

2-HISOB GRAFIK ISHI

2–EPYUR

TOPSHIRIQNING SHARTI

1) SA va BC to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa proektsiya tekisliklarini almashtirish usuli bilan topish.

2) SABS ikki yoqli burchakning proektsiya tekisliklarini almashtirish usuli bilan topilsin.

3) ABS uchburchakni xaqiqiy kattaligini uning frantali yoki gorizontali atrofida almashtirish yordamida aniqlash.

Uslubiy ko'rsatmaning I–ilovasidan har bir talaba o'ziga tegishli variant bo'yicha S , A , B , C nuqtaning proeksialarini koordinatalarini ko'chirib oladi. ABC uchburchak tekisligi va D nuqtaning preaksiyalarini koordinatalari bo'yicha M 1:1 masshtabda formatga 3 marta qaytirilib chiziladi (7 – shakl).

Koordinatalari bo'yicha nuqtaning epyurini chizishga misol:

Berilgan – $S(30; 50; 55)$.



6-shakl

Demak, S nuqtaning absitsasi $X_S=30$, ordinatasi $Y_S=50$, applikatasai $Z_S=55$. Epyurni hosil qilish uchun X , Y , Z koordinata o'qlari o'tkaziladi. Koordinata boshi O dan X o'qi ustida $X_S=30$ masofa o'lchanadi, u o'qi ustida $Z_S=55$ masofa o'lchanadi va o'qlarga perependikulyarlar o'tkazilib, kesishgan nuqtalari $S(s, s')$ nuqtaning proektsiyalari bo'ladi (6–shakl). Shu tarzda A , B va C nuqtalarning proektsiyalari ham aniqlanadi. Masalaning shartiga binoan S , A va B , C nuqtalar birlashtirilib S , A va B , C to'g'ri chiziqlar hosil qilinadi.

PROEKSIYALARNI QAYTA TUZISH USULLARI

Chizma geometriyada metrik va pozitsion masalalarni yechishni soddalashtirish maqsadida proeksiyalarni qayta tuzishning turli usullaridan foydalaniladi. Proeksiyalarni bunday qayta tuzishlar masalani minimal grafik vositalar yordamida yechish imkoniyatini yaratadi.

Proeksiyalarni qayta tuzish usullarining mazmuni quyidagilardan iborat:

- birinchi holatda proeksiyalar tekisliklarining vaziyati o'zgarmagan holda, berilgan ob'yektga nisbatan xususiy vaziyatdagi yangi proeksiya tekisliklari sistemasi kiritiladi.

- ikkinchi holatda esa, berilgan ob'yektlarning vaziyati proeksiya tekisliklariga nisbatan xususiy vaziyatga kelgunga qadar o'zgartiriladi.

Birinchi holatda proeksiyani qayta tuzish usuli *proeksiya tekisliklarini almashtirish usuli* deyiladi, ikkinchisi holatda esa *aylantirish usuli* deyiladi.

Yuqorida keltirilgan usullarning har biriga to'xtalib o'tamiz.

Proeksiya tekisliklarini almashtirish usuli

Proeksiya tekisliklarini almashtirish usulining mazmuni quyidagilardan iborat: *berilgan nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik yoki shakllarning fazoviy holati o'zgarmaydi, Π_1 , Π_2 proeksiyalar tekisliklari Π_1 bilan, Π_2 bilan yoki o'zaro o'zaro perpendikulyar sistema hosil qiluvchi yangi Π_4 , Π_5 va xokazo proeksiyalar tekisliklari bilan almashtiriladi.*

Almashtirilayotgan tekisliklar shunday tanlab olinishi kerakki, hosil bo'lgan yangi sistemada berilgan geometrik shakllar xususiy vaziyatlardan birini egallashi kerak.

8-shaklda A nuqtaning $\frac{\Pi_2}{\Pi_1}$ tekisliklar sistemasidagi proeksiyalari berilgan.

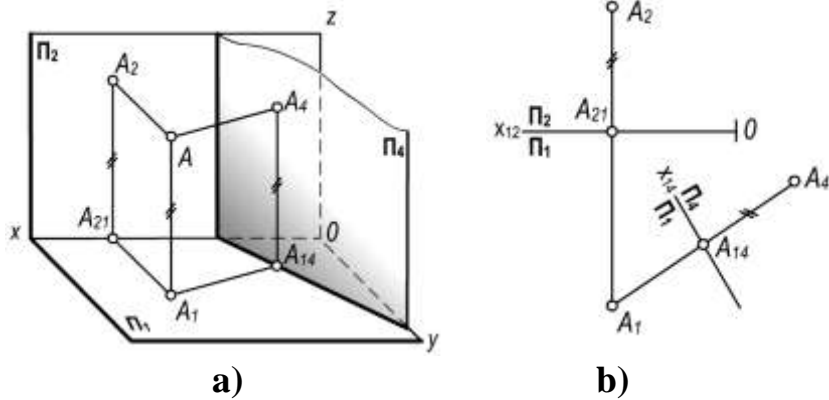
Proeksiya tekisliklaridan birini, masalan Π_2 frontal proeksiyalar tekisligini Π_4 proeksiyalar tekisligi bilan almashtirib, unda A nuqtaning yangi frontal proeksiyasini yasaymiz.

A nuqtaning Π_1 gorizontal proeksiyalar tekisligidagi proeksiyasi o'zgarmaydi, jumladan uning z koordinatasi har ikki sistema uchun umumiydir. Demak, A nuqtaning $\frac{\Pi_4}{\Pi_1}$ proeksiya tekisliklari sistemasidagi A_4 proeksiyasidan x_{14} proeksiyalar o'qigacha

bo'lgan masofa, o'sha nuqtaning $\frac{\Pi_2}{\Pi_1}$ proeksiya tekisliklari sistemasidagi A_2 frontal proeksiyasidan x_{12} o'qigacha bo'lgan masofaga teng, ya'ni $A_4A_{14}=A_2A_{12}$.

A_1 nuqtadan yangi x_{14} o'qigacha bo'lgan masofani ixtiyoriy bo'lishi va Π_4 tekislikni A nuqtaning istalgan tomonidan olinishi mumkin. A nuqtaning (istalgan tomonidan) epyurini yasash uchun, Π_4 tekislikni x_{14} o'qi atrofida aylantirib Π_1 tekislikka jipslashtiriladi, natijada, A nuqtaning gorizontal A_1 proeksiyasi va yangi frontal A_4 proeksiyasi x_{14} o'qqa perpendikulyar bir to'g'ri chiziqda yotadi (8, b-shakl).

Proeksiya tekisliklarini shu tarzda ketma-ket bir necha marta almashtirish mumkin.



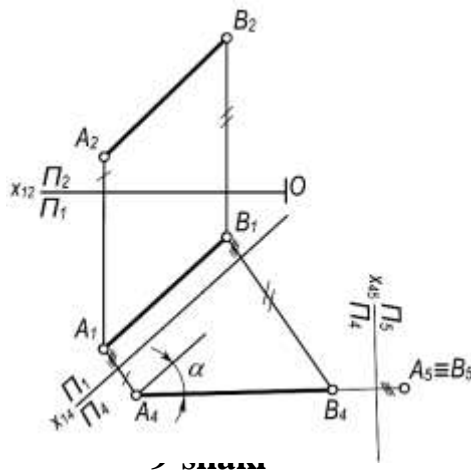
8-shakl

Quyidagi misollarda tajribada ko‘p uchraydigan to‘rtta masalani ko‘rib chiqiladi.

Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini proeksiya tekisliklarini almashtirish usuli bilan aniqlash 9-shaklda ko‘rsatilgan.

Buning uchun Π_2 frontal proeksiyalar tekisligi berilgan AB kesmaga parallel bo‘lgan yangi Π_4 tekislik) bilan almashtiriladi. Bunda Π_1 gorizontal proeksiyalar tekisligi bilan yangi Π_4 tekislik hosil qilgan x_{14} proeksiyalar o‘qi AB to‘g‘ri chiziqning A_1B_1 gorizontal proeksiyasiga parallel bo‘ladi ($A_1B_1 \parallel x_{14}$).

A_2 va B_2 nuqtalardan x_{12} o‘qigacha bo‘lgan masofalar mos ravishda x_{14} o‘qidan o‘lchab qo‘yilganda yangi Π_4 proeksiyalar tekisligida A_4B_4 aniqlanadi. A_4B_4 berilgan kesmaning haqiqiy uzunligiga teng bo‘ladi. Undan tashqari, A_4B_4 kesma bilan x_{14} o‘q orasidagi α burchak AB kesmaning Π_1 gorizontal proeksiyalar tekisligiga nisbatan qiyalik burchagini bildiradi.

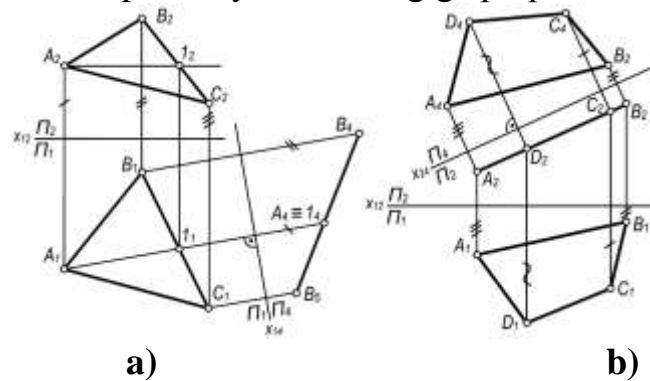


Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq kesmasini proeksiyalovchi vaziyatga keltirish.

9-shaklda AB to‘g‘ri chiziq kesmasining proeksiyasi birinchi marta yangi Π_1 proeksiya tekisliklari sistemasidagi Π_4 proeksiyalar tekisligiga parallel vaziyatga keltirilgan. AB to‘g‘ri chiziq kesmasini unga perpendikulyar bo‘lgan ($A_4B_4 \perp x_{45}$) Π_5 proeksiyalar tekisligidagi proeksiyasi ($A_5 \equiv B_5$) nuqta bo‘ladi.

Umumiy vaziyatdagi tekislikni proeksiyalovchi vaziyatga keltirish. Masalaning yechish oldingi masalaning yechimiga asoslanadi. 10-shaklda $\Pi_1 \perp \Pi_2$ tekisliklar sistemasida umumiy vaziyatdagi $\triangle ABC$ tekisligi berilgan. $\triangle ABC$ tekislikda bosh chiziqlaridan birini, masalan, tekislikning gorizontali $A_1(A_{11}, A_{21})$ chizib olinadi.

yangi Π_4 tekislik $\triangle ABC$ tekislikning gorizontalligga perpendikulyar ($A_1 l_1 \perp x_{14}$) vaziyatda tanlanadi va mos ravishda Π_1 proeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'ladi.



10-shakl

Proeksiyalovchi vaziyatda joylashgan tekislikning haqiqiy kattaligini aniqlash (10-shakl, b). Masalani yechish uchun Π_2 frontal proeksiyalar tekisligiga perpendikulyar va $ABCD(A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2)$ to'rtburchak tekisligiga parallel bo'lgan Π_4 tekislikni kiritish yo'li bilan amalga oshiriladi, ya'ni, $x_{14} \parallel A_2B_2C_2D_2$.

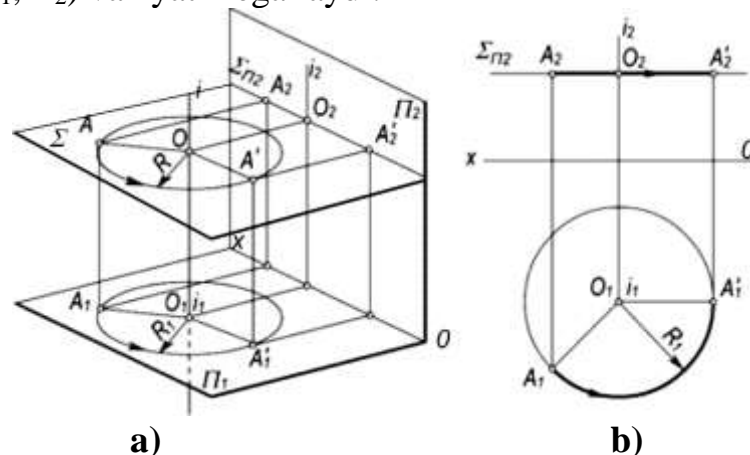
$A_4B_4C_4D_4$ proeksiya to'rtburchakning haqiqiy kattaligi hisoblanadi.

Aylantirish usuli

Aylantirish usulida geometrik shakl proeksiya tekisliklariga nisbatan Π_1 yoki Π_2 tekislikka perpendikulyar o'q atrofida aylantiriladi, natijada, proeksiya tekisliklari qo'zg'almaydi, geometrik shakl esa proeksiya tekisliklaridan birortasiga nisbatan xususiy vaziyatni ishg'ol etadi.

11, a-shaklda A nuqtani Π_1 tekislikka perpendikulyar bo'lgan i o'qi atrofida R radius bilan aylantirishning yaqqol tasviri berilgan. Bunday holda, A nuqta i o'qi atrofida Π_1 tekislikka parallel bo'lgan Σ harakat tekisligida aylana bo'ylab harakat qiladi. Nuqtaning gorizontall proeksiyasi aylana, frontal proeksiyasi x ga parallel bo'lgan Σ_{m2} to'g'ri chiziqli bo'ylab harakatlanadi. Uning epyuri 11, b-shaklda ko'rsatilgan.

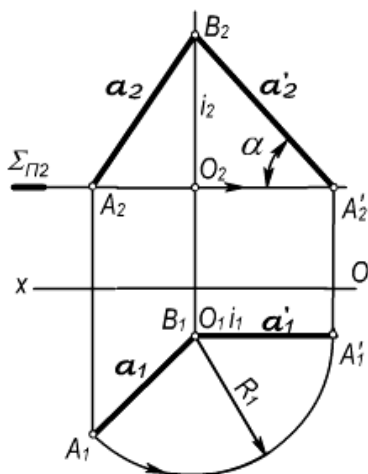
$A(A_1, A_2)$ nuqtani i o'qi atrofida aylantirish natijasida u ma'lum burchakka buriladi va, masalan, $A'(A'_1, A'_2)$ vaziyatni egallaydi.



11-shakl

Aylantirish usuli bilan umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqni proeksiya tekisliklaridan biriga parallel vaziyatga keltirish

Agar to'g'ri chiziq Π_1 yoki Π_2 tekislikka parallel bo'lsa, uning bitta proeksiyasi x o'qiga parallel bo'lib joylashadi. Masalan, umumiy vaziyatdagi a to'g'ri chiziqni Π_2 tekislikka parallel vaziyatga keltirish uchun uning frontal a_1 proeksiyasini x o'qiga parallel vaziyatga keltirish uchun aylantiriladi.



12-shakl

12-shaklda ko'rsatilganidek, a to'g'ri chiziqni frontal proeksiyalar tekisligiga nisbatan parallel vaziyatga keltirishni quyidagicha amalga oshirish lozim:

1. a to'g'ri chiziqqa tegishli $A(A_1, A_2)$ va $B(B_1, B_2)$ nuqtalarni tanlab olamiz: $A \in a \wedge B \in a$.

2. a to'g'ri chiziqning $B(B_1, B_2)$ nuqtasidan $i(i_1, i_2) \perp \Pi_1$ aylantirish o'qini o'tkazamiz.

3. a to'g'ri chiziqning aylantirish o'qi i atrofida aylantirilganda, A nuqta $R_1 = A_1 B_1$ radius bilan aylana bo'yicha harakatlanib A'_1 vaziyatni egallaydi, B_1 nuqta esa i o'qida yotgani uchun qo'zg'almas bo'ladi.

4. A nuqta A' vaziyatni ishga ol etganda, AB to'g'ri chiziq Π_2 tekislikka parallel vaziyatga keladi, chunki uning $B_1 A'_1$ gorizontal proeksiyasi x o'qiga paralleldir.

5. a to'g'ri chiziqning Π_1 tekisligi bilan hosil qilgan burchagi α ga teng.

Yuqoridagi yasashlardan so'ng a to'g'ri chiziqning haqiqiy uzunligi topiladi ($B_2 A'_2 = AB$).

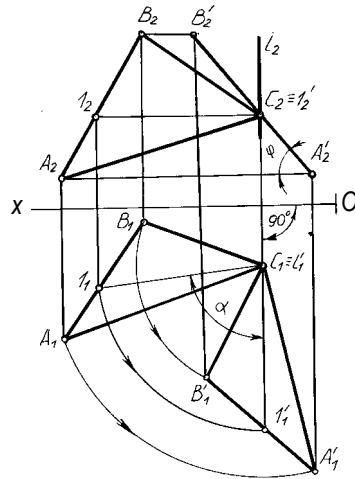
a to'g'ri chiziqni Π_1 tekislikka parallel vaziyatga keltirish uchun, aylantirish $i(i_1, i_2)$ o'qini Π_2 tekislikka perpendikulyar qilib olinadi.

Umumiy vaziyatda berilgan ABC tekislikni xususiy (proeksiyalovchi) vaziyatga keltirish

13-shaklda ko'rsatilganidek, umumiy vaziyatdagi ABC tekislikni proeksiyalovchi vaziyatga keltirish uchun uning bosh chiziqlaridan biri proeksiyalovchi vaziyatga keltirilishi zarur bo'ladi. Buni quyidagicha bajarish mumkin:

ABC tekislikni Π_2 tekislikka proeksiyalovchi vaziyatga keltirish uchun, ABC ning C uchidan $C1(C_1I_1, C_2I_2)$ gorizontalni o'tkaziladi va uni $C(C_1C_2)$ nuqtadan o'tgan $i(i_1, i_2)$ o'qi atrofida α burchakka aylantiriladi.

Natijada, ABC tekislikning $C1$ gorizontali Ox o'qiga perpendikulyar holga keladi. Uning ketidan CA va CB tomonlarini ham α burchakka aylantiriladi.



13-shakl

ABC uchburchakning $A_1B_1C_1$ gorizantal proeksiyasi yangi $A^1_1B^1_1C^1_1$ vaziyatga ko'chib, frontal proeksiyalovchi vaziyatga kelishi natijasida uning frontal proeksiyasi to'g'ri chiziq bo'ladi. $A^1_2C^1_2B^1_2$ to'g'ri chiziq va gorizantal chiziq orasidagi φ burchak ABC tekislikning Π_1 gorizantal proeksiyalar tekisligi orasidagi burchakni ifodalaydi.

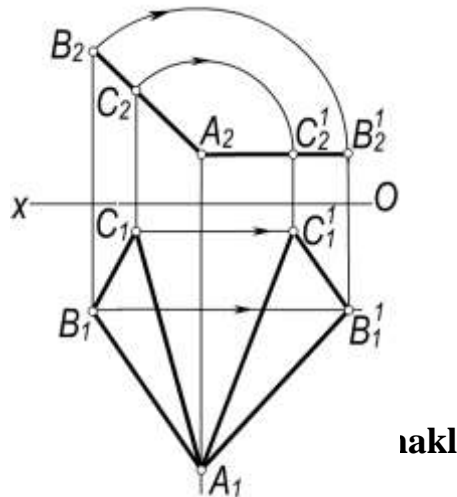
Tekislikning haqiqiy kattaligini proeksiya tekisliklariga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish usuli bilan aniqlash

Umumiy vaziyatda berilgan ABC tekislikni proeksiya tekisliklaridan biriga parallel vaziyatga keltirish ikki bosqichda amalga oshiriladi.

Birinchi marta aylantirilganda, tekislik proeksiyalovchi holatga keladi (ushbu masalani yuqorida ko'rib o'tdik).

14-shaklda proeksiyalovchi holatga keltirilgan 13-shakldagi $AB^1C^1(A_1B^1_1C^1_1, A_2C^1_2B^1_2)$ uchburchak tekisligini ajratib olinib, ikkinchi marta aylantirilganda tekislik proeksiya tekisliklaridan birortasiga parallel holatga keltiriladi.

ABC uchburchakning A_2 nuqtasini aylantirish markazi qilib, C_2 va B_2 nuqtalardan aylanalar chizamiz, bu aylanalar Ox o'qiga parallel chiziq bilan kesishib $A_2C^1_2B^1_2$ nuqtalarda Π_1 tekislikka parallel bo'lgan ABC uchburchakning frontal proeksiyasini beradi. Uchburchakning frontal proeksiyasi bo'yicha uning gorizantal $A_1B^1_1C^1_1$ proeksiyasi yasaladi. $A_1B^1_1C^1_1$ uchburchak ABC uchburchakning haqiqiy kattaligiga teng bo'ladi.



15-shakl

Tekislikning bosh

aylantirish

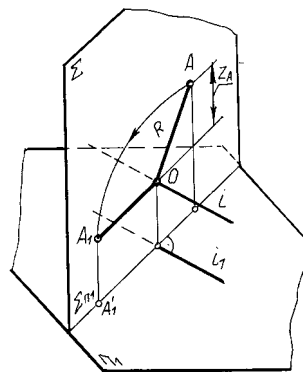
chiziqlardan biri atrofida

Tekislikning haqiqiy kattaligini uning gorizontali yoki frontal chizig'i atrofida aylantirish yo'li bilan ham aniqlash mumkin.

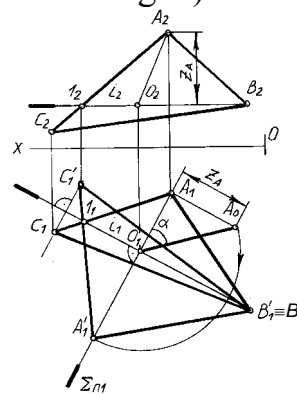
i gorizontali chizig'i atrofida A nuqtani $OA=R$ radius bilan aylantirish natijasida (15-shakl, a), OA to'g'ri chiziq OA_1 vaziyatga, ya'ni Π_1 tekislikka parallel vaziyatga ko'chadi.

Bu yerda i – aylantirish o'qi, R - aylantirish radiusi, O – aylanish markazi, Σ – A nuqtaning harakat tekisligi (odatda, proeksiyalovchi) deyiladi.

Xuddi shunday qilib, C nuqtani ham gorizontali atrofida aylantirib C_1 vaziyatga keltirish mumkin (15-shakl, a da C nuqta ko'rsatilmagan).



a)



b)

15-shakl

Ushbu masalani epyurda bajarilishini ko'rib chiqamiz (15-shakl, b):

1. ABC uchburchakning B_1I_1 gorizontali qurib, unga A_1 va C_1 nuqtalardan perpendikulyarlar tushiramiz. Tushirilgan perpendikulyarlar mos ravishda A va C nuqtalarning harakat tekisliklarini belgilaydi.

2. To'g'ri burchakli uch burchak usulidan foydalanib AO to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy kattaligi aniqlanadi. A_0O_1 aylanish radiusi hisoblanadi.

3. Aylantirish markazi O_1 nuqtadan $O_1A_0=R$ radiusi bilan yoy chiziladi. Bu yoy A_1 dan B_1I_1 ga tushirilgan perpendikulyar bilan kesishib A^1_1 nuqtani beradi.

4. Topilgan A^1_1 nuqta bilan l_1 nuqtani to'g'ri chiziq orqali tutashtirsak, va uni davom ettirib C_1 dan tushirilgan perpendikulyar bilan kesishtirsak, C^1_1 nuqta hosil bo'ladi. Aniqlangan A^1_1 , B^1_1 , C^1_1 nuqtalar tutashtiriladi. Natijada, topilgan $A^1_1B^1_1C^1_1$ uchburchak Π_1 ga parallel va uning xaqiqiy kattaligiga teng bo'ladi. Shu bilan birga, to'g'ri burchakli $O_1A_1A_0$ uchburchakning α burchagi ABC uchburchakning Π_1 tekislik bilan hosil qilgan ikkiyoqli burchakka teng bo'ladi.

Tekislik izlaridan biri atrofida aylantirish (jipslashtirish) usuli

Tekislikning gorizontaal yoki frontal atrofida aylantirish xususiy holi – tekislikni o'z izlaridan biri atrofida aylantirishdir.

Buning uchun quyidagi berilgan \square tekislikning izlaridan biri masalan gorizontaal izi atrofida aylantirishni 16-shakldagi chizma asosida ko'rib chiqilgan:

\square tekislikning frontal \square_{Π_2} iziga tegishli bo'lgan $A(A_1, A_2)$ nuqta tanlab olinadi. Nuqtaning gorizontaal proeksiyalovchi harakat tekisligi $\Delta(\Delta_{\Pi_1}, \Delta_{\Pi_2})$ \square tekislikning \square_{Π_1} gorizontaal iziga perpendikulyar qilib o'tkaziladi.

A_2 nuqtani $\square_x A_2$ ga teng radius bilan aylantiriladi va u Δ_{Π_1} bilan kesishib A'_1 vaziyatga keladi. A'_1 nuqta bilan \square_x ni tutashtirsak \square'_{p2} kelib chiqadi.

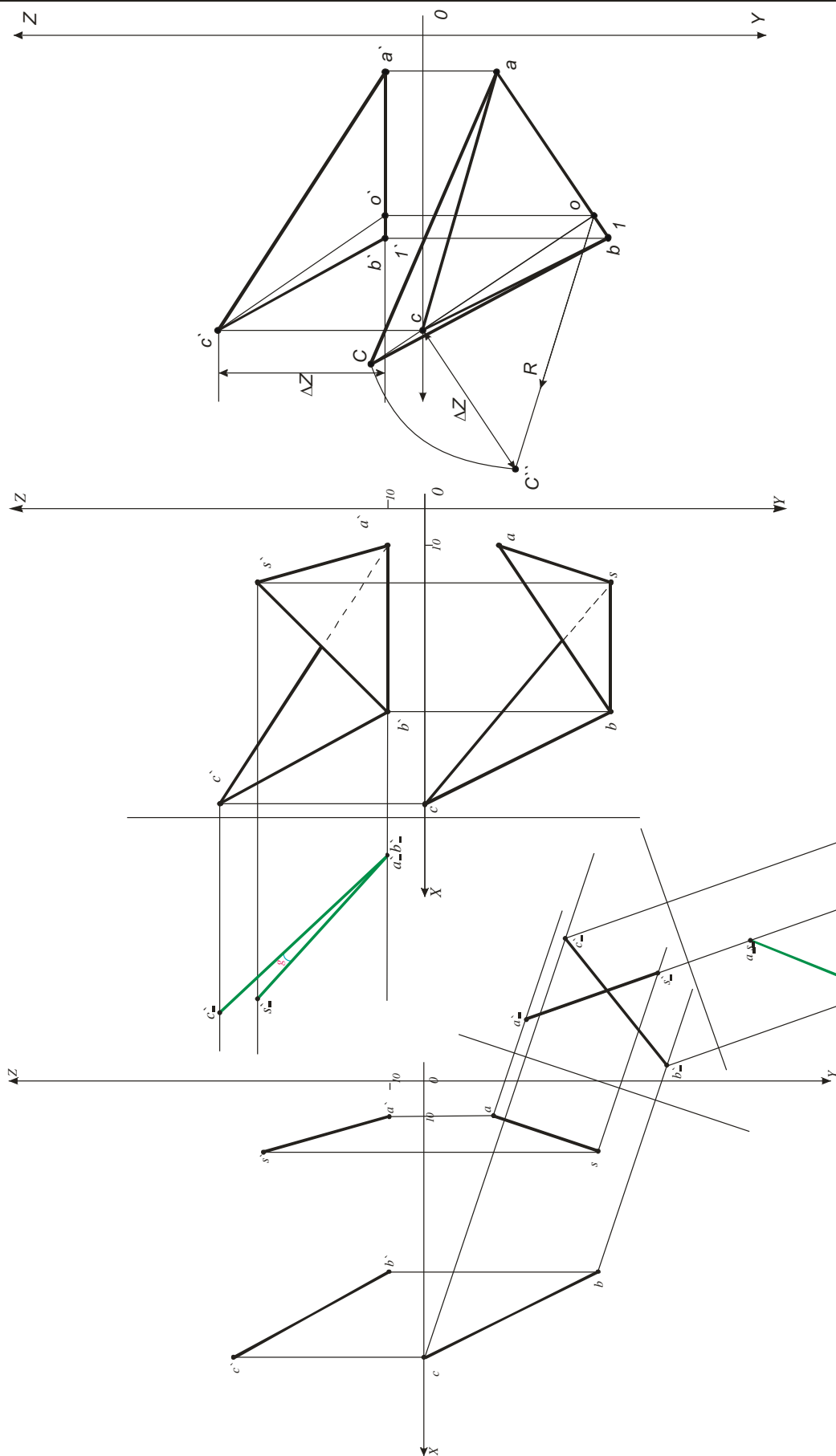
Natijada, \square tekislik Π_1 tekislik bilan jipslashgan $\square_{\Pi_1} \square_x \square'_{\Pi_2}$ vaziyatni ishg'ol etadi. Bunda tekislikning gorizontaal \square_{Π_1} izi qo'zg'almas, frontal izi tekislikdagi boshqa nuqtalar bilan birga Π_1 ga jipslashadi. Tekislikning A nuqtasidan o'tgan gorizontaal $h(h_1, h_2)$ tekislik bilan birga aylanib Π_1 tekislikka jipslashadi. Tekislik gorizontaalining \square_{Π_1} ga parallelligi Π_1 bilan jipslashganda ham saqlanadi: $(h'_1) \parallel \square_{\Pi_1}$.

Ushbu masalani $A(A_1 A_2)$ nuqtani aylantirish radiusi OA ning haqiqiy uzunligini aniqlash yo'li bilan topilsa ham bo'ladi. Buning uchun to'g'ri burchakli $O_1 A_1 A_0$ uchburchak yasaladi. Uning bitta kateti ($A_1 A_0 = A_1 A_2$) bo'lsa, ikkinchi kateti $O_1 A_1$ aylantirish radiusini gorizontaal proeksiyasidir. Shuningdek, uchburchakning gipotenuzasi ($O_1 A_0 = R$) A nuqtaning aylantirish radiusiga tengdir. Aylantirish markazi O dan R radiusga teng A_0 nuqtadan aylana chiziladi va $\Delta \Pi_1$ izi bilan A'_1 nuqtada kesishadi. Bu aylana \square_x markazda chizilgan $\square_x A_2 = R$ radiusli aylana bilan A'_1 nuqtada uchrashadi. Bu usulning qulay tomoni shundan iboratki, agar tekislikda yotgan tekis shaklning bitta proeksiyasi berilgan bo'lsa, uning haqiqiy kattaligini aniqlashda birgina proeksiyasi yetarlidir.

17-shaklda topshiriqning A-3 formatda bajarilishiga namuna keltirilgan. Chizma avvalo ingichka chizig'larda bajarilib, o'qituvchi tekshirgandan so'ng M. TM qalamlarda chiziq turlariga rioya qilgan holda qoralab chiqiladi.



16-shakl



17-shakl

[illegible]