

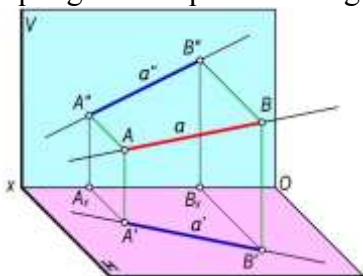
## 2-MUSTAQIL ISH

### PROEKSIYA TEKISLIKLARIGA NISBATAN UMUMIY VAZIYATDA JOYLASHGAN TO'G'RI CHIZIQ KESMALARINING HAQIQIY UZUNLIKLARINI ANIQLASH USULINI O'RGANISH.

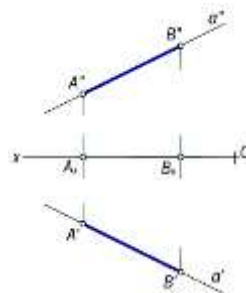
#### Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari

To'g'ri chiziq eng oddiy geometrik shakl hisoblanadi. Bir-biridan farqli ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Agar fazodagi bir-biridan farqli ikkita  $A$  va  $B$  nuqtalarni o'zaro tutashtirib, uni ikki qarama-qarshi tomonga cheksiz davom ettirilsa,  $a$  to'g'ri chiziq hosil bo'ladi (2.1-rasm).

To'g'ri chiziqning ikki nuqta bilan chegaralangan qismi shu to'g'ri chiziq kesmasi deyiladi.



a)



b)

#### 2.1-rasm

To'g'ri chiziqlar  $a, b, c$  kabi yozma harflar bilan belgilanadi. Agar to'g'ri chiziqlar chegaralangan bo'lsa, u holda  $AB, CD, EF, \dots$  tarzida belgilanadi. To'g'ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklardagi proyeksiyalari holatini uning ikki ixtiyoriy nuqtasining proyeksiyalari aniqlaydi. Masalan, 2.1,a-rasmda berilgan  $a$  to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalarini yasash uchun bu chiziqqa tegishli ikki  $A$  va  $B$  nuqtalarning ortogonal  $A', A''$  va  $B', B''$  proyeksiyalari yasaladi. Bu ikki nuqtaning bir nomli proyeksiyalarini tutashtiruvchi  $a'$  va  $a''$  chiziqlar fazoda berilgan  $a$  to'g'ri chiziqning gorizontaal va frontal proyeksiyalari bo'ladi. Shuningdek,  $AB$  kesma va uning  $A'B'$  va  $A''B''$  proyeksiyalari  $a$  to'g'ri chiziqning fazodagi vaziyatini va uning  $a', a''$  proyeksiyalarini aniqlaydi (2.1,b-rasm).

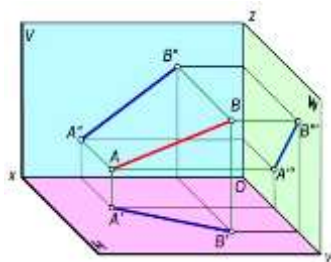
**Ta'rif.** Proyeksiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo'lmagan to'g'ri chiziq umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq deyiladi.

To'g'ri chiziqning gorizontaal va frontal proyeksiyalariga asosan uning profil proyeksiyasini ham yasash mumkin. Buning uchun uning yuqorida tanlab olingan  $A$  va  $B$  nuqtalarning profil proyeksiyalari yasaladi va ular o'zaro tutashtiriladi (2.2-rasm).

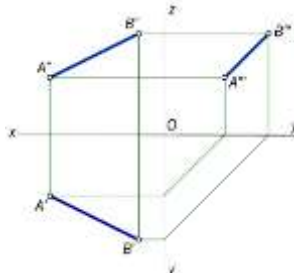
To'g'ri chiziq proyeksiyalari faqat uning kesmasi proyeksiyalari orqaligina emas, balki ixtiyoriy qismi bilan ham berilishi mumkin. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va ular proyeksiyalar o'qlariga nisbatan ixtiyoriy burchaklarni tashkil etadi. Bu burchaklar  $\alpha, \beta, \gamma$  harflari bilan belgilanadi.

Bu  $\alpha, \beta, \gamma$  burchaklar  $AB$  kesmaning  $H, V, W$  proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklaridir, ya'ni  $\alpha = AB \wedge H, \beta = AB \wedge V, \gamma = AB \wedge W$ .

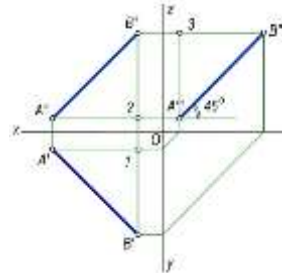
Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisliklariga qisqarib proyeksiyalanadi. Uning haqiqiy uzunligini aniqlash keyingi paragraflarda ko'riladi.



a)



b)



v)

#### 2.2-rasm

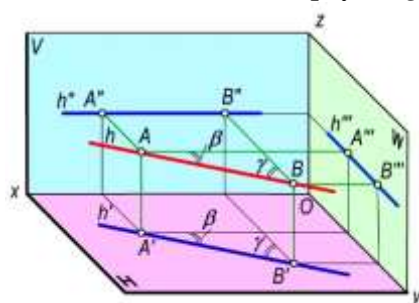
**Proyeksiya tekisliklari bilan bir xil burchak tashkil qilgan to'g'ri chiziqlar.** Agar biror to'g'ri chiziq fazoda  $H$ ,  $V$  va  $W$  lar bilan bir xil burchak hosil qilib joylashgan bo'lsa, uning  $AB$  kesmasining uchala proyeksiyalari o'zaro teng, ya'ni  $AB^H = AB^V = AB^W$  bo'lsa,  $A'B' = A''B'' = A'''B'''$  bo'ladi. Bunda  $A'B' = B''A''$  teng yonli trapesiyadan  $1B' = 2B'' = 3A'''$  va  $1B' = 3B'''$ , demak  $3A''' = 3B'''$  bo'lgani uchun  $\angle 3A''B'' = 45^\circ$  bo'ladi. Shu bilan birga  $A'''B''' \parallel A''B''$  bo'lib,  $\Delta x = \Delta y = \Delta z$  bo'ladi.

### Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari

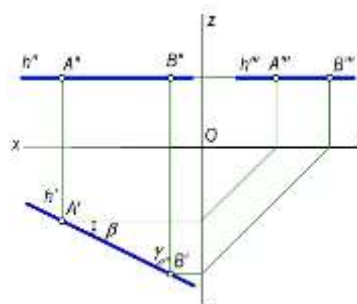
**Ta'rif.** Proyeksiyalar tekisligiga parallel yoki perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq deyiladi.

#### Proyeksiyalar tekisligiga parallel to'g'ri chiziqlar

**Gorizontal to'g'ri chiziq.** Gorizontal proyeksiyalar tekisligi  $H$  ga parallel to'g'ri chiziq *gorizontal chiziq* (yoki *gorizontal*) deb ataladi (2.3-a,b rasm).



a)

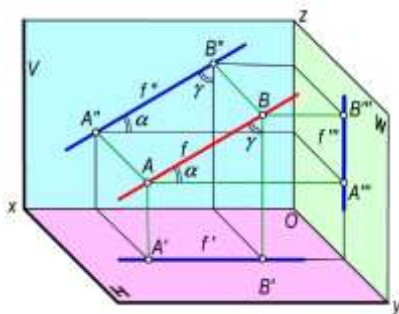


b)

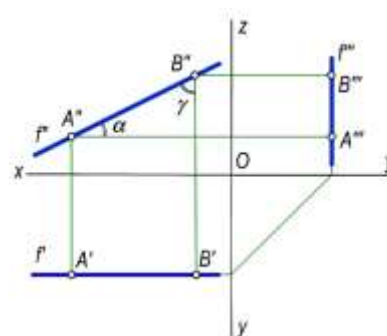
#### 2.3-rasm

Gorizontalning barcha nuqtalari  $H$  tekislikdan baravar masofada ( $AA' \square BB' \square$  bo'lgani uchun chizmada uning  $h''$  frontal proyeksiyasi  $Ox$  o'qiga,  $h'''$  profil proyeksiyasi esa  $Oy$  o'qiga parallel bo'ladi. Gorizontalning  $h'$  gorizontal proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo'ladi. Bu chiziq kesmasining gorizontal proyeksiyasi o'zining haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi  $\beta$  va  $\gamma$  burchaklar  $h$  gorizontalning  $V$  va  $W$  tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo'ladi.

**Frontal to'g'ri chiziq.** Frontal proyeksiyalar tekisligi  $V$  ga parallel to'g'ri chiziq *frontal to'g'ri chiziq* (yoki *frontal*) (2.4,a,b-rasm) deb ataladi. Frontalning barcha nuqtalari  $V$  tekislikdan baravar masofada bo'lgani uchun chizmada uning  $f'$  gorizontal proyeksiyasi  $Ox$  o'qiga,  $f'''$  profil proyeksiyasi esa  $Oz$  o'qiga parallel bo'ladi. Frontalning frontal  $f''$  proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo'ladi.



a)



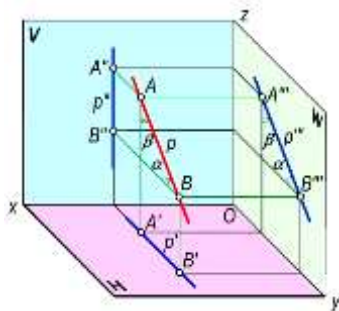
b)

#### 2.4-rasm

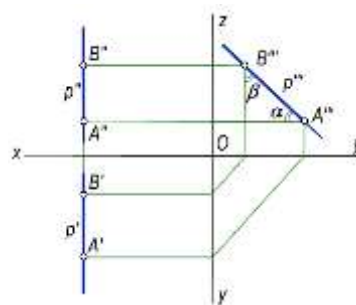
Mazkur chiziq kesmasining frontal proyeksiyasi uning haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi  $\alpha$  va  $\beta$  burchaklar  $f$  frontalni  $H$  va  $W$  proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil etgan burchaklarning haqiqiy kattaligi bo'ladi.

**Profil to'g'ri chiziq.** Profil proyeksiyalar tekisligi  $W$  ga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq *profil to'g'ri chiziq* (yoki *profil*) deb ataladi (2.5,a,b-rasm). Profilning barcha nuqtalari  $W$  tekislikdan baravar

masofada bo'lgani uchun chizmada uning gorizontal proyeksiyasi  $Oy$  o'qiga parallel, frontal proyeksiyasi  $Oz$  o'qiga parallel bo'ladi.



a)



b)

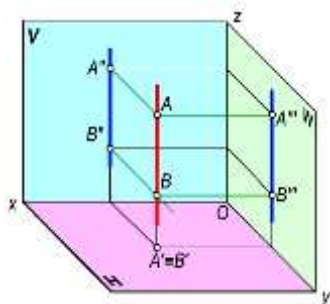
## 2.5-rasm

Profiling profil proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda joylashgan bo'ladi. Mazkur, chiziq kesmasining profil proyeksiyasi o'zining haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proyeksiyalanadi.

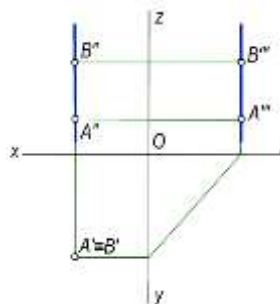
Chizmadagi  $\alpha$  va  $\beta$  burchaklar profil chiziqning  $H$  va  $V$  tekisliklar bilan mos ravishda tashkil etgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo'ladi.

**Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziqlar.** Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziqlar *proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar* deb ataladi.

**Gorizontal proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar.** Gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziq *gorizontal proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq* deb ataladi (2.6,a,b-rasm). Bu to'g'ri chiziq  $H$  tekislikka nuqta bo'lib proyeksiyalanadi. Uning frontal va profil proyeksiyalari  $Oz$  o'qiga parallel bo'ladi. Bu to'g'ri chiziq kesmasi  $V$  va  $W$  ga o'zining haqiqiy o'lchami bo'yicha proyeksiyalanadi.



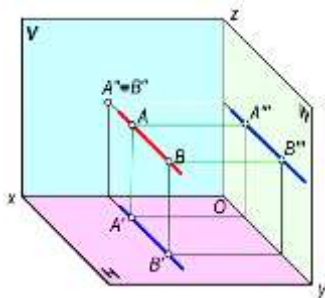
a)



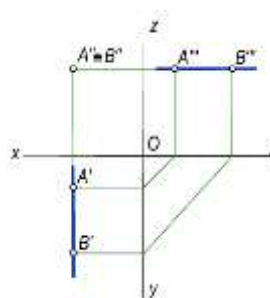
b)

## 2.6-rasm.

**Frontal proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar.** Frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziqlar *frontal proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar* deb ataladi (2.7,a,b-rasm). Bunday to'g'ri chiziq  $V$  tekisligiga nuqta bo'lib proyeksiyalanadi. Uning gorizontal va profil proyeksiyalari  $Oy$  o'qiga parallel bo'ladi. Bu to'g'ri chiziq kesmasi  $H$  va  $W$  proyeksiyalar tekisliklariga o'zining haqiqiy o'lchami bo'yicha proyeksiyalanadi.



a)

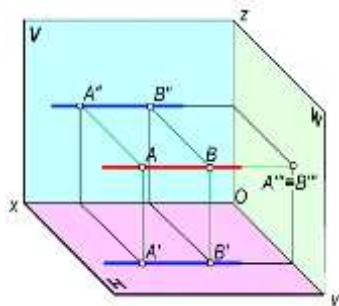


b)

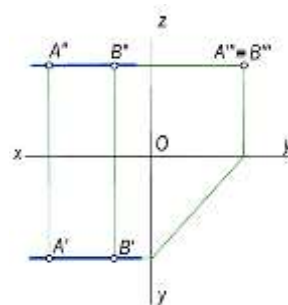
## 2.7-rasm

**Profil proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq.** Profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziqlar *profil proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar* deb ataladi (2.8,a,b-rasm). Bu to'g'ri chiziqlar profil

tekisligiga nuqta bo'lib proyeksiyalanadi. Uning gorizontal va frontal proyeksiyalari  $Ox$  o'qiga parallel bo'ladi. Bu to'g'ri chiziq kesmasi  $H$  va  $V$  ga o'zining haqiqiy o'lchami bo'yicha proyeksiyalanadi.



a)



b)

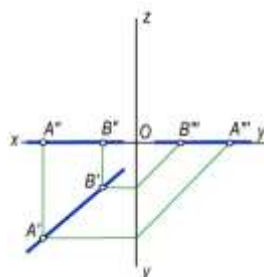
## 2.8-rasm

**Proyeksiyalar tekisliklari va koordinata o'qlariga tegishli to'g'ri chiziqlar.** To'g'ri chiziqlar  $H$ ,  $V$  va  $W$  proyeksiyalar tekisliklariga va  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  proyeksiyalar o'qlariga tegishli bo'lishi mumkin.

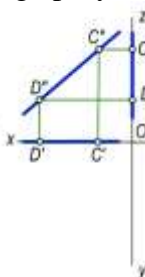
Agar to'g'ri chiziq biror proyeksiyalar tekisligiga tegishli bo'lsa, bu to'g'ri chiziqning bir proyeksiyasi bevosita to'g'ri chiziqning o'ziga, qolgan ikki proyeksiyasi esa koordinatalar o'qiga proyeksiyalanadi. Masalan,  $CD(C'D', C''D'')$  to'g'ri chiziq frontal proyeksiyalar tekisligi  $V$  ga tegishli bo'lgani uchun (2.9,b- rasm), uning  $C''D''$  frontal proyeksiyasi mazkur to'g'ri chiziqqa, gorizontal  $C'D'$  proyeksiyasi  $Ox$  o'qiga, profil  $C'''D'''$  proyeksiyasi esa  $Oz$  o'qiga proyeksiyalanadi.

Shuningdek, 2.9,a-rasmda  $H$  tekislikka tegishli  $AB(A'B', A''B'')$  to'g'ri chiziqning, va 2.9,v-rasmda esa  $W$  tekislikka tegishli  $EF(E'F', E'''F''')$  to'g'ri chiziqlar proyeksiyalarining joylashishi ko'rsatilgan.

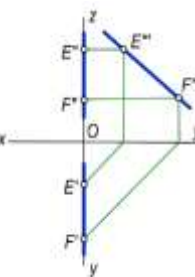
To'g'ri chiziq koordinata o'qlariga tegishli bo'lsa, uning ikki proyeksiyasi shu o'qning o'ziga proyeksiyalanadi, bir proyeksiyasi esa koordinata boshi  $O$  ga nuqta bo'lib proyeksiyalanadi. Masalan,  $l \in Ox$  to'g'ri chiziqning  $l'$  gorizontal  $l''$  frontal proyeksiyalari  $Ox$  o'qida, uning  $l'''$  profil proyeksiyasi esa koordinata boshi  $O$  ga proyeksiyalanadi (2.10- rasm).



a)

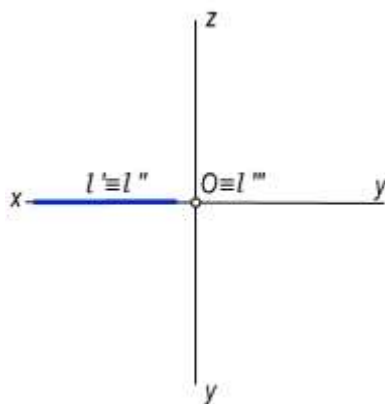


b)



v)

## 2.9-rasm



2.10-shakl

**To'g'ri chiziqning izlari**

**Ta'rif.** To'g'ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishish nuqtalari **to'g'ri chiziqning izlari** deyiladi.

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq hamma proyeksiyalar tekisliklarini kesib o'tadi. Biror  $a$  to'g'ri chiziqning gorizontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *gorizontal izi*, frontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi *frontal izi* deyiladi. Shuningdek, to'g'ri chiziqning profil proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *profil izi* deyiladi:

$$a \cap H = a_H, a \cap V = a_V \text{ va } a \cap W = a_W.$$

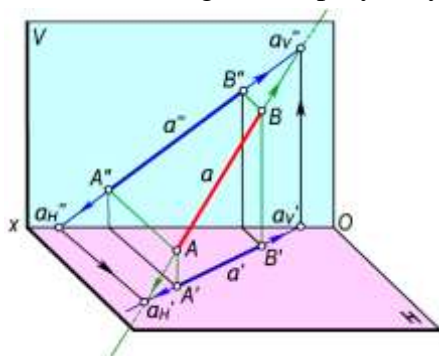
2.13, a-rasmda,  $a$  to'g'ri chiziq izlarini yasashning fazoviy modeli ko'rsatilgan.

To'g'ri chiziqning gorizontal izini proyeksiyalarini chizmada aniqlash uchun quyidagi yasash algoritmlari bajariladi (2.13-rasm):

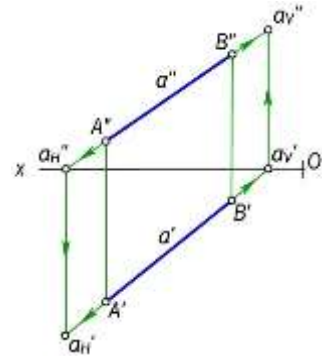
- To'g'ri chiziqni frontal  $a''$  proyeksiyasining  $Ox$  o'qi bilan kesishish nuqtasi  $a''_H = a'' \cap Ox$  topiladi;
- $a''_H$  nuqtadan  $Ox$  o'qiga perpendikulyar o'tkaziladi;
- To'g'ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi  $a'$  bilan perpendikulyarning kesishish nuqtasi to'g'ri chiziqning gorizontal izining gorizontal proyeksiyasi  $a'_H \equiv a_H$  bo'ladi.

To'g'ri chiziq frontal izining proyeksiyalarini chizmada aniqlash uchun:

- To'g'ri chiziq gorizontal  $a'$  proyeksiyasining  $Ox$  o'qi bilan kesishish nuqtasi  $a'_V = a' \cap Ox$  topiladi;
- Bu nuqtadan  $Ox$  o'qiga perpendikulyar o'tkaziladi;
- To'g'ri chiziqning frontal proyeksiyasi  $a''$  bilan perpendikulyarning kesishish nuqtasi uning frontal izining frontal proyeksiyasi  $a_V'' \equiv a_V$  bo'ladi.

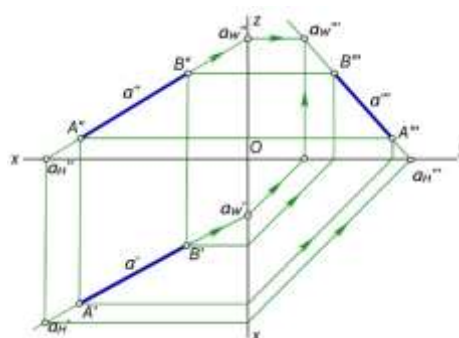


a)



b)

2.13-rasm



2.14-rasm

To'g'ri chiziqning profil izini yasash uchun:

- Uning frontal proyeksiyasini  $Oz$  o'qi bilan kesishguncha davom ettiriladi.
- Hosil bo'lgan  $a_W'''$  nuqtadan  $Oz$  ga perpendikulyar chiqariladi.
- To'g'ri chiziqning profil proyeksiyasi bu perpendikulyar bilan kesishguncha davom ettiriladi va  $a_W''' \equiv a_W''$  aniqlanadi yoki to'g'ri chiziqning  $a'$  gorizontal proyeksiyasi  $Oy$  o'qi bilan kesishguncha davom ettiriladi.
- Hosil bo'lgan nuqtadan  $y$  o'qiga perpendikulyar chiqariladi.



- Uni  $a_v''$  dan  $Oz$  ga chiqarilgan perpendikulyar bilan kesishish nuqtasi  $a$  to'g'ri chiziqning profil izining profil proyeksiyasi bo'ladi.

Shakldagi  $a'w a''w$  nuqtalar mazkur  $a$  to'g'ri chiziq profil izining gorizont va frontal proyeksiyalari bo'ladi.  $a'''w$  nuqta  $a$  to'g'ri chiziq profil izining profil proyeksiyasidir.

### Ikki to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyatlari

Ikki to'g'ri chiziq fazoda o'zaro parallel, kesuvchi yoki ayqash vaziyatlarda bo'lishi mumkin.

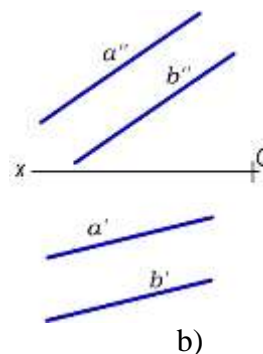
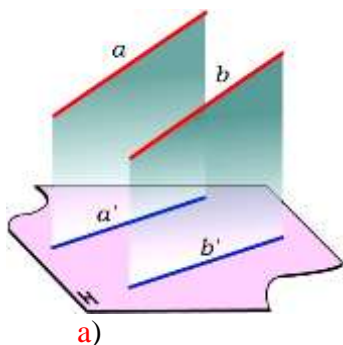
### Parallel to'g'ri chiziqlar

**Ta'rif.** Agar ikki to'g'ri chiziqning kesishuv nuqtasi bo'lmasa (yoki umumiy xosmas nuqtaga ega bo'lsa), ularni **parallel to'g'ri chiziqlar** deyiladi.

Parallel proyeksiyalarning xossasiga asosan parallel to'g'ri chiziqlarning bir nomli proyeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi (2.17,a,b-rasm), ya'ni  $a\parallel b$  bo'lsa, u holda  $a'\parallel b'$ ,  $a''\parallel b''$ ,  $a'''\parallel b'''$  bo'ladi.

Fazodagi umumiy vaziyatda joylashgan parallel to'g'ri chiziqlarning ikkita bir nomli proyeksiyalari o'zaro parallel bo'lsa, ularning uchinchi proyeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi.

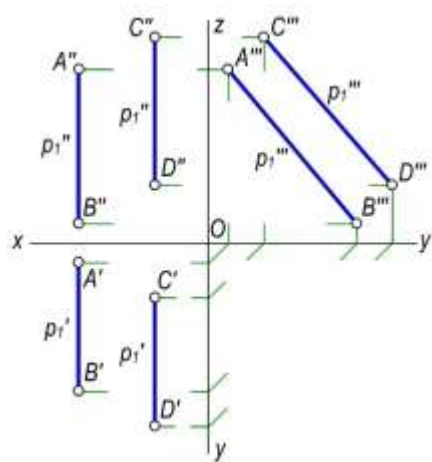
Ammo to'g'ri chiziqlar biror proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, u holda yuqorida keltirilgan shart bajarilmaydi. Masalan,  $W$  tekislikka parallel bo'lgan profil to'g'ri chiziq kesmalarining bir nomli gorizont va frontal proyeksiyalari ( $p_1$  va  $p_2$ ) ning o'zaro parallel bo'lishi yetarli bo'lmaydi (2.18,a-rasm). Bunday hollarda to'g'ri chiziqlarning profil proyeksiyalarini yasash zarur. Bunda  $p_1'''\parallel p_2'''$  bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi. Agar  $p_1'''\cap p_2'''$ , bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar ayqash bo'ladi. Shuningdek, bu to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatini profil proyeksiyalaridan foydalanmasdan ham aniqlash mumkin.



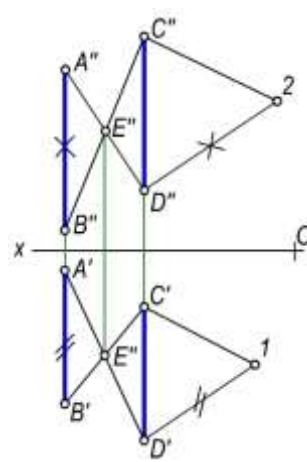
2.17-rasm

Buning uchun:

- to'g'ri chiziq kesmalarining bir nomli proyeksiyalarining nisbatlari tengligini aniqlaymiz. Kesmaning biror, masalan,  $D'$ ,  $D''$  nuqtasidan ixtiyoriy (o'tkir burchak ostida) parallel chiziqlar o'tkazib,  $D'1=A'B'$  va  $D''2=A''B''$  kesmalarni qo'yiladi (2.18-b,rasm). So'ngra 1 va 2 nuqtalarni  $C'$  va  $C''$  bilan tutashtiramiz. Agar  $C'1\parallel C''2$  bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi. Aks holda bu to'g'ri chiziqlar ayqash to'g'ri chiziqlar ekanligini isbotlanadi;
- to'g'ri chiziq kesmalarining bir nomli nuqtalarini o'zaro kesishadigan qilib to'g'ri chiziqlar bilan tutashtiramiz (2.18-b,rasm). Agar chiziqlarning kesishish nuqtasining  $E'$  va  $E''$  proyeksiyalari bir bog'lovchi chiziqda bo'lsa, u holda  $CD$  va  $AB$  to'g'ri chiziqlar bir tekislikka tegishli va o'zaro parallel bo'ladi.



a)



b)

2.18-rasm