

### 3-mavzu:

To'g'ri burchak proyeksiyasi haqida teorema. Teorema algoritmi. Tekislik.

Tekislikning epyurda berilishi. Tekislikning izlari.

Xususiy vaziyatdagi tekisliklarning fazoviy chizmasi va epyuri. Ularning ta'riflari, xossalaring algoritmi, xulosalar.

Dars rejasi:

1. Tekislikning epyurda berilish usullari.

2. Tekislikning izlari.

3. Umumiy vaziyatdagi tekislik.

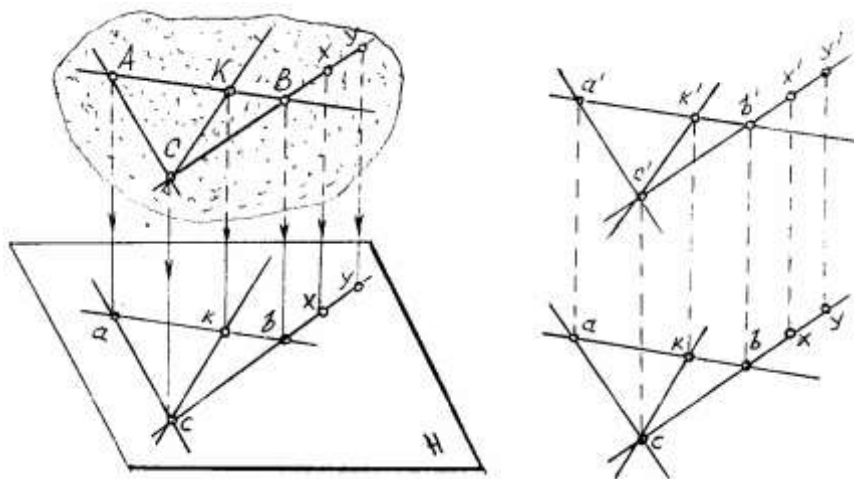
4. Proyeksiyalovchi tekislikning xususiyatlari.

5. Proyeksiyalovchi tekislikning xossalari.

6. Berilgan tekislikda yotgan to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalarini yasash.

Tekislik hamma tomonga cheksiz cho'zilgan uzluksiz sirtidir. Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lmagan biror  $P$  tekislikning xar bir nuqtasi shu proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalansa,  $P$  tekislikning hamma nuqtalari proyeksiyalari proyeksiyalar tekisligini butunlay qoplaydi: tekislikning proyeksiyasi aniq bo'lmay qoladi. Shuning uchun tekislik proyeksiyalanmaydi. Faqat unda yotgan geometrik elementlar proyeksiyalanadi. Tekislikning fazodagi vaziyatini belgilovchi eng oddiy geometrik elementlar nuqtalar va to'g'ri chiziqlardir.

Tekislikning fazodagi vaziyati uning bir to'g'ri chiziqlarda yotmagan uchta nuqtasining o'rnini bilan belgilanadi, ya'ni uch nuqta bo'yicha tekislikning istalgan boshqa nuqtalarni hamma vaqt topish mumkin. Fazodagi  $P$  tekislik bir to'g'ri chiziqlarda yotmagan  $A, B, C$  nuqtalar bilan berilgan deb faraz qilaylik (3.1-rasm).



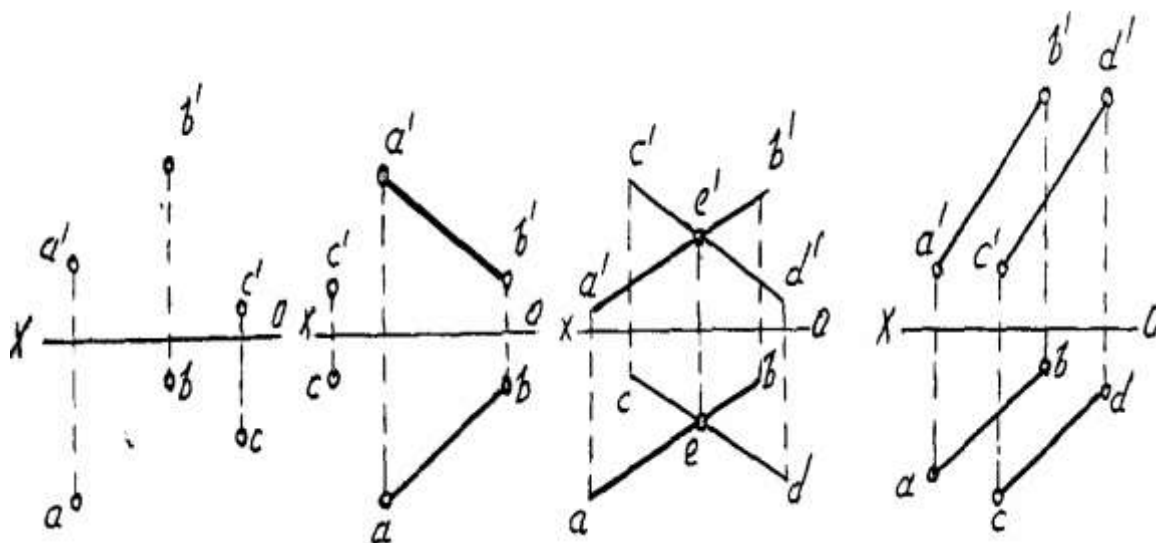
3.1-rasm

Bu  $A, B, C$  nuqtalarni o'zaro tutashtirishdan xosil bo'lgan  $AB, BC, AC$  chiziqlarning cheksiz davomidagi hamma nuqtalar (masalan,  $X, Y$ ) berilgan  $P$  tekislikda etadi. Agar  $AB$  chiziqdagi  $K$  nuqtani  $C$  nuqta bilan tutashtirsak, bu chiziq ham shu tekislikda etadi.

Uchta nuqtadan ikkitasi orqali hamma vaqt bir to'g'ri chiziq yoki uch nuqtadan hamma vaqt kesishgan ikki to'g'ri chiziq yoxud parallel ikki to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

Shunga ko'ra, tekislik epyurada:

1. Bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtaning proyeksiyalari bilan,
2. Bir to'g'ri chiziqning va unda yotmagan bir nuqtaning proyeksiyalari bilan,
3. Kesishgan ikki chiziqning proyeksiyalari bilan va
4. Parallel ikki chiziqning proyeksiyalari bilan berilishi mumkin (3.2-rasm).



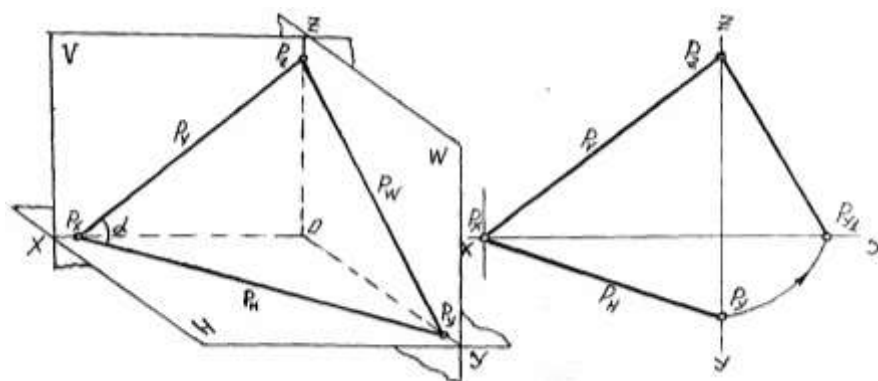
3.2-rasm

Birorta tekislikning proyeksiyalar tekisligi bilan kesishuv chizig'i shu tekislikning izi deyiladi.  $H$ ,  $V$ ,  $W$  tekisliklar sistemasida tekislikning ko'pi bilan uchta, eng kamida esa ikkita izi bo'lishi mumkin.

3.3-rasmda gorizontaal proyeksiyalar tekisligini  $P_H$ , frontal proyeksiyalar tekisligini  $P_V$  va profil proyeksiyalar tekisligini  $P_W$  to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesuvchi  $P$  tekislik tasvirlangan.

$P_H$  to'g'ri chiziq tekislikning gorizontaal izi,  $P_V$  to'g'ri chiziq tekislikning frontal izi,  $P_W$  to'g'ri chiziq esa tekislikning profil izi deyiladi.

$P_H$ ,  $P_V$ ,  $P_W$  uchburchak berilgan  $P$  tekislikning izlar uchburchagi deyiladi. Izlar uchburchagining uchlari ( $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$ ) nuqtalar izlarning uchrashuv nuqtalari deyiladi.



3.3-rasm

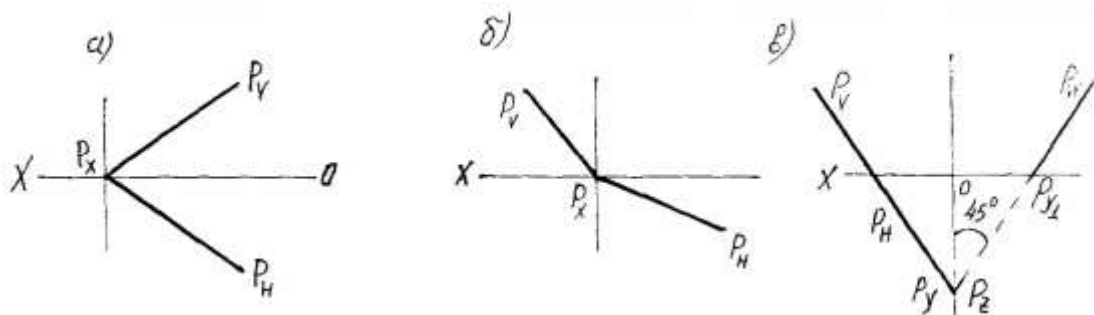
### Umumiy vaziyatdagi tekislik.

Proyeksiya tekisliklarining uchalasiga ham og'ma bo'lgan tekislik umumiy vaziyatdagi tekislik deyiladi (3.4-rasm).

Tekislikning fazodagi vaziyatiga yo'nalishiga qarab, uning izlari proyeksiya o'qlariga nisbatan turlicha joylashadi. Umumiy vaziyatdagi tekislikning hamma izlari proyeksiya o'qlari bilan hamma vaqt o'tkir yoki o'tmas burchak bo'yicha kesishadi.

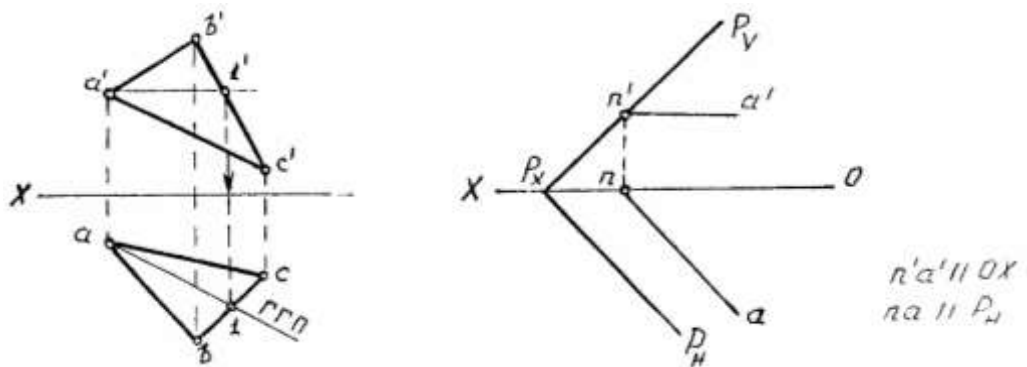
Fazoda tekislikning ko'rinar izlari orasidagi burchak o'tkir bo'lsa, bu tekislik o'tkir burchakli tekislik, o'tmas bo'lsa, o'tmas burchakli tekislik deyiladi.

O'tkir burchakli tekislikning izlari epyurada  $P$  nuqtadan  $OX$  o'qiga o'tkazilgan perpendikulyarning bir tomonida joylashadi (3.4-rasm, a); o'tmas burchakli tekislikning izlari esa ko'rsatilgan perpendikulyarning turli tomonlarida



3.4-rasm

joylashadi

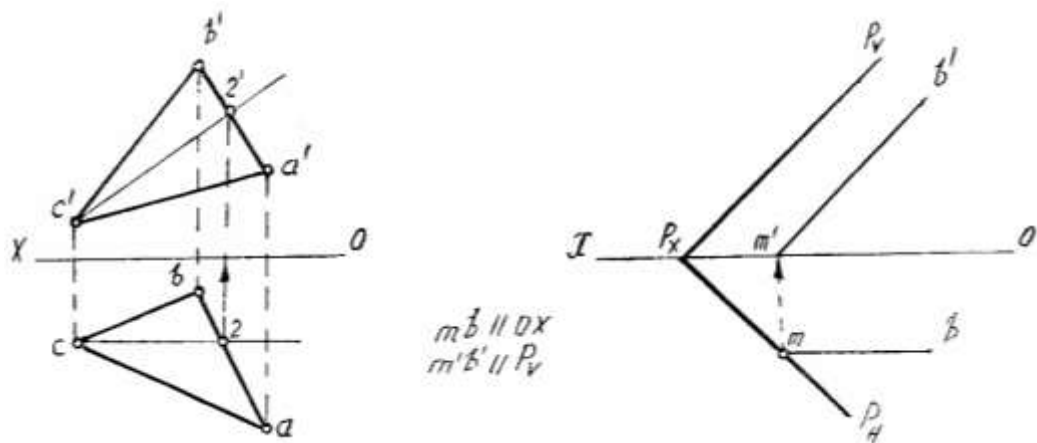


3.5-rasm

### Tekislikning bosh chiziqlari

Tekislikda yotgan gorizontal, frontal va profil chiziqlar, hamda tekisliklarning eng katta og'ish (qiyalik) chiziqlari shu tekislikning bosh chiziqlari deyiladi.

1. **Tekislikning gorizontallari.** Tekislikda yotgan va  $H$  tekislikka parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar tekislikning gorizontallari deyiladi.



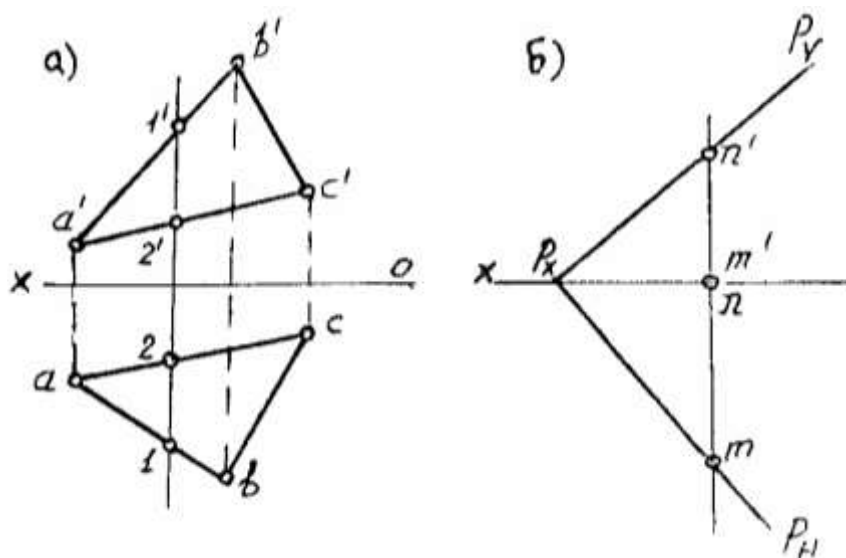
**3.6-rasm**

2. **Tekislikning frontallari.** Tekislikda yotgan va tekislikka parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar tekislikning frontallari deyiladi.

3. **Tekislikning profil chiziqlari.** Berilgan tekislikda yotgan va  $W$  tekislikka parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar tekislikning profil chiziqlari deyiladi.

Ma'lumki, profil chiziqlarning ikkala proyeksiyasi  $OX$  o'qiga perpendikulyardir. 3.7-rasm, a) da  $ABC$  uchburchak bilan berilgan tekislikda olingan profil chiziqning proyeksiyalari, 3.7-rasm b) da izlari bilan berilgan  $P$  tekislikdagi profil chiziqning proyeksiyalari ko'rsatilgan.

4. **Tekislikning eng katta qiyalik chiziqlari.** Tekislikda yotgan va uning gorizontallariga, frontallariga va profil chiziqlariga perpendikulyar bo'lgan chiziqlar tekislikning eng katta qiyalik chiziqlari deyiladi.



**3.7-rasm**

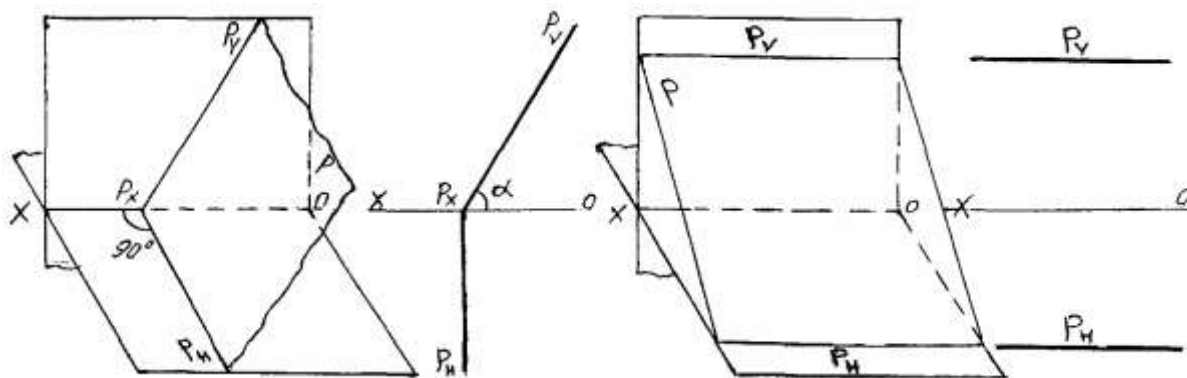
3.8-rasmda  $ABC$  uchburchak bilan berilgan tekislikning  $B$  nuqtasidan o'tkazilgan eng katta qiyalik chizig'i ( $BD$ ) tasvirlangan.



Gorizontal proyeksiyalovchi tekislikning frontal izi  $P_V$  hamma vaqt  $OX$  o'qiga perpendikulyar bo'ladi, gorizontal izi esa  $OX$  o'qiga xar qanday burchak buyicha qiya bo'lishi mumkin. Bu  $P_H$  bilan  $OX$  orasidagi burchak berilgan tekislik bilan  $V$  tekislik orasidagi ikki ekli burchakning qiymatiga teng (3.9-rasm).

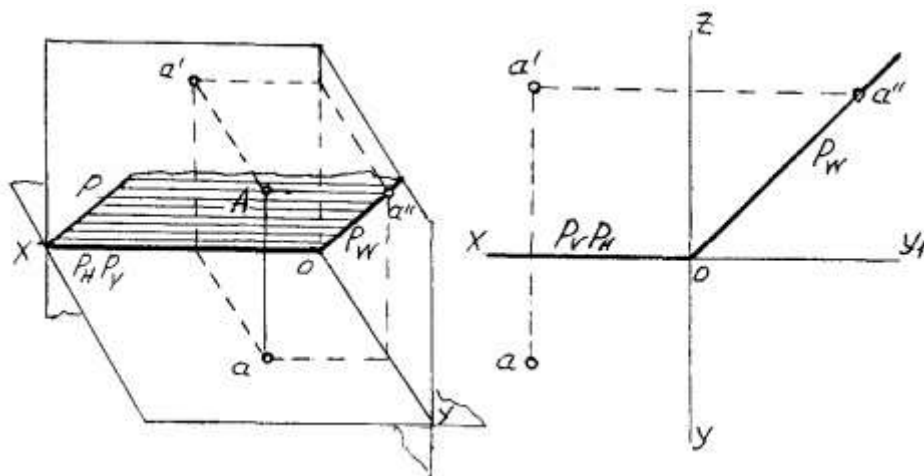


Frontal proyeksiyalovchi tekislikning gorizontali  $P_H$   $OX$  o'qiga perpendikulyar bo'ladi,  $P_H$  bilan  $OX$  orasidagi burchak  $P$  tekislik bilan  $H$  orasidagi burchakka teng (3.9-rasm). Profil proyeksiyalovchi tekislikning gorizontali  $P_H$  va frontal  $P_V$  izlari  $OX$  o'qiga parallel joylashadi (3.10-rasm).



**3.10-rasm**

$OX$  proyeksiyalar o'qidan o'tgan tekislik profil proyeksiyalovchi tekisliklarning xususiy xolidir (3.11-rasm).



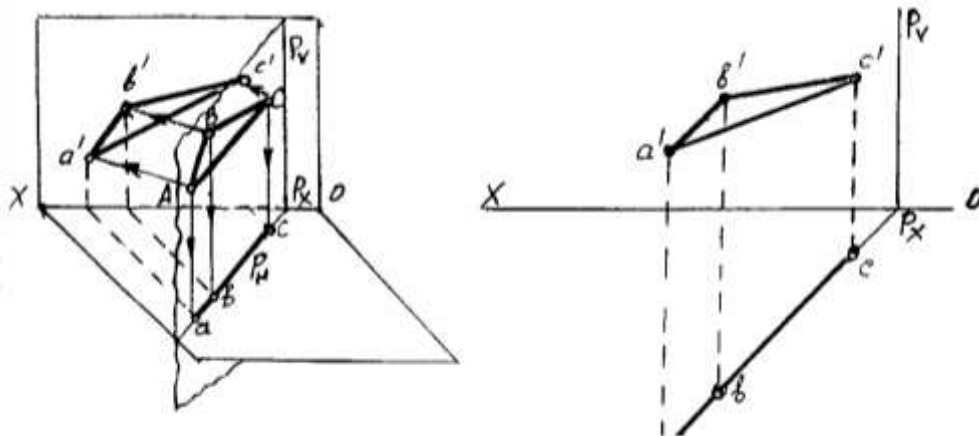
**3.11-rasm**

$OX$  o'qidan o'tgan tekislikning gorizontali izi ham, frontal izi ham  $OX$  o'qiga to'g'ri keladi. Shuning uchun bunday tekislikni epyurada  $e$  profil izi yoki undagi birorta nuqtaning ikkita proyeksiyasi berilgan bo'lishi lozim.

Agar proyeksiyalar o'qidan o'tgan tekislik  $H$  va  $V$  tekisliklar orasidagi ikki yoqqli  $90^\circ$  burchakni teng ikkiga bo'lsa, bunday tekislik bissektor tekislik deyiladi. Bissektor tekislikning profil izi  $OY$  va  $OZ$  o'qlari orasidagi to'g'ri burchakning bissektrisasiga to'g'ri keladi.

(a) **Proyeksiyalovchi tekislikning xossalari**

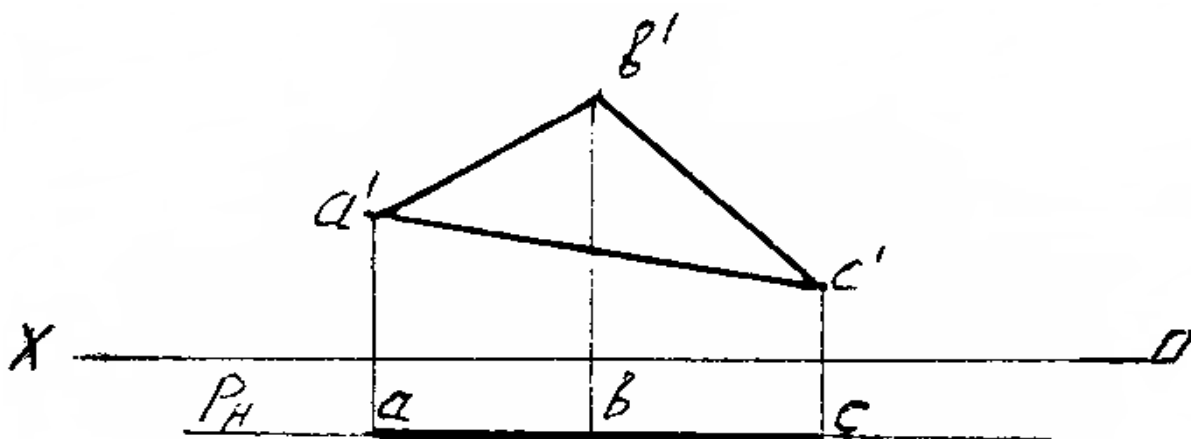
Yuqorida aytib o'tilganidek, proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekislik proyeksiyalovchi tekislik deyiladi.



3.12-rasm

Proyeksiyalovchi tekislikning shunday xossasi borki, unda yotgan nuqta, chiziq yoki tekis rasmlarning uchburchak, kvadrat, doira va shunga o'xshashlarning proyeksiyalari tekislikka perpendikulyar bo'lgan proyeksiyalar tekisligidagi izga tushadi, ya'ni to'g'ri chiziq ko'rinishida tasvirlanadi. Misol tariqasida 3.13-rasmda gorizontaal proyeksiyalovchi  $P$  tekislik va unda yotgan  $ABC$  uchburchak tasvirlangan.

Uchburchakning gorizontaal proyeksiyasi tekislikning gorizontaal iziga tushgan, frontal proyeksiyasi esa aslidan kichik bo'lib proyeksiyalangan. Agar bu uchburchak  $H$  tekislikka perpendikulyar va  $V$  tekislikka parallel qilib, ya'ni frontal tekislikda joylashtirilsa, uning frontal proyeksiyasi o'ziga teng bo'ladi (5.5-rasm).



3.13-rasm

#### Berilgan tekislikda yotgan to'g'ri chiziqning proyeksiyalarini yasash

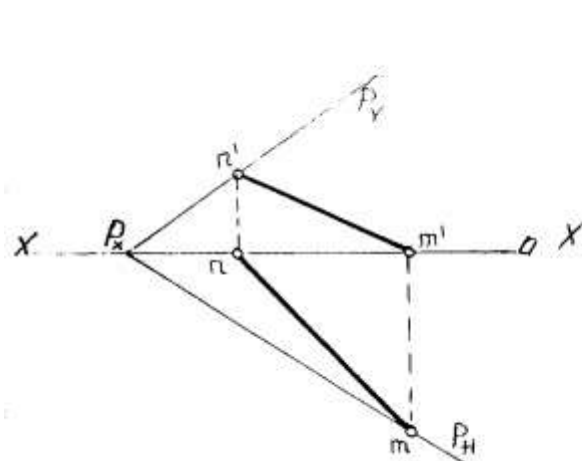
1. Agar to'g'ri chiziqning ikki nuqtasi tekislikda yotgan bo'lsa, uning hamma nuqtasi, ya'ni to'g'ri chiziqning hammasi shu tekislikda yotadi. Shuning uchun tekislikda yotgan to'g'ri chiziq berilgan tekislikni ifodalovchi to'g'ri chiziqlardan xech bo'lmaganda ikkitasini kesib o'tadi.

Demak, epyurada berilgan tekislikda yotuvchi ixtiyori to'g'ri chiziqning proyeksiyalarini yasash uchun, proyeksiyalari berilgan yoki tekislikning berilishiga yasalishi mumkin bo'lgan bizga ma'lum to'g'ri chiziqlarda ikki nuqta topish lozim.

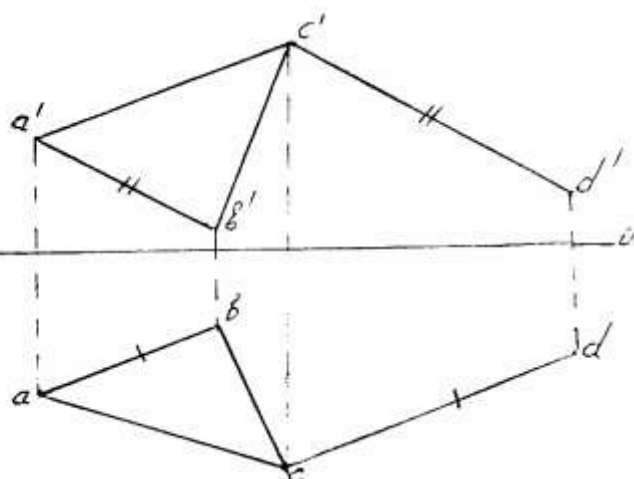
Tekislik epyurada  $P_H$  va  $P_V$  izlari kesishgan chiziqlar bilan berilgan va bu tekislikda ixtiyoriy to'g'ri chiziq olish kerak, deb faraz qilaylik (3.14-rasm). Buning uchun tekislikning gorizontaal izida  $m$  nuqtani, frontal izida  $n$  nuqtani

belgilab olamiz. Bu nuqtalarning ikkinchi proyeksiyalari ( $m'$  va  $n'$  nuqtalar)  $OX$  o'qida bo'ladi. Bir nomli proyeksiyalarni o'zaro tutashtirishdan xosil bo'lgan chiziqlar ( $mn$  va  $m'n'$ ) berilgan  $P$  tekislikda yotgan  $MN$  to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalaridir. To'g'ri chiziqlarning gorizontali izi  $m$  nuqtada, frontal izi esa  $n'$  nuqtadir. Gorizontali izi tekislikning gorizontali izida, frontal izi frontal izida, profil izi esa profil izida etadi.

2. Biror tekislikdagi nuqtadan o'tgan va uning biror to'g'ri chizig'iga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq ham xuddi shu tekislikda yotadi. Masalan, 3.15-rasmda  $ABC$  uchburchak bilan tasvirlangan tekislikning  $C$  nuqtasidan uning  $AB$  chizig'iga parallel kilib utkazilgan  $CD$  ( $cd, c'd'$ ) to'g'ri chiziq shu  $ABC$  tekislikda yotgan chiziqdir.



3.14-rasm



3.15-rasm

### Mustaxkamlash uchun savollar

1. Tekislik chizmada qanday beriladi?
2. Umumiy vaziyatdagi tekislik nima?
3. Xususiy vaziyatdagi tekislik nima?
4. Qanday tekislik proyeksiyalovchi tekislik deyiladi?
5. Qanday tekislik profil proyeksiyalovchi tekislik deb ataladi?
6. Proyeksiyalovchi tekislikning qanday xossalari bor?