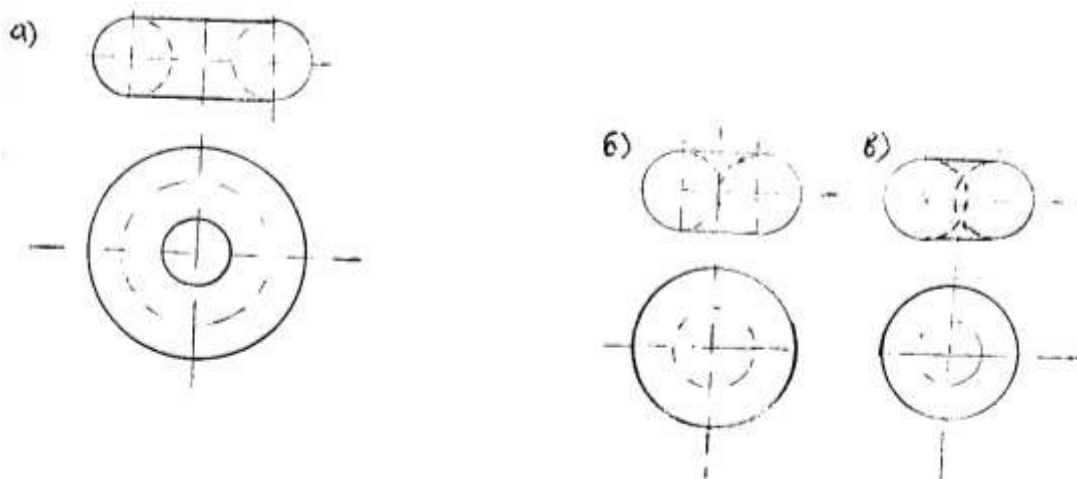


Bu yetti sirtning hammasi to'g'ri chiziq bilan ikki nuqtada kesishadi, shuning uchun bular ikkinchi tartibli aylanish sirlari deyiladi.

Yuqori tartibli aylanish sirlari

Agar aylanish sirtini ixtiyoriy to'g'ri chiziq ikkitadan ortiq nuqtada kesib o'tsa, bunday sirt yuqori tartibli aylanish sirti deyiladi.

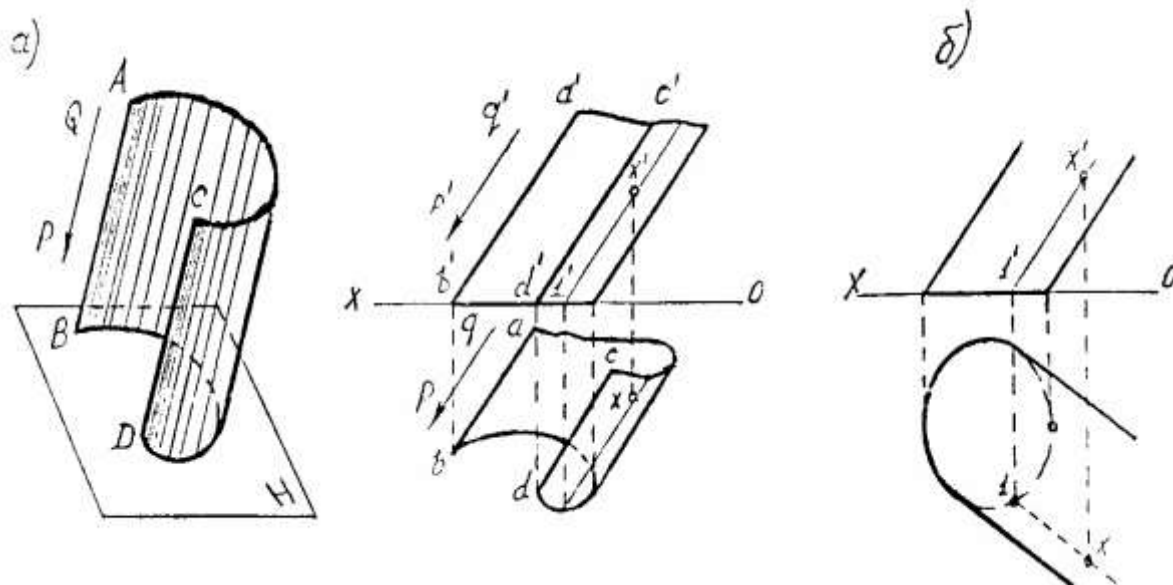
Texnikada aylananing o'z tekisligida yotgan, lekin markazidan o'tmagan o'q atrofida aylanishidan xosil bo'ladigan sirt ko'proq tarqalgan. Bunday sirt tor deb ataladi. Ixtiyoriy to'g'ri chiziq torni to'rtta nuqtada kesib o'tadi; demak tor to'rtinchi tartibli aylanish sirtidir (8.3-shakl).



8.3—

Yoyiladigan chiziqli sirtlar

1. Silindr sirtlar. Yasovchi AB to'g'ri chiziqning berilgan yo'nalishiga parallel xolda biror yunaltiruvchi AC egri chiziq bo'yicha xarakatlanishidan xosil bo'lgan sirt silindr sirt deyiladi. Agar yo'naltiruvchi berk egri chiziq bo'lsa, xosil bo'lgan sirt silindr deb ataladi (8.4-1-shakl, b).

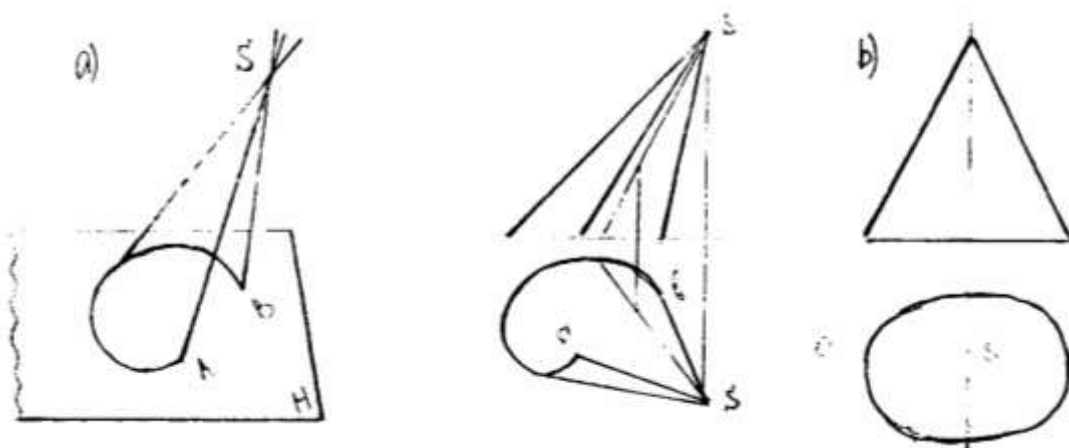


8.4-1-shakl

Silindr sirt proyeksiyalar tekisligi bilan kesishib, iz (asos) xosil qiladi. Silindr sirt izi va yasovchisining yo`nalishi bilan berilishi mumkin

Silindr sirti yasovchilariga perpendikulyar tekislik bilan kesilishidan xosil bo`lgan shakl sirtning normal kesimi deyiladi. Silindrning normal kesimi doira, ellips, parabola, giperbola bo`lishi mumkin. Agar silindrning asosi shu silindrning normal kesimi bo`lsa, bunday silindr to`g`ri silindr deb, asosi qandaydir qiyshiq kesimli bo`lsa, og`ma silindr deb ataladi. Texnikada asosan doiraviy silindrlardan, kamroq xollarda esa elliptik silindrlardan foydalaniladi. (8.4-1-shakl, b) da elliptik og`ma silindr tasvirlangan.

Konus sirtlar. Yasovchi AC to`g`ri chiziqlarning yunaltiruvchi AB egri chiziqqa urinib xarakat qilishi bilan birga doimo S nuqtadan o`tsa, xosil bo`lgan sirt konus sirt deyiladi (8.4-2-shakl).

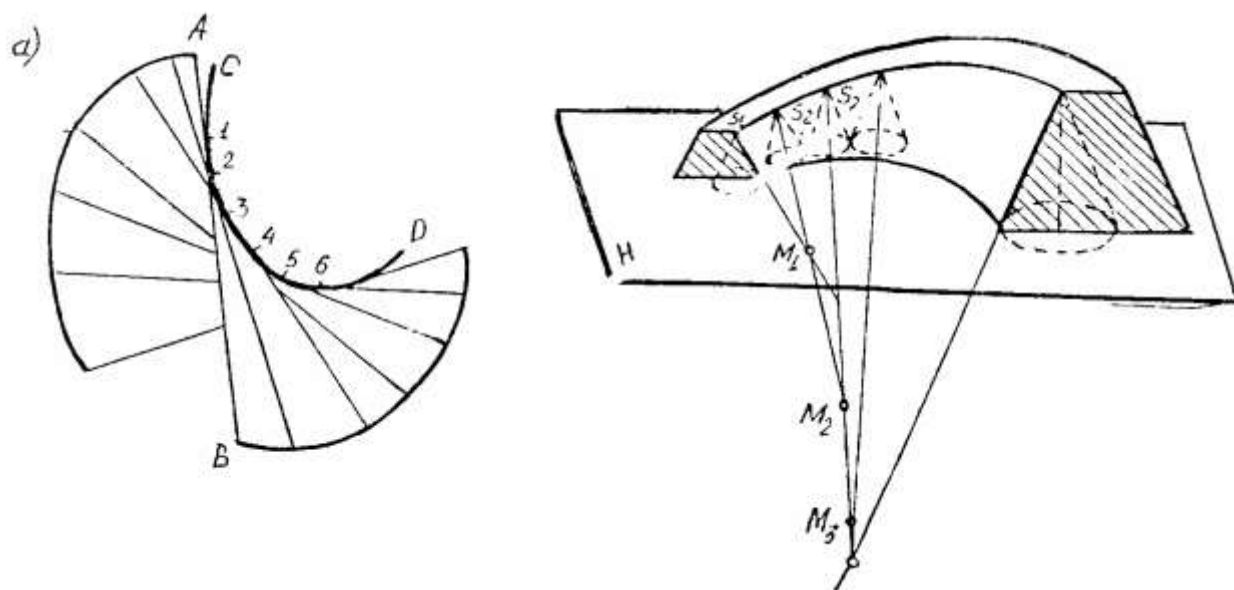


8.4-2-shakl

S nuqtada konus sirtining uchi deb, AB chiziq yunaltiruvchi deb ataladi. Konus sirt uning gorizontali izi va uchining proyeksiyalari bilan berilishi mumkin.

Konusning simmetriya o`qiga perpendikulyar tekislik bilan kesilishidan xosil bo`lgan shakl konusning normal kesimi deyiladi. 8.4-2-shakl, b) da elliptik konus tasvirlangan. Texnikada doiraviy konuslardan ko`proq foydalaniladi.

3. Qaytish qirrali sirtlar. Yasovchi AB to'g'ri chiziqning yunaltiruvchi CD egri chiziqqa hamma vaqt urinma bo'lgan xolda xarakat qilishidan xosil bo'lgan sirt qaytish qirrali sirt (tors) deyiladi (8.4-3-shakl).



8.4–3–shakl

CD egri chiziq torsning qaytish qirrasi deyiladi. Qaytish qirrasi berilgan bo'lsa, tors berilgan deb xisoblanadi. Qaytish qirrasi bu sirtning turli tekisliklar bilan kesilishidan xosil bo'lgan egri chiziqlar qaytish nuqtalarining geometrik o'rinlaridir. Silindr va konus sirtlarning qaytish qirralari sirtlarning xususiy xoli deb qarash mumkin.