

*Modellierung einer numerischen Wandfunktion
für einphasige CFD-Simulationen in einem LWR-Sicherheitsbehälter*

*Modeling of a Numerical Wall Function
for Single-Phase CFD-Simulations within a LWR-Containment*

Von der Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen
Technischen Hochschule Aachen zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von
Jan Lehmkuhl

Berichter: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Hans-Josef Allelein
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Eckart Laurien

Tag der mündlichen Prüfung:
26.04.2018

Kurzfassung

Sicherheitsanalysen für Kernkraftwerke unterstützen die Hersteller und Regulierungsbehörden dabei, Empfehlungen für Notfallschutzmaßnahmen während eines Störfalls zu erstellen und Verbesserungspotenziale für die Nachrüstung der Anlagen aufzuzeigen. Für die Analyse des Ereignisverlaufs nach einem Kühlmittelverluststörfall sollen vermehrt räumlich auflösende numerische Strömungssimulationen (engl. Computational Fluid Dynamics, kurz: CFD) zur Beschreibung der Strömungsverhältnisse im Sicherheitsbehälter und der daraus resultierenden Druckbelastungen auf den Sicherheitsbehälter eingesetzt werden. Bei solchen Szenarien ist unter anderem die Modellierung der Wasserdampfkondensation in Gasgemischen notwendig, die an der Wand eine hohe Gitterauflösung in der CFD-Rechnung erfordert. Heute und in absehbarer Zukunft ist durch die enormen zeitlichen und räumlichen Skalen eines Störfalls im Sicherheitsbehälter nur eine geringe CFD-Rechengitterauflösung mit vertretbaren Rechenzeiten realisierbar. Daher ist bei solch groben Gittern der Einsatz von Wandfunktionen notwendig, die durch eine Modellierung der Grenzschicht den Informationsverlust in den grob aufgelösten Randbereichen der CFD-Rechnung möglichst gering halten.

Da aktuelle Wandfunktionen die Besonderheiten der Wandkondensation nur unzureichend berücksichtigen, wird zu diesem Zweck die Fully Integrated BoUndary LAYer (kurz: FIBULA) Wandfunktion entwickelt und in dieser Arbeit präsentiert. Die FIBULA wird aus den Erhaltungsgleichungen für Masse, Energie und Dampfspezies und dem Cebeci-Turbulenzmodell hergeleitet und berücksichtigt unter anderem wandnormale Konvektion und Auftrieb. Die numerischen Lösungen der FIBULA werden prototypisch in einer Lookup-Table bereitgestellt und in ANSYS CFX 16 als Wandfunktionen für die Geschwindigkeit und den Dampfmassenbruch implementiert.

Mit Hilfe der FIBULA-Geschwindigkeitswandfunktion werden jetzt bei Fällen mit wandnormaler Konvektion und Auftrieb die Impulsflüsse (Wandschubspannungen) auf groben Gittern genauer berechnet. Außerdem werden bei Verwendung der FIBULA als Wandfunktion im Kondensationsmodell die Kondensationsraten bis zu einem dimensionslosen Wandabstand von $y^+ = 10$ anstatt wie bisher bis $y^+ = 2$ gitterunabhängig berechnet. Dies bestätigt das Konzept einer numerischen, parametrischen Wandfunktion für CFD-Simulationen unter Berücksichtigung von Kondensation und Auftrieb. Damit bildet diese Arbeit die Grundlage, um zukünftig eine kondensationsspezifische Wandfunktion in CFD-Simulationen von Kühlmittelverluststörfällen implementieren zu können.

Summary

Safety analyses for nuclear power plants support manufactures and regulatory authorities in defining recommendations for emergency protection measures during accidents and to point out potentials for plant upgrades. To analyze the course of a loss of coolant accident (LOCA), in the future spatially resolved Computational Fluid Dynamics (CFD) models should be used increasingly to describe the gas flow mixing and the resulting pressure load for the containment. In such scenarios the modeling of the steam concentration in the gas mixture is necessary which requires a fine spatial grid discretization at the walls in CFD calculations. Today and in the foreseeable future only a limited grid size is possible within reasonable calculating times, due to the enormous temporal and spatial scales. Therefore the use of wall functions is necessary for such coarse grids to limit the information loss by modeling the boundary layers in the CFD calculation.

As actual wall functions only cover the specifics of wall condensation inadequately, the Fully Integrated BoUndary Layer (short: FIBULA) wall function is developed and presented in this thesis. The FIBULA is derived from the governing equations for mass, energy and steam species and the Cebeci turbulence model and covers wall normal convection (suction) and buoyancy among other things. The numerical solutions of the FIBULA are prototypically provided in a lookup-table and implemented as wall functions for velocity and steam mass fraction in ANSYS CFX 16.

Using the FIBULA velocity wall function in cases with suction and buoyancy, the momentum flux (wall shear stress) is now calculated more accurately on coarse grids. Furthermore the condensation rates are calculated independently from the near wall grid resolution up to a nondimensional wall distance of $y^+ = 10$ instead of $y^+ = 2$ when the FIBULA is used as wall function in the wall condensation model. This confirms the concept of a numerical, parametrical wall function for CFD calculations considering condensation and buoyancy. The present work forms the basis for implementing a condensation specific wall function in LOCA CFD simulations in the future.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
Summary	iii
Inhaltsverzeichnis	iv
Nomenklatur.....	vi
Abkürzungen.....	vi
Lateinische Symbole	vii
Griechische Symbole	ix
Superskripte der Symbole	x
Subskripte der Symbole.....	xi
1 Einleitung	1
2 Theoretische Grundlagen	5
2.1 Grundgleichungen.....	5
2.2 Entdimensionalisierung.....	9
2.3 Turbulenzmodellierung.....	12
3 Stand der Technik.....	24
3.1 Das Wandfunktionskonzept.....	24
3.2 Die Standardwandfunktion.....	28
3.3 Verwendete Modelle	34
3.4 Anwendung und Fehler der Standardwandfunktion.....	41
3.5 Existierende erweiterte Wandfunktionen	46
4 Modellierung der FIBULA-Lösungen.....	51
4.1 Gleichungskanon.....	51
4.2 Berechnung der FIBULA-Eingangsparameter	64
4.3 Numerische Lösung und Verifikation.....	68
4.4 Vereinfachte Lösungen für die laminare Unterschicht.....	71
5 Einflüsse auf die Grenzschicht und Validierung der FIBULA-Lösung	74
5.1 Geschwindigkeit und Turbulenz.....	75
5.2 Prandtl-Zahl.....	78
5.3 Schmidt-Zahl	80
5.4 Wärmetransport.....	81
5.5 Wandnormale Konvektion	83
5.6 Einlaufeffekte	86
5.7 Druckgradient.....	89
5.8 Auftrieb.....	91
5.9 Stofftransport.....	97
5.10 Kondensation	101
6 Implementierung der FIBULA-Wandfunktion	104
6.1 Lookup-Table der FIBULA	104
6.2 User Defined Wall Functions in ANSYS CFX	105
6.3 Nutzung des Dampfmassenbruch-Kennfelds	109

6.4	Anpassung der Eingangsparameter-Berechnung.....	110
6.5	Verifikation der Implementierung.....	111
7	Plausibilisierung der FIBULA-Wandfunktion in ANSYS CFX	115
7.1	Wandnormale Konvektion	115
7.2	Auftrieb.....	120
7.3	Kondensation	125
8	Zusammenfassung und Ausblick	136
8.1	Zusammenfassung	136
8.2	Ausblick	138
9	Literaturverzeichnis	140
10	Abbildungsverzeichnis	145
11	Anhang.....	151
11.1	Einzeleffektversuch Favre	151
11.2	Einzeleffektversuch CONAN.....	152
11.3	Validierung des Wandkondensationsmodells im SARNET/CONAN Benchmark	154
11.4	Weitere FIBULA-Ergebnisse	158
11.5	Funktionsplots.....	161
11.6	Konstanten der Turbulenzmodelle.....	162

Nomenklatur

Abkürzungen

<u>Abkürzung</u>	<u>Bedeutung</u>
AWT	Automatic Wall Treatment (Standardwandfunktion von ANSYS CFX)
CFD	Numerische Strömungssimulation (engl. Computational Fluid Dynamics)
CFX	ANSYS CFX – CFD Programmpaket von ANSYS, Inc.
DNS	Direkte Numerische Simulation (CFD auf feinen Gittern ohne Turbulenzmodellierung)
engl.	englische Bezeichnung
FIBULA	Fully Integrated BoUndary LAyer
GUI	Grafische Benutzeroberfläche (engl. graphical user interface)
JÜLICH	Forschungszentrum Jülich GmbH
RANS-Gleichungen	Reynolds-gemittelte-Navier-Stokes-Gleichungen (engl. Reynolds-averaged Navier-Stokes equations)
vD	van Driest
WF	Wandfunktion
WFTC	Wall Function Transfer Coefficient in ANSYS CFX

Lateinische Symbole

<u>Symbol</u>	<u>Einheit</u>	<u>Definition</u>
A	m	Dämpfungslänge aus dem Turbulenzmodell von van Driest
A^+	-	dimensionslose Dämpfungslänge im Turbulenzmodell von van Driest
A^+	-	dimensionsloser wandnormaler Stofftransport in Favre
a_1		Konstante der Bradshaw-Beobachtung
C	-	Integrationskonstante im logarithmischen Wandgesetz
C_μ		Konstante im k- ϵ Turbulenzmodell
$C_{\epsilon 1} C_{\epsilon 2}$		Konstanten im k- ϵ Turbulenzmodell
$C_\alpha C_\beta$		Konstanten im k- ω Turbulenzmodell
c_p	$\frac{J}{kg K}$	spezifische Wärmekapazität
D_i	$\frac{m^2}{s}$	Diffusionskoeffizient der Spezies i
F	N	Kraft (engl. Force)
L	m	Länge
l_M	m	Mischungsweglänge
g_x	$\frac{m}{s^2}$	Gravitationsbeschleunigung in x-Richtung
h	$\frac{J}{kg}$	massenspezifische Enthalpie
h	m	Höhe des Strömungskanals
i	-	Laufvariable
$k(y^+, Sc)$	$\frac{m}{s}$	Modellparameter im ANSYS-Kondensationsmodell
k	$\frac{m^2}{s^2}$	turbulente kinetische Energie
m	kg	Fluidmasse
M_i	$\frac{kg}{mol}$	molare Masse der Spezies i

P_k	$\frac{kg}{m\ s^3}$	k-Produktionsterm
p	$Pa\ oder\ \frac{kg}{m\ s^2}$	Druck
p_{abs}	Pa	absoluter Druck
p_{stat}	Pa	statischer Druck (Definition in Gleichung 4.51)
Pr	-	Prandtl-Zahl $Pr = \mu_{mol} c_p / \lambda_{thermal}$
\dot{q}''	$\frac{J}{m^2\ s}$	Wärmestrom
q_w^+	-	dimensionsloser Wandwärmestrom
Q	J	Wärme
\dot{S}_φ	<i>variabel</i>	Quelle für verschiedene Erhaltungsgrößen (z.B. Masse, Energie)
Sc	-	Schmidt- Zahl $Sc = \mu_{mol} / \rho D_i$
t	s	Zeit
T	$^{\circ}C$	Temperatur
T_τ	K	Schertemperatur (engl. friction temperature)
u	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit in x-Richtung parallel zur Wand
u_τ	$\frac{m}{s}$	Schergeschwindigkeit (engl. friction velocity)
u^*, u_{star}	$\frac{m}{s}$	alternative Schergeschwindigkeit in ANSYS CFX
v	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit in y-Richtung orthogonal zur Wand
x	m	Ortsvariable entlang der Wand
y	m	Ortsvariable senkrecht der Wand
y^+, y_{plus}		dimensionsloser Wandabstand
Y_i		Massenbruch der Spezies i
$Y_{i,\tau}$		Referenzmassenbruchs (vgl. Gleichung 2.17)

Griechische Symbole

<u>Symbol</u>	<u>Einheit</u>	<u>Definition</u>
α		Parameter in Kader (<i>Kader 1981, S. 1543</i>)
β		Parameter in Kader (<i>Kader 1981, S. 1543</i>)
β^*		Konstante im k- ω Turbulenzmodell
Γ		Parameter in Popovac (<i>Popovac und Hanjalic 2007, S. 179</i>)
δ_{ij}		Kronecker-Delta (1 für $i = j$, 0 für $i \neq j$)
δ_s^+		dimensionslose Dicke der viskosen Unterschicht (Gleichung 2.41)
ε	$\frac{m^2}{s^3}$	turbulente Dissipation
Δn		Breite der ersten Gitterzelle (Abstand des ersten Knotens auf der Wand zum ersten Knoten in der Strömungsdomäne)
κ		Karman-Konstante $\sim 0,4$
λ	$\frac{W}{m K}$	thermische Leitfähigkeit
μ_{mol}	$\frac{kg}{m s}$ oder $Pa s$	molekulare dynamische Viskosität
μ_{tur}	$\frac{kg}{m s}$	turbulente Viskosität
ν	$\frac{m^2}{s}$	kinematische Viskosität $\nu = \mu_{mol}/\rho$
φ		allgemeine Strömungsvariable (z.B.: u , T , Y_i)
ρ	$\frac{kg}{m^3}$	Dichte
$\sigma_k \sigma_\varepsilon$		Konstanten im k- ε und k- ω Turbulenzmodell
τ	$\frac{N}{m^2}$	Schubspannung
τ_w	$\frac{N}{m^2}$	Wandschubspannung (engl. wall shear stress)
ω	$1/s$	Energie-Dissipations-Rate

Superskripte der Symbole

<u>Zeichen</u>	<u>Erläuterung</u>
φ^+	Variable in dimensionsloser Form (Definition in Gleichung 2.9)
$\bar{\varphi}$	Reynolds-gemittelte Variable
$\tilde{\varphi}$	Favre-gemittelte Variable
φ'	fluktuierender Anteil einer gemittelten Variable
φ''	flächenbezogene Variable
φ'''	volumenbezogene Variable

Subskripte der Symbole

<u>Zeichen</u>	<u>Erläuterung</u>
<i>AV</i>	Additional Variable (englisch für zusätzliche Variable in CFX)
<i>dx</i>	Gradient der Variable in x-Richtung
<i>e</i>	Energie
<i>H2O</i>	Wasserdampfspezies im Fluid
<i>i</i>	Index (Spezies oder Raumrichtung)
<i>j</i>	Index (Raumrichtung)
<i>latent</i>	Enthalpie (h) des Phasenübergangs bei konstanter Temperatur (hier Verdampfungsenthalpie)
<i>log</i>	logarithmisch
<i>m</i>	Masse
<i>mix</i>	gemittelte Größe der Gasmischung (engl. mixture)
<i>ref</i>	Referenzwert (Definition in Gleichung 2.9)
<i>sensibel</i>	Enthalpiestrom (h) aufgrund des Temperaturgradienten (siehe latente Wärme)
<i>suc</i>	wandnormaler Stoffstrom (engl. suction)
<i>tur</i>	turbulent
<i>vertex</i>	Variable bezieht sich auf den ersten Knoten in der Domäne
<i>vis</i>	viskos
<i>w</i>	Wand

1 Einleitung

Das oberste Schutzziel einer kerntechnischen Anlage ist der Rückhalt der radioaktiven Stoffe aus der Biosphäre. Der Einschluss der radioaktiven Spaltprodukte wird technisch, hier am Beispiel eines Druckwasserreaktors, durch mehrere Barrieren gewährleistet. Dabei werden die radioaktiven Stoffe zunächst in der Matrix der Brennstoffpellets und von den Brennstabhüllrohren eingeschlossen. Die zweite Barriere bildet der gesamte Primärkreislauf, in dem Wasser als Kühlmittel bei 160 bar und bis zu 325°C zur Wärmeabfuhr von den Brennelementen zirkuliert. Die dritte Barriere ist der Sicherheitsbehälter, bestehend aus einer Stahlkugel mit 70 m Durchmesser und einem außen umschließenden Betonmantel, in dem im Normalbetrieb Umgebungsbedingungen vorliegen (*Allelein 2016, S. 7*). Durch einen Kühlmittelverluststörfall können die ersten beiden Barrieren versagen, sodass das Kühlmittel als Wasserdampf und das radioaktive Inventar aus dem Reaktorkern in den Sicherheitsbehälter gelangen und dadurch der Druck bis zum Auslegungsdruck von 6 bar ansteigt (*Allelein 2016, S. 66*). Durch die Wechselwirkungen des Wasserdampfes mit den Brennelementhüllrohren und der Schmelze mit den Betonstrukturen entsteht im Sicherheitsbehälter neben dem vorhandenen N_2 , O_2 und H_2O auch CO , CO_2 und H_2 , sodass es lokal zu zündfähigen Gemischen kommen kann. Insgesamt erzeugen sowohl die heißen Gase als auch die potenzielle Verbrennung des Wasserstoffes langfristige bzw. auch kurzfristige Drucklasten, die die Integrität der letzten Barriere gefährden und eine radioaktive Freisetzung ermöglichen (*Allelein 2016, S. 78*).

Für den Bau und Betrieb von technischen Anlagen und Systemen muss gewährleistet werden, dass sich das Risiko von Schäden an der Anlage, dem Betriebspersonal und der Bevölkerung unter einem durch Gesellschaft und Politik festgelegten Niveau befindet. Mit Sicherheitsanalysen werden sowohl bestehende Risiken bewertet als auch Maßnahmen zur weiteren Minimierung von Risiken identifiziert. Bisher wurden zur numerischen Analyse der Atmosphäre im Sicherheitsbehälter nach einem Kühlmittelverluststörfall ausschließlich Lumped-Parameter-Codes verwendet, da diese mit vergleichsweise groben Nodalisationen und somit kurzen Rechenzeiten belastbare Ergebnisse für integrale Größen wie den Gesamtdruck liefern und parametrische Analysen ermöglichen. In Zukunft sollen jedoch auch räumlich hochauflösende numerische Strömungssimulationen (engl. Computational Fluid Dynamics, kurz: CFD) eingesetzt werden, sodass genauere Vorhersagen der Transportvorgänge, Gemischzusammensetzungen und somit der potentiellen Verbrennungslasten im Sicherheitsbehälter möglich sind (*GRS 2013, S. 10*).

Damit belastbare Sicherheitsanalysen mit CFD-Methoden in technisch relevanten Rechenzeiten durchgeführt werden können, müssen die aktuellen Gitteranforderungen reduziert werden, ohne dass dadurch ein Informationsverlust entsteht (*Pieringer und Sanz 2005, S. 1090*). An den Wänden werden besonders feine Gitterauflösungen benötigt, da sich Strömungen hier stark ändern, wodurch bei zu groben Gittern die Differenzen bzw. Gradienten zwischen den einzelnen Zellen für eine gute numerische Lösung zu groß werden. Für einphasige Gasströmungen existiert dafür das Wandfunktionskonzept, welches die sonst notwendigen wandnahen feinen Gitterzellen durch

eine Modellierung überbrückt (*ANSYS 2012, Kap. 2.8.1*). Eine wesentliche Erkenntnis aus dem International Standard Problem (ISP) 47 war, dass die aktuelle Wandfunktionsimplementierung, wie sie von ANSYS mit dem Automatic Wall Treatment (AWT) angeboten wird, für eine belastbare CFD-Rechnung eines Kühlmittelverluststörfalls nicht ausreicht. Vielmehr sind für die anvisierten CFD-Störfallsimulationen Entwicklungen in der Wandbehandlung erforderlich, die eine ausreichende Modellierung der Grenzschicht besonders bei natürlicher Konvektion und Kondensation gewährleisten (*Allelein et al. 2007, S. 75*).

Wasserdampfkondensation, die auch beim AWT vernachlässigt wird, beeinflusst durch drei Effekte die Verteilung des Wasserdampf-Wasserstoff-Luft-Gemisches im Sicherheitsbehälter und die damit einhergehende Zündfähigkeit maßgeblich. Erstens steigt die Wasserstoffkonzentration lokal an, da sich aufgrund des auskondensierten Wasserdampfes die inertisierende Wirkung des Dampfes verringert. Zweitens werden durch Kondensation große Wärmemengen an die kalten Strukturelemente abgeführt. Drittens treten Auftriebskräfte auf, die mit Geschwindigkeiten von einigen m/s eine Durchmischung der gesamten Atmosphäre im Sicherheitsbehälter durch natürliche Konvektion forcieren (*Ambrosini et al. 2014*). Daher muss die Wirkung der Wandkondensation in der Wandmodellierung der CFD-Simulationen berücksichtigt werden.

Für die Modellierung der Wasserdampfkondensation an kalten Wänden sind zwei Einflüsse wichtig, die von einem Wandmodell für Störfallsimulationen abgebildet werden müssen. Zum einen wird bei Kondensation eine wandnormale Geschwindigkeit (engl. suction) aus der Hauptströmung zur Wand aufgeprägt, die sowohl Impuls, Energie als auch Masse transportiert und das Grenzschichtprofil verändert. Zum anderen verursacht das sich einstellende wandnormale Dichteprofil wiederum Auftriebskräfte in der Grenzschicht, welche bei Kondensationsprozessen durch die Temperatur- und die Massenbruchprofile entstehen und ebenfalls die wandnormalen Grenzschichtprofile beeinflussen. Für beide Einflüsse (wandnormale Geschwindigkeiten und Auftrieb) existieren bisher einzelne Funktionen, die aber nicht in der notwendigen Komplexität erweiterbar oder kombinierbar sind, um eine ausreichende Modellierung der Grenzschicht für einen Kühlmittelverluststörfall zu gewährleisten.

Für zukünftige CFD-Simulationen von Störfällen soll daher eine neue Wandfunktion entwickelt werden, die sowohl Wärme- und Stofftransport als auch die zugehörigen Auftriebseffekte berücksichtigt. Hierfür muss zum einen ein Wandfunktionskonzept erstellt werden, welches erlaubt, die komplexen Vorgänge bei Kondensation in der Grenzschicht abzubilden und das trotzdem in bestehende CFD-Codes integriert werden kann. Danach sind die Vorgänge in der Grenzschicht zu modellieren und das Grenzschichtmodell anhand von CFD-Feingitterrechnungen zu verifizieren. Das verifizierte Modell muss an einen bestehenden CFD-Code gekoppelt werden und die Wirkungsweise des Wandfunktionskonzepts anschließend für die modellierten Einflüsse anhand der vorhandenen CFD-Feingitterrechnungen bestätigt werden. Fallen diese Tests positiv aus, ist die Implementierung für den produktiven Einsatz in großen Störfallsimulationen in Bezug auf Geschwindigkeit und Stabilität zu optimieren. Parallel dazu ist die Wandfunktion in einem

breiten Parameterfeld exzessiv zu testen, wobei die Ergebnisse mit CFD-Feingitterlösungen systematisch verglichen werden. Aus den Erkenntnissen der systematischen Auswertung sind geeignete Messreihen zu entwerfen, um eine Validierung der Wandfunktion an experimentellen Daten vornehmen und die vollständige Entwicklung einer neuen Wandfunktion abschließen zu können.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Konzepterstellung, die Grenzschichtmodellierung, die Modellverifizierung, die erste Implementierung und die Plausibilitätsprüfung einer neuen Wandfunktion.

Die in dieser Arbeit vorgestellte parametrische Wandfunktion basiert auf den stationären Grenzschichtgleichungen für den x-Impuls, die Energie und den Dampfmassenbruch, wie sie auch im CFD-Code verwendet werden. Sie berücksichtigt in der Modellierung sowohl wandnormale Geschwindigkeiten, als auch Auftriebseinflüsse und kann zukünftig auch mit zusätzlichen Einflüssen erweitert werden. Aufgrund der wenigen vorgenommenen Vereinfachungen ergibt sich aus den Erhaltungsgleichungen ein nur numerisch lösbares Differentialgleichungssystem. Die numerische Lösung des Gleichungssystems wird mit Hilfe des Computeralgebrasystems Maple für einen Parametersatz von Einflussfaktoren als von der Wand startendes Integral bestimmen. Diese Fully-Integrated-BoUndary-LAYer-Lösung, kurz FIBULA-Lösung, wird für viele Parametervariationen in Datenmatrizen gespeichert und ANSYS CFX über eine Fortran-Interpolationsroutine für den CFD-Lösungsprozess zur Verfügung gestellt. Die FIBULA-Geschwindigkeitslösungen werden über die Wandfunktionsschnittstelle von CFX in die CFD-Rechnung eingebunden und beeinflussen die Berechnung der Wandschubspannung. Die FIBULA-Massenbruchlösung beeinflusst das Kondensationsmodell, um die Berechnung der Kondensationsrate auf groben Gittern zu verbessern.

Für die zukünftige Modellvalidierung existieren bisher keine systematischen experimentellen Daten, die die Wandprozesse ausreichend detailliert unter Kondensationseinfluss darstellen können. Mit den Ergebnissen der CONAN-Anlage in Pisa konnten aktuelle Wandkondensationsmodelle für feine Gitter auf integraler Basis validiert werden (*Ambrosini et al. 2013*). Für die aktuelle Modellentwicklung auf groben Gittern wurde daher die SETCOM-Versuchsanlage in Jülich konstruiert, die für kommende Arbeiten systematische experimentelle Daten mit Grenzschichtauflösung liefern soll, um die Modellvalidierung mit experimentellen Daten für die Wandfunktionsentwicklung abzuschließen (*Belt et al. 2014*).

In Kapitel 2 (Theoretische Grundlagen) werden die Grundgleichungen erläutert, die in CFD-Codes verwendet und für die Herleitung von Wandfunktionen benötigt werden. Des Weiteren wird die hier verwendete Entdimensionalisierung diskutiert und die Grundlagen der verwendeten Turbulenzmodelle erklärt.

In Kapitel 3 (Stand der Technik) wird zuerst die Funktionsweise von Wandfunktionen erklärt (Kapitel 3.1) und danach die Herleitung und die Vereinfachungen der Standardwandfunktion gezeigt (Kapitel 3.2). Anschließend werden die Modellfehler bei der Anwendung dieser

Standardwandfunktion mit Kondensationsvorgängen oder bei Teileffekten von Kondensation thematisiert (Kapitel 3.4). Ebenfalls wird auf neuere, erweiterte Wandfunktionen eingegangen und es werden die Gründe dargelegt, warum diese nicht für die Kondensationsmodellierung angewendet werden (Kapitel 3.5).

In Kapitel 4 (Modellierung der FIBULA-Lösungen) werden die Entdimensionalisierung der notwendigen Gleichungen für die FIBULA-Modellierung und die Vorbereitung des Cebeci-Turbulenzmodells auf die Anwendung mit Gravitationseinfluss erläutert. Danach wird die numerische Lösung der Gleichungen für die dimensionslosen Variablen Geschwindigkeit, Temperatur und Dampfmassenanteil erklärt.

In Kapitel 5 (Einflüsse auf die Grenzschicht und Validierung der FIBULA-Lösung) werden die Einflüsse auf die Grenzschicht, die unter Einfluss von Kondensation auftreten können, diskutiert und gewichtet. Parallel hierzu werden die FIBULA-Lösungen mit CFD-Feingitterrechnungen verglichen und anhand dieser validiert.

In Kapitel 6 (Implementierung der FIBULA-Wandfunktion) wird erläutert, wie die in Kapitel 4 erläuterten FIBULA-Lösungen in einem Datenkennfeld gespeichert und bei Bedarf wieder ausgelesen werden können. Außerdem wird erklärt, wie die FIBULA-Lösungen in CFX als Wandfunktion implementiert werden und die Dampfmassenbruchlösung im Kondensationsmodell genutzt wird.

In Kapitel 7 (Plausibilisierung der FIBULA-Wandfunktion in ANSYS CFX) werden die Ergebnisse der FIBULA-Wandfunktion in ihrem Zielanwendungsgebiet bei CFD-Rechnungen mit groben Gittern beschrieben. Die Wirkungsweise wird sowohl ohne Kondensationsmodell bei festen wandnormalen Geschwindigkeiten als auch mit Auftriebseinfluss sowie mit Kondensationsmodell getestet.

Abschließend folgen die Zusammenfassung und ein Ausblick in Kapitel 8.

Diese Arbeit ist im Kontext des BMWi-Projekts 1501407 entstanden und verwendet Grundlagen aus diesem Projekt (*Allelein et al. 2016*). Die Konzeptidee der numerischen Wandfunktion wurde dabei im Zuge eines Forschungsaufenthalts bei der CEA Saclay im Rahmen des SARNET Mobility Programms entwickelt und ist danach systematisch erweitert worden (*Lehmkuhl 2013*).

2 Theoretische Grundlagen

Im Allgemeinen stellen Wandfunktion bei einphasigen CFD-Rechnungen die Wandrandbedingungen zur Verfügung. Dabei modelliert die Wandfunktion anders als bei einer fein aufgelösten Rechnung nicht die physikalischen Randbedingungen an der Wand, sondern einen Zustand in der Strömung ($y > 0$ m), der die Wandrandbedingung bei $y = 0$ m berücksichtigt. Dadurch wird der wandnahe Bereich als Wandfunktion modelliert und in der CFD-Rechnung überbrückt, um gröbere Gitterauflösungen an der Wand mit möglichst wenig Genauigkeitsverlust zu realisieren (vgl. Kapitel 3.1).

Das Gleichungssystem der physikalischen Strömungsgleichungen ist dreidimensional analytisch nicht lösbar. Daher wird das Gleichungssystem im CFD-Code räumlich diskretisiert, auf den einzelnen Zellen linearisiert und als gekoppeltes Gleichungssystem iterativ gelöst. Mit den eindimensionalen Vereinfachungen, die sich durch die Nähe zur Wand ergeben, lassen sich jedoch theoretisch Lösungen gewinnen, um den Zustand in der Strömung als Funktion darzustellen. Aktuell werden diese Gleichungen für die Wandfunktionsableitung sehr stark vereinfacht, sodass sie nur für isotherme und kondensationsfreie Strömungen ohne große Fehler anwendbar sind (siehe Kapitel 3.4).

Das Ziel dieser Arbeit ist die prototypische Entwicklung einer Wandfunktion, die auf die meisten Vereinfachungen verzichtet, um für den komplexen Prozess der Kondensation eine adäquate Modellierung der wandnahen Bereiche bereitzustellen.

In diesem Grundlagenkapitel werden daher zunächst die Gleichungen vorgestellt, die den CFD-Codes und auch den Lösungen für die Wandfunktionen zugrunde liegen. Dies sind zum einen die Erhaltungsgleichungen (Kapitel 2.1), sowie die sich aus der Turbulenzmodellierung ergebenden Gleichungen (Kapitel 2.3). Da die Wandfunktionsmodellierung dimensionslos durchgeführt wird, wird in Kapitel 2.2 die Vorgehensweise der hier verwendeten Entdimensionalisierung vorgestellt.

2.1 Grundgleichungen

Die Basis der Strömungsberechnung sind die Bilanzen von Masse, Impuls und Energie. Diese können in differentieller Form an einem infinitesimal kleinen Volumenelement hergeleitet werden (*Lecheler 2011, S. 12*). Werden noch weitere Beziehungen für die Stoffeigenschaften eingesetzt, werden die Masse- und Impulsgleichungen als Navier-Stokes-Gleichungen bezeichnet und sind numerisch lösbar. Für die Ableitung und Implementierung von Wandfunktionen wird generell angenommen, dass sich die Strömung in einem gedrehten Koordinatensystem in x-Richtung entlang der Wand bewegt und es keine Strömung in z-Richtung gibt.

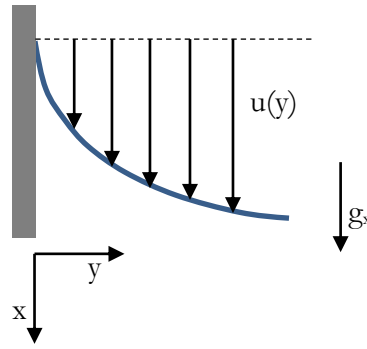


Abbildung 2-1 Skizze der angenommenen Strömung im Koordinatensystem

Auch der Impuls senkrecht zur Wand in y-Richtung wird vernachlässigt. Da sich diese Arbeit nur mit der Berechnung der Strömung in Wandnähe beschäftigt, werden im Folgenden nur die Grenzschichtgleichungen für Masse, x-Impuls, Energie und Stoffkonzentration in der zweidimensionalen Vereinfachung betrachtet.

2.1.1 Kontinuitätsgleichung

Die einfachste Grundgleichung, hier noch ohne die Grenzschichtvereinfachungen, ist die Massenbilanz (Gleichung 2.1). Sie beschreibt den Transport und die Ansammlung von Masse in differentieller Form. Die volumenbezogene Masse bzw. Dichte ρ wird von den Geschwindigkeiten u und v in den Raumrichtungen x und y transportiert oder über die Zeit t angesammelt. Ein volumetrischer Massenquellterm \dot{S}_m''' kann diese Differentialgleichung ebenfalls verändern.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho(x, y)) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho(x, y) u(x, y)) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho(x, y) v(x, y)) = \dot{S}_m''' \quad (2.1)$$

Bei allen in dieser Arbeit angesprochenen Wandfunktionen wird eine voll ausgebildete Strömung angenommen (vgl. Kapitel 3.5), sodass alle Variablen nicht von der Lauflänge x , sondern nur vom Wandabstand y abhängen (Gleichung 2.2). Sollen Einlaufeffekte modelliert werden ist diese Annahme nicht mehr zulässig (Kapitel 5.6). Eine mögliche Implementierung in die FIBULA kann in aufbauenden Arbeiten durchgeführt werden und wird in Kapitel 4.1.4.1 angesprochen.

$$\begin{aligned} \rho(x, y) &= \rho(y) \\ u(x, y) &= u(y) \\ v(x, y) &= v(y) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Mit diesen Annahmen (Gleichung 2.2), einer stationären Strömung und einer vernachlässigten Volumenquelle $\dot{S}_m''' = 0$, vereinfacht sich die Massenerhaltung 2.1 als Grenzschichtgleichung weiter zu Gleichung 2.3, wie sie im Weiteren verwendet wird.

$$\frac{\partial}{\partial y}(\rho(y) v(y)) = 0 \quad (2.3)$$

2.1.2 Impulsgleichung

Zur Berechnung der Geschwindigkeitsgrenzschicht ist in erster Linie die Impulsgleichung in Strömungsrichtung entscheidend. Der Impulstransport in die beiden anderen Raumrichtungen wird für die Ableitung von wandnormalen Geschwindigkeitsprofilen an der Wand zunächst vernachlässigt. Mit den Annahmen einer ausgebildeten Strömung aus Gleichung 2.2 ergibt sich die Impulsgleichung in x-Richtung entlang einer Wand (Gleichung 2.4). Die Herleitung erfolgt dabei über eine Kräftebilanz in Strömungsrichtung (x) an einem infinitesimalen Volumenelement (*Lecheler 2011, S. 12*). Genauso wie bei der Massenerhaltung bilanziert wird, wieviel Masse pro Volumen (Dichte ρ) über die Seiten eingetragen wird, wird bei der Impulsgleichung bilanziert, wieviel volumenspezifischer Impuls (ρu) über die Seitenflächen konvektiv übertragen wird und wie dieser durch Kräfte (Schubspannung τ_{xy} über die molekulare Viskosität μ_{mol} aus Gleichung 2.6 und der Druck p) verteilt wird, bzw. über die Zeit angesammelt wird (siehe Abbildung 2-2).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho(y) u(y)) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho(y) u(y) v(y)) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{\text{mol}} \frac{\partial}{\partial y} u(y) \right) = - \frac{dp_{\text{abs}}(x, y)}{dx} + \rho(y) g_x \quad (2.4)$$

Die rechte Seite der Impulsgleichung 2.4 enthält alle äußeren Kräfte, die auf das Fluid wirken und wird manchmal in dieser Arbeit zur Gesamtkraft F_x zusammengefasst. Dazu gehören der Druckgradient und die volumetrische Gravitationskraft g_x . Der erste Term auf der linken Seite der Gleichung beschreibt die zeitliche Ansammlung von Impuls im Kontrollvolumen. Die anderen Terme auf der linken Seite beschreiben den Impulstransport entweder durch Konvektion oder Viskosität.

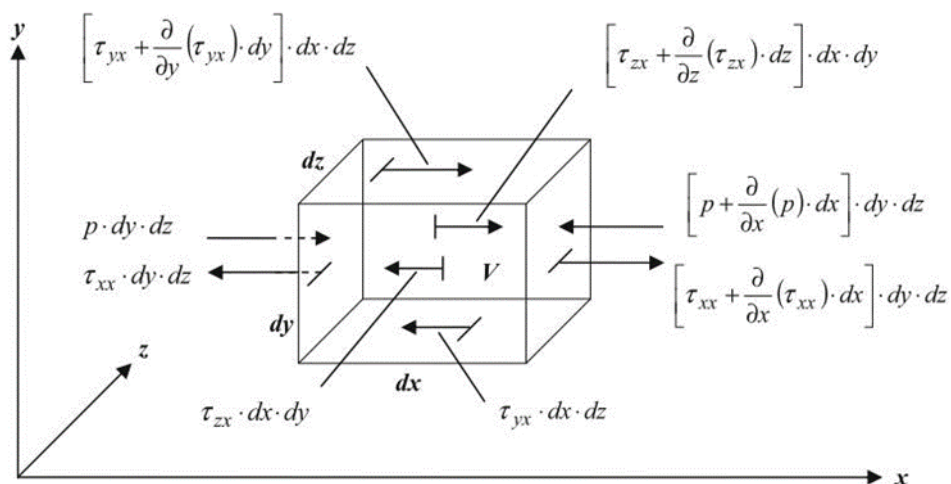


Abbildung 2-2 Kräftebilanz zur Herleitung der Impulsgleichung an einem infinitesimal kleinen Volumenelement (*Lecheler 2011, S. 12*)

Zu der Herleitung für die Impulsgleichung 2.4 werden Beziehungen für das Verhalten des Fluids benötigt. Diese Beziehungen sind die thermische Zustandsgleichung 2.5, gegebenenfalls Abhängigkeiten der Stoffwerte von der Temperatur und die Stokes'schen Beziehungen 2.6, die eine Beziehung der Schubspannungen mit den Geschwindigkeitsgradienten im Fluid herstellen (*Lecheler 2011, S. 22*).

$$p = \rho \cdot R \cdot T \quad (2.5)$$

Schubspannungen τ_{xy} treten im Fluid durch die molekulare Viskosität μ_{mol} auf (Gleichung 2.6).

$$\tau_{yx}(y) = \mu_{\text{mol}} \left(\frac{\partial}{\partial x} v(x, y, t) + \frac{\partial}{\partial y} u(x, y, t) \right) \quad (2.6)$$

In dreidimensionaler Form ist die Impulsgleichung 2.4 ein Teil der Navier-Stokes-Gleichungen.

2.1.3 Stofftransportgleichung

Die Stofftransportgleichung ist vergleichbar mit der Kontinuitätsgleichung 2.3 aber anstatt der volumenbezogenen Masse ρ wird die volumenbezogene Speziesmasse ρY_i mit dem zugehörigen Speziesmassenbruch Y_i konvektiv transportiert. Zusätzlich wird, analog zum volumenbezogenen Impuls ρu in der Impulsgleichung 2.4, volumenbezogene Speziesmasse ρY_i auch diffusiv in der Grenzschicht transportiert. Die molekulare Viskosität μ_{mol} entspricht dabei der Diffusivität einer Spezies ρD_i mit der Diffusionskonstante D_i der Spezies i . Anstatt der Impulsquellen wie Wandschubspannung, Druckgradient und Gravitation sind in der Stofftransportgleichung 2.7 flächenbezogene $\dot{S}_{m,i}''$ bzw. volumetrische Speziesquellen $\dot{S}_{m,i}'''$. Ein Kondensationsmassenstrom entspricht einer flächenbezogenen Speziessenkke.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho(y) Y_i(y)) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho(y) v(y) Y_i(y)) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho(y) D_i \frac{\partial}{\partial y} Y_i(y) \right) = \frac{\partial}{\partial y} \dot{S}_{m,i}''(y) + \dot{S}_{m,i}'''(y) \quad (2.7)$$

Stofftransport durch Thermodiffusion, Druckdiffusion und aufgrund äußerer Felder werden hier vernachlässigt (*Peters 2006, S. 146*).

2.1.4 Energiegleichung

Die Energiegleichung 2.8 ist sehr ähnlich wie die Stofftransportgleichung 2.7 aufgebaut und wird analog hergeleitet. Anstelle der Speziesmasse wird hier die Enthalpie $h_i = c_{p,i} T$ als Produkt aus spezifischer Wärmekapazität $c_{p,i}$ und Temperatur T in der Grenzschicht transportiert und die Massenquellen werden durch Energiequellen ersetzt.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho(y) c_p(y) T(y)) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho(y) v(y) c_p(y) T(y)) \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(y) \frac{\partial}{\partial y} T(y) + \sum_i c_{p,i}(y) T(y) \cdot \rho(y) D_i \frac{\partial}{\partial y} Y_i(y) \right) \\ = \frac{\partial}{\partial y} \dot{Q}''(y) + \dot{S}_e'''(y) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Auf der rechten Gleichungsseite stehen die flächen- und volumenbezogenen Energiequellen (\dot{Q}'' und \dot{S}_e'''). Auf der linken Seite der Gleichung sind zeitliche Veränderung und die Transportterme

aufgelistet. Vernachlässigt werden in Gleichung 2.8 die bereits beim Stofftransport vernachlässigten Stoffströme, als auch die durch Druckarbeit hinzugefügte mechanische Energie (Peters 2006, S. 141).

Eine Besonderheit ist hier neben dem konvektiven und diffusiven Wärmetransport, die Mehrkomponenten-Energiediffusion, die als Summe über alle Komponenten oder Spezies in die Energiegleichung 2.8 eingeht. Durch den Stofftransport jeder Spezies, wie er jeweils mit Gleichung 2.7 berechnet werden kann, wird auch die Enthalpie jeder Spezies $c_{p,i} T$ einzeln in der Grenzschicht transportiert (Peters 2006, S. 147). Sind die Stoffwerte und hier besonders die Wärmekapazität $c_{p,i}$ der einzelnen Spezies unterschiedlich, führt dies zu einem Wärmestrom durch Konzentrationsunterschiede der Spezies und einer Verschiebung des Temperaturprofils in der Grenzschicht (siehe Kapitel 5.9).

2.2 Entdimensionalisierung

Die dimensionalen und dimensionslosen Formen der Navier-Stokes-Gleichungen sind ineinander umwandelbar. Die direkten physikalischen Gesetze sind in der dimensional Form zu sehen, an der auch die allgemeine Herleitung der Bilanzgleichungen vorgenommen werden. Da in dieser Arbeit auch analytische Überlegungen und Vergleiche verwendet werden, ist eine dimensionslose Form wichtig (Ferziger und Peric 2008, S. 14). In der dimensionslosen Form können Parameter zusammengefasst und Ergebnisse skaliert werden. Auch die Implementierung der Wandfunktion wird in dimensionsloser Form durchgeführt, da durch die geringere Parameteranzahl der Aufwand der Berechnungen minimiert wird. Auch bei der Implementierung werden die Wandfunktionswerte in dimensionsloser Form von CFX erwartet. Daher wird in dieser Arbeit in den meisten Formeln und Graphen die dimensionslose Form gewählt.

Zur Erstellung von dimensionslosen Gleichungen werden alle dimensional Variablen φ durch dimensionslose Variablen φ^+ ersetzt, wobei folgendes Schema (Gleichung 2.9) für die Definition verwendet wird:

$$\varphi(y) = \pm \varphi^+(y) \cdot \varphi_{ref} + \varphi_w \quad (2.9)$$

Die dimensionslose Variable φ^+ ist durch die Verschiebung mit dem dimensional Wandwert φ_w bei $y = 0$ auch null ($\varphi^+(0) = 0$) und steigt skaliert mit dem Referenzwert φ_{ref} an. Zur Berechnung der dimensionslosen Variable φ^+ wird Gleichung 2.9 umgeformt.

$$\pm \varphi^+(y) = \frac{\varphi(y) - \varphi_w}{\varphi_{ref}} \quad (2.10)$$

Die Wahl des Vorzeichens und der Referenzwerte ist dabei eine Konventionsfrage. Diese Arbeit orientiert sich an den Definitionen von Kader, Laurien und der CFX-Dokumentation (Kader 1981, S. 1541), (Laurien 2010, S. 30), (ANSYS 2012, Kap. 2.8.1.5). Das heißt Referenzwerte sind positiv und

Variablen werden im Regelfall positiv in Gleichung 2.9 eingebracht. Die Ausnahmen sind hier die Temperatur und der Massenbruch, da bei diesen durch einen negativen Wärmestrom (bzw. Massenstrom) ein positiver Temperaturgradient (bzw. Massenbruchgradient) erzeugt wird. (siehe Gleichung 4.1, 4.3, 4.5)

2.2.1 Referenzwerte

Die Referenzwerte φ_{ref} werden für die Entdimensionalisierung aus physikalischen Parametern oder Eigenschaften zusammengesetzt, die sich aus der konkreten Situation an der Wand ergeben. So wird vermieden, dass später Werte abgefragt werden, die dem CFD-Code nicht ohne zusätzliche Definition/Programmierung bekannt sind, wie zum Beispiel eine durchschnittliche Eintrittsgeschwindigkeit in einem Strömungskanal. Auch der Wandwert φ_w , im Speziellen die Wandtemperatur T_w , wird später durch die Definition des dimensionslosen Wandwärmestroms q_w^+ entfernt (Gleichung 2.16).

Generell werden zur Entdimensionalisierung hier folgende Werte an der Wand verwendet. Die dynamische Viskosität $\mu_{\text{mol},w}$, die Dichte des Fluids ρ_w , die Wandschubspannung $|\tau_w|$, die Wärmekapazität $c_{p,w}$ und die thermische Leitfähigkeit λ .

So kann als Referenzwert φ_{ref} zur Entdimensionalisierung des Wandabstands y die Referenzlänge L_{ref} aus Gleichung 2.11 verwendet werden.

$$L_{\text{ref}} = \frac{\mu_{\text{mol},w}}{\sqrt{|\tau_w|} \cdot \rho_w} \quad (2.11)$$

Zur Entdimensionalisierung von Geschwindigkeiten (u und v) wird als Referenzgeschwindigkeit die Schergeschwindigkeit u_τ (engl. „friction velocity“) verwendet, die sich aus der Wandschubspannung $|\tau_w|$ berechnet (Gleichung 2.12) und somit auch ein Maß für die auftretenden Kräfte an der Wand ist:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{|\tau_w|}{\rho_w}} \quad (2.12)$$

Der dimensionslose Wandabstand y^+ und die dimensionslose Geschwindigkeit u^+ werden daher nach Gleichung 2.13 und 2.14 berechnet, wobei die Wandwerte φ_w aus Gleichung 2.10 für den Wandabstand und die Geschwindigkeit jeweils null sind und entfallen.

$$y^+ = y \frac{\sqrt{|\tau_w|} \cdot \rho_w}{\mu_{\text{mol},w}} = y \frac{u_\tau \cdot \rho_w}{\mu_{\text{mol},w}} \quad (2.13)$$

$$u^+ = u \frac{1}{u_\tau} = u \sqrt{\frac{\rho_w}{|\tau_w|}} \quad (2.14)$$

Das Temperatur-Pendant zur Schergeschwindigkeit u_τ ist die Referenztemperatur T_τ (engl. friction temperature) und errechnet sich aus dem Wandwärmestrom \dot{q}_w'' (Gleichung 2.15) (Kader 1981, S. 1541).

$$T_\tau = \frac{\dot{q}_w''}{\rho_w \cdot c_{p,w} \cdot u_\tau} \quad (2.15)$$

In der Energiegleichung wird außerdem der dimensionslose Wandwärmestrom q_w^+ als Parameter eingeführt, um die Wandtemperatur T_w bei der Entdimensionalisierung entfernen zu können.

$$q_w^+ = \frac{T_\tau}{T_w} = \frac{\dot{q}_w''}{\rho_w \cdot c_{p,w} \cdot u_\tau \cdot T_w} \quad (2.16)$$

Analog zur Temperatur wird für die Stofftransportgleichung ein Referenzmassenbruch der Spezies i an der Wand $Y_{i,\tau}$ verwendet.

$$Y_{i,\tau} = \frac{\dot{m}_{i,w}''}{\rho_w \cdot u_\tau} \quad (2.17)$$

Auf diese Art kann auch der Massenbruch an der Wand, durch den dimensionslosen flächenbezogenen Massenstrom an der Wand $\dot{m}_{i,w}^+$ ausgedrückt werden.

$$\dot{m}_{i,w}^+ = \frac{Y_{i,\tau}}{Y_{i,w}} = \frac{\dot{m}_{i,w}''}{\rho_w \cdot u_\tau \cdot Y_{i,w}} \quad (2.18)$$

Die dimensionslosen Stoffwerte und Eigenschaften werden, sofern diese nicht konstant eins sind, direkt mit den Wandwerten entdimensionalisiert.

$$\rho(y) = \rho^+(y^+) \cdot \rho_w \quad (2.19)$$

$$\mu_{mol}(y) = \mu_{mol}^+(y^+) \cdot \mu_{mol,w} \quad (2.20)$$

$$\lambda(y) = \lambda^+(y^+) \cdot \lambda_w \quad (2.21)$$

$$c_p(y) = c_p^+(y^+) \cdot c_{p,w} \quad (2.22)$$

2.2.2 Dimensionslose Kennzahlen

Durch die Referenzwerte entstehen bei der Entdimensionalisierung in den Erhaltungsgleichungen für dimensionslose Variablen konstante Vorfaktoren, die wiederum dimensionslos sind. Diese Vorfaktoren enthalten Stoffwerte und sind dimensionslose Kennzahlen, die die dimensionslosen Erhaltungsgleichungen skalieren.

In der dimensionslosen Energiegleichung 4.4 tritt daher das Reziprok der Prandtl-Zahl an der Wand Pr_w auf. Die Prandtl-Zahl berechnet sich aus den Stoffdaten des Fluids und kann z.B. für Dampf-/Luftgemische je nach Zusammensetzung zwischen 0,71 für reine Luft und 0,98 für reinen Dampf variieren (Gleichung 2.23). Die Prandtl-Zahl drückt somit das Verhältnis zwischen Impuls- und Energietransport im Fluid aus (vgl. Kapitel 5.2).

$$Pr = \frac{\mu_{mol} \cdot c_p}{\lambda} \quad (2.23)$$

In der dimensionslosen Stofftransportgleichung 4.6 verbleibt ähnlich zur Prandtl-Zahl die Schmidt-Zahl als Wandwert Sc_w , da auch diese Differentialgleichung mit den Wandwerten entdimensionalisiert wird. Allgemein berechnet sich die Schmidt-Zahl nach Gleichung 2.24.

$$Sc = \frac{\mu_{mol}}{\rho \cdot D_i} \quad (2.24)$$

2.2.3 Dimensionslose Parameter

Nach der Entdimensionalisierung mit den dimensionslosen Kennzahlen entfallen in den Erhaltungsgleichungen alle dimensional Vorfaktoren der Variablen u , v , T und Y_i .

Allerdings verbleiben in der Impulsgleichung 2.4 noch zwei Terme die aus verschiedenen Werten zusammengesetzt werden können. Der Gravitations- und der Druckterm werden hier so entdimensionalisiert, dass p_{dx}^+ und g_x^+ als dimensionslose Parameter in der dimensionslosen Impulsgleichung übrig bleiben (Gleichung 2.25 und 2.26).

$$g_x = g_x^+ \frac{u_\tau^3 \cdot \rho_w}{\mu_{mol,w}} \quad (2.25)$$

$$\frac{dp_{abs}(x,y)}{dx} = p_{dx,abs}^+ \frac{u_\tau^3 \cdot \rho_w^2}{\mu_{mol,w}} \quad (2.26)$$

Auf die genaue Verwendung der einzelnen Druckdefinitionen in CFX wird in Kapitel 4.2.3 genauer eingegangen.

2.3 Turbulenzmodellierung

Eine analytische Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen wurde bisher noch nicht gefunden, allerdings lässt sich der räumliche Definitionsbereich in finite Volumen unterteilen (Diskretisierung) und die Strömung in den Teilstücken mit einem linearisierten Gleichungssystem iterativ lösen. Diese Lösung der vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen nennt sich Direkte Numerische Simulation (DNS), ist aber für technische Systeme nicht mit vertretbaren Kosten einsetzbar (ANSYS 2012, Kap. 2.1). Zur Reduzierung des numerischen Aufwands werden die

Zellgrößen erhöht und der Einfluss der hochfrequenten, nicht mehr aufgelösten Turbulenz über Turbulenzmodelle (vgl. Kapitel 2.3.1) in die Simulation eingebracht. Diese Abtrennung der hochfrequenten Schwingungen wird durch die Reynolds-Mittelung durchgeführt, wodurch weitere Variablen im System vorhanden sind.

Auch für die Modellierung der Wandfunktion wird diese Turbulenzmodellierung verwendet, denn so entfallen direkt die Gleichungen und Abhängigkeiten der untergeordneten Raumrichtungen.

2.3.1 Reynolds- und Favre-Mittelung

Durch die Reynolds-Mittelung (engl. Reynolds decomposition) werden für jede Variable nach Gleichung 2.27 die hochfrequenten Anteile φ' von den niederfrequenten oder gemittelten Anteilen $\bar{\varphi}$ getrennt (Lecheler 2011, S. 30).

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad (2.27)$$

Für die Geschwindigkeit werden somit die Fluktuationen in u' abgebildet, sodass die gemittelte Geschwindigkeit \bar{u} auch über längere Zeiten konstant bleiben kann (vgl. Abbildung 2-3).

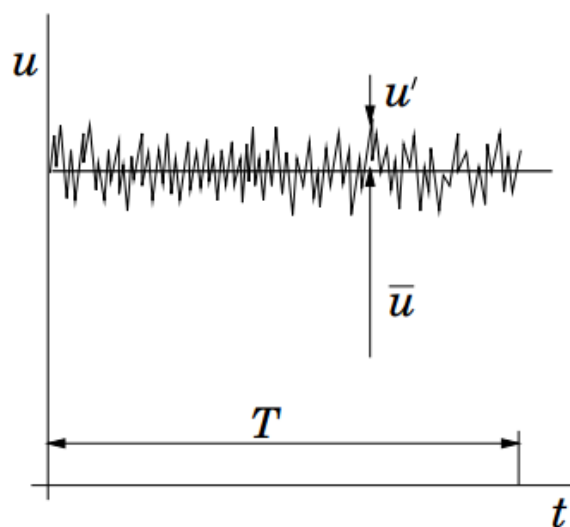


Abbildung 2-3 Zeitmittelung für eine statistisch stationäre Strömung (Ferziger und Peric 2008, S. 345)

Trotz dieser Trennung der Variablen können die vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen in eine ähnliche Form überführt werden, sofern einige Terme für Massentransport und Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden (Gatski 2009, S. 65), wie es unter anderem in CFX vorgenommen wird. Die Unterschiede sind dann in der Impuls-, Energie- und Speziesgleichung (Gleichungen 2.4, 2.8 und 2.7) zu finden, in denen sich jeweils ein Term mit dem gemittelten Produkt aus dem hochfrequenten Anteil der Variablen φ' und dem hochfrequenten Anteil der wandnormalen Geschwindigkeit v' befindet. Diese Terme sind die Reynoldstransportterme für die jeweilige Variable (Gleichung 2.28) und transportieren die Erhaltungsvariablen ähnlich wie die diffusiven Terme. (Gatski 2009, S. 44)

$$\rho \overline{v' \varphi'} \quad (2.28)$$

Die Impulsgleichung 2.4 erweitert sich somit zu Gleichung 2.29,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} (\rho(y) u(y) v(y)) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{mol} \frac{\partial}{\partial y} u(y) - \rho(y) \overline{u'(y) v'(y)} \right) \\ = - \frac{dp_{abs}(x, y)}{dx} + \rho(y) g_x \end{aligned} \quad (2.29)$$

die Stofftransportgleichung 2.7 zu Gleichung 2.30

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho(y) Y_i(y)) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho(y) v(y) Y_i(y)) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho(y) D_i \frac{\partial}{\partial y} Y_i(y) - \rho(y) \overline{v'(y) Y'_i(y)} \right) \\ = \frac{\partial}{\partial y} \dot{S}_{m,i}''(y) + \dot{S}_{m,i}'''(y) \end{aligned} \quad (2.30)$$

und die Energiegleichung 2.8 zu Gleichung 2.31.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} (\rho(y) v(y) c_p(y) T(y)) \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial}{\partial y} T(y) - \rho(y) \overline{v'(y) T'(y)} \right) \\ + \sum_i c_{p,i}(y) T(y) \cdot \left(\rho(y) D_i \frac{\partial}{\partial y} Y_i(y) - \rho(y) \overline{v'(y) Y'_i(y)} \right) \\ = \frac{\partial}{\partial y} \dot{Q}''(y) + \dot{S}_e'''(y) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Favre hat die Reynolds-Mittelung auf kompressible Strömungen erweitert und massen- oder dichtengemittelte Variablen eingeführt (*Gatski 2009, S. 44*).

$$\tilde{\varphi} = \frac{\overline{\rho \varphi}}{\bar{\rho}} \quad (2.32)$$

Dadurch können die Reynolds-gemittelten-Navier-Stokes-Gleichungen (engl. Reynolds averaged Navier-Stokes Equations, kurz: RANS-Gleichungen) als Favre-gewichtete Navier-Stokes-Gleichungen interpretiert werden. Sie verändern dabei nicht ihre Form, sodass die RANS-Gleichungen mit Favre-Mittelung auf Strömungen variabler Dichte angewendet werden können (*ANSYS 2006, Kap. 12.02.2*).

In den Gleichungen der folgenden Kapitel ist zu beachten, dass alle Strömungsgrößen als gemittelte Größen zu verstehen sind, auch wenn kein Mittelungszeichen aufgeführt ist.

2.3.2 Boussinesq-Approximation

Für die vollständige theoretische Beschreibung der Grenzschicht fehlt in den RANS-Gleichungen noch eine Aussage über die Terme mit gemittelten fluktuierenden Anteilen ($\rho \overline{u' v'}$ und $\rho \overline{v' T'}$) aus der Reynolds-Mittelung (vgl. Kapitel 2.3.1). Dieses sogenannte Schließungsproblem wird mit der Boussinesq-Approximation für Wirbelviskositätsmodelle geschlossen (Gleichung 2.33). Die Boussinesq-Approximation stellt, analog zum Newton'schen Spannungstensor (viskose Spannung in Gleichung 2.6), einen Zusammenhang zwischen den turbulenten Spannungen und den Geschwindigkeitsgradienten her. In dieser Analogie wird Turbulenz isotrop mittels einer Wirbelviskosität abgebildet. Diese turbulente Viskosität μ_{tur} wird mittels Turbulenzmodellen empirisch bestimmt, sodass die hochfrequenten Turbulenzen nicht mehr mit dem Gitter und sehr kleinen Zeitschrittweiten aufgelöst werden müssen. (Wilcox 2006, S. 53). Gleichung 2.33 (hier für 3D in vereinfachter Tensorschreibweise) wird für die einfachen Mischungsweg-Turbulenzmodelle, wie auch für die komplizierteren Mehrgleichungs-Turbulenzmodelle, wie das k - ε , k - ω und SST-Modell, verwendet (ANSYS 2006, Kap. 12.02.3).

$$-\rho \overline{u'_i v'_j} = \mu_{tur} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_{tur} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (2.33)$$

Für die in dieser Arbeit verwendeten Mischungsweg-Turbulenzmodelle für Grenzschichten in Gasen vereinfacht sich Gleichung 2.33 sehr stark zu einer einfachen Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsgradienten (Gleichung 2.34).

$$-\rho(y) \cdot \overline{u'(y) \cdot v'(y)} = \mu_{tur}(y) \frac{\partial}{\partial y} u(y) \quad (2.34)$$

Die Entdimensionalisierung der turbulenten Viskosität (Gleichung 2.35) wird in Analogie zur molekularen Viskosität durchgeführt (Gleichung 2.20).

$$\mu_{tur}(y) = \mu_{tur}^+(y^+) \cdot \mu_{mol,w} \quad (2.35)$$

Die Reynolds-gemittelte x-Impulsgleichung 2.29 kann daher folgendermaßen dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} (\rho(y) u(y) v(y)) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{mol} \frac{\partial}{\partial y} u(y) + \mu_{tur}(y) \frac{\partial}{\partial y} u(y) \right) \\ = - \frac{dp_{abs}(x, y)}{dx} + \rho(y) g_x \end{aligned} \quad (2.36)$$

Der Vorteil für die Wandfunktionsableitung ist, dass die Ableitung von Gleichungen mit zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsverläufen geschieht und somit keine hochfrequenten Schwingungen in alle Raumrichtungen beachtet werden müssen. Entsprechend müssen die Impulsgleichungen in y- und z-Richtung nicht gelöst werden.

2.3.3 Mischungsweglängen-Turbulenzmodelle

Mit Gleichung 2.34 besteht für die x-Impulsgleichung 2.29 ein Zusammenhang zwischen den hochfrequenten Fluktuationen und der mittleren Geschwindigkeit u in x-Richtung. Die notwendige Modellierung der turbulenten Viskosität μ_{tur} wird im Folgenden gezeigt.

2.3.3.1 Prandtl'sche Mischungsweghypothese

Erste Überlegungen zur mathematischen Beschreibung der turbulenten Schubspannung gehen auf Ludwig Prandtl zurück. Die Prandtl'sche Mischungsweghypothese leitet aus der Betrachtung der Geschwindigkeitsdifferenzen, der die Vorstellung sich um den Mischungsweg l_M normal zur Hauptströmungsrichtung bewegender Turbulenzwirbel unterliegt, folgende Gleichung ab:

$$\mu_{tur}(y) = \rho(y) l_M^2 \left| \frac{\partial}{\partial y} u(y) \right| \quad (2.37)$$

l_M ist dabei proportional zum Wandabstand y und proportional zur empirischen Karman-Konstante κ (Gatski 2009, S. 196). Allerdings ist dieses Turbulenzmodell nur im turbulenten Bereich der Grenzschicht gültig, da es im laminaren Bereich den Einfluss der Dämpfung durch die Wand vernachlässigt.

$$l_M = \kappa y \quad (2.38)$$

2.3.3.2 Van Driest-Turbulenzmodell

Van Driest (vD) (van Driest 1956) erweitert die Gültigkeit des Mischungslängenmodells auf die viskose Unterschicht und den Übergangsbereich (engl. Buffer-Layer) bis zur logarithmischen Schicht, indem er eine exponentielle Dämpfungsfunktion einfügt (Gleichung 2.39) (Cebeci 1970, S. 2152).

$$\mu_{tur}(y) = \rho(y) \kappa^2 y^2 \left(1 - e^{-\frac{y^+}{A_{vD}^+}} \right)^2 \left| \frac{\partial}{\partial y} u(y) \right| \quad (2.39)$$

Der Vorteil gegenüber dem Prandtl'schen Mischungsweglängenmodell ist, dass eine Lösung der Erhaltungsgleichung nun in der gesamten Grenzschicht gilt, und nicht nur auf einem Teilbereich. Die Dämpfungslänge $A_{vD}^+ = 26$ wurde dabei so bestimmt, dass eine Lösung der Impulsgleichung mit Randbedingungen ab $y = 0$ das logarithmische Wandgesetz im turbulenten Bereich trifft (vgl. Kapitel 3.2.2).

2.3.3.3 Cebeci-Turbulenzmodell

Allerdings ist das Turbulenzmodell von van Driest ungenau, wenn wandnormale Geschwindigkeiten ($v_w \neq 0$) oder Druckgradienten ($\frac{dp}{dx} \neq 0$) auftreten. Cebeci schlägt daher eine

Anpassung der Dämpfungslänge in Abhängigkeit von der wandnormalen Geschwindigkeit v_w und dem Druckgradienten $\frac{dp}{dx}$ vor (Cebeci 1970, S. 2153) (Gleichung 2.40¹).

$$A_{Cebeci}^+ = A_{vD}^+ \frac{1}{\sqrt{-\frac{p_{dx}^+}{v_w^+} \cdot (e^{v_w^+ \cdot \delta_s^+} - 1) + e^{v_w^+ \cdot \delta_s^+}}} \quad (2.40)$$

Laut Cebeci ist für die Berechnung der Turbulenz im turbulenten logarithmischen Bereich nicht die Schubspannung an der Wand relevant, sondern die Schubspannung, die am Übergangspunkt von der viskosen zur logarithmischen Schicht im Buffer-Layer auftritt. Diese Schubspannung wird aus der um den Druckgradienten und den konvektiven Impulstransport erweiterten Impulsgleichung berechnet und in der Dämpfungslänge A^+ integriert. Die einzige empirische Annahme in diesem Modell ist eine konstante Dicke der viskosen Unterschicht:

$$\delta_s^+ = 11.8 \quad (2.41)$$

Im Vergleich zum Turbulenzmodell von van Driest wird die Dämpfungslänge A^+ bei Kondensation durch die negative wandnormale Geschwindigkeit v_w erhöht und die Turbulenz verringert. Bei einer beschleunigten Strömung mit negativen Druckgradienten wird die Dämpfungslänge kürzer und die Turbulenz steigt an (siehe Abbildung 2-4).

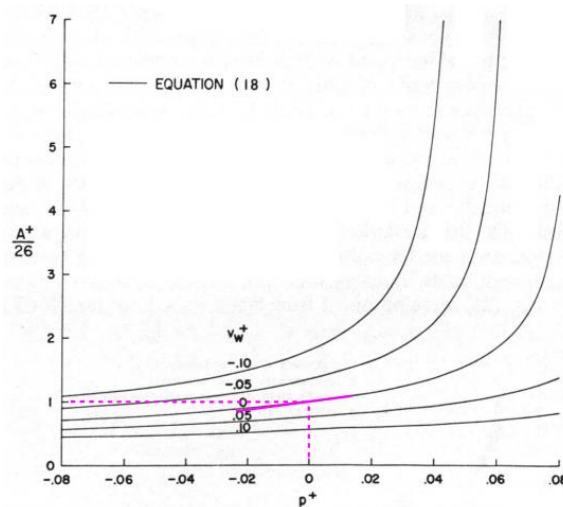


Abbildung 2-4 Einfluss von v_w^+ auf die Dämpfungslänge (Cebeci 1970, S. 2153)

2.3.4 Mehrgleichungsturbulenzmodelle

Mischungsweglängen-Turbulenzmodelle werden selten für die Berechnung von Strömungen in freien Volumen verwendet. Für RANS-CFD-Simulationen haben sich daher die Mehrgleichungsmodelle zum Stand der Technik entwickelt. Das k - ϵ Turbulenzmodell war lange

¹ In Gleichung 18 in Cebeci 1970, S. 2153 ist die Klammer für die Wurzel beim Setzen des Papers um eine Position verrutscht

Zeit das meist verwendete Modell und wurde schlussendlich aufgrund von Nachteilen in der Wandmodellierung zusammen mit dem $k-\omega$ Modell zum SST-Modell weiterentwickelt (*Moukalled et al. 2016, S. 700*).

2.3.4.1 $k-\epsilon$ Modell

Das $k-\epsilon$ Modell wurde von Jones und Launder entwickelt (*Jones und Launder 1972*). Anstatt der Prandtl'schen Mischungsweghypothese (Gleichung 2.37) oder ihren Abwandlungen wird im $k-\epsilon$ Modell die turbulente Zähigkeit μ_{tur} über separate Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und die Dissipationsrate ϵ modelliert, die in Kombination als ein turbulentes Zeit- und Längenmaß interpretiert werden können.

$$\mu_{tur}(y) = \rho(y) C_\mu \frac{k(y)^2}{\epsilon(y)} \quad (2.42)$$

k und ϵ sind dabei Größen, die sich aus den hochfrequenten Geschwindigkeitsanteilen der RANS-Formulierung ergeben und deswegen modelliert werden müssen. Die Idee ist, dass sich diese beiden Größen genau wie der Impuls, die Energie und die Spezies über Transportgleichungen im Strömungsgebiet verteilen und zusätzlich Quellen und Senken besitzen. In die k -Gleichung gehen der Produktionsterm P_k und die Dissipation ϵ der turbulenten kinetischen Energie k ein. Für die turbulente Zähigkeit wird im Vergleich zur Impulsgleichung 2.29 der Faktor $1/\sigma_k$ eingeführt, der für die k -Gleichung beim $k-\epsilon$ Modell aber eins ist. σ_k skaliert den turbulenten Transport der turbulenten kinetischen Energie analog zur turbulenten Prandtl- und Schmidt-Zahl für den Wärme- und Stofftransport (siehe Gleichung 2.62 und 2.64).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho(y) k(y)) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho(y) v(y) k(y)) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{mol} \frac{\partial}{\partial y} k(y) + \frac{\mu_{tur}(y)}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial y} k(y) \right) \\ = P_k - \rho(y) \epsilon(y) \end{aligned} \quad (2.43)$$

Für die ϵ -Gleichung werden zusätzlich auch die Produktionsterme mit Modellkonstanten skaliert, die im Anhang 11.6.1 gelistet sind.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho(y) \epsilon(y)) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho(y) v(y) \epsilon(y)) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{mol} \frac{\partial}{\partial y} \epsilon(y) + \frac{\mu_{tur}(y)}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial}{\partial y} \epsilon(y) \right) \\ = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon(y)}{k(y)} P_k - C_{\epsilon 2} \rho(y) \frac{\epsilon(y)^2}{k(y)} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Der k -Produktionsterm P_k berechnet sich aus den Reynolds-Spannungen $\rho \overline{u' v'}$ mit der Boussinesq-Hypothese (Gleichung 2.33) und den Geschwindigkeitsgradienten (*Moukalled et al. 2016, S. 701*) (*ANSYS 2012, 2.2.2.1*):

$$P_k = -\rho \overline{u'_i v'_j} : \nabla v = \mu_{tur} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \left(\rho k + \mu_{tur} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (2.45)$$

In der Grenzschicht kann P_k analog zu Gleichung 2.34 vereinfacht dargestellt werden (Gleichung 2.46) (Bredberg 2000, S. 12). Zwar ist die Turbulenz ein dreidimensionales Phänomen, aber innerhalb dieser Arbeit wird nur die Grenzschicht betrachtet und mit dieser Vereinfachung eine konsistente Notation verwendet.

$$P_k \approx \mu_{tur}(y) \left(\frac{\partial}{\partial y} u(y) \right)^2 \quad (2.46)$$

Für Strömungen mit Auftrieb wird in CFX eine zusätzliche Produktion der kinetischen Energie k eingeführt, die allerdings nicht im vorliegenden Fall, sondern beispielsweise bei thermischen Schichten wirkt (ANSYS 2012, Kap. 2.2.2.2). Außerdem wird der Produktionsterm 2.46 limitiert, um den Aufbau der turbulenten kinetischen Energie in Staupunkten zu verringern (ANSYS 2012, Kap. 2.2.2.7):

$$P_{k,limited} = \min(P_k, 10 \rho \varepsilon(y)) \quad (2.47)$$

Die Nachteile des k - ε Modells liegen in der Wandbehandlung, da die molekulare Viskosität in der Herleitung vernachlässigt wird. Daher ist mit diesem Modell die Verwendung von groben Gittern und Wandfunktionen notwendig (Monkalled et al. 2016, S. 701).

2.3.4.2 k - ω Modell

Das k - ω Modell wurde 1998 von Wilcox formuliert (Wilcox 1998). Anstelle der Dissipationsrate ε nutzt Wilcox die von Kolmogorov eingeführte spezifische Dissipationsrate oder Wirbelfrequenz ω , die im Vergleich zur Dissipation ε mit der turbulenten kinetischen Energie skaliert ist (Monkalled et al. 2016, S. 703):

$$\omega(y) = \frac{\varepsilon(y)}{C_\mu k(y)} \quad (2.48)$$

Die Einheit von ω ist $1/s$, womit der Kehrwert von ω als Zeitskala der turbulenten Dissipation dient, während $\sqrt{k/\omega}$ eine turbulente Längenskala ist.

$$\mu_{tur}(y) = \rho(y) \frac{k(y)}{\omega(y)} \quad (2.49)$$

In der k -Gleichung 2.43 wird der Koeffizient C_μ in β^* umbenannt und der Koeffizient σ_k verändert (vgl. Anhang 11.6.2).

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho(y) k(y)) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho(y) v(y) k(y)) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{mol} \frac{\partial}{\partial y} k(y) + \frac{\mu_{tur}(y)}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial y} k(y) \right) \\ & = P_k - \beta^* \rho(y) k(y) \omega(y) \end{aligned} \quad (2.50)$$

Anstelle der ϵ -Gleichung 2.44 wird die ω -Gleichung verwendet, wobei strukturell im Vergleich zu Gleichung 2.44 nur die Koeffizienten und die Produktions- und Dissipationsterme verändert werden.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho(y) \omega(y)) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho(y) v(y) \omega(y)) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{mol} \frac{\partial}{\partial y} \omega(y) + \frac{\mu_{tur}(y)}{\sigma_\omega} \frac{\partial}{\partial y} \omega(y) \right) \\ = C_\alpha \frac{\omega(y)}{k(y)} P_k - C_\beta \rho(y) \omega(y)^2 \end{aligned} \quad (2.51)$$

An der Wand ist die turbulente kinetische Energie gleich 0 und auch ihr Gradient ist gleich 0, sodass als Randbedingung für die k -Gleichung folgende Gleichungen verwendet werden: (Kalitzin et al. 2005, S. 270)

$$k(0) = 0 \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} k(0) = 0 \quad (2.53)$$

Für die ω -Gleichung existieren keine solche Randbedingungen, da ω an der Wand proportional zu $1/y^+$ ist und unendlich groß wird. Daher wird für ω immer ein vom Wandabstand abhängiger Wert eingesetzt, der je nach Wandabstand in der viskosen Unterschicht oder dem logarithmischen Wandgesetz berechnet wird. (siehe Kapitel 3.2) (Kalitzin et al. 2005, S. 271)

Im Gegensatz zum k - ϵ Modell hat das k - ω Modell seine Vorteile in den wandnahen Bereichen. Es kann besser negative Druckgradienten (z.B. bei Strömungsablösungen) vorhersagen und gilt auch in der viskosen Unterschicht für kleine y^+ . Der Hauptnachteil ist die starke Sensitivität der Lösung in Bezug auf Einstrom-Randbedingungen, die besonders bei Modellen mit großen Einstromrändern, wie z.B. bei der Umströmung von fliegenden und fahrenden Körpern, eine Rolle spielt. (Moukalled et al. 2016, S. 703)

2.3.4.3 SST-Modell

Das Shear Stress Transport Turbulenzmodell (SST) wurde von Menter entwickelt und 1994 in seiner verwendeten Fassung veröffentlicht (Menter 1994). Zugrunde liegen hier zwei Ideen. Erstens wird das k - ϵ Turbulenzmodell in eine k - ω Formulierung überführt und die Unterschiede werden je nach Wandabstand übergeblendet. Dies wird als Baseline (BSL) Model bezeichnet und verbindet die Vorteile beider Modelle (Moukalled et al. 2016, S. 704). Zweitens limitiert Menter die Scherkräfte in der Grenzschicht, deren Änderung auch Namensgebend ist (Moukalled et al. 2016, S. 705). In dieser Form ist das SST-Modell der aktuelle Standard für RANS-CFD-Rechnungen.

Für die Kombination der k - ω und k - ϵ Turbulenzmodelle im BSL-Modell werden die Transportgleichungen mit der Blendfunktion F_1 bzw. $(1-F_1)$ multipliziert und dann addiert, sodass durch F_1 die Auswahl des gewünschten Turbulenzmodells vorgenommen wird. Da die k -Gleichungen 2.43 und 2.50 bis auf die Koeffizienten σ_k und β^* ($= C_\mu$) gleich aufgebaut sind,

skaliert die Blendfunktion nur die Koeffizienten und die ursprüngliche Struktur der Differentialgleichung für die turbulente kinetische Energie k bleibt bestehen. Es gilt somit die k -Gleichung 2.50 aus dem k - ω Modell, wobei sich σ_k und β^* nach folgender Vorschrift berechnen:

$$\varphi_{SST} = \varphi_{k-\omega} F_1(y) + \varphi_{k-\varepsilon} (1 - F_1(y)) \quad (2.54)$$

Für die Zusammenführung der ω - und ε -Gleichung wird zuerst die ε -Gleichung 2.44 mit Hilfe der Beziehung 2.48 in eine ω -Gleichung umgeformt. Im Vergleich zur ω -Gleichung 2.51 des k - ω Modells existiert in Gleichung 2.55 noch ein zusätzlicher Cross-Diffusionsterm aus dem k - ε Modell, der sich bei der Differentiation der eingesetzten Gleichung 2.48 im Diffusionsterm der k -Gleichung 2.43 ergibt. Zusätzlich werden die Konstanten σ_ω , C_α und C_β gemäß Gleichung 2.54 durch F_1 der jeweiligen Turbulenzmodelle übergeblendet. Gleichung 2.55 bildet jetzt je nach Wert von Funktion F_1 sowohl die ω - als auch die ε -Gleichung ab.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho(y) \omega(y)) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho(y) v(y) \omega(y)) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{mol} \frac{\partial}{\partial y} \omega(y) + \frac{\mu_{tur}(y)}{\sigma_\omega} \frac{\partial}{\partial y} \omega(y) \right) \\ = C_\alpha \frac{\omega(y)}{k(y)} P_k - C_\beta \rho(y) \omega(y)^2 + 2(1 - F_1(y)) \sigma_{\omega,k-\varepsilon} \frac{\rho(y)}{\omega(y)} \frac{\partial k(y)}{\partial y} \frac{\partial \omega(y)}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Die Blendfunktion F_1 hängt hauptsächlich vom Wandabstand ab und ist in Wandnähe in den ersten 50 % der Grenzschicht fast gleich 1, in der freien Strömung aufgrund der $1/y$ - bzw. $1/y^2$ -Anteile annähernd gleich 0 und geht dazwischen differenzierbar und im Normalfall monoton ineinander über (Menter 1992, S. 6) (Menter 1994, S. 1604).

$$F_1(y) = \tanh \left(\left(\min \left[\max \left\{ \frac{500 \mu_{mol}}{\rho y^2 \omega(y)}, \frac{\sqrt{k(y)}}{\beta^* \omega(y) y} \right\}, \frac{4 \rho \sigma_{\omega,k-\varepsilon} k(y)}{y^2 \max \left(2 \sigma_{\omega,k-\varepsilon} \frac{\rho(y)}{\omega(y)} \frac{\partial k(y)}{\partial y} \frac{\partial \omega(y)}{\partial y}, 10^{-20} \right)} \right] \right)^4 \right) \quad (2.56)$$

Die ersten Terme im Tangens Hyperbolicus ergeben je nach Turbulenzzustand der Grenzschicht (laminar oder turbulent) große Werte, sodass dann die Blendfunktion annähernd gleich 1 ist. Der letzte Term ist ein Sicherheitsterm, um entartete Lösungen des k - ω Modells abzufangen und dann auf das k - ε Modell zu wechseln (Menter 1994, S. 1604).

Für die Namensgebung des SST-Modells ist eine Änderung an der turbulenten Zähigkeit verantwortlich. Die bisher verwendete Gleichung 2.49 wird an der Wand durch die Beziehung 2.57 ersetzt, wobei der Geschwindigkeitsgradient die zweidimensionale Vereinfachung der Wirbelstärke ist (Menter 1992, S. 6).

$$\mu_{tur}(y) = \frac{a_1 k(y)}{\frac{\partial u(y)}{\partial y}} \quad (2.57)$$

In Kombination mit der Boussinesq-Approximation (Gleichung 2.35) genügt Formulierung 2.57 Bradshaws Beobachtung mit ihrer Konstante a_1 (Gleichung 2.58), dass die Schubspannungen in

der Grenzschicht proportional zur turbulenten kinetischen Energie sind, wodurch ein turbulenter Schubspannungstransport modelliert wird.

$$\tau = -\rho(y) \cdot \overline{u'(y) \cdot v'(y)} = \rho(y) a_1 k(y) \quad (2.58)$$

Die Kombination aus den Gleichungen 2.49 und 2.57 ist eine verallgemeinerte Definition der turbulenten Zähigkeit (Gleichung 2.59), wobei F_2 eine Dämpfungsfunktion ist, die diese Modelländerung auf die Grenzschicht begrenzt.

$$\mu_{tur}(y) = \rho(y) \frac{a_1 k(y)}{\max\left(a_1 \omega(y), \frac{\partial u(y)}{\partial y} F_2(y)\right)} \quad (2.59)$$

F_2 ist dabei sehr ähnlich zu F_1 aufgebaut und ändert im Vergleich seine Form durch den veränderten Exponenten und Vorfaktor.

$$F_2(y) = \tanh\left(\left(\max\left[\frac{500 \mu_{mol}}{\rho y^2 \omega(y)}, 2 \frac{\sqrt{k(y)}}{\beta^* \omega(y) y}\right]\right)^2\right) \quad (2.60)$$

Diese Änderungen machen eine Anpassung der originalen Koeffizienten von Wilcox für das k - ω Modell notwendig (Menter 1992, S. 8) (siehe Anhang 11.6.3) und bewirkt eine deutliche Verbesserung des Turbulenzmodells bei negativen Druckgradienten.

2.3.5 Reynolds Wärme- und Stofftransportanalogie

Durch die Boussinesq-Approximation (Gleichung 2.34) und die Turbulenzmodellierung wird der Reynoldsspannungsterm für die Impulsgleichung 2.29 $-\rho \overline{u'v'}$ adäquat modelliert. Es fehlt allerdings noch eine Abschätzung für die Reynoldstransportterme bezüglich der Energie und des Massenbruchs. Mit der Boussinesq-Approximation für die Energiegleichung wird in Gleichung 2.61 eine Modellierung über die turbulente Wärmeleitfähigkeit λ_{tur} durchgeführt (vgl. Kapitel 2.3.2):

$$-\rho(y) \overline{v'(y) T'(y)} = \lambda_{tur}(y) \frac{\partial}{\partial y} T(y) \quad (2.61)$$

In Analogie zur Prandtl-Zahl Pr (Gleichung 2.23) wird für die Modellierung die turbulente Prandtl-Zahl Pr_{tur} mit der Reynolds Wärme- und Stofftransportanalogie eingeführt (Laurien 2010, S. 29):

$$Pr_{tur} = \frac{\mu_{tur}(y) \cdot c_p(y)}{\lambda_{tur}(y)} \quad (2.62)$$

Die turbulente Prandtl-Zahl Pr_{tur} wird in dieser Arbeit konsistent mit CFX zu 0,9 angenommen, sodass der turbulente Wärmetransport mit Hilfe der turbulenten Zähigkeit μ_{tur} entsprechend Gleichung 2.63 berechnet werden kann (ANSYS 2011, Kap. 1.2.5.5):

$$-\rho(y) \overline{v'(y) T'(y)} = \frac{\mu_{tur}(y) \cdot c_p(y)}{Pr_{tur}} \frac{\partial}{\partial y} T(y) \quad (2.63)$$

Diese Analogie kann gleichermaßen für den diffusiven Stofftransport mit der turbulenten Schmidt-Zahl Sc_{tur} in Gleichung 2.64 angewendet werden.

$$Sc_{tur} = \frac{\mu_{tur}(y)}{\rho(y) \cdot D_{i,tur}(y)} \quad (2.64)$$

$$-\rho(y) \overline{v'(y) Y'_i(y)} = \frac{\mu_{tur}(y)}{Sc_{tur}} \frac{\partial}{\partial y} Y_i(y) \quad (2.65)$$

Die turbulente Schmidt-Zahl Sc_{tur} wird in dieser Arbeit auch wie in CFX mit 0,9 angenommen (*ANSYS 2011, Kap. 1.2.5.5*).

3 Stand der Technik

Die Verwendung von Wandfunktionen ist für einphasige Gasströmungen in den meisten CFD-Codes standardmäßig aktiviert und Bedarf im Normalfall keine Benutzerinteraktion. Die dazugehörigen Grundlagen von Wandfunktionen werden in Kapitel 3.1 erläutert. Die den Wandfunktionen zugrundeliegenden Gesetzmäßigkeiten sind jedoch mit starken Vereinfachungen analytisch und teils empirisch abgeleitet worden. Die am häufigsten verwendeten Lösungen für die viskose Unterschicht und die logarithmische Schicht sind in Kapitel 3.2 erläutert. In Kapitel 3.2.3 wird zusätzlich die Implementierung des Übergangs zwischen den Schichten (engl. Buffer-Layer) erklärt, wie sie in ANSYS CFX vorgenommen wird. Diese Funktionen führen mit ihren Vereinfachungen in der Herleitung aber gerade bei komplexen Vorgängen wie der Berechnung von Kondensation zu Fehlern (vgl. Kapitel 3.4). Neue Konzepte für Wandfunktionen existieren zwar bereits, sie behandeln allerdings nicht die Kombination aus Wärme- und Stofftransport unter Berücksichtigung der Auftriebskräfte, wie sie bei Kondensationsvorgängen auftritt (vgl. Kapitel 3.5).

3.1 Das Wandfunktionskonzept

An der Wand sind die Gradienten in der Strömung besonders ausgeprägt, sodass normalerweise eine entsprechend feine Gitterauflösung notwendig ist, die hohe numerische Kosten verursacht. Das Ziel von Wandfunktionen ist es, die für die Strömungsgradienten an der Wand nötigen hohen Gitterauflösungen durch angepasste Randbedingungen zu vermeiden, die die Informationen für die Hauptströmung auf groben Gittern nicht verändern. Diese Randbedingungen werden durch Wandfunktionen erreicht, die die aufwändigen, dreidimensionalen Gitterberechnungen durch eindimensionale Lösungen modellieren. Diese Wandfunktionen werden dem CFD-Code meistens als algebraische Lösung der Geschwindigkeitsgrenzschicht (wie z.B. die Beziehungen in Abbildung 3-1 und Abbildung 3-5) als Randbedingung zur Verfügung gestellt.

Abbildung 3-1 und Abbildung 3-2 vergleichen schematisch zwei Wandrandbedingungen bei einer CFD-Rechnung anhand des dimensionslosen Geschwindigkeitsprofils u^+ in Wandnähe mit dem dimensionslosen Wandabstand y^+ . Im ersten Fall wird der wandnahe Bereich geometrisch mit vielen Zellen aufgelöst, sodass an der Wand die physikalische Hafttrandbedingung $u^+(0) = 0$ verwendet wird (low-Reynolds-Modelle). Dies ermöglicht eine detaillierte Vorhersage der wandnahen Vorgänge, ist jedoch sehr rechenintensiv, da die RANS-Gleichungen in allen drei Raumrichtungen auf jeder Gitterzelle gelöst werden.

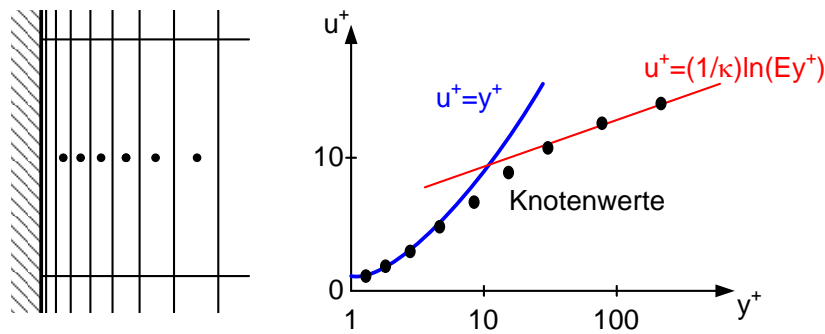


Abbildung 3-1 Anwendungsskizze von low-Reynolds-Modellen (Kelm 2010, S. 51)

In Abbildung 3-2 wird lediglich der äußere Bereich der Grenzschicht mit dem Rechengitter aufgelöst. Der wandnahe Bereich wird hier mit Hilfe des algebraischen logarithmischen Wandgesetzes (Gleichung 3.21) überbrückt, indem nicht die physikalische Randbedingung $u^+(0) = 0$, sondern eine Geschwindigkeit aus dem logarithmischen Wandgesetz als Randbedingung für den ersten Knoten verwendet wird. Dies ermöglicht eine effiziente Rechnung, setzt jedoch die Kenntnis einer Gesetzmäßigkeit für die wandnahen Geschwindigkeiten voraus. In aktuellen CFD-Codes wird auf Basis der Lösung der viskosen Unterschicht und des logarithmischen Wandgesetzes die Geschwindigkeit abgeschätzt (siehe Kapitel 3.2).

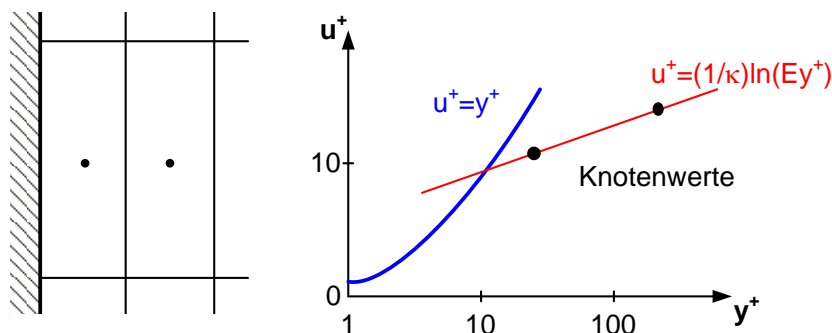


Abbildung 3-2 Anwendungsskizze von Wandfunktionen (Kelm 2010, S. 51)

Die Verwendung von Gesetzmäßigkeiten, die dem CFD-Code als Randbedingung übergeben werden, werden als Wandfunktions-Implementierung bezeichnet. Die klassische low-Reynolds-Rechnung für die Geschwindigkeit mit $u^+(0) = 0$ wird in aktuellen Codes nicht mehr angewendet. Entsprechend wird selbst bei feinen Gittern das Wandfunktionskonzept mit einer dann sehr kleinen dimensionslosen Geschwindigkeit u^+ genutzt. Wandfunktionen lassen sich nicht nur für die Geschwindigkeit, sondern für jede Lösungsvariable der CFD-Rechnung (u , T , k , ϵ , ω) anwenden. Im Folgenden wird jedoch beispielhaft die Geschwindigkeitswandfunktion diskutiert.

Im CFD-Code sind Wandfunktionen Beziehungen zwischen den Wandzuständen (z.B. Wandschubspannung und Wärmefluss) und den Variablenwerten (z.B. u , T) in der ersten Fluidzelle (ANSYS 2012, Kap 2.8.1). Für die Lösung der Impulsgleichung wird die Wandschubspannung aus der Wandschubspannungs-Geschwindigkeits-Beziehung (Wandfunktion) mit den Werten des vorherigen Zeitschritts berechnet. Anschließend wird die neu berechnete Wandschubspannung als Randbedingung in der Impulsgleichung verwendet (Rung et al. 2003). Der Lösungsprozess erfolgt

iterativ im CFD-Lösungsprozess, sodass durch die Wandfunktion am Ende der Iterationsschritte das geforderte Verhältnis zwischen Impulsfluss und Geschwindigkeit auf dem ersten Vertex vorliegt. Genauso wird auch die Wandtemperatur als Randbedingung für die Energiegleichung iterativ bestimmt (Laurien 2010, S. 30). Schlussendlich soll in einer CFD-Rechnung durch die Wandfunktion nicht nur der Wandwert sondern auch der zugehörige Fluss stimmen, damit auch die Bilanzen richtig sind.

Eine Verknüpfung zwischen der Wandschubspannung τ_w bzw. der Schergeschwindigkeit u_τ im dimensionslosen Fall (vgl. Gleichung 2.12) und der Geschwindigkeit ist dabei für eine Geschwindigkeitswandfunktion durchaus logisch. Bird (Bird et al. 2002, S. 12–13) interpretiert die Schubspannung τ_{yx} (in x-Richtung) als Fluss des x-Impulses, der in y-Richtung in das Volumenelement transportiert wird, und den dortigen Impuls erhöht. Dies lässt sich auch in der Impulsgleichung (Gleichung 2.4) erkennen, da hier der y-Gradient der Schubspannung τ_{yx} parallel zum y-Gradienten des volumenbezogenen x-Impulses ρu steht, der mit Hilfe der wandnormalen Geschwindigkeit v konvektiv in das Volumenelement transportiert wird. Über die Anpassung der Wandschubspannung lassen sich also der Impuls bzw. die Geschwindigkeit in der ersten Zelle beeinflussen, was das Ziel einer Geschwindigkeitswandfunktion ist.

Es existiert aber auch ein funktioneller Nachteil bei der aktuellen Implementierung von Wandfunktionen, wie auch bei der Standardwandfunktion in CFX mit dem sogenannten Automatic Wall Treatment (AWT) (vgl. Kapitel 3.2) (Grotjans und Menter 1998, S. 1113). Die Randbedingung der Wandfunktion (z.B. $u^+ = 4$) wird bei $y = 0$ ($j = 1$ in Abbildung 3-3) direkt auf den Wandknoten aufgeprägt. Für den CFD-Code muss für eine aufgeprägte Geschwindigkeit u^+ aber auch ein dimensionsloser Wandabstand y^+ existieren. Dieser von null verschiedene dimensionslose Wandabstand y_w^+ wird aus dem Abstand Δn des ersten Knotens auf der Wand ($j = 1$) zum zweiten Knoten ($j = 2$) im Fluid berechnet (Gleichung 3.1) (ANSYS 2012, Kap. 2.8.1.2).

$$y_w^+ = \Delta n \frac{\sqrt{|\tau_w| \cdot \rho_w}}{\mu_{mol,w}} \quad \text{bei } y = 0 \quad (3.1)$$

Das theoretische Geschwindigkeitsprofil ist im CFD-Code somit um y_w^+ zur Wand hin verschoben, sodass der eigentliche Startpunkt mit $u^+ = 0$ nicht mehr innerhalb des Gitters für die Gasphase, sondern innerhalb der Wand bei $y^+ = -y_w^+$ liegt. Dieser Shift-Error wird von Grotjans und Menter diskutiert und insgesamt als klein bewertet. Diese Art der Implementierung wird jedoch angewendet, um auf dem ersten Integrationspunkt im Code die Flüsse korrekt wiederzugeben. (Grotjans und Menter 1998)

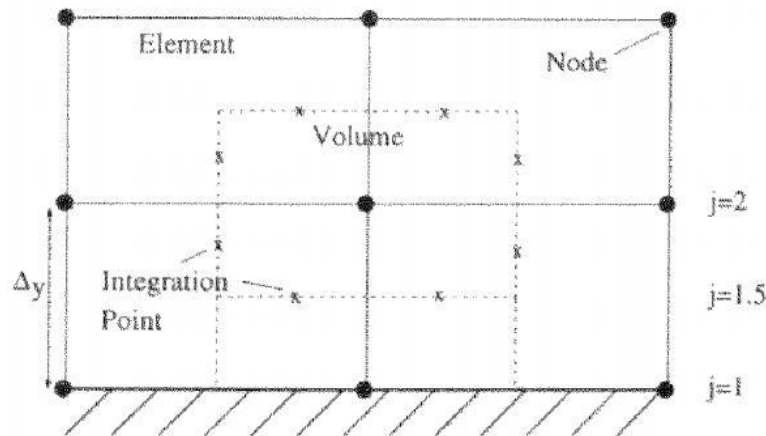


Abbildung 3-3 Anordnung der Gitterknoten- und Kontrollvolumen vom Finite-Volumen-Verfahren in ANSYS CFX (Grotjans und Menter 1998, S. 1113)

Sollen nun Geschwindigkeitsprofile an der Wand auf verschiedenen Gittern verglichen werden, muss die y-Achse um den Gitterabstand Δn bzw. Δy von $j=1$ zu $j=2$ verschoben werden (Abbildung 3-3). In Abbildung 3-4 ist dargestellt, wie ANSYS CFX bei der verschobenen Auswertung die Wandwerte der Geschwindigkeit so bestimmt, dass sie mit der Feingitterlösung übereinstimmen.

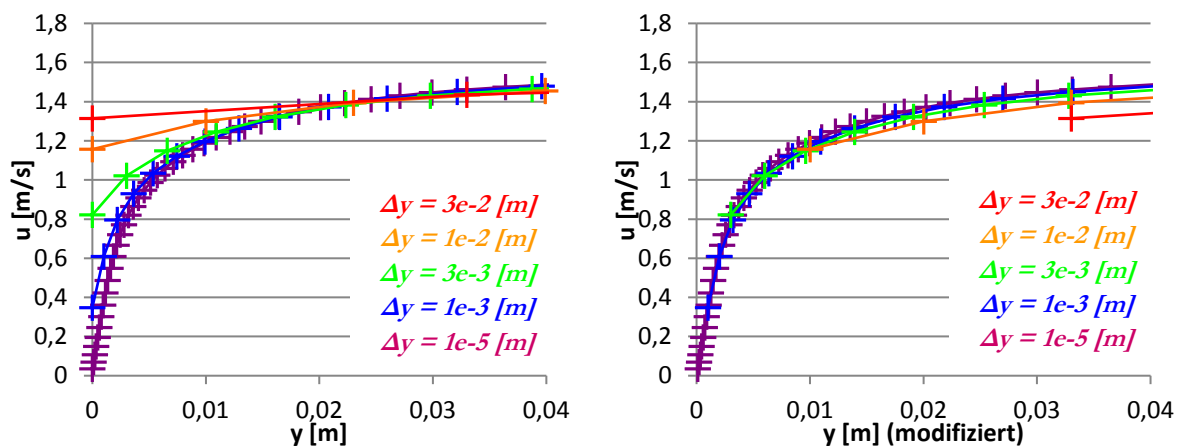


Abbildung 3-4 Geschwindigkeitsprofile ohne (links) und mit (rechts) Kompensation des Shift-Errors zur Auswertung einer isothermen Strömung auf verschiedenen Gittern ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Bei der konsistenten Auswertung der dimensionslosen Profile in CFX muss zur Berechnung der y^+ -Werte auf einer wandnormalen Auswertungslinie, im Gegensatz zur normalen y^+ -Berechnung nach Gleichung 2.13, zusätzlich y_w^+ hinzuaddiert werden, der in CFX „Solver Yplus“-Wert heißt.

$$y_{CFX Post}^+ = y \frac{\sqrt{|\tau_w| \cdot \rho_w}}{\mu_{mol,w}} + y_w^+ \quad (3.2)$$

3.2 Die Standardwandfunktion

In den aktuell wichtigsten CFD-Codes werden als Wandfunktion Gesetzmäßigkeiten verwendet, die auf die Lösungen der viskosen Unterschicht (Kapitel 3.2.1) und des logarithmischen Wandgesetzes (Kapitel 3.2.2) zurückgehen. Das sind zum einen die Codes von ANSYS mit CFX (*ANSYS 2012, Kap. 2.8.1*) und Fluent (*ANSYS 2006, Kap. 12.10.2*), die sich beide auf Launder und Spalding beziehen (*Launder und Spalding 1974, S. 274*), wobei CFX mit dem AWT eine differenzierbare Kopplung (engl. *blending*) verwendet (vgl. Kapitel 3.2.3). OpenFOAM (*OpenFoam*) und StarCCM (*CD-adapco 2005, S. 6*) implementieren das logarithmische Wandgesetz direkt. Auch der Code Saturne verwendet Wandfunktionen, die dem logarithmischen Wandgesetz ähneln (*EDF R&D 2012, S. 82*). Das AWT in CFX ist von den zuvor genannten die fortschrittlichste Implementierung und wird in dieser Arbeit als Standardwandfunktion behandelt.

Für die Ableitung der Wandfunktionsgleichungen werden einige Annahmen getroffen, um die x-Impulsgleichung der RANS-Gleichungen so weit zu vereinfachen, dass eine analytische Ableitung für die Geschwindigkeit möglich ist. Als erstes wird eine voll ausgebildete Strömung angenommen, sodass sich die Variablen über die Lauflänge nicht mehr verändern und somit nur noch von y anstatt von x und y abhängen. Die z -Komponente wird nicht betrachtet, weil man von einem in x -Richtung gedrehten Koordinatensystem ausgeht.

$$u(x, y) = u(y) \quad (3.3)$$

$$v(x, y) = v(y) \quad (3.4)$$

$$\rho(x, y) = \rho(y) \quad (3.5)$$

$$\mu_{tur}(x, y) = \mu_{tur}(y) \quad (3.6)$$

Als zweites wird die Dichte als konstant angenommen (Gleichung 3.7), da ansonsten eine gekoppelte Lösung der Energiegleichung notwendig ist, die das Temperaturfeld bestimmt und die Dichte beeinflusst. Dies gilt ebenso für den Stofftransport, wenn Spezies mit verschiedenen Dichten vorliegen.

$$\rho(y) = \rho = const \quad (3.7)$$

Als drittes werden weitere Effekte wie Druckgradienten, die Gravitation und wandnormale Geschwindigkeiten vernachlässigt.

$$\frac{dp}{dx} = 0 \quad (3.8)$$

$$g_x = 0 \quad (3.9)$$

$$v(y) = 0 \quad (3.10)$$

Werden diese Annahmen getroffen, wirken keine äußeren Kräfte auf die Grenzschicht und diese wird als Gleichgewichtsgrenzschicht bezeichnet.

In Summe vereinfacht sich damit die dimensionslose x-Impulsgleichung 4.2 in der freien Strömung, in der keine Wandschubspannungen auftreten, zu Gleichung 3.11.

$$\frac{d}{dy^+} \left(\mu_{mol}^+ \frac{d}{dy^+} u^+(y^+) + \mu_{tur}^+(y^+) \frac{d}{dy^+} u^+(y^+) \right) = 0 \quad (3.11)$$

Gleichung 3.11 hat einen viskosen und einen turbulenten Anteil. Um diese Gleichung zu lösen, wird der Aufbau der Grenzschicht genutzt, und getrennt voneinander für beide Summanden gelöst. Die Geschwindigkeitsgrenzschicht in dimensionsloser Form ist in seiner Gesamtheit in drei Teile gegliedert. Der eine ist die zähe oder viskose Unterschicht (engl. Viscous Sublayer), ein anderer die logarithmische Schicht (engl. Log-Layer) und der dritte wird Defect-Layer genannt (vgl. Abbildung 3-5). Alle Schichten werden durch einen einzelnen Effekt dominiert und gehen fließend ineinander über.

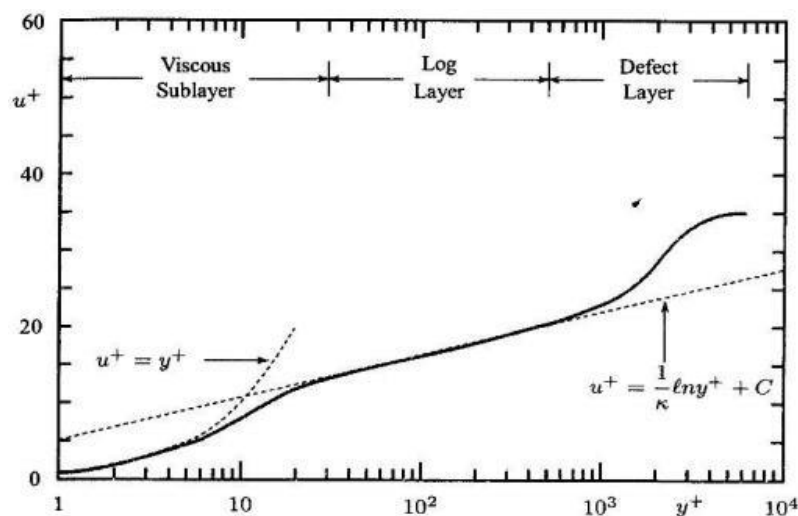


Abbildung 3-5 Dimensionsloses Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Grenzschicht (Wilcox 2006, S. 17)

Die zähe Unterschicht ist dadurch gekennzeichnet, dass die turbulenten Wirbel so dicht an der Wand stark gedämpft sind und keine signifikante turbulente Zähigkeit erzeugen. Dadurch dominieren nahe der Wand die viskosen Kräfte. Die logarithmische Schicht hat ihren Namen von der logarithmischen Gleichung, die diesen Bereich beschreiben kann und wird durch die Turbulenz in diesem Bereich dominiert (vgl. Kapitel 3.2.2). Der Defect-Layer ist der Übergang zur Hauptströmung und wird meistens als eine Differenz (engl. defect) zu der Geschwindigkeit in der Hauptströmung berechnet, aber in dieser Arbeit nicht näher betrachtet. Zusätzlich wird in der Literatur oft der englische Begriff des Buffer-Layers für den Übergangsbereich von der zähen Unterschicht zur turbulenten logarithmischen Schicht verwendet, in dem sich die zähen und turbulenten Kräfte überlagern.

3.2.1 Viskose Unterschicht

Da in der viskosen Unterschicht die Turbulenz durch die Wand stark gedämpft wird, kann sie für die Herleitung einer Lösung in diesem Bereich vernachlässigt werden.

$$\mu_{tur}(y) = 0 \quad (3.12)$$

Zusammen mit den Randbedingungen (Gleichung 3.13 und 3.15) bzw. mit deren dimensionsloser Form (Gleichung 3.14 und 3.16) lässt sich eine analytische Lösung herleiten.

$$u(0) = 0 \quad (3.13)$$

$$u^+(0) = 0 \quad (3.14)$$

$$\tau_w = \mu_{mol} \frac{\partial}{\partial y} u(0) \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u^+(0) = 1 \quad (3.16)$$

Die Randbedingung für die Wandschubspannung (Gleichung 3.15) kann dabei aus der vollständigen Impulsgleichung (Gleichung 2.4) abgeleitet werden (vgl. Kapitel 4.1.2.1).

Aus der vereinfachten Impulsgleichung (Gleichung 3.11) und den beiden Randbedingungen kann dann eine analytische Lösung für die viskose Unterschicht gewonnen werden (Gleichung 3.17) (Laurien 2010).

$$u_{vis}^+(y^+) = y^+ \quad (3.17)$$

Diese Lösung für die viskose Unterschicht findet sich auch in Abbildung 3-5.

Wird eine Lösung in einem Strömungskanal gesucht, kann die Geschwindigkeitsverteilung ebenfalls analytisch bestimmt werden (Schröder 2004, S. 138).

$$u(y) = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) (y^2 - h^2) \quad (3.18)$$

Auch in diesem Fall lässt sich der annähernd lineare Verlauf an den Wänden erkennen, wobei in der logarithmischen Skalierung auch die typische runde Form zu erkennen ist. Weiter entfernt von der Wand bestimmt die Hauptströmung die Kurvenform in Abbildung 3-6.

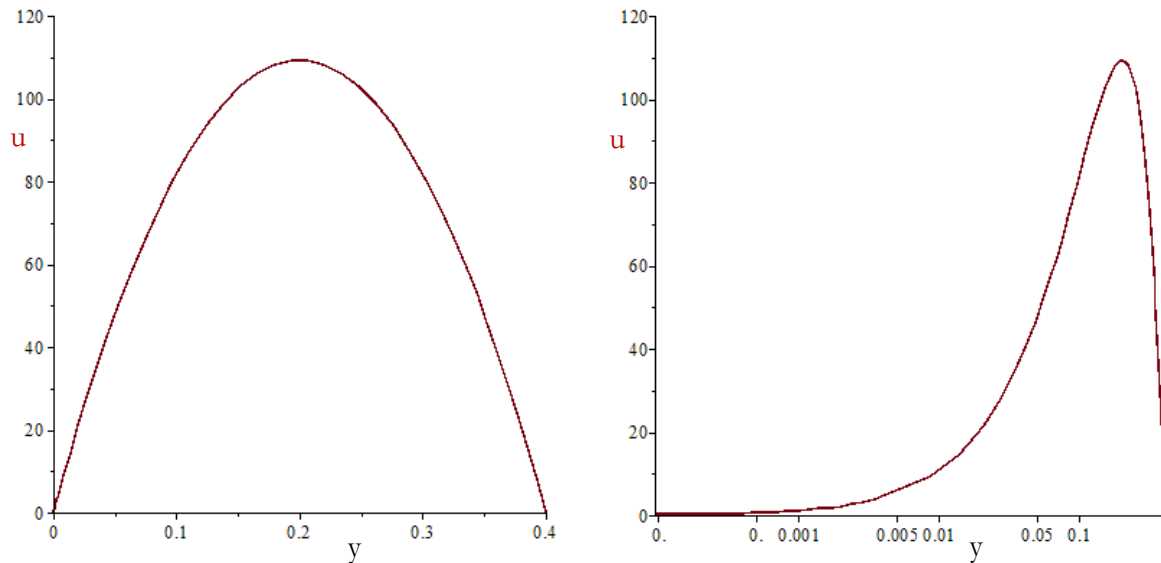


Abbildung 3-6 Exemplarische laminare Geschwindigkeitslösung in einem Rohr
(links lineare / rechts logarithmische Skalierung)

Für die dimensionslose Lösung der Temperaturgleichung ergibt sich durch die veränderte Randbedingung eine mit der Prandtl-Zahl skalierte Lösung von Gleichung 3.17 (vgl. Kapitel 4.1.2.2) (*Kader 1981, S. 1541*).

$$T_{vis}^+(y^+) = y^+ \cdot Pr \quad (3.19)$$

3.2.2 Das logarithmische Wandgesetz

Die Lösung für die logarithmische Schicht wird oft mit unterschiedlichen Namen bezeichnet: „Log-Law“, „Law of the Wall“ oder auch „logarithmisches Wandgesetz“. Sie hat ihren Namen von der algebraischen Lösung (Gleichung 3.23) und wird durch die turbulenten Kräfte in der Grenzschicht geprägt. Die Vernachlässigung von turbulentem Transport (Gleichung 3.12) ist deshalb für die Herleitung mit Gleichung 3.11 nicht mehr gültig. Im Gegenzug kann allerdings die molekulare Viskosität in diesem Bereich vernachlässigt werden (Gleichung 3.20).

$$\mu_{mol}(y) = 0 \quad (3.20)$$

Für eine einfache Lösung wird μ_{tur} mittels der Prandtl'schen Mischungsweghypothese modelliert (Gleichung 2.37 und 2.38). Da diese in der laminaren Unterschicht und im Übergangsbereich nicht gilt, können die Randbedingungen an der Wand (Gleichung 3.13 und 3.15) nicht mehr verwendet werden und werden durch Empirie ersetzt (Gleichung 3.23).

Durch Integration der vereinfachten Impulsgleichung kann die Grundform des logarithmischen Wandgesetzes hergeleitet werden (Gleichung 3.21), die jedoch aufgrund der zwei fehlenden Wandrandbedingungen, zwei unbekannte Konstanten beinhaltet.

$$u_{log}^+(y^+) = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \quad (3.21)$$

Dabei wurden die Karman-Konstante κ und die Integrationskonstante C empirisch aus Messungen bestimmt. (*Karman 1931*) (vgl. Abbildung 3-7)

$$\kappa = 0.4 \quad (3.22)$$

$$C = 5.5 \quad (3.23)$$

Auch für die Temperatur existiert analog zur Geschwindigkeit ein logarithmisches Gesetz für den turbulenten Bereich. Dieses stammt von Kader (*Kader 1981, S. 1543*) und beinhaltet empirische Konstanten, die zusätzlich eine Abhängigkeit von der Prandtl-Zahl abdecken.

$$T_{log}^+(y^+) = \alpha \ln(y^+) + \beta(Pr) \quad (3.24)$$

$$\alpha = 2.12 \quad (3.25)$$

$$\beta(Pr) = \left(3.85 Pr^{1/3} - 1.3\right)^2 + 2.12 \ln(Pr) \quad (3.26)$$

3.2.3 Blendfunktionen

Mit den algebraischen Geschwindigkeitsbeziehungen für die viskose Unterschicht und die logarithmische Schicht existieren zwei getrennte Formulierungen, um dem CFD-Code Informationen für die Grenzschicht bereitzustellen, die der Code als Wandrandbedingung verwenden kann. Diese Formulierungen können mittels einer Blendfunktion (engl. blending function) kombiniert werden, um eine stetige Funktion zu erhalten.

Die einfachste Art der Überblendung nutzen StarCCM und Fluent, indem für jeden Bereich ein Definitionsbereich festgelegt wird und ein nicht differenzierbarer Übergang entsteht (*CD-adapco 2005, S. 6; ANSYS 2006, S. 12*).

In ANSYS CFX wird das AWT nach Menter verwendet (*ANSYS 2012, Kap. 2.8.1.3*), welches auf einer Überblendung mit einer biquadratischen Funktion basiert, die eine differenzierbare Formulierung bereitstellt (Gleichung 3.27).

$$u_{\tau}^4 = u_{\tau,vis}^4 + u_{\tau,log}^4 \quad (3.27)$$

In CFX ist zu jedem Zeitschritt die aktuelle Geschwindigkeit in der wandnahen Zelle gegeben und die Wandschubspannungen τ_w bzw. die Schergeschwindigkeiten u_{τ} werden berechnet (vgl. Kapitel 3.1). Daher ist in der Dokumentation das Blending für CFX (Gleichung 3.27) nach der

Schergeschwindigkeit u_τ aufgelöst. Für die einzelnen Schergeschwindigkeiten u_τ kann aus der Entdimensionalisierung (Gleichung 2.9) bei einer festen, dimensional Geschwindigkeit $u(y)$ folgender Zusammenhang zu den dimensionslosen Geschwindigkeiten hergestellt werden:

$$u_\tau = \frac{u(y)}{u^+} \quad (3.28)$$

$$u_{\tau,vis} = \frac{u(y)}{u_{vis}^+} \quad (3.29)$$

$$u_{\tau,log} = \frac{u(y)}{u_{log}^+} \quad (3.30)$$

Fügt man die Gleichungen 3.22 bis 3.30 zusammen, ergibt sich die Blendfunktion für die dimensionslosen Geschwindigkeiten jeweils als Kehrwert und wird in Abbildung 3-7 neben dem logarithmischen Wandgesetz und experimentellen Daten von Favre dargestellt (Favre et al. 1966).

$$\frac{1}{u^{+4}} = \frac{1}{u_{vis}^{+4}} + \frac{1}{u_{log}^{+4}} \quad (3.31)$$

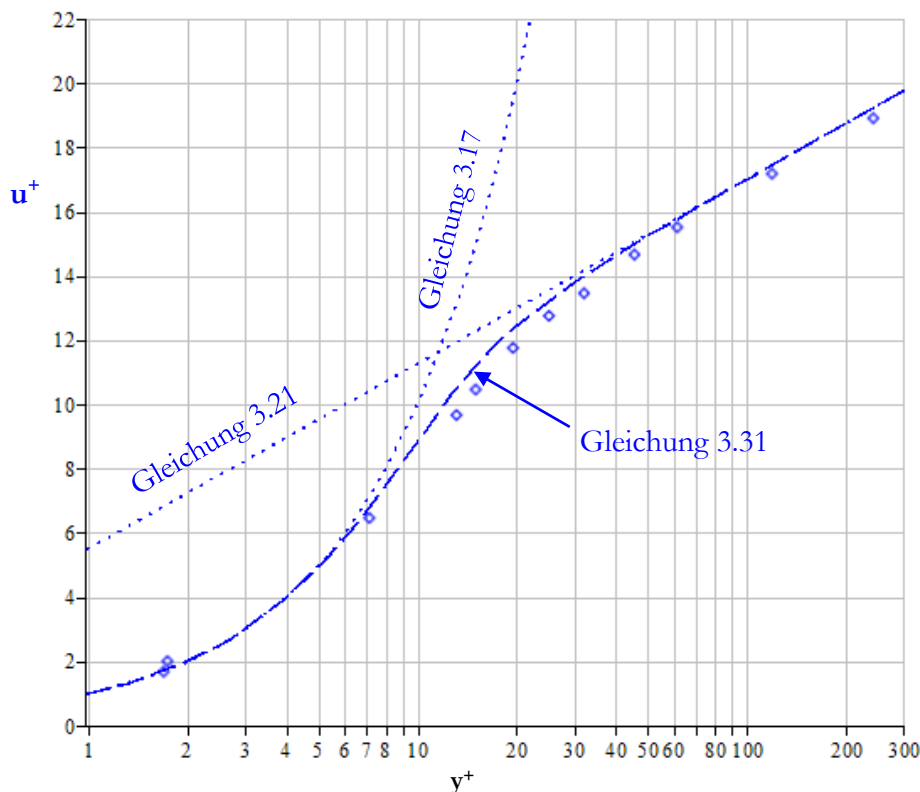


Abbildung 3-7 Automatic Wall Treatment (AWT) von CFX im Vergleich zu experimentellen Daten von Favre (Favre et al. 1966)

Eine weitere mögliche Blendfunktion ist z.B. die exponentielle Überblendung analog zum Compound Wall Treatment nach Popovac (Popovac und Hanjalic 2007, S. 179).

$$u^+ = u_{vis}^+ e^{-\Gamma} + u_{log}^+ e^{-\frac{1}{\Gamma}}$$

$$\Gamma = \frac{0.01 y^{+4}}{1 + 5y^+} \quad (3.32)$$

Für ein Überblenden der dimensionslosen Temperaturprofile sind hier die y^+ Werte mit Potenzen der Prandtl-Zahl zu skalieren (*Popovac und Hanjalic 2007, S. 179*), wie es bereits Kader vorgeschlagen hat (*Kader 1981, S. 1543*). Diese Blendfunktion wird auch in CFX für das AWT der Temperaturwandfunktion verwendet. (Gleichung 3.33)

$$T^+ = T_{vis}^+ e^{-\Gamma} + T_{log}^+ e^{-\frac{1}{\Gamma}}$$

$$\Gamma = \frac{0.01 (Pr \cdot y^+)^4}{1 + 5 \cdot Pr^3 \cdot y^+} \quad (3.33)$$

Im Vergleich der Blendfunktionen in Abbildung 3-8 zeigt sich, dass das kombinierte Temperatur-Profil von Gleichung 3.33 nicht so glatt wie das Geschwindigkeits-Profil ist.

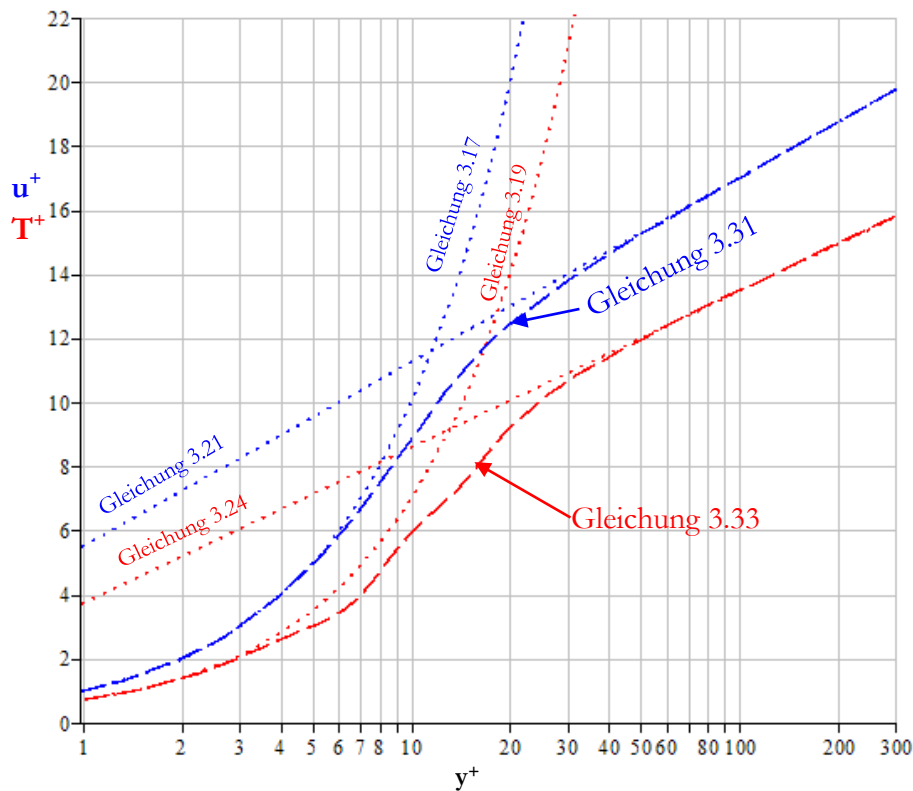


Abbildung 3-8 Automatic Wall Treatment (AWT) der Geschwindigkeit und der Temperatur von ANSYS CFX

3.3 Verwendete Modelle

Neben der neu entwickelten FIBULA-Lösung werden in dieser Arbeit auch CFD-Simulationen verwendet. Zum einen werden CFD-Lösungen auf feinen Gittern verwendet, um die FIBULA-

Lösungen zu verifizieren (Kapitel 5) und zum anderen soll die FIBULA-Lösung den CFD-Simulationen als Wandfunktion auf groben Gittern dienen (Kapitel 6 und 7), um die Gitteranforderungen bei CFD-Rechnungen mit Kondensation zu minimieren.

Falls nicht anders erwähnt, werden in dieser Arbeit alle CFD-Rechnungen in Anlehnung an den CONAN-Versuchsstand durchgeführt, der sowohl die Geometrie als auch die Parameterspezifikationen für die Fälle mit Kondensation liefert (Kapitel 3.3.1). Das physikalische und numerische CFD-Modell wird hier so angewendet, wie es auch für Rechnungen an großen Versuchsbehältern verwendet wird (Kapitel 3.3.2). Das hier genutzte Kondensationsmodell liefert für feine Gitter gute Ergebnisse und wird in Kapitel 3.3.3 genauer beschrieben, um die Grundlagen der Einbindung der FIBULA-Wandfunktion im Kondensationsmodell zu erklären. Validiert wurden die Modelle im Rahmen des SARNET Condensation Benchmarks (*Ambrosini et al. 2014*) (vgl. Anhang 11.3).

3.3.1 CONAN-Versuchsanlage

Die CONAN-Versuchsanlage (CONDensation with Aerosols and Non-condensables) an der Universität Pisa (Italien) ist ein Strömungskanal, in dem Kondensationsversuche im Rahmen von SARNET (European Severe Accident Research Network) durchgeführt wurden (*Ambrosini et al. 2014*). Die Teststrecke ist ein rechteckiger Kanal von 2 m Länge und 0,34 m Kantenlänge, der senkrecht ausgerichtet ist und von oben mit einem heißen Wasserdampf-Luft-Gemisch bespeist wird ($T_{\text{inlet}} = 75 - 95^\circ\text{C}$). Eine Seite des Kanals ist eine 45 mm dicke Aluminiumplatte, die von außen mit Wasser (ca. 30°C) gekühlt wird, sodass das Gasgemisch im Inneren an der Aluminiumplatte kondensiert. Eine detaillierte Beschreibung der Anlage findet sich z.B. bei Kelm (*Kelm 2010, S. 31–34*).

Die Versuchsserien wurden in drei Versuchsreihen unter verschiedenen Gesichtspunkten durchgeführt (*run1*, *run2*, *run3*). Die Kodierung der Namen der einzelnen Versuche wird über drei Parameter im folgenden Schema vorgenommen:

$$\text{runX-Pxx-Txx-Vxx}$$

- P gibt die Leistung des Verdampfers in Kilowatt an. Eine höhere Leistung bedeutet, dass mehr Wasserdampf im System ist und somit höhere Kondensationsraten auftreten.
- T gibt eine in 10 K Schritten gerundete Temperatur des sekundärseitigen Kühlmediums an. Da die meisten Temperaturen zwischen 30°C und 40°C liegen ist diese Zahl durch die Rundung nur bedingt aussagekräftig.
- V entspricht der mittleren Geschwindigkeit in dm/s und ist zusammen mit der Leistung des Verdampfers P die wichtigste Kodierung der Versuche.

Alle gefahrenen Versuche sind im Anhang in Tabelle 11-1 aufgeführt.

Die Messungen der CONAN-Anlage umfassen die integrale Kondensationsrate sowie Temperaturen und Wärmeströme in der Aluminiumplatte. Diese Messungen sind geeignet, um

integral die Eignung der Kondensationsmodelle sicherzustellen. Darüber hinaus können die Messungen keine weiterführenden Informationen liefern, die eine Weiterentwicklung oder Validierung der Wandkondensationsmodelle in der Größenskala der hier betrachteten Grenzschichtphänomene erlauben. Daher müssen für die genauere Untersuchung der Vorgänge in der Grenzschicht Ergebnisse aus detaillierten CFD-Simulationen verwendet werden.

3.3.2 CFD-Setup

Zur Simulation wird der Versuchskanal der CONAN-Anlage vereinfacht zweidimensional abgebildet (vgl. Abbildung 3-9). Diese Symmetrieannahme wurde von Ambrosini (*Ambrosini et al. 2013*) detailliert untersucht und ist gerechtfertigt. Außerdem wird das CFD-Rechengebiet um eine Einlauf- bzw. Nachlaufstrecke erweitert, um den Einfluss der gewählten Randbedingungen auf den relevanten Bereich abzuschwächen. Die Wärmeleitung in der gekühlten Platte wird im Modell berücksichtigt, um einen konsistenten Vergleich mit den Temperatur- und Wärmestromsensoren zu ermöglichen.

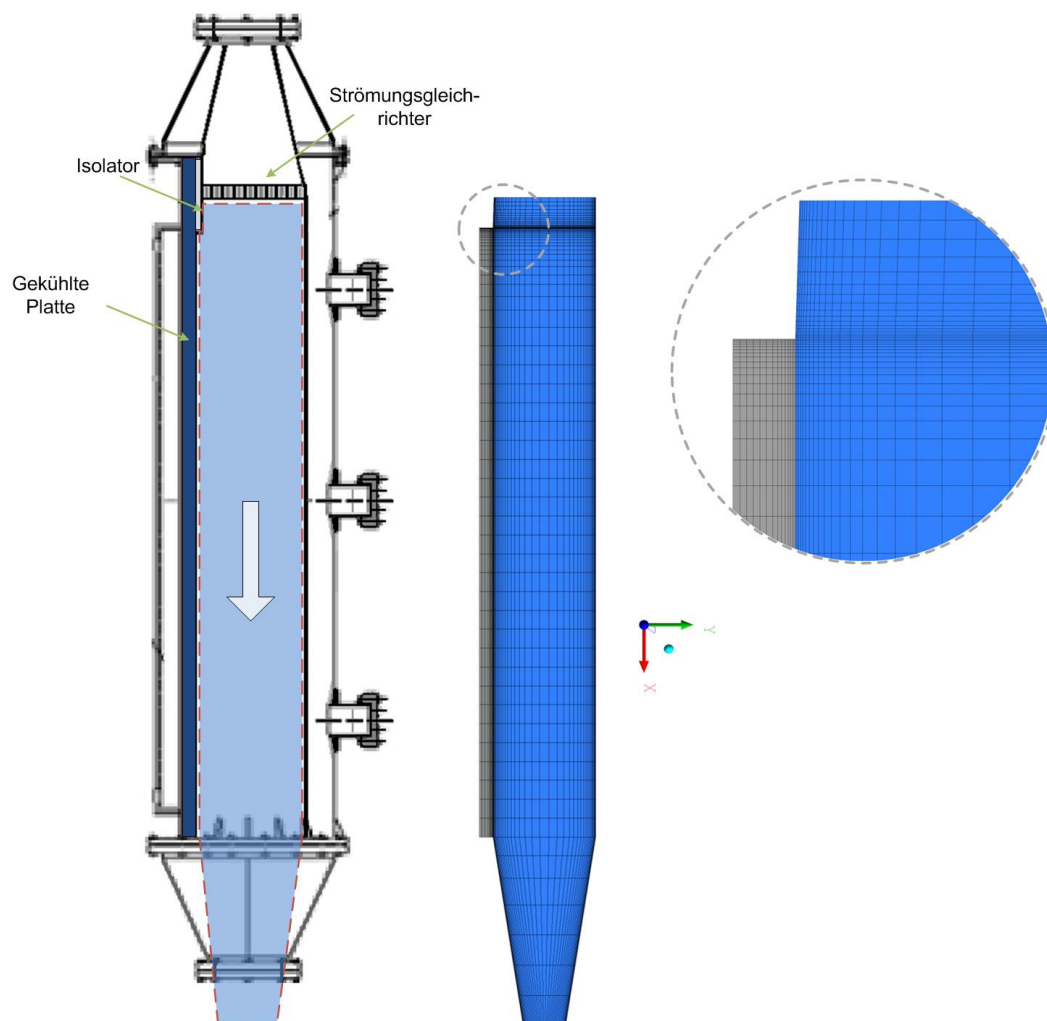


Abbildung 3-9: CONAN-Anlage, 2D Rechengebiet und Gitter

Das Rechengebiet wurde strukturiert vernetzt. Die Gitterverfeinerung, insbesondere nahe den Kanalwänden sowie am Strömungsanlauf der gekühlten Platte, berücksichtigt lokale Gradienten. Im Zuge dieser Arbeit wurde das verwendete Gitter mit einer sehr feinen Grenzschichtauflösung ($\Delta y = 1e-5$, $y^+ \sim 0.05$) systematisch nur in y -Richtung vergrößert, und somit die Basis für die sukzessive Untersuchung des Einflusses von Wandfunktionen auf groben Gittern geschaffen. In Abbildung 3-10 sind einige der Gitter beim Beginn der Kühlung dargestellt und in Tabelle 3-1 sind von allen Gittern die Kenndaten notiert.

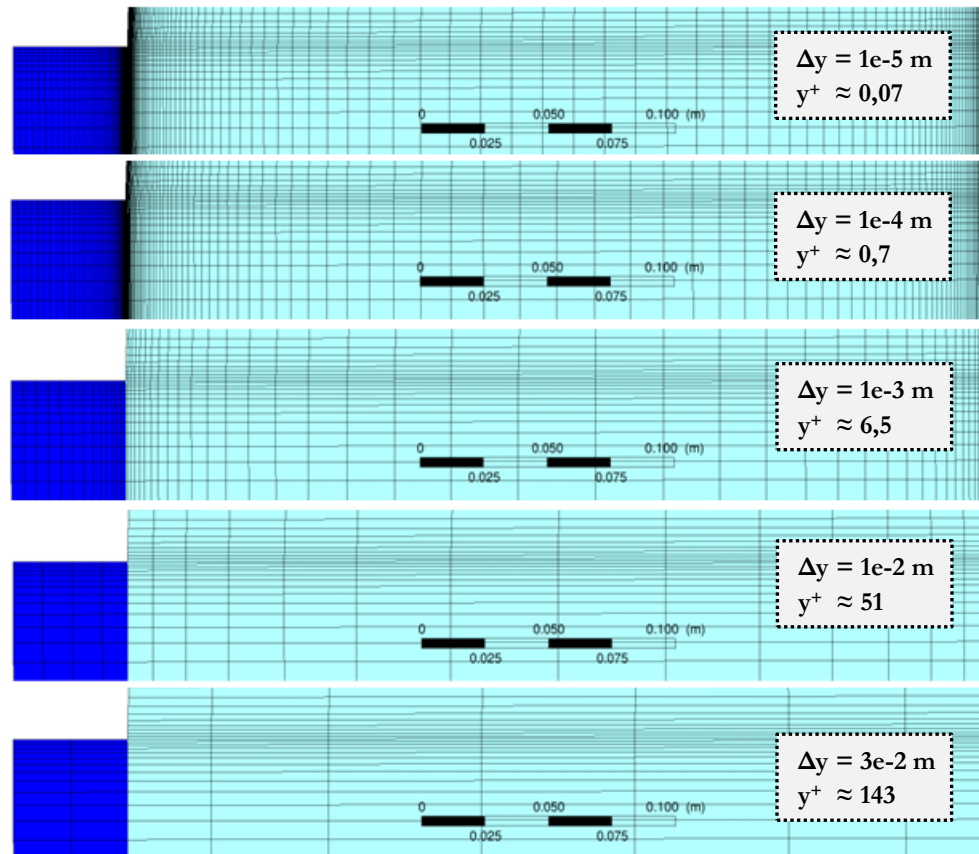


Abbildung 3-10: Auszug der verwendeten Gitter mit verschiedenen Auflösungen zum Test der Gitterunabhängigkeit der CFD-Rechnungen

Δy	$\sim y^+$ (run3-P10-T30-V15)	Elemente
1e-6 m	0,007	19966
1e-5 m	0,07	14918
1e-4 m	0,7	10092
3e-4 m	2	5436
1e-3 m	6,5	3586
3e-3 m	18	2846
1e-2 m	51	1236
3e-2 m	143	618

Tabelle 3-1: Verwendete CONAN-Gitter

Zur Beschreibung der Strömungs- und Transportprozesse in CONAN wird ein RANS-Ansatz (vgl. Tabelle 3-2) genutzt. Des Weiteren werden die in ANSYS CFX empfohlenen numerischen Verfahren und Löseereinstellungen genutzt. Die Überprüfung einer ausreichenden Konvergenz erfolgt anhand der lokalen und globalen Bilanzfehler sowie am Verlauf von ausgewählten Zielgrößen (z.B. der integralen Kondensationsrate) über den Iterationsverlauf.

CONAN - Physikalisches Modell	
Grundgleichungen	stationäre Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen (RANS), vollständige Energieerhaltungsgleichung, Transportgleichung für Dampfmassenanteil
Turbulenzmodell	k - ω basiertes SST-Modell mit zusätzlichen Produktions- und Dissipationstermen für Auftrieb $Pr_{tur} = Sc_{tur} = 0,9$
Auftriebsmodell	dichtebasiert
Wärmestrahlung	vernachlässigt
Zustandsgleichung	ideales Gasgesetz
Stoffwerte	temperaturunabhängig, ideales Gemisch, binärer Diffusionskoeffizient $D_{Wasser/Luft}=0,9 \text{ cm}^2/\text{s}$

Tabelle 3-2: CONAN Physikalisches CFD-Modell

Dieser Modellansatz wurde für feine Gitter im Rahmen des SARNET Condensation Benchmarks umfangreich diskutiert und überprüft (*Ambrosini et al. 2014*) (siehe Anhang 11.3). Grundsätzlich kann, bei Verwendung eines Gitters mit ausreichender Grenzschichtauflösung, ein mit dem Experiment konsistentes Ergebnis für einen breiten Parameterbereich erzielt werden. Im Zuge des Benchmarks wurden keine systematische Diskrepanz zwischen Simulationsergebnissen und Experiment festgestellt, sodass die Messdaten- und Versuchssphänomenologie als belastbar- und verstanden angesehen werden.

3.3.3 CFD-Wandkondensationsmodell

Das in dieser Arbeit verwendete RWTH/JÜLICH-Kondensationsmodell basiert auf der Arbeit von Kelm (*Kelm 2010*) und wurde danach weiterentwickelt (*Lehmkuhl 2011*). Das in CFX implementierte Kondensationsmodell wurde mangels verfügbarer Schnittstellen nicht genutzt.

Grundsätzlich basieren beide Modellansätze auf derselben Modellvorstellung und unterscheiden sich lediglich anhand ihrer Implementierung in CFX. Die Grundvereinfachung der für die Sicherheitsbehältersimulation entwickelten Wandkondensationsmodelle ist die Vernachlässigung des Kondensatfilms (vgl. Abbildung 3-11). Diese Vereinfachung ist immer dann gültig, wenn kein reiner Wasserdampf vorliegt und die latente Wärme von der Wand aufgenommen werden kann. In diesem Fall ist die Kondensationsrate allein durch den Dampftransport zur Wand begrenzt und kann über einen Stofftransportansatz beschrieben werden.

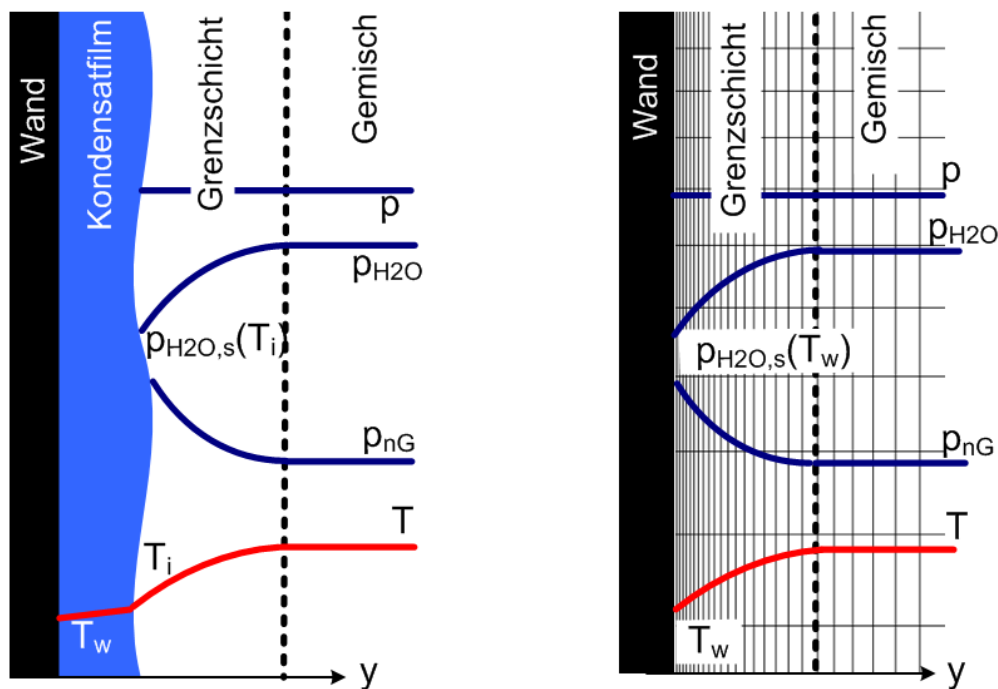


Abbildung 3-11 Wandkondensation in Anwesenheit von nichtkondensierbaren Gasen – Theorie (links) und Modellvereinfachung (rechts) (Kelm 2010)

Für die einphasige Wandkondensationsmodellierung werden folgende Annahmen getroffen (Kelm 2010) (Zschaeck et al. 2012, S. 1):

- es gibt mindestens ein nichtkondensierbares Gas, sodass an der Wand kein reiner Dampf vorliegt ($Y_{H_2O,w} \neq 1$)
- es wird kein nichtkondensierbares Gas im Wasserfilm gelöst
- die Kondensationsrate ist bestimmt durch den Wasserdampftransport in der Konzentrationsgrenzschicht
- an der Oberfläche herrscht thermisches Gleichgewicht, sodass der Wasserdampf gesättigt bei Wandtemperatur vorliegt
- der entstehende Wasserfilm, d.h. sein Wärmetransportwiderstand, seine Welligkeit und seine Strömungsgeschwindigkeit, wird vernachlässigt
- die latente Wärme wird vollständig in der Wand absorbiert

Die Unterschiede der Modelle liegen alleine in der Implementierung der Berechnung der Kondensationsrate.

3.3.3.1 ANSYS Modell

Der Kondensationsmassenstrom im ANSYS-Kondensations-Modell wird direkt als lineare Funktion aus den Stoffgrößen an der Wand und aus dem ersten Knotenpunkt nach dem Transportansatz aus dem Wasserdampfgradienten an der Wand berechnet (Gleichung 3.34). Dabei wird angenommen, dass die negative Kondensationsrate $\dot{m}''_{H_2O,w}$ der Menge Wasserdampf

entspricht, die in der Grenzschicht zur Wand transportiert wird und der Wasserdampftransport durch den diffusiven Anteil aus Gleichung 2.7 bestimmt wird (Zschaek et al. 2014, S. 138).

$$\dot{m}_{H_2O,w}'' = -k(y^+, Sc) \rho \frac{Y_{H_2O,Knoten} - Y_{H_2O,w}}{1 - Y_{H_2O,w}} \quad (3.34)$$

Die Annahme des thermischen Gleichgewichts an der Wand wird hier mittels einer Sättigungsbedingung für den Massenbruch des Dampfes an der Wand $Y_{H_2O,w}$ realisiert.

$$Y_{H_2O,w} \stackrel{\text{def}}{=} Y_{\text{Sättigung}}(p_w, T_w) \quad (3.35)$$

3.3.3.2 RWTH/JÜLICH Modell

Das RWTH/JÜLICH-Kondensationsmodell (Kelm 2010), (Lehmkuhl 2011) basiert auf derselben physikalischen Modellvereinfachung, unterscheidet sich aber in seiner Implementierung bzw. der Bestimmung der Kondensationsrate. Das Modell bestimmt die Kondensationsrate nicht direkt mittels einer Gleichung (z.B. Gleichung 3.34), sondern gewährleistet die Einhaltung des thermischen Gleichgewichts (Gleichung 3.35) indem es die Kondensationsrate durch eine diskrete Regelung (PID-Regler) iterativ mit jedem inneren Iterationsschritt anpasst. Dazu wird die Regelabweichung ΔY aus dem Sollwert $Y_{\text{Sättigung}}(p_w, T_w)$ aus Gleichung 3.35 und dem aktuell in der CFD-Lösung vorhanden Massenbruch $Y_{H_2O,Knoten}$ erstellt und mit jeder Iteration minimiert (Gleichung 3.36).

$$\Delta Y = Y_{H_2O,Knoten} - Y_{\text{Sättigung}}(p_w, T_w) \quad (3.36)$$

Die Kondensationsrate $\dot{m}_{H_2O,w}''$ wird dabei als Regelgröße in einem PID-Regler durch folgende Gleichung bestimmt:

$$\dot{m}_{H_2O,w}'' = k_p \Delta Y(t) + k_i \int_0^t \Delta Y(\tau) d\tau + k_d \frac{d\Delta Y(t)}{dt} \quad (3.37)$$

Der Vorteil dieser Implementierung ist, dass alle Reglerbeiwerte k_p , k_i und k_d in Gleichung 3.37 nur die Konvergenz, aber nicht die Lösung selber beeinflussen. Durch den integralen Anteil in dieser Regelung wird die Regelabweichung ΔY immer gegen null konvergieren. Der proportionale und differentielle Teil des Reglers ermöglichen ein schnelles Ansprechverhalten in transienten Rechnungen. Die Kondensationsrate wird bei dieser Implementierung durch den Stofftransport (Transportgleichung für Dampf) aber auch durch die Wärmeabfuhr (Energiegleichung für Gasgemisch und Struktur) physikalisch konsistent im CFD-Code limitiert.

Die Implementierung in CFX erfolgt mittels Quelltermen in den Erhaltungsgleichungen, wie es auch von Bucci vorgenommen wurde (Bucci 2009, S. 172). Für die Masse wird durch CFX automatisch auch der zugehörige Impuls aus der ersten Zelle entfernt (ANSYS 2011, § 1). Die latente Wärme aus der Kondensation wird direkt als Wärmequelle auf die Wand geschrieben oder in einer

neueren Implementierung über die Wandfunktionsschnittstelle von CFX als zusätzlicher Wärmestrom $\dot{q}_{w,latent}''$ vom Fluid an die Wand übertragen.

$$\dot{q}_{w,latent}'' = \dot{m}_{H_2O,w}'' \cdot (h_{Dampf}(T_w) - h_{Wasser}(T_w)) \quad (3.38)$$

Für feine Gitter funktioniert dieses Modell sehr gut. Die Ungenauigkeit für grobe Gitter ergibt sich aus der Regelabweichung von Gleichung 3.36. Während der Istwert $Y_{H_2O,Knoten}$ auf dem ersten Knoten in der Strömung ausgewertet wird ($j=1$ in Abbildung 3-3), berechnet sich der Sollwert der Regelung aus den virtuellen Wandwerten (vgl. Kap 3.1). Bei Kondensation fällt der Dampfmassenbruch zur Wand hin ab, sodass ein korrigierter Sollwert auf dem ersten Knoten höher sein müsste. Eine Wandfunktion kann diese Korrektur durchführen, indem sie den Sättigungsmassenbruch an der Wand $Y_{Sättigung,w}$ um $\Delta Y_{WallFunction}$ anhebt (Gleichung 3.39).

$$\Delta Y = Y_{H_2O,Knoten} - (Y_{Sättigung}(p_w, T_w) + \Delta Y_{WallFunction}(y^+)) \quad (3.39)$$

Wird auf groben Gittern der Sollwert $Y_{Sättigung}$ nicht angehoben und somit weiterhin auch auf dem ersten Knoten festgelegt, wird der Istwert der CFD-Lösung $Y_{H_2O,Knoten}$ durch die Regelung zu stark abgesenkt, indem die Kondensationsrate zu stark angehoben wird. Die Implementierung dieser Anhebung $\Delta Y_{WallFunction}$ wird mit der FIBULA-Dampfmassenbruchlösung in Kapitel 6.3 durchgeführt.

3.3.3.3 Favre-Versuch-Implementierung

Für die Abbildung einer wandnormalen Geschwindigkeit, wie sie von Favre untersucht wurde (*Favre et al. 1966*) (Anhang 11.1), wird auf die Implementierung des RWTH/JÜLICH Kondensationsmodells zurückgegriffen. Anstatt die Kondensationsrate über den PID-Regler zu regeln wird eine feste Massensenke vorgegeben. In den meisten Fällen wird, anders als im Kondensationsmodell, das vorhandene Dampf-Luft-Gemisch an der Wand aus dem System entfernt, da ohne Kondensationsmodell nicht gewährleistet ist, dass immer genügend Dampf für die Senke zur Verfügung steht. Für die Aufprägung eines Dampfmassenbruchs kann aber wie im Kondensationsmodell auch reiner Dampf aus dem System entfernt werden. Auf diese Weise können dann nur mittlere negative wandnormale Geschwindigkeiten realisiert werden, da die Rechnungen sonst abbrechen.

3.4 Anwendung und Fehler der Standardwandfunktion

Wandfunktionen helfen den Informationsverlust auf groben Gittern möglichst klein zu halten und die Hauptströmung mit guten Näherungslösungen zu versorgen. Für eine isotherme Strömung wie in Abbildung 3-12 gelingt das sehr gut, denn hier wird von der Wandfunktion auch schon weit innerhalb der Hauptströmung eine adäquate Geschwindigkeit als Randbedingung an den Code

übergeben. Dadurch liegen für alle Gitter sowohl in der dimensionalen als auch in der dimensionslosen Betrachtung die Geschwindigkeitswerte des ersten Knotens auf der Feingitterlösung (vgl. Abbildung 3-12).

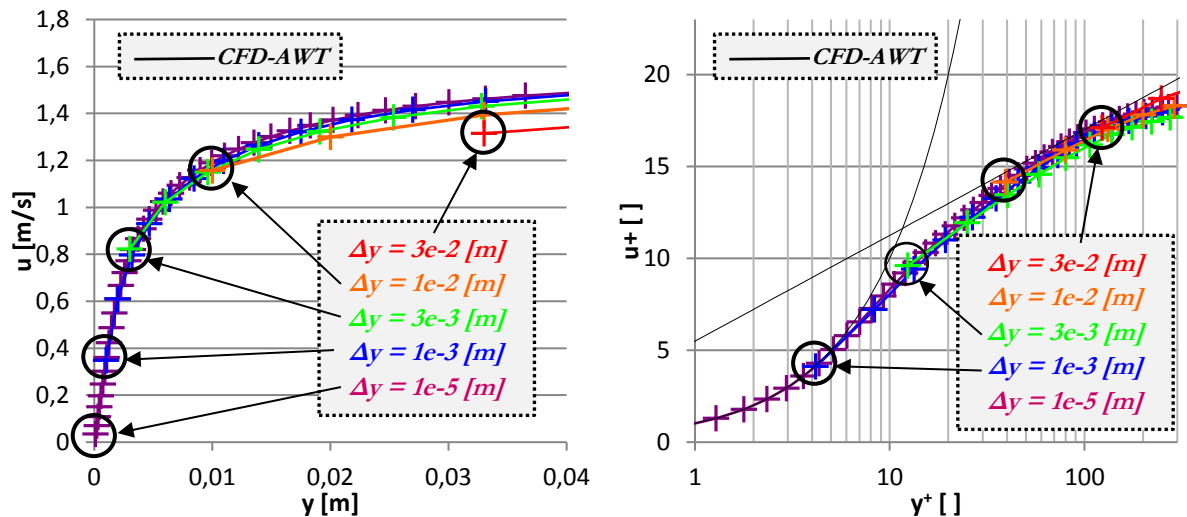


Abbildung 3-12 Isotherme Strömung auf verschiedenen Wandgitterauflösungen
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Neben der Geschwindigkeit ist die Abbildung des Impulsflusses, also die Wandschubspannung, sehr wichtig, da die Flüsse die integralen Bilanzen beeinflussen. In Abbildung 3-13 links sind die Wandschubspannungen τ_w entlang der Wand aufgetragen und es ist zu sehen, dass die größten Abweichungen von der Feingitterlösung im Einlaufbereich existieren, für den die Standardwandfunktion nicht ausgelegt ist. Werden die Wandschubspannungen auf der Auswerteebene bei $x = 1,5 \text{ m}$ als Punkte dargestellt, kann ein Graph über mehrere Gitterauflösungen bzw. den dimensionslosen Wandabständen erstellt werden, um die Abweichungen der groben CFD-Rechnungen von den gitterunabhängigen Lösungen besser zu visualisieren (vgl. Abbildung 3-13 rechts). Im Idealfall wären alle Wandschubspannungen τ_w gleich und es ergäbe sich eine waagerechte Linie. Die Wandschubspannungen bleiben bis $y^+ = 10$ wie gewünscht konstant, fallen aber danach leicht ab, obwohl dies eine Strömung ist, für die die Wandfunktion ausgelegt ist. Ein gewisser Informationsverlust tritt somit hier trotz Einsatz von Wandfunktionen auf.

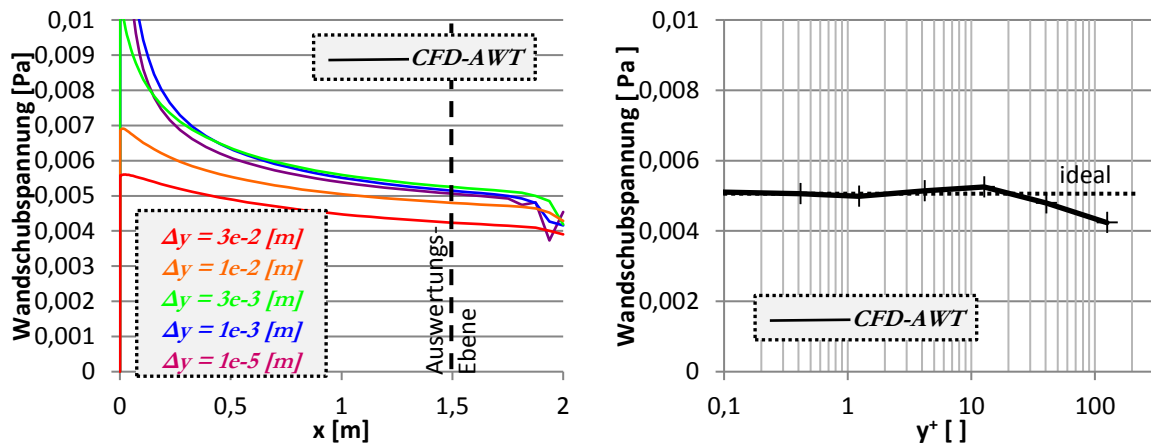


Abbildung 3-13 Wandschubspannungen bei einer isothermen Strömung
($u = 1,5$ m/s, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0$ K, $g_x = 0$ m/s²)

Der Fehler wird allerdings größer, sobald nicht mehr eine einfache ausgebildete Strömung, sondern eine Strömung mit negativer wandnormaler Strömungskomponente v (engl. suction) z.B. durch Kondensation untersucht wird, da die wandnormale Strömungskomponente v in der Herleitung der Standardwandfunktion vernachlässigt wird (vgl. Formel 3.10). Favre (Favre et al. 1966, S. 10) hat den Einfluss des sogenannten Suction-Effekts auf die dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile mit einer Absaugung von Luft durch eine perforierte Platte untersucht (vgl. Abbildung 3-14 und Kapitel 11.1). Je stärker die Absaugung bzw. die negative wandnormale dimensionslose Geschwindigkeit v_w^+ (bzw. A^+ bei Favre) ist, desto stärker sinken die dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile in Abbildung 3-14 ab.

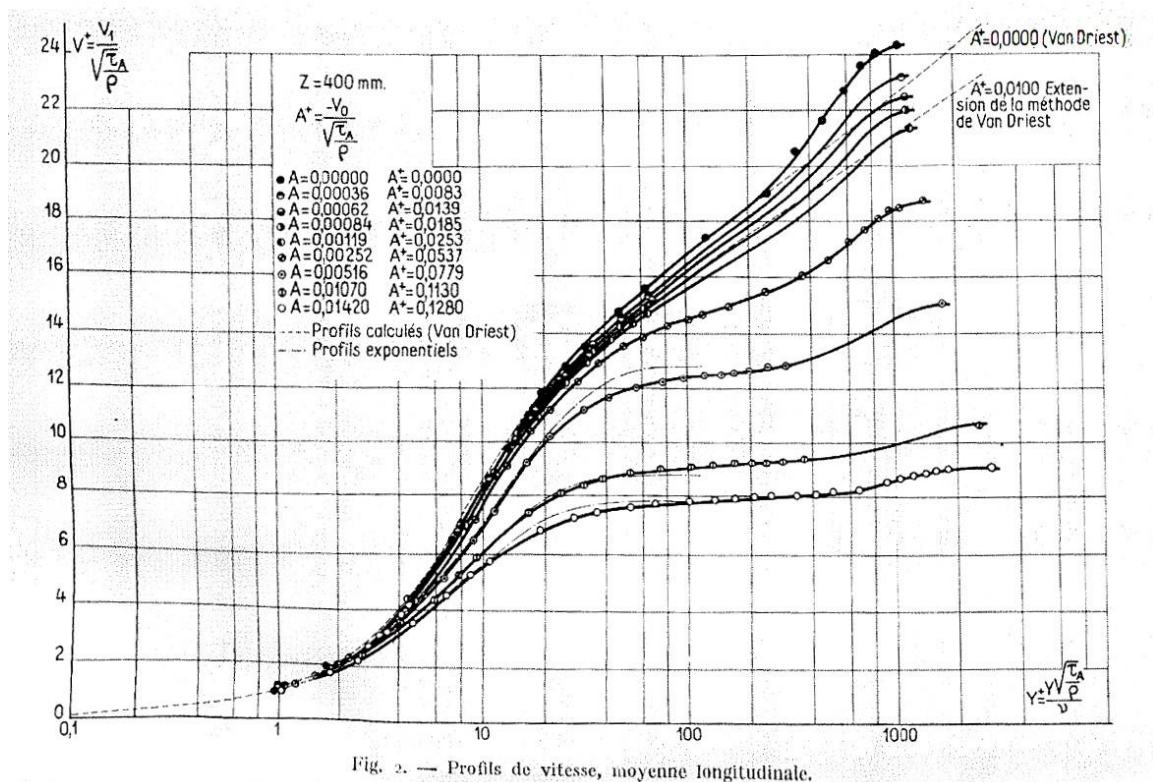


Abbildung 3-14 Mit wandnormaler Geschwindigkeit beeinflusste dimensionslose Geschwindigkeitsprofile von Favre (Favre et al. 1966, S. 10)

Rechnet man einen Fall mit wandnormaler Geschwindigkeit v_w^+ , liegen somit nicht mehr alle dimensionslosen Geschwindigkeiten übereinander (Abbildung 3-15 analog zu Abbildung 3-12 rechts) und dem CFD-Code werden durch die Standardwandfunktion (AWT) fehlerbehaftete Werte übergeben (vgl. Abbildung 3-14). Nur die Nutzung eines feinen Gitters erlaubt hier eine konsistente Abbildung der experimentellen Daten, da bei kleinen dimensionslosen Wandabständen y^+ der Einfluss von Wandfunktionen sehr begrenzt ist (Abbildung 3-15).

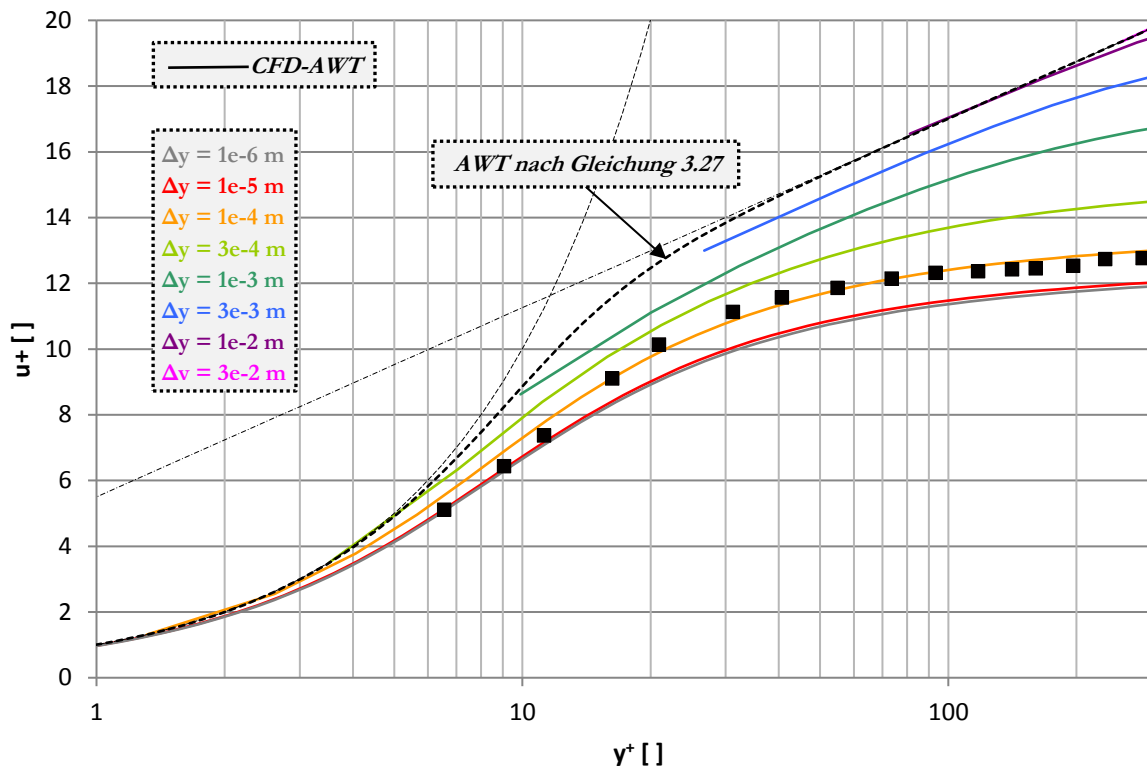


Abbildung 3-15 CFD-Rechnung mit AWT und Vergleich mit experimentellen Daten von Favre
($u = 3,6 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -A^+ = -0.0779$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Besonders an den Wandschubspannungen in Abbildung 3-16 rechts ist zu erkennen, dass die wandnormale Geschwindigkeit einen gravierenden Einfluss auf die CFD-Rechnung ausübt und bereits bei Gittern ab $y^+ > 1$ keine gitterunabhängigen Schubspannungen mehr berechnet werden.

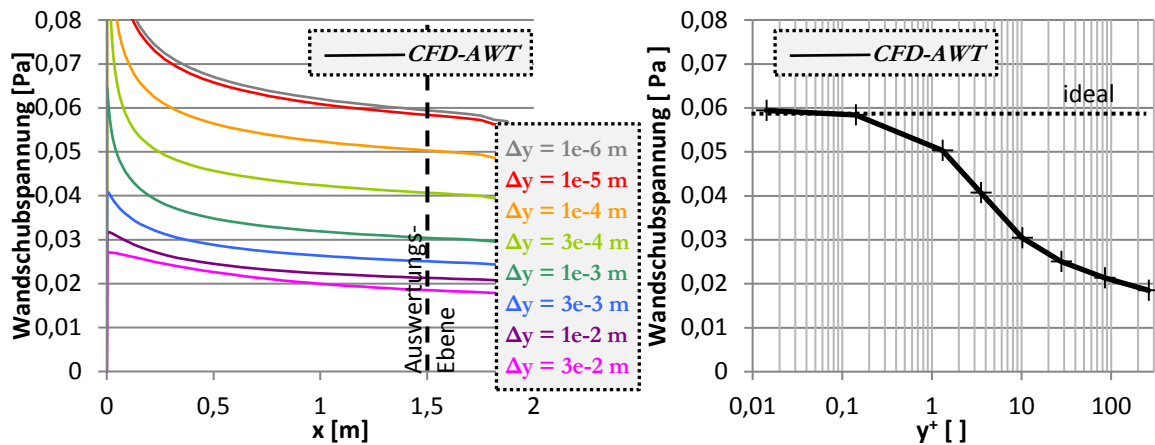


Abbildung 3-16 Veränderung der Schubspannungen auf verschiedenen Gitterauflösungen mit wandnormaler Geschwindigkeit ($u = 3,6 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -A^+ = -0.0779$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Die wandnormale Geschwindigkeit ist unter Kondensationseinfluss nicht der einzige in der Standardwandfunktion vernachlässigte Effekt ist. Durch die Auskühlung und durch die veränderte Gemischzusammensetzung an der Wand wird der Dichteverlauf stark verändert, sodass Auftriebskräfte die wandnahe Strömung beschleunigen (vgl. Abbildung 3-17).

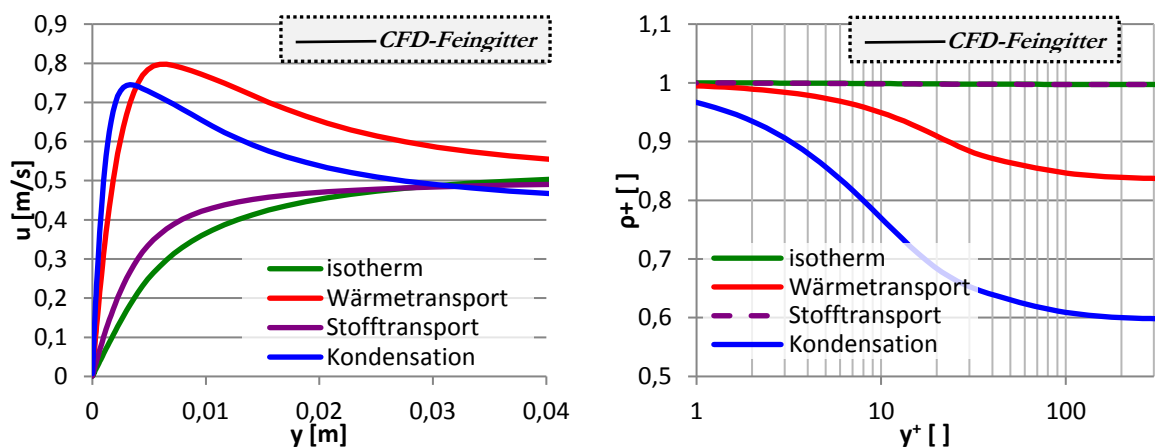


Abbildung 3-17 Verschiedene Einflüsse auf die Grenzschicht bei $u = 0,5 \text{ m/s}$ ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0.0/-0.0779$, $\Delta T = 0/60 \text{ K}$, $g_x = 9.8 \text{ m/s}^2$)

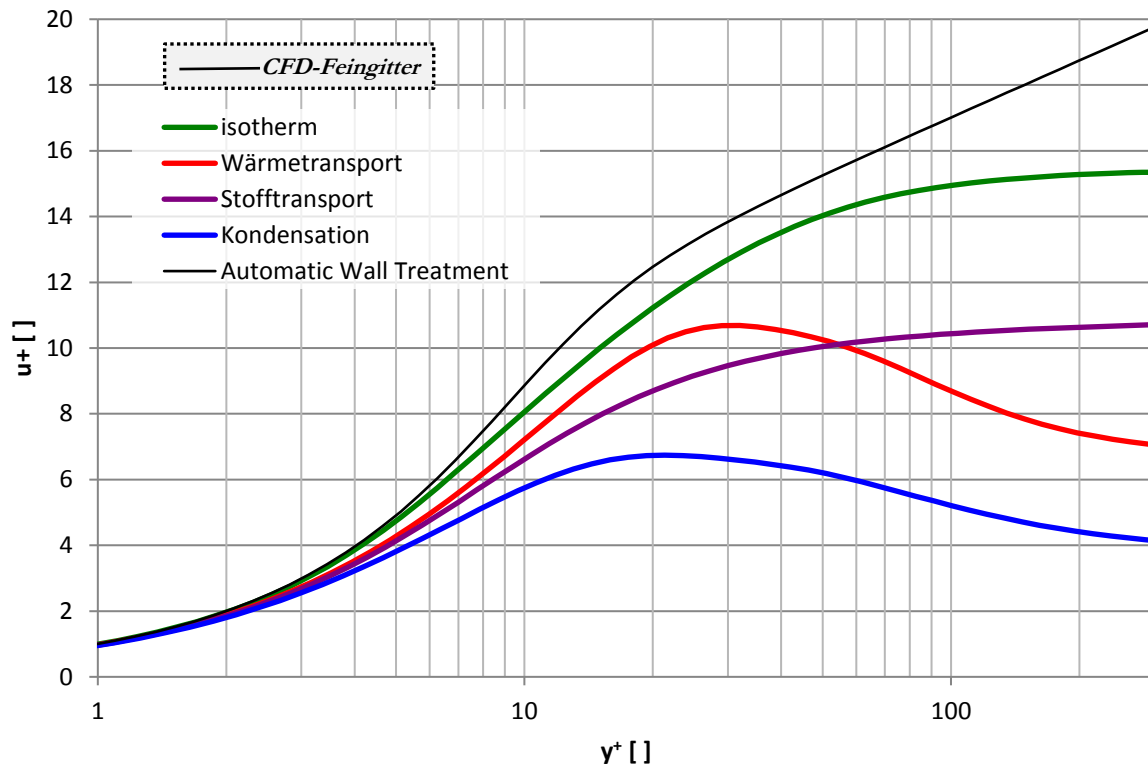


Abbildung 3-18 Verschiedene Einflüsse auf die dimensionslose Geschwindigkeit
($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0.0/-0.0779$, $\Delta T = 0/60 \text{ K}$, $g_x = 9.8 \text{ m/s}^2$)

Der Einfluss des Auftriebs und der Einfluss der wandnormalen Geschwindigkeit durch Stofftransport sind beide in den dimensionslosen Geschwindigkeitsprofilen zu sehen (vgl. Abbildung 3-18). Der Fall ohne zusätzlichen Wärme- und Stofftransport (grün) ist bis zum Erreichen des Einflusses der Hauptströmung bei ca. $y^+ = 75$ ähnlich mit dem in ANSYS CFX verwendeten AWT. Abweichungen treten sowohl bei Wärmeübergang (rot) als auch bei wandnormalen Geschwindigkeiten (lila) aufgrund des Auftriebs auf. Noch stärker ist diese Abweichung bei Wandkondensation (blau), da hier eine Kombination aus beiden Mechanismen vorliegt. Außerdem hat eine geänderte Dichte Auswirkungen auf die Turbulenz, sodass bei Kondensationsvorgängen ein komplexer Zustand mehrerer überlagerter Effekte vorliegt. Eine detaillierte Diskussion dieser Effekte wird in Kapitel 5 durchgeführt.

Eine Wandfunktion für Kondensationsprozesse muss also mehrere Einflüsse gleichzeitig abbilden können. Diese Einflüsse werden jedoch aktuell durch die in der Standardwandfunktion (AWT) getroffenen Annahmen nicht berücksichtigt.

3.5 Existierende erweiterte Wandfunktionen

Für die Anwendung bei Störfallanalysen im Sicherheitsbehälter müssen Wandfunktionen einfach zu implementieren und zu nutzen sein. Das bedeutet, sie sollen erstens über die in CFX vorhandene Schnittstelle implementierbar sein und zweitens sollen nur Werte in der Berechnung referenziert

werden, die dem Code auch bekannt sind. So ist zum Beispiel die Bestimmung der Grenzschichtdicke nur über eine Auswertung über mehrere Zellen möglich oder eine Freistrom-Geschwindigkeit wie sie in Strömungskanälen auftritt nur als Mittel über eine entfernte Fläche verfügbar. Dies ist bei 3D-Strömungsvorgängen nicht möglich und führt zudem zu einem ungewünschten Nutzereinfluss.

Generell beruhen alle hier vorgestellten Wandfunktionen in erster Linie auf der Impulsgleichung 2.4. Meistens werden für die Ableitung von algebraischen Gleichungen signifikante Vereinfachungen getroffen, damit überhaupt analytische Lösungen möglich sind. Werden diese Vereinfachungen nicht getroffen, ist die Implementierung nicht trivial.

Die Unterschiede zwischen den Wandfunktionen ergeben sich in den meisten Modellen aus der Kombination von verschiedenen Annahmen für die Schichten und deren Kombination durch Blendfunktionen oder durch verschiedene Turbulenzmodelle, die deren Überblendung nicht notwendig machen. Daneben gibt es auch Modelle, in denen die Wandfunktionen rein empirisch bestimmt werden.

3.5.1 Sucec

Sucec (*Sucec 1999, S. 187*) hat eine Wandfunktion für wandnormale Geschwindigkeiten von Stevenson (*Stevenson 1963*) mit einem Potenzansatz approximiert und eine Temperaturgleichung hinzugefügt.

$$u^+ = 8.75 y^{+1/7} + \frac{v_w^+}{4} \left(8.75 y^{+1/7} \right)^2 \quad (3.40)$$

$$T^+ = \left(6 y^{+0.1709} + 13.2 Pr - 9.37 \right) + \frac{v_w^+}{4} \left(6 y^{+0.1709} + 13.2 Pr - 9.37 \right)^2 \quad (3.41)$$

Diese Wandfunktion basiert auf experimentellen Daten und ist nur im logarithmischen Bereich gültig. Für Tests wurde diese Geschwindigkeitswandfunktion mit dem biquadratischen Blending verwendet und erzielt für wandnormale Geschwindigkeiten gute Ergebnisse. Eine Erweiterung mit Auftriebseffekten ist allerdings nicht möglich, da es sich hier um eine dedizierte Ableitung aus experimentellen Daten handelt.

3.5.2 Avelino

Eine andere Wandfunktion für wandnormale Geschwindigkeiten stammt von Avelino (*Avelino et al. 1999*). Im Vergleich zu Sucec bietet diese Formulierung allerdings keine Vorteile, hat jedoch Nachteile. Erstens ist die Geschwindigkeit in der Hauptströmung in der Formel referenziert, die in großen Behältern nicht ohne zusätzliche Modellannahmen definierbar ist.

$$u = \frac{u_\tau}{k} (\ln y^+ + A_0) + \frac{v_w}{4k} (\ln y^+ + A_0)^2 \quad (3.42)$$

$$A_0 = k \left(5.0 - 512 \frac{v_w}{u_\infty} \right)$$

Außerdem lässt sich die Funktion für sehr große wandnormale Geschwindigkeiten nicht mehr bestimmen und läuft nicht, wie es die laminare, analytische Lösung vorschreibt, in ein Maximum.

3.5.3 Mickley

Auch die Wandfunktion von Mickley (*Mickley und Smith 1963, S. 1685*) ist von den Einschränkungen vergleichbar mit Avelino, auch wenn die verwendete algebraische Funktion als „Defect Law“ ausgewiesen ist. Dadurch wird zum Beispiel explizit die Grenzschicht-Dicke δ abgefragt, die einem CFD-Code aber nicht direkt bekannt ist.

$$\frac{u_\infty - u}{u_\tau} = -\frac{1}{K} \ln \frac{y}{\delta} + \frac{\pi(x)}{K} \left(2 - w(y/\delta) \right) \quad (3.43)$$

3.5.4 Kiš

Kiš (*Kiš und Herwig 2012, S. 2631–2634*) geht für seine Auftriebswandfunktion einen interessanten Weg, indem er aus DNS-Rechnungen von einer Couette-Strömung Daten für eine Temperaturwandfunktion extrahiert und diese in Form einer Fehlerfunktion approximiert. Diese Temperaturwandfunktion wird dann im nächsten Schritt zur Integration der Impulsgleichung verwendet, wobei auch eine Unterscheidung zwischen laminarer Unterschicht und Log-Layer-Bereich getroffen wird. Eine Einschränkung, welche selbst der Autor schon nennt, ist, dass die Funktion nur Verbesserungen für den Bereich von $y^+ = 3$ bis 10 liefert (vgl. Abbildung 3-19).

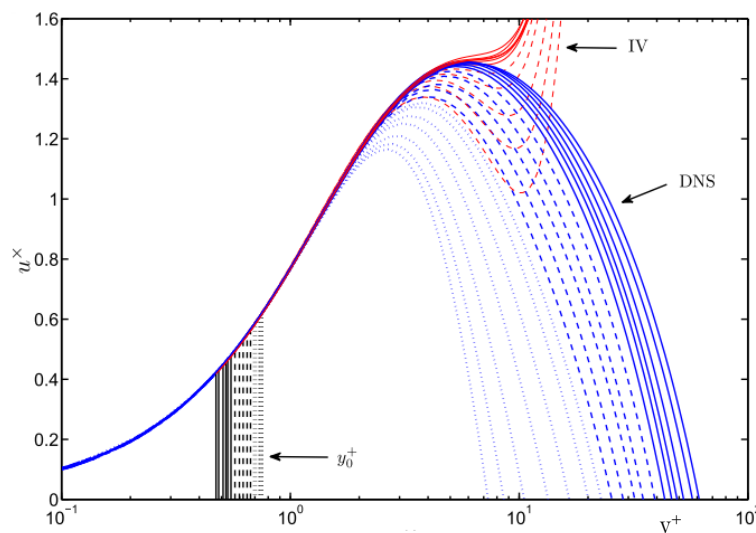


Abbildung 3-19 Geschwindigkeitslösung nach Kiš (IV) im Vergleich zu DNS Daten (*Kiš und Herwig 2012, S. 2634*)

3.5.5 UMIST-A

Die University of Manchester Institute of Science and Technology (UMIST) hat zwei Wandfunktionen entwickelt, eine analytische (UMIST-A) und eine numerische (UMIST-N, vgl. Kapitel 3.5.6). Die analytische wird hauptsächlich von den Autoren Craft und Suga (*Suga et al. 2013, S. 46*) entwickelt und basiert auf linearisierten Turbulenzmodellannahmen (vgl. Abbildung 3-20), mit denen die Erhaltungsgleichungen mit konstanten Koeffizienten für Geschwindigkeit und Temperatur in der gesamten Grenzschicht gelöst werden können.

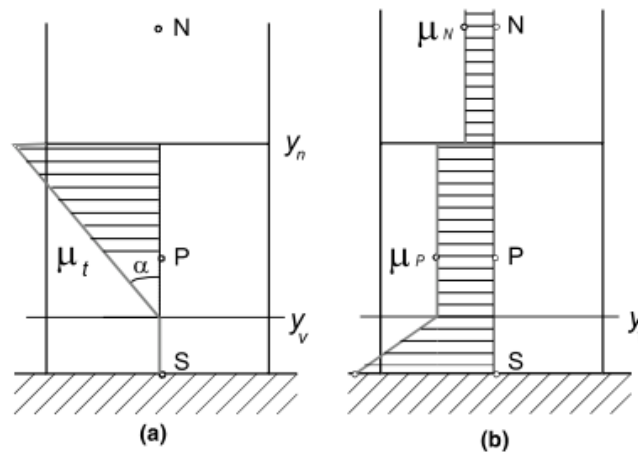


Abbildung 3-20 Turbulente (l) und molekulare (r) Viskositätsannahmen aus (*Craft et al. 2002, S. 150*)

Eine Behandlung von Auftrieb ist über eine Boussinesq-Approximation vorgesehen und eine Erweiterung für wandnormale Geschwindigkeiten existiert ebenfalls, ist aber für Prallstrahlen entworfen (*Craft et al. 2008, S. 690–694*). Allerdings ist bereits aus Autorensicht die UMIST-N Wandfunktion zu bevorzugen. (*Craft et al. 2002, S. 157*)

3.5.6 UMIST-N

Die numerische Wandfunktion der UMIST löst vereinfachte Erhaltungsgleichungen, die in der ersten Zelle auf einem Sub-Grid gelöst werden, und ist somit eine Art 1D-CFD-Code für die wandnahe Zelle (vgl. Abbildung 3-21) (*Gant 2002, 4.1*).

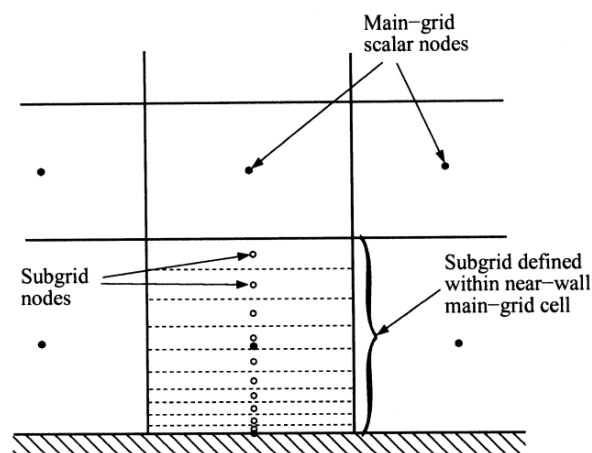


Abbildung 3-21 Sub-Grid Anordnung im Hauptgitter (*Craft et al. 2004, S. 308*)

Die errechneten Wandfunktionswerte werden dann als Quellterm im Hauptgitter verwendet (*Craft et al. 2004, S. 309*). Die Implementierung ist daher sehr komplex und nur vom Code-Hersteller durchführbar. Außerdem wird seine Robustheit von Popovac selbst in Frage gestellt (*Popovac und Hanjalic 2007, S. 179*).

3.5.7 Generalized Wall Function nach Popovac

Die „Generalized Wall Function“ von Popovac (*Popovac und Hanjalic 2007*) ist vergleichbar mit der UMIST-A, nutzt aber kein Turbulenzmodell, welches ab der Wand gültig ist, sondern sucht nur eine Lösung in der logarithmischen Schicht, die dann über die Compound Wall Treatment Blendfunktion (Gleichung 3.32) auf die viskose Unterschicht ausgeweitet wird. Dabei werden alle Nicht-Gleichgewichtsterme (wandnormale Geschwindigkeit, Dichte, Druck) in der ersten Zelle als konstant angenommen und in dem Koeffizienten C_U^+ zusammengefasst, sodass sich eine Gesetzmäßigkeit ähnlich dem logarithmischen Wandgesetz ergibt und C_U^+ aus dem vorherigen Iterationsschritt berechnet wird.

$$\begin{aligned} u^+ &= \frac{1}{\kappa \psi} \ln(E y^+) \\ \psi &= 1 - \frac{C_U^+ y^+}{u^+ \kappa} \\ C_U^+ &= \frac{\nu}{\varrho u_\tau^3} \left(\varrho \frac{\partial u}{\partial t} + \varrho u \frac{\partial u}{\partial x} + \varrho v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Nachteilig ist jedoch der Modellierungsaufwand, der zur Abbildung des Auftriebs aus dem in C_U^+ nicht beachteten Dichtegradienten entsteht. Außerdem wird die Ableitung des logarithmischen Wandgesetzes hier mit der Annahme einer konstanten Dichte für die Turbulenz und einer konstanten Dicke der viskosen Unterschicht durchgeführt, was aber bei Wandkondensation nicht der Fall ist (*Lehmkuhl 2013, S. 19–20*).

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass in der offenen Literatur keine dedizierten Wandfunktionen für kondensierende Wandgrenzschichten existieren. Neben dem klassischen logarithmischen Wandgesetz wurden verschiedene erweiterte Ansätze publiziert, die entweder den Teilaspekt des wandnormalen konvektiven Stofftransports oder wandnaher Auftriebseinflüsse abbilden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher eine Wandfunktion mit dem Ziel entwickelt, beide Teilaspekte durch einen möglichst allgemeinen Ansatz abzubilden, ohne auf starke Vereinfachungen zurückgreifen zu müssen.

4 Modellierung der FIBULA-Lösungen

Für die Herleitung von Wandfunktionen werden die im CFD-Code genutzten Erhaltungsgleichungen in dimensionsloser Form verwendet. Die hauptsächlichen Unterschiede zwischen verschiedenen Wandfunktionen bestehen in den bei der Herleitung getroffenen Vereinfachungen und Annahmen. Die hier vorgestellte, neu entwickelte Wandfunktion kommt mit sehr wenigen Vereinfachungen und Annahmen aus, wodurch die Implementierung komplexer wird. Im Gegensatz zu den Grenzschichtlösungen der Standardwandfunktion wird bei dieser neuen Wandfunktion keine Unterscheidung zwischen den Lösungen der viskosen Unterschicht und des logarithmischen Bereiches getroffen. Anstelle dieser räumlichen Unterscheidung wird das zugrundeliegende Differentialgleichungssystem mit Hilfe eines komplexeren Turbulenzmodells innerhalb des gesamten Definitionsbereiches über eine Integration gelöst.

Zur Berechnung der FIBULA-Lösungen und deren anschließender Nutzung als Wandfunktion sind folgende Schritte nötig: Zuerst werden in Kapitel 4.1 alle Gleichungen in dimensionsloser Form zusammengestellt, die für die Lösung der Grenzschicht notwendig sind. In Kapitel 4.2 werden die Vorschriften für die Berechnung der Eingangsparameter für die FIBULA dargestellt. Insbesondere das Zusammenspiel von Druck und Auftrieb ist für die spätere Implementierung in CFX von großer Bedeutung. Die numerische Lösung der zusammengestellten Gleichungen mit dem Computeralgebrasystem Maple wird in Kapitel 4.3 diskutiert.

4.1 Gleichungskanon

Die dimensionslosen Gleichungen der FIBULA lassen sich in partielle Differentialgleichungen (Kapitel 4.1.1), Randbedingungen (Kapitel 4.1.2) und zusätzliche allgemeine Gleichungen, die direkte Aussagen zu Variablen treffen (Kapitel 4.1.3 und 4.1.4), einteilen. Das Herzstück sind dabei die Differentialgleichungen bzw. die Erhaltungsgleichungen und die Randbedingungen, in denen die unbekannten Variablen durch explizite Zusammenhänge ersetzt werden, bevor das Differentialgleichungssystem mit Maple gelöst wird. Eine explizite Gleichung liefert das Cebeci-Turbulenzmodell, welches bereits an der Wand (ab $y^+ = 0$) gültig ist und dafür sorgt, dass der Übergang vom viskosen zum logarithmischen Bereich richtig wiedergegeben wird (Kapitel 4.1.3). Weitere explizite Zusammenhänge ergeben sich z.B. aus den physikalischen Strömungsbedingungen bei Kondensation (Kapitel 4.1.4.1 und 4.1.4.2), Stoffwerten (Kapitel 4.1.4.3), Konstanten (Kapitel 4.1.4.4) und der thermischen Zustandsgleichung (Kapitel 4.1.4.5).

4.1.1 Differentialgleichungen

Die Differentialgleichungen in der FIBULA werden durch die RANS-Gleichungen bereitgestellt. Dies sind x-Impuls, Energie- und Stofftransportgleichung. Grundsätzlich wird wie für andere Wandfunktionen auch eine stationäre Strömung unterstellt. Dadurch werden die Effekte

transienter, beschleunigter Strömungen durch diese Wandfunktionen nicht abgebildet und werden in dieser Arbeit auch nicht thematisiert.

Eine weitere Annahme ist die voll ausgebildete Strömung, sodass die Änderungen der Variablen entlang der Wand vernachlässigbar und somit unabhängig von der Lauflänge x sind (vgl. Gleichungen 3.3 bis 3.6). Dadurch kann die Kontinuitätsgleichung für die Grenzschicht von einer partiellen Differentialgleichung in eine allgemeine Gleichung überführt werden (Kapitel 4.1.4.1). Aufgrund dieser Vereinfachung können aktuell die Einlaufeffekte mit der FIBULA nicht abgebildet werden. Prinzipiell können Einlaufeffekte aber über die Gradienten in der Kontinuitätsgleichung in die FIBULA integriert werden (vgl. Kapitel 4.1.4.1). Der Einfluss von Einlaufeffekten wird in Kapitel 5.6 diskutiert und für die vorliegende Aufgabenstellung als nicht wesentlich bewertet.

4.1.1.1 Impulsgleichung

In dimensionsloser Form unterscheidet sich die x -Impulsgleichung 4.2 nur wenig von ihrer dimensionalen Form (Gleichung 2.4 bzw. 2.29 mit Reynoldsspannungsterm 2.34). Dies liegt unter anderem daran, dass die Impulsgleichung bei der Entdimensionalisierung der Geschwindigkeit aufgrund des nicht vorhandenen Wandwerts ($u_w = 0$) in Gleichung 2.10 nur durch einen positiven Faktor modifiziert wird (Gleichung 4.1).

$$u(y) = u^+(y) \cdot u_\tau \quad (4.1)$$

Darüber hinaus wird der Reynoldsspannungsterm mit der Boussinesq-Hypothese aus Gleichung 2.34 ersetzt und entdimensionalisiert, sodass sich folgende, in den FIBULA-Gleichungen verwendete, dimensionslose Impulsgleichung 4.2 ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y^+} (\rho^+(y^+) u^+(y^+) v^+(y^+)) - \frac{\partial}{\partial y^+} \left(\mu_{mol}^+(y^+) \frac{\partial}{\partial y^+} u^+(y^+) + \mu_{tur}^+(y^+) \frac{\partial}{\partial y} u^+(y^+) \right) \\ = -p_{dx,abs}^+ + \rho^+(y^+) g_x^+ \end{aligned} \quad (4.2)$$

Die Vernachlässigung des Druckgradienten senkrecht zur Wand ist nach Schlichting zulässig und wird von CFD-Rechnungen bestätigt (*Schlichting und Gersten 2006, S. 167*) (vgl. Abbildung 4-1).

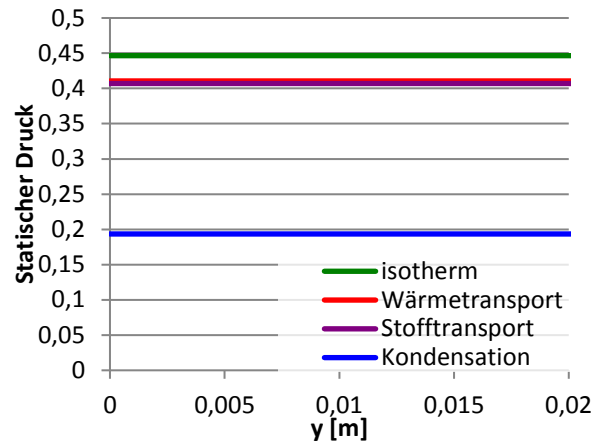


Abbildung 4-1 Druckverläufe in der Grenzschicht bei $v = 0,5 \text{ m/s}$

4.1.1.2 Energietransportgleichung

Aus den Entdimensionalisierungs-Vorschriften 2.9 und 2.16 ergibt sich entgegengesetzt zur Geschwindigkeits-Entdimensionalisierung für die Temperatur eine Summe aus der negativ skalierten dimensionslosen Temperatur und einem vom Wandwärmestrom abhängigen Wert (Gleichung 4.3).

$$T(y) = T_\tau \cdot \left(-T^+(y^+) + \frac{1}{q_w^+} \right) \quad (4.3)$$

Für die Entdimensionalisierung des Temperaturgradienten in der Energiegleichung 2.31 ergibt sich damit ein Vorfaktor und ein negatives Vorzeichen für die dimensionslose Temperatur T^+ . Für die zweimal abgeleiteten Leitungsterme verändert sich die Form der Energiegleichung 2.31 durch die Entdimensionalisierung nicht. Für den konvektiven Term in der Energiegleichung ist der zweite Teil der Summe aus Gleichung 4.3 in der einfachen Ableitung nach y^+ ungleich null, sobald $q(y)$ oder $v(y)$ nicht mehr konstant sind. Der dimensionslose Wandwärmestrom q_w^+ ist eine Korrektur für den Profilverersatz durch die Wandtemperatur T_w (Gleichung 4.4).

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y^+} \left(\rho^+(y^+) v^+(y^+) \left(-T^+(y^+) + \frac{1}{q_w^+} \right) \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y^+} \left(\frac{\lambda^+(y^+) \cdot c_p^+(y^+)}{Pr_w} \frac{\partial}{\partial y^+} T^+(y^+) \right) \\ & + \frac{\mu_{tur}^+(y^+) \cdot c_p^+(y^+)}{Pr_{tur}} \frac{\partial}{\partial y} T^+(y^+) \Big) = 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Für die Entdimensionalisierung des Reynolds-Transport-Terms wird die Wärme- und Stofftransportanalogie hinzugezogen und Gleichung 2.63 mit der turbulenten Prandtl-Zahl Pr_{tur} vor der Entdimensionalisierung in die Energiegleichung 2.31 eingesetzt (vgl. Kapitel 2.3.4).

Des Weiteren wird die Mehrkomponenten-Energiediffusion in dieser Gleichung vernachlässigt. Bei Auftreten von Kondensation ist der sensible Energieanteil, der durch den Wärmetransport der

Wandfunktion bestimmt wird, von untergeordneter Rolle und wird daher an dieser Stelle vernachlässigt. Eine Implementierung der Energiediffusion ist prinzipiell möglich und bereits exemplarisch getestet worden.

Die Energiequellen treten in der Implementierung der Energiegleichung nicht im Fluid auf, sondern werden über die Randbedingungen modelliert (Kapitel 4.1.2.2).

4.1.1.3 Dampfransportgleichung

Solange die Energiediffusion in der Energiegleichung 2.8 bzw. 4.4 vernachlässigt wird, ist die Dampfransportgleichung 2.7 bzw. 4.6, abgesehen von den konstanten Faktoren, wie die Energiegleichung aufgebaut. Die Unterschiede bestehen nur in den Randbedingungen und den eingesetzten Parametern und Variablen. Der Dampfmassenbruch wird ähnlich zu Gleichung 4.3 mit Gleichung 4.5 entdimensionalisiert.

$$Y_{H_2O}(y) = Y_{H_2O,\tau} \cdot \left(-Y_{H_2O}^+(y^+) + \frac{1}{\dot{m}_{H_2O,w}''} \right) \quad (4.5)$$

Analog zum Vorgehen in der Energiegleichung 4.4 werden hier die Quellterme in die Randbedingungen eingebracht. Daraus ergibt sich Gleichung 4.6 als Stofftransportgleichung für den Wasserdampf.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y^+} \left(\rho^+(y^+) v^+(y^+) \left(-Y_{H_2O}^+(y^+) + \frac{1}{\dot{m}_{H_2O,w}''} \right) \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y^+} \left(\frac{\rho^+(y^+) D_{H_2O}^+(y^+)}{Sc_w} \frac{\partial}{\partial y^+} Y_{H_2O}^+(y^+) + \frac{\mu_{tur}^+(y^+)}{Sc_{tur}} \frac{\partial}{\partial y^+} Y_{H_2O}^+(y^+) \right) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

4.1.2 Randbedingungen

Die Differentialgleichungen einer modellierten Problemstellung beschreiben die Verläufe der Variablen im Zielgebiet. Die Randbedingungen geben den Differentialgleichungen die zugehörigen Randwerte, sodass eine bestimmte Lösung der Differentialgleichung im Zielgebiet ausgewählt wird. Randbedingungen können sowohl Werte auf dem Rand vorgeben (Dirichlet-Randbedingung), als auch die Steigung der Lösungsvariablen festlegen (Neumann-Randbedingung) (*Laurien und Oertel, Jr. 2011, S. 40*). Da es sich bei den stationären Navier-Stokes-Gleichungen um Differentialgleichungen der zweiten Ordnung handelt und somit zweite Ableitungen der Ortsvariable y^+ auftreten, werden hier sowohl Dirichlet-Randbedingungen, als auch Neumann-Randbedingung aus der Physik abgeleitet.

4.1.2.1 Geschwindigkeit

Für die Geschwindigkeit gilt in Strömungen an der Wand die Haftrandbedingung, die besagt, dass die Geschwindigkeit an der Wand null ist.

$$u(0) = 0 \quad (4.7)$$

Daraus ergibt sich die dimensionslose Umformung mit Gleichung 4.1 relativ einfach.

$$u^+(0) = 0 \quad (4.8)$$

Diese Haftrandbedingung wurde auch bereits in Gleichung 3.13 für die Herleitung der analytischen Lösung der viskosen Unterschicht verwendet. Diese Bedingung ist solange gültig, wie die Wand sich nicht bewegt, was jedoch bei einer zukünftigen Modellierung eines Kondensatfilms nötig werden kann. Die dafür nötige Implementierung kann durch eine dimensionslose Wandgeschwindigkeit erfolgen, die als weiterer Parameter ins Gleichungssystem eingebracht wird, oder durch die Anpassung der Geschwindigkeits-Entdimensionalisierung herausgerechnet wird.

Als Neumann-Randbedingung für die Standardwandfunktion wird Gleichung 3.15 verwendet. Um zu bestätigen, dass diese Gleichung auch ohne die in Kapitel 3.2 verwendeten Vereinfachungen gilt, werden im Folgenden die Impulsflüsse in einem Kontrollvolumen, welches die Wand einschließt, bilanziert. Es gibt drei zu bilanzierende Impulsströme (Abbildung 4-2). Erstens wird dem Fluid über die molekulare Viskosität μ_{mol} x-Impuls ρu entzogen. Zweitens wird x-Impuls zur Wand (negative y-Richtung) über den konvektiven Transportterm mit $v_w < 0$ transportiert. Drittens wird x-Impuls in der Wand als Schubspannung τ_w an die umgebenen Strukturen weitergeleitet.

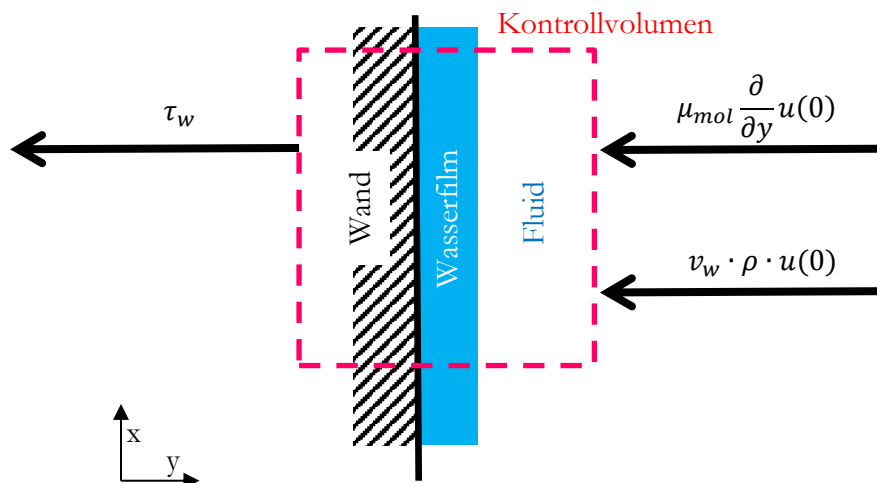


Abbildung 4-2 In y-Richtung transportierter x-Impuls

Der konvektive Impulstransport ist wegen der Wandhaftbedingung 4.7 ($u(0) = 0$) gleich null. Druck und Gravitationskräfte erzeugen aufgrund einer vernachlässigbaren Ausdehnung in

y-Richtung keine Kräfte in x-Richtung und können daher diese Bilanz nicht verändern. Daher ergibt sich für die Wandschubspannung die folgende Gleichung 4.9.

$$\tau_w = \mu_{mol} \frac{\partial}{\partial y} u(0) \quad (4.9)$$

Diese hier abgeleitete Neumann-Randbedingung gilt somit auch für die Verwendung der x-Impulsgleichung mit wandnormaler Geschwindigkeit v und Auftrieb. Sie deckt sich mit Gleichung 3.15 und in dimensionsloser Form vereinfacht sich Gleichung 4.9 zu Gleichung 4.10, die in der FIBULA implementiert ist.

$$\frac{\partial}{\partial y^+} u^+(0) = 1 \quad (4.10)$$

4.1.2.2 Temperatur

Die Temperatur an der Wand ist als fester Wert vorgegeben.

$$T(0) = T_w \quad (4.11)$$

Durch die Entdimensionalisierung mit Gleichung 4.3 wird dieser von null verschiedene Wert in der Randbedingung entfernt und mit Gleichung 4.12 in der FIBULA implementiert.

$$T^+(0) = 0 \quad (4.12)$$

Für die Herleitung der Neumann-Randbedingung wird ein Kontrollvolumen über die Wand betrachtet, bei dem Ströme ins Fluid positiv sind, sodass bei Kondensation die Wärme- und Massenströme negativ sind ($\dot{q}_w < 0$, $\dot{m}_{H_2O,w} < 0$) (siehe Abbildung 4-3). Ohne Kondensation gibt es einen Energiestrom durch Wärmeleitung vom Fluid durch die Wand. Dieser wird durch den Temperaturgradienten getrieben und entspricht ohne Kondensation dem Gesamtwärmestrom \dot{q}_w'' . Bei Kondensation wird dieser der sensible Wärmestrom $\dot{q}_{w,sensibel}''$ genannt und es ergibt sich ohne Kondensation folgende Bilanz:

$$\dot{q}_w'' = \dot{q}_{w,sensibel}'' = -\lambda(y) \cdot \frac{\partial}{\partial y} T(0) \quad (4.13)$$

Mit Kondensation existieren noch die Enthalpieströme des konvektiv zur Wand strömenden Wasserdampfes h_{H_2O} und des flüssigen Kondensats h_{Wasser} , welches durch das Kondensationsmodell aus dem System entfernt wird. Außerdem ergibt sich der Gesamtwärmestrom in der Wand q_w aus der Summe des sensiblen und des latenten Wärmestromes.

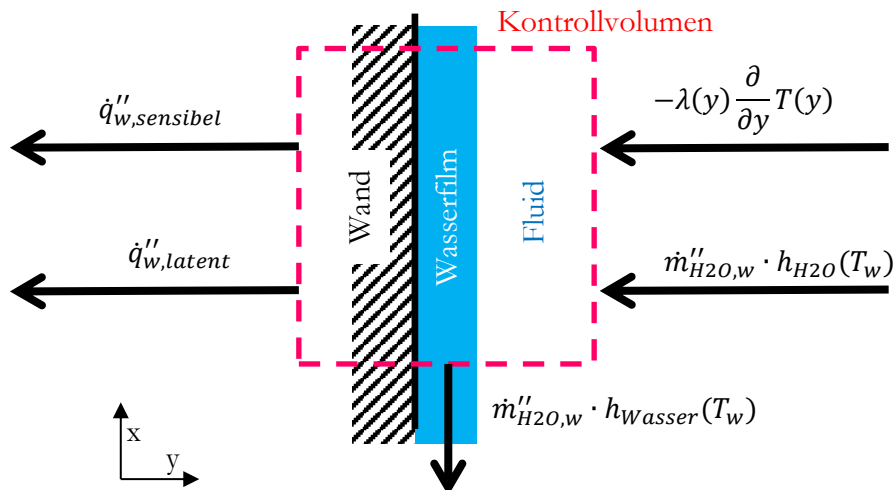


Abbildung 4-3 Energieströme an einer Wand mit Kondensation

Im Kondensationsmodell wird jedoch der latente Wärmestrom getrennt berechnet und in der Wand als separate Energiequelle zugeführt (siehe Kapitel 3.3.3). Für die Berechnung des dimensionslosen Wandwärmestroms q_w^+ wird somit ausschließlich der sensible Wärmestrom genutzt wird. Aus Gleichung 4.13 ergibt sich daher für die FIBULA-Implementierung bei $y = 0$ Gleichung 4.14 als Randbedingung:

$$\frac{\partial}{\partial y} T(0) = -\frac{\dot{q}_{w,sensibel}''}{\lambda(y)} \quad (4.14)$$

Die Entdimensionalisierung vereinfacht Gleichung 4.14 ähnlich wie die Geschwindigkeits-Neumann-Randbedingung 4.10 zu einer Stoffgröße: der dimensionslosen Prandtl-Zahl (Gleichung 4.15).

$$\frac{\partial}{\partial y^+} T^+(0) = Pr_w \quad (4.15)$$

4.1.2.3 Stofftransport

Für die Herleitung der Randbedingung des Dampftransports wird im Kontrollvolumen an der Wand der reine Dampftransport bilanziert (Abbildung 4-4). Ohne Kondensation existiert kein Stofftransport und ist dann nicht von Interesse.

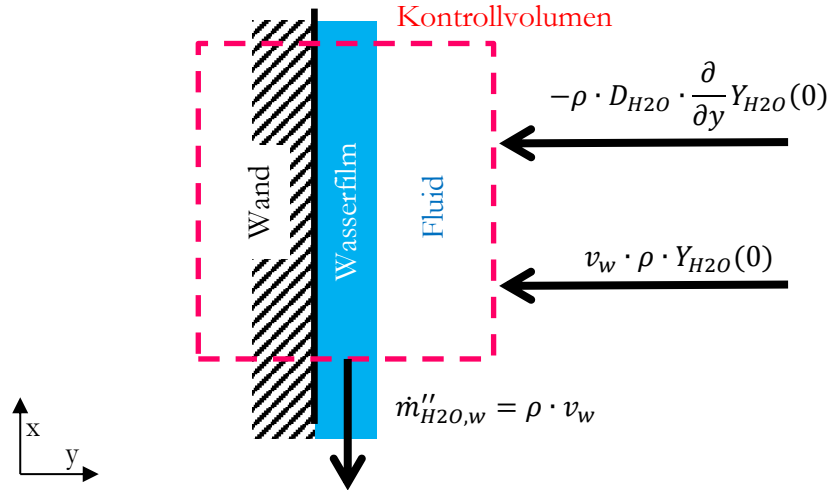


Abbildung 4-4 Wasserdampfströme an einer Wand mit Kondensation

Fluidseitig wird neben der Wasserdampfdiffusion auch konvektiv Wasserdampf zur Wand transportiert. Wandseitig wird durch das Kondensationsmodell Wasserdampf aus dem System entfernt. Daraus ergibt sich folgende Bilanz für das Wasser:

$$-\rho_w \cdot D_{H2O,w} \frac{\partial}{\partial y} Y_{H2O}(0) + v_w \cdot \rho \cdot Y_{H2O}(0) = \dot{m}''_{H2O,w} \quad (4.16)$$

Kurz vor der Wand am Zustand $y = 0$ wird der Wasserdampfmassenbruch $Y_{H2O}(0)$ auch als Wandwert $Y_{H2O,w}$ bezeichnet und die Bilanz 4.16 kann mit den Zusammenhängen für Kondensation (Gleichung 4.27) zu Gleichung 4.17 umgestellt werden. Der sich ergebende Klammerausdruck in Gleichung 4.17 berücksichtigt dabei das Phänomen der einseitigen Diffusion, hier des Wasserdampfes, und wird auch Stefan-Faktor genannt (Kneer 2005, S. 165).

$$\frac{\partial}{\partial y} Y_{H2O}(y) = \frac{-\dot{m}_{H2O,w}}{\rho_w \cdot D_{H2O,w}} (1 - Y_{H2O,w}) \quad (4.17)$$

Wird Gleichung 4.17 nach der Kondensationsrate aufgelöst (Gleichung 4.18) ist zu erkennen, dass diese Gleichung in ähnlicher Form zur Berechnung der Kondensationsrate im ANSYS-Kondensationsmodell verwendet wird (Gleichung 3.34) (Zschaewek et al. 2014, S. 138).

$$-\dot{m}_{H2O,w} = \frac{\rho_w \cdot D_{H2O,w}}{(1 - Y_{H2O,w})} \frac{\partial}{\partial y} Y_{H2O}(y) \quad (4.18)$$

In Gleichung 4.19 ist die zu Gleichung 4.17 zugehörige dimensionslose Form abgeleitet, die als Randbedingung in der FIBULA verwendet wird.

$$\frac{\partial}{\partial y^+} Y_{H2O}^+(0) = Sc_w \cdot (1 - Y_{H2O,w}) \quad (4.19)$$

4.1.3 Modifikation des Cebeci-Turbulenzmodells

Als Turbulenzmodell für die FIBULA wird eine Abwandlung des Mischungswegturbulenzmodells von Cebeci verwendet. Das Cebeci-Modell ist eine Erweiterung des Turbulenzmodells von van Driest. Es ist relativ unkompliziert und deckt die Einflüsse von wandnormalen Geschwindigkeiten v_w^+ und Druckgradienten p_{dx}^+ auf die Turbulenz in der Grenzschicht ab. In diesem Kapitel wird die Druckanpassung im Cebeci-Modell um die Gravitationskräfte in der Grenzschicht erweitert.

Die Entdimensionalisierung der turbulenten Viskosität in Gleichungen 2.39 und 2.40 ist wie die Entdimensionalisierung der Impulsgleichung durchzuführen und liefert die dimensionslose turbulente Viskosität μ_{tur}^+ (Gleichung 4.20).

$$\mu_{tur}^+(y) = \rho^+(y^+) \kappa^2 y^{+2} \left(1 - e^{-\frac{y^+}{A^+}}\right)^2 \left| \frac{\partial}{\partial y^+} u^+(y^+) \right| \quad (4.20)$$

Der Einfluss der wandnormalen Geschwindigkeit auf die Turbulenz wird von der Dämpfungslänge A^+ gesteuert und vom Cebeci-Turbulenzmodell im Vergleich zum Turbulenzmodell von van Driest in die richtige Richtung korrigiert. Trotzdem wird die Turbulenz weiterhin durch eine immer noch zu große Dämpfungslänge A^+ bei Kondensation überschätzt (*Lehmkuhl 2013, S. 22*). In Gleichung 4.21 wird die Dämpfungslänge A_{Cebeci}^+ nur für die wandnormale Geschwindigkeit gezeigt. Tritt an der Wand Kondensation auf, ist die wandnormale Geschwindigkeit negativ ($v_w^+ < 0$), die Dämpfungslänge A_{Cebeci}^+ wird größer und dämpft die Turbulenz stärker (siehe Abbildung 2-4). Ein generischer Kurvenverlauf dieser Funktion ist im Anhang in Abbildung 11-17 dargestellt.

$$A_{Cebeci, v_w}^+ = A_{vD}^+ \frac{1}{\sqrt{e^{v_w^+ \cdot \delta_s^+}}} \quad (4.21)$$

Allerdings ist die dimensionslose Dicke der viskosen Unterschicht δ_s^+ nicht konstant, wie von Cebeci in Gleichung 2.41 angenommen, sondern wird bei Kondensation ebenfalls größer. Dadurch würde die Korrektur der wandnormalen Geschwindigkeit von Cebeci weiter verstärkt und die Turbulenz, wie durch die experimentellen Daten erwartet, abgeschwächt (*Lehmkuhl 2013, S. 21*). Im Vergleich zu den CFD-Daten auf Basis des $k-\omega$ -Turbulenzmodells liefert die Cebeci-Formulierung bereits vergleichbare Werte für die Geschwindigkeit (vgl. Abbildung 5-13), ist aber durch die konstante Dicke der viskosen Unterschicht δ_s^+ im Vergleich zu den experimentellen Daten etwas zu dominant und überschätzt die Turbulenz bei einer zur Wand gerichteten Geschwindigkeitskomponente.

Zusätzlich zum von Cebeci berücksichtigten Druckgradienten (*Cebeci 1970*) wird in dieser Arbeit auch die Gravitationskraft in der Impulsgleichung 4.2 berücksichtigt. Wie später in Kapitel 4.2.3 erläutert, ist es die Differenz von Druckgradienten und Gravitationskraft, die als äußere Kraft die Strömung beeinflusst. Daher wird in dieser Arbeit anstelle des alleinigen Druckgradienten, wie in

Gleichung 2.40, die Differenz der äußeren Kräfte verwendet (Gleichung 4.22). Im Vergleich zur rechten Seite der Impulsgleichung 4.2 wurde in Gleichung 4.22 die Gravitation g_x^+ nicht mit der variablen dimensionslosen Dichte ϱ^+ multipliziert, sondern diese als konstant gleich eins angenommen.

$$A_{fibula}^+ = A_{vD}^+ \frac{1}{\sqrt{\frac{-p_{dx}^+ + g_x^+}{v_w^+} \cdot (e^{v_w^+ \cdot \delta_s^+} - 1) + e^{v_w^+ \cdot \delta_s^+}}} \quad (4.22)$$

Wird die Dämpfungslänge A^+ für eine variable Dichte hergeleitet, entsteht um die Dichte ein Integral, welches auf der kompletten viskosen Unterschicht ausgewertet werden muss. Dies benötigt entweder Annahmen für die viskose Unterschicht, oder weitere Iterationsstufen, die den Lösungsprozess stark erschweren würden. In dieser Arbeit wird daher für die Dämpfungslänge zunächst eine konstante Dichte über die Grenzschicht angenommen und mit Gleichung 4.22 in der FIBULA implementiert.

Für größere y^+ nahe an der Kernströmung heben sich der hydrostatische Druck und die Gravitationskräfte normalerweise auf (vgl. Kapitel 4.2.3 und 5.8 sowie Abbildung 5-20). Dabei ist in den in dieser Arbeit hauptsächlich betrachteten beschleunigten Fällen $g_x^+ > p_{dx}^+ > 0$ und $\varrho^+ < 1$. Der Einfluss durch die Eingangsparameter g_x^+ und p_{dx}^+ ist daher bei der hier konstant angenommenen Dichte zu groß. Reduziert man die Dämpfungslänge aus Gleichung 4.22 auf den Druck- bzw. Gravitationseinfluss, ist nach Gleichung 4.23 abzuleiten, dass durch die konstante Dichte die Dämpfungslänge überschätzt und die Turbulenz unterschätzt wird (vgl. Abbildung 11-18 im Anhang).

$$A_{fibula,druck}^+ = A_{vD}^+ \frac{1}{\sqrt{1 - (-p_{dx}^+ + g_x^+) \cdot \delta_s^+}} \quad (4.23)$$

Wie später in Kapitel 5.8 zu sehen ist, wird die Turbulenz bei Auftrieb trotzdem weiterhin überschätzt, sodass die Annahme der konstanten Dichte den Fehler sogar begrenzt. Nicht bekannt ist der Verlauf der auch hier als konstant angenommenen Grenzschichtdicke δ_s^+ , die wiederum die Eingangsparameter skaliert. Eine Modellierung der Grenzschichtdicke δ_s^+ kann grundsätzlich mit hochaufgelösten experimentellen Daten durchgeführt werden.

4.1.4 Zusätzliche Gleichungen

Neben den Differentialgleichungen, den Randbedingungen und dem Turbulenzmodell gibt es noch weitere zusätzliche Gleichungen, die bestimmte Variablen in einem direkten Zusammenhang beschreiben und damit einzelne Variablen aus den anderen Gleichungen direkt ersetzen können.

4.1.4.1 Kontinuitätsgleichung

Die dimensionslose Kontinuitätsgleichung 2.1 für eine stationäre Strömung ohne Quellterme kann in folgende Gleichung überführt werden:

$$\frac{\partial}{\partial x^+} (\rho^+(x^+, y^+) \cdot u^+(x^+, y^+)) + \frac{\partial}{\partial y^+} (\rho^+(x^+, y^+) \cdot v^+(x^+, y^+)) = 0 \quad (4.24)$$

Mit den Vereinfachungen einer ausgebildeten Strömung aus Gleichungen 3.3 bis 3.6 ergibt sich Gleichung 4.25.

$$\frac{\partial}{\partial y^+} (\rho^+(y^+) \cdot v^+(y^+)) = 0 \quad (4.25)$$

Diese vereinfachte Massenerhaltung muss nicht als Differentialgleichung im FIBULA-Gleichungssystem aufgenommen werden, sondern kann direkt analytisch in die explizite Gleichung 4.26 für die wandnormale Geschwindigkeit v^+ umgewandelt werden.

$$v^+(y^+) = \frac{v_w^+}{\rho^+(y^+)} \quad (4.26)$$

Für die Fälle, in denen die Dichte ρ^+ konstant ist, ist folglich auch die wandnormale Geschwindigkeit v^+ konstant.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden noch keine Einlauffeffekte in den FIBULA-Gleichungen implementiert, da das Ziel eine Wandfunktion für Kondensation ist. Die Implementierung kann aber durchgeführt werden, indem anstelle von Gleichung 4.26 die Kontinuitätsgleichung 4.24 als Differentialgleichung in den Gleichungskanon aufgenommen und zur Berechnung der wandnormalen Geschwindigkeit genutzt wird. Zusätzlich werden dann Werte für die Ableitung der Geschwindigkeit entlang der Wand abgefragt und v^+ ist wie u^+ und T^+ eine Lösung der Differentialgleichungen.

4.1.4.2 Dampfmassenstrom

Durch Kondensationsmodelle wird an der Wand eine Massensenke ($-\dot{m}_w$) aufgeprägt (vgl. Kapitel 3.3.3.2). Betrachtet man das Gasgemisch makroskopisch nach der Massenerhaltung (Gleichung 2.1), wird die gesamte Masse konvektiv zur Wand transportiert und erzeugt somit eine Geschwindigkeit des gesamten Fluids in Richtung Wand (Gleichung 4.27). Innerhalb des Gasgemischs wird der gesamte Wasserdampf über Diffusion zur Wand transportiert.

$$\dot{m}_{H_2O,w}'' = \rho_w \cdot v_w \quad (4.27)$$

In dimensionsloser Schreibweise ergibt sich für den dimensionslosen Massenstrom $\dot{m}_{H_2O,w}^+$ folgende Gleichung 4.28:

$$\dot{m}_{H_2O,w}^+ = \frac{v_w^+}{Y_{H_2O,w}} \quad (4.28)$$

4.1.4.3 Stoffwerte

In den Differentialgleichungen sind auch noch an vielen Stellen variable Stoffwerte zu modellieren, die im Rahmen dieser Arbeit als konstant und damit gleich der Wandwerte angenommen werden. In dimensionsloser Betrachtung sind die dimensionslosen Stoffwerte gleich eins und entfallen in den Differentialgleichungen (Gleichung 4.29 bis 4.32).

$$\mu_{mol}^+(y^+) = 1 \quad (4.29)$$

$$\lambda^+(y^+) = 1 \quad (4.30)$$

$$c_p^+(y^+) = 1 \quad (4.31)$$

$$D_i^+(y^+) = 1 \quad (4.32)$$

Für die Lösung des Gleichungssystems ist in der Energiegleichung 4.4 und ihrer Randbedingung 4.15 noch eine Annahme für die Prandtl-Zahl an der Wand notwendig, die über die massenbezogenen Speziesanteile ermittelt wird.

$$Pr_{mix}(y) = Pr_{H_2O} \cdot Y_{H_2O}(y) + Pr_{Luft} \cdot Y_{Luft}(y) \quad (4.33)$$

Für ein Zweistoffsystem ist der Massenbruch der Luft Y_{Luft} dabei direkt aus dem Massenbruch des Wasserdampfes zu berechnen.

$$Y_{Luft}(y) = 1 - Y_{H_2O}(y) \quad (4.34)$$

Die Prandtl-Zahlen für die Reinstoffe stammen dabei aus dem VDI-Wärmeatlas (Gleichung 4.35) (Kabelac 2006, Dba4 & Dbb2).

$$\begin{aligned} Pr_{H_2O} &= 1.028 \\ Pr_{Luft} &= 0.7 \end{aligned} \quad (4.35)$$

Die Prandtl-Zahl an der Wand Pr_w wird folglich mit Gleichung 4.36 für ein Dampf-Luft-Gemisch bestimmt.

$$Pr_w = 0.7 + 0.328 Y_{H_2O,w} \quad (4.36)$$

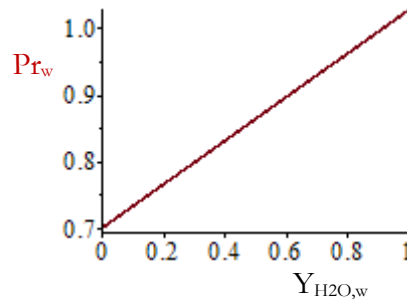


Abbildung 4-5 Prandtl-Zahl in Abhängigkeit des Dampfmassenbruchs an der Wand (Gleichung 4.36)

Für eine spätere Anwendung im Sicherheitsbehälter sind zusätzlich noch weitere Spezies zu berücksichtigen. Diese werden im Folgenden vernachlässigt, da auch die zugehörigen Experimente diese Spezies noch nicht betrachten (Kapitel 3.3.2).

Die Schmidt-Zahl variiert im Gegensatz zur Prandtl-Zahl weniger stark. Für warme Luft liegt die Schmidt-Zahl bei 0,5 und kann bei kalter Luft auf bis zu 0,56 anwachsen. Die Werte für Wasserdampfgemische liegen dazwischen und der Temperatureinfluss auf die Schmidt-Zahl Sc ist ebenfalls geringer (0,536 bis 0,553). In dieser Arbeit wurde daher die Schmidt-Zahl in Anlehnung an die CFX Daten auf 0,536 festgelegt (Gleichung 4.37).

$$Sc_w = 0.536 \quad (4.37)$$

4.1.4.4 Konstanten

Die turbulente Prandtl-Zahl wird in CFX zu 0,9 definiert (ANSYS 2011, Kap. 1.2.5.5) und ist daher auch so in der FIBULA implementiert.

$$Pr_{tur} = 0.9 \quad (4.38)$$

Dies gilt genauso für den turbulenten Stofftransport mit der turbulenten Schmidt-Zahl.

$$Sc_{tur} = 0.9 \quad (4.39)$$

4.1.4.5 Thermische Zustandsgleichung

Das ideale Gasgesetz (Gleichung 2.5) erfasst die Rückkopplung der Dichteveränderung durch ein Temperaturprofil oder durch ein Dampfmassenbruchprofil auf die Lösungsvariablen u , T und Y_{H_2O} . Das Dichteprofil $\rho(y)$ kann über das ideale Gasgesetz 2.5 mit dem Bezugspunkt zu den Wandgrößen ausgedrückt werden (Gleichung 4.40). Die Wandgrößen sind dabei die Zustände der jeweiligen Größe bei $y = 0$ und werden in dieser Form auch für die Entdimensionalisierung verwendet.

$$\rho(y) = \rho_w \frac{T_w}{T(y)} \frac{M_{mix}(y)}{M_{mix,w}} \quad (4.40)$$

Die Berechnung der Mischungsmolmassen M_{mix} wird mit folgender Formel durchgeführt, wobei die Massenanteile aus der Stofftransportgleichung 4.6 ermittelt werden:

$$M_{mix}(y) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{Y_i(y)}{M_i}} \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} M_{H_2O} &= 18.000 \\ M_{Luft} &= 28.949 \end{aligned} \quad (4.42)$$

Zusammen ergibt das für die Dichte Gleichung 4.43.

$$\rho(y) = \rho_w \frac{T_w}{T(y)} \frac{1,644 + Y_{H_2O,w}}{1,644 + Y_{H_2O}(y)} \quad (4.43)$$

Als Entdimensionalisierung der Dichte ergibt sich Gleichung 4.44. Der linke Faktor beschreibt den Einfluss der Temperatur in dem durch den dimensionslosen Wandwärmestrom q_w^+ die Präsenz der Wandtemperatur T_w in Gleichung 4.44 vermieden wird. Die Entdimensionalisierung der Mischungsmolenbrüche M_{mix} aus Gleichung 4.40 ist hier durch das Auftreten von zwei Stoffen etwas komplizierter und es verbleibt der Wasserdampfmassenbruch an der Wand $Y_{H_2O,w}$ in Gleichung 4.44, der die Wirkung der Kondensation auf die dimensionslose Dichte skaliert.

$$\rho^+(y^+) = \frac{1}{1 - q_w^+ \theta^+(y^+)} \cdot \frac{1}{1 - Y_{H_2O}^+(y^+) \cdot \dot{m}_{H_2O,w}^+} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1,644}{Y_{H_2O,w}}} \quad (4.44)$$

Im Fall von Kondensation wird die Abhängigkeit vom dimensionslosen Wandmassenstrom durch Gleichung 4.28 in eine Abhängigkeit von der wandnormalen Geschwindigkeit umgeformt und es ergibt sich Gleichung 4.45, die in der FIBULA implementiert ist.

$$\rho^+(y^+) = \frac{1}{1 - q_w^+ \theta^+(y^+)} \cdot \frac{1}{1 - \frac{Y_{H_2O}^+(y^+) \cdot v_w^+}{1,644 + Y_{H_2O,w}}} \quad (4.45)$$

4.2 Berechnung der FIBULA-Eingangsparameter

In Kapitel 4.1 wurden alle Gleichungen aufgeführt, die zur Berechnung von Grenzschichtströmungen mit Kondensationseffekten nötig sind. Allerdings sind in den Gleichungen noch Parameter enthalten, die vor der Berechnung bestimmt werden müssen. Bei der

Nutzung der FIBULA-Lösung als Wandfunktion werden diese Parameter aus den Werten des vorherigen Zeitschritts der CFD-Rechnung berechnet.

4.2.1 Dimensionslose wandnormale Geschwindigkeit v_w^+

Die wandnormale Geschwindigkeit v_w wird, wie die wandparallele Geschwindigkeit u , entsprechend Gleichung 2.14 entdimensionalisiert (Gleichung 4.46).

$$v_w^+ = v_w \frac{1}{u_\tau} = v_w \sqrt{\frac{\rho_w}{|\tau_w|}} \quad (4.46)$$

Die Schergeschwindigkeit wird gemäß Gleichung 2.12 über die Wandschubspannung und die Dichte berechnet. Während die Wandschubspannung (bzw. der Impulsfluss) aus CFX als Wandwert ausgelesen wird, ist die Dichte nur auf dem Knoten verfügbar. Auf eine Berechnung mit Gleichung 4.40 wird derzeit verzichtet, um die Komplexität im Zusammenspiel mit CFX nicht zu erhöhen.

4.2.2 Dimensionsloser Wandwärmestrom q_w^+

Der dimensionslose Wandwärmestrom wird direkt mit Gleichung 2.16 berechnet.

$$q_w^+ = \frac{T_\tau}{T_w} = \frac{q_w}{\rho_w c_{p,w} u_\tau T_w} \quad (4.47)$$

Die Dichte und die Wandschubspannung werden wie bei der dimensionslosen wandnormalen Geschwindigkeit berechnet (Kapitel 4.2.1). Die Wandtemperatur T_w wird in CFX über den „Boundcon“-Operator zur Verfügung gestellt.

4.2.3 Dimensionsloser Druck p_{dx}^+ und Gravitation g_x^+

Der Auftrieb ist immer im Zusammenspiel mit dem Druck zu betrachten. So nimmt in einem statischen System, wie beispielsweise in einem mit Wasser gefüllter Eimer, der absolute Druck in Richtung der Gravitationskraft zum Eimerboden hin zu.

$$p_{abs} = p_0 + \rho \cdot g_x \cdot x \quad (4.48)$$

Dieses Phänomen kann auf einen senkrechten Strömungskanal übertragen werden. Eine Gravitationskraft in x-Richtung bzw. Strömungsrichtung erzeugt einen Druckanstieg bzw. einen positiven Druckgradienten in dieselbe Richtung und hält ein Volumenelement im Gleichgewicht mit der Gravitationskraft. Bei einer differentiellen Betrachtungsweise entfällt zum einen der Referenz-/Umgebungsdruck p_0 aus Gleichung 4.48 und zum anderen die Abhängigkeit von der Koordinate x .

$$0 = -\frac{dp_{abs}}{dx} + \rho \cdot g_x \quad (4.49)$$

In Gleichung 4.49 wird die rechte Seite der Impulsgleichung 2.4 gezeigt, welche die Summe der in x-Richtung auftretenden Kräfte volumenbezogen zusammenfasst und in einem statischen System gleich null ist.

$$F_x''' = -\frac{dp_{abs}}{dx} + \rho \cdot g_x \quad (4.50)$$

Im Vergleich zum Druckgradienten und der Gravitationskraft ist die Gesamtkraft F_x'''' allerdings klein und wird numerisch ungünstig über die Differenz zweier ähnlich großer Zahlen berechnet. Um diese ungünstige Berechnung zu vermeiden, wird in ANSYS CFX nicht der normale, absolute Druck p_{abs} , sondern der statische Druck (engl. static pressure) p_{stat} verwendet, aus dem die hydrostatische Druckzunahme über Gleichung 4.51 herausgerechnet wird (*ANSYS 2012, Kap. 1.3*) (*ANSYS 2011, Kap. 1.2.9.3*). Dadurch wird die Berechnung sehr großer Differenzen im Solver von CFX vermieden.

$$p_{abs} = p_{stat} + p_{ref} + \rho_{ref} \cdot g_x \cdot (x - x_{ref}) \quad (4.51)$$

Der statische Druck p_{stat} wird in der Dokumentation von ANSYS CFX standardmäßig verwendet und daher in der Dokumentation nur mit p bezeichnet. Im Theory Guide der Dokumentation wird dieser manchmal auch als „motion pressure“ bezeichnet, und ist nicht mit dem dynamischen Druck ($\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2$) zu verwechseln, der in der Bernoulli-Gleichung die Energieerhaltung für das inkompressible Fluid gewährleistet. (*ANSYS 2012, Kap. 1.1.3.12.1*) (*ANSYS 2011, 1.2.9.3*)

Der Referenzzustand und -ort sind dabei frei wählbar, werden aber normalerweise als Wert innerhalb der Kernströmung angegeben. Für die Ableitung nach x ergibt sich Gleichung 4.52, in der der Referenzort entfällt.

$$\frac{dp_{abs}}{dx} = \frac{dp_{stat}}{dx} + \rho_{ref} \cdot g_x \quad (4.52)$$

Mit der in CFX benötigten Druckdefinition ergibt sich also für die Berechnung der Kräfte in der Impulsgleichung 4.53:

$$F_x''' = -\frac{dp_{stat}}{dx} + \rho \cdot g_x - \rho_{ref} \cdot g_x \quad (4.53)$$

oder eine dimensionslose Form, wofür p_{stat} genau wie p_{abs} entdimensionalisiert wird (vgl. Gleichung 2.25 und 2.26).

$$F_x^+ = -p_{dx,stat}^+ + \rho^+ \cdot g_x^+ - \frac{\rho_{ref}}{\rho_w} \cdot g_x^+ \quad (4.54)$$

Zur Berechnung der Eingabeparameter für das FIBULA-Gleichungssystem ist die dimensionslose Kraft F_x^+ aus Gleichung 4.54 zu berechnen. Dabei entsteht das Problem, dass q^+ eine Variable der FIBULA-Lösung ist, und somit nicht wie alle anderen Kraftterme aus CFX ausgelesen werden kann. Die Berechnung der Kraft F_x^+ aus Gleichung 4.54 wird daher in zwei Teile aufgeteilt (Gleichung 4.55). Der eine Teil ist der durch die Dichte q^+ variable Gravitationsanteil $q^+ \cdot g_x^+$ (Gleichung 4.55) und der Andere ist der direkt zu berechnende Druckanteil p_{dx}^+ , der aus den Summanden von Gleichung 4.57 besteht.

$$F_x^+ = -p_{dx}^+ + \rho^+ \cdot g_x^+ \quad (4.55)$$

Die Entdimensionalisierung von g_x^+ wird mit Hilfe von Gleichung 2.25 durchgeführt:

$$g_x^+ = g_x \cdot \frac{\mu_{mol,w}}{u_\tau^3 \rho_w} \quad (4.56)$$

Der dimensionslose Druck p_{dx}^+ beinhaltet neben dem statischen Druckgradienten $p_{dx,stat}^+$ die Gravitationsanteilanpassung.

$$p_{dx}^+ = p_{dx,stat}^+ + \frac{\rho_{ref}}{\rho_w} \cdot g_x^+ \quad (4.57)$$

Der Einfluss des statischen Druckgradienten wird in dieser Arbeit (mit Ausnahme von Kapitel 5.7) vernachlässigt, da ein signifikanter Einfluss nur z.B. bei Strömungsablösungen zu erwarten ist.

$$p_{dx,stat}^+ = \frac{dp_{stat}(x)}{dx} \cdot \frac{\mu_{mol,w}}{u_\tau^3 \rho_w^2} \equiv 0 \quad (4.58)$$

Die Dichte an der Wand kann nicht aus dem CFD-Code abgefragt werden und wird für p_{dx}^+ und g_x^+ in Gleichung 4.56 und 4.57 über das ideale Gasgesetz (Gleichung 4.43) berechnet.

Der Nachteil an der aktuell implementierten Aufteilung aus Gleichung 4.55 ist, dass sowohl g_x^+ als auch p_{dx}^+ relativ große Werte annehmen, die später voneinander subtrahiert werden. Dadurch muss das Kennfeld einen relativ großen Parameterbereich für g_x^+ und p_{dx}^+ abdecken und wird aufgrund der großen Interpolationsgebiete ungenau. Eine Möglichkeit diese großen Werte in weiterführenden Arbeiten zu vermeiden ist die dimensionslose Referenzdichte q_{ref}/q_w an Stelle des Gravitationsanteils von p_{dx}^+ in Gleichung 4.57 als Parameter an die FIBULA-Gleichungen zu übergeben. Zu diesem Zweck wird Gleichung 4.54 in Gleichung 4.59 umgeformt.

$$F_x^+ = -p_{dx,stat}^+ + g_x^+ \cdot \left(\rho^+ - \frac{\rho_{ref}}{\rho_w} \right) \quad (4.59)$$

Mit der bereits angewendeten Vernachlässigung von $p_{dx,stat}^+$, (Gleichung 4.58) verbleiben in Gleichung 4.59 nur noch g_x^+ und die dimensionslose Referenzdichte q_{ref}/q_w zur Übergabe an die FIBULA-Gleichungen. Die Anzahl der Parameter erhöhen sich dabei nicht und die Numerik wird verbessert.

4.2.4 Wandmassenbruch $Y_{\text{H}_2\text{O},w}$

Der Dampfmassenbruch an der Wand $Y_{\text{H}_2\text{O},w}$ wird als Eingangsparameter für die FIBULA-Gleichungen genutzt. Der dimensionslose Massenstrom $\dot{m}_{\text{H}_2\text{O},w}^+$ wird hingegen aus der dimensionslosen wandnormalen Geschwindigkeit v_w^+ und dem Dampfmassenbruch an der Wand $Y_{\text{H}_2\text{O},w}$ über den Kondensationsstrom-Zusammenhang (Gleichung 4.28) berechnet. Theoretisch ist es auch möglich, den Dampfmassenbruch $Y_{\text{H}_2\text{O},w}$ aus dem dimensionslosen Massenstrom $\dot{m}_{\text{H}_2\text{O},w}^+$ als Eingangsparameter intern zu berechnen. Bei ungünstigen Kombinationen von der dimensionslosen wandnormalen Geschwindigkeit v_w^+ mit dem dimensionslosen Massenstrom $\dot{m}_{\text{H}_2\text{O},w}^+$ würde das zu sehr großen Massenbrüchen führen, die in den Randbedingungen 4.15 und 4.19 einen großen Einfluss haben. Daher ist der Dampfmassenbruch an der Wand $Y_{\text{H}_2\text{O},w}$ als Eingangsparameter zunächst die numerisch stabilere Wahl.

Bei Kondensationsprozessen ist der Dampfmassenbruch an der Wand $Y_{\text{H}_2\text{O},w}$ über die Sättigungsbedingung im Kondensationsmodell verfügbar (Gleichung 3.35 und 3.36). Ohne Kondensation ist der Dampfmassenbruchgradient null und der Dampfmassenbruch kann in der CFD-Rechnung auf dem Wandknoten ohne Fehler ausgelesen werden.

4.3 Numerische Lösung und Verifikation

Mit den in Kapitel 4.1 aufgestellten Gleichungen können Lösungen für die Grenzschicht in dimensionsloser Form berechnet werden. Zu diesem Zweck werden mit den zusätzlichen Gleichungen aus Kapitel 4.1.4 und dem Turbulenzmodell alle Variablen bis auf die Lösungsvariablen und die Eingangsparameter aus den Differentialgleichungen und den Randbedingungen entfernt. Es bleibt somit ein Gleichungssystem übrig, welches nur noch den dimensionslosen Wandabstand y^+ , die Lösungsvariablen und einen Satz von Eingangsparametern (Kapitel 4.2) enthält. Dabei entspricht die Anzahl der Lösungsvariablen der Anzahl der Differentialgleichungen (*Laurien und Oertel, Jr. 2011, S. 39*).

- Unabhängige Variable
 - Dimensionsloser Wandabstand y^+
- Eingangsparameter
 - dimensionslose wandnormale Geschwindigkeit v_w^+
 - dimensionsloser Wandwärmestrom q_w^+
 - dimensionslose Gravitation g_x^+
 - dimensionsloser Druckgradient p_{dx}^+
 - Dampfmassenbruch an der Wand $Y_{\text{H}_2\text{O},w}$
- Lösungsvariablen
 - Geschwindigkeit u^+ ,
 - Temperatur T^+

○ Dampfmassenbruch $Y_{\text{H}_2\text{O}}^+$

Das Gleichungssystem aus Differentialgleichungen und Randbedingungen wird in Maple in einer numerischen Prozedur über den Befehl „dsolve“ mit der Option „numeric“ zusammengefügt.

```
dsol[fibula] :=
dsolve( DGLandBC , VARIABLES , numeric , start=0, parameters =
PARAMETERS );
```

Code 1 **Erstellung der FIBULA-Prozedur in Maple**

Diese Prozedur beinhaltet nun alle Informationen der FIBULA und berechnet für jeden angefragten Satz von Eingangsparametern und Wandabstand die entsprechenden Ergebnisse für die Lösungsvariablen und deren erste Ableitung. In Maple wird dabei intern die Fehlberg-Methode der Runge-Kutta-Verfahren verwendet (*Waterloo Maple Inc., dsolve/numeric*). Die Lösungen der FIBULA können direkt in dimensionsloser Darstellung grafisch dargestellt werden (vgl. Abbildung 4-6).

Wird der Dampfmassenbruch nicht mitgeplottet, wird der Einfluss des Stofftransports in den FIBULA-Gleichungen vernachlässigt, wie es zum Beispiel für die Validierung der wandnormalen Geschwindigkeiten v_w^+ ohne variablen Dampfmassenbruch notwendig ist (vgl. Abbildung 5-11).

Bei der Maple-internen numerischen Lösungsfindung für die FIBULA führen theoretische Divisionen durch null nicht zwangsläufig zu einem Abbruch der Berechnung, sondern es werden auch Lösungen im Grenzwert gefunden. So wird, wenn alle Eingangsparameter null sind ($v_w^+ = 0$, $q_w^+ = 0$, $g_x^+ = 0$, $p_{dx}^+ = 0$, $Y_{\text{H}_2\text{O},w}$), rein theoretisch sowohl in der Energiegleichung 4.4 mit q_w^+ als auch in der Dampftransportgleichung 4.6 mit $\dot{m}_{\text{H}_2\text{O},w}^+$ bzw. v_w^+ nach Gleichung 4.28 jeweils eine Division durch null durchgeführt. Wenn im Gegensatz zu Abbildung 4-6 trotzdem keine Lösungen gefunden werden können, werden später in der Kennfelderstellung interpolierte Werte verwendet (siehe Kapitel 6.1).

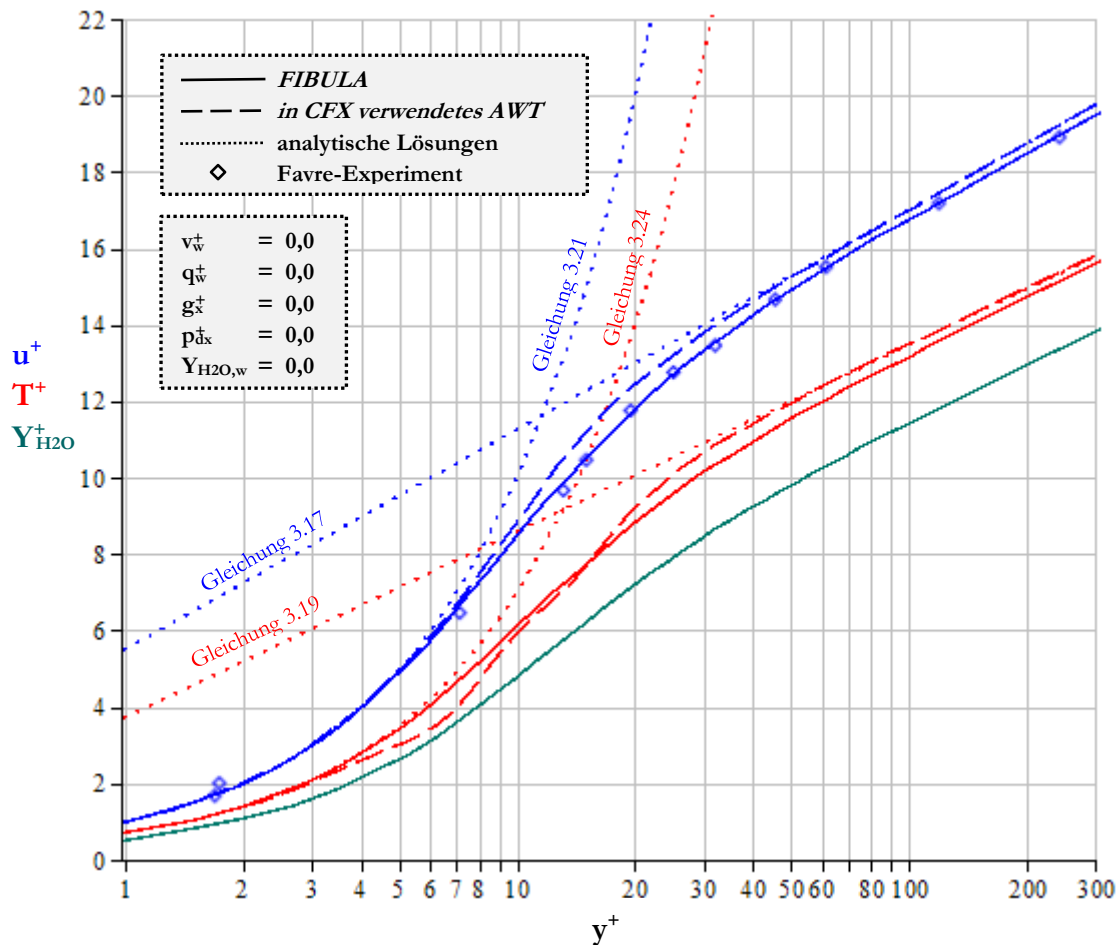


Abbildung 4-6 FIBULA-Lösungen ohne Parametereinfluss im Vergleich mit AWT und experimentellen Daten von Favre

Zur Verifikation der FIBULA wird in Abbildung 4-6 die FIBULA-Wandfunktion ohne spezielle Einflüsse ($v_w^+ = 0$, $q_w^+ = 0$, $g_x^+ = 0$, $p_{dx}^+ = 0$, $Y_{H_2O,w}^+$) mit der in CFX verwendeten Standardwandfunktion (AWT) verglichen (siehe Kapitel 3.2.3). Es ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeitslösung der FIBULA fast identisch mit der Standardwandfunktion (AWT) ist und den Buffer-Layer in ähnlicher Weise abbildet. Im Vergleich zu den experimentellen Daten von Favre liefert die FIBULA sogar leicht bessere Ergebnisse, wobei die Unterschiede eher zu vernachlässigen sind. So verwenden andere CFD-Codes als Wandfunktion die Lösung der laminaren Unterschicht (Gleichung 3.17) und das logarithmische Wandgesetz (Gleichung 3.21) ohne das Blending des AWT (Gleichung 3.27) zu benutzen (vgl. Kapitel 3.2.3). Auch im Vergleich zu Änderungen des dimensionslosen Geschwindigkeitsprofils bei Kondensation (vgl. Abbildung 3-18) sind die Unterschiede zwischen FIBULA, AWT und experimentellen Daten klein.

Die Temperaturlösung der FIBULA liefert wie die Geschwindigkeitslösung sehr gute Ergebnisse. Im laminaren Bereich deckt sie sich mit der analytischen Lösung und im turbulenten Bereich liegt sie sehr dicht an dem logarithmischen Wandgesetz von Kader (Gleichungen 3.24 bis 3.26). Im Vergleich zum AWT ist die Überblendung im Buffer-Layer sogar deutlich glatter, auch wenn dies keine großen Einflüsse auf die Ergebnisse haben sollte.

Der Grund warum die FIBULA die logarithmischen Wandgesetze nicht exakt trifft, liegt in der Struktur der FIBULA und ist sogleich auch die große Stärke. Sie verbindet nicht zwei bekannte Gebiete durch eine Blendfunktion, sondern löst die Erhaltungsgleichungen beginnend an der Wand bei $y^+ = 0$. Die Lösung des laminaren Bereichs ist ohne Turbulenzmodell mit wenigen Vereinfachungen sogar algebraisch möglich (vgl. Kapitel 4.4). Im Buffer-Layer ($y^+ \approx 10$) definiert das Turbulenzmodell den Übergang in den turbulenten Bereich, wobei keine Informationen aus dem turbulenten Bereich, also von größeren y^+ -Werten, verwendet werden. Auch im turbulenten Bereich werden immer nur Informationen zwischen $y^+ = 0$ und dem abgefragten y^+ -Wert verwendet und für die Lösung aufintegriert. Dadurch ist die FIBULA nicht abhängig von vorher bekannten Lösungen im turbulenten Bereich, sondern kann für jede Beeinflussung der Strömung, die in den Erhaltungsgleichungen modelliert wurden, eine Lösung im turbulenten Bereich liefern.

Derzeit kann für die FIBULA nicht jedes Turbulenzmodells verwendet werden. Im Gegensatz zu einer CFD-Rechnung wird der Definitionsbereich der FIBULA nicht vorab diskretisiert. Bei CFD-Rechnungen werden die Randbedingungen auf dem ersten Knotenpunkt festgelegt, jedoch nicht in Gleichungsform bei $y = 0$ definiert. Daher können in einer CFD-Rechnung Turbulenzmodelle verwendet werden, die bei $y = 0$ nicht definiert sind. Dazu gehört auch das für Wandnähe ausgelegte k - ω Turbulenzmodell, bei dem die ω -Gleichung für $y \rightarrow 0$ gegen unendlich läuft. In dem Fall, dass das k - ω Turbulenzmodell implementiert wird, muss daher entweder der Lösungsalgorithmus auf ein Verfahren mit fester Diskretisierung umgestellt werden, oder die Variable ω wird wie im k - g Turbulenzmodell durch ihren Kehrwert ersetzt, sodass an der Wand ein fester Wert vorhanden ist (Kalitzin et al. 2005, S. 278).

Damit die FIBULA als Wandfunktion in CFX verwendet werden kann, werden bestimmte Lösungen der FIBULA- in einer Datenmatrix gespeichert und über Interpolationsroutinen dem CFD-Code zur Verfügung gestellt. Die Speicherung und Interpolation der FIBULA-Daten wird in Kapitel 6 diskutiert.

4.4 Vereinfachte Lösungen für die laminare Unterschicht

Die FIBULA-Lösung aus Kapitel 4.3 kann aufgrund ihrer Komplexität nicht als algebraische Gleichung dargestellt werden. Verringert man die Komplexität, z.B. durch Vernachlässigung der Turbulenz kann für die laminare Unterschicht aus den Gleichungen der FIBULA eine algebraische Lösung bestimmt werden. Diese kann für Teileffekte mit Literaturlösungen verglichen, oder für Erklärungen zum Verhalten der FIBULA verwendet werden.

Die analytische Geschwindigkeitslösung ohne Parametereinfluss für die laminare Unterschicht wurde bereits im Stand der Technik in Gleichung 3.17 präsentiert. Diese kann auch aus dem FIBULA-Gleichungskanon bei konstanten Stoffwerten abgeleitet werden.

Für wandnormale Konvektion $v_w^+ \neq 0$ ($q_w^+ = 0$, $g_x^+ = 0$, $p_{dx}^+ = 0$, $\mu_{tur}^+ = 0$) lässt sich zusätzlich aus dem FIBULA-Gleichungskanon bei konstanten Stoffwerten für die laminare Unterschicht die Lösung Gleichung 4.60 ableiten. Diese Gleichung für wandnormale Konvektion wurde bereits in ähnlicher Form von Favre veröffentlicht und zeigt somit, dass die FIBULA mindestens für wandnormale Konvektion richtig modelliert wird (Favre et al. 1966, S. 5).

$$u^+(y^+) = \frac{e^{v_w^+ \cdot y^+} - 1}{v_w^+} \quad (4.60)$$

Auch für den Einfluss des Druckgradienten p_{dx}^+ kann eine analytische Lösung gewonnen werden (Gleichung 4.61).

$$u^+(y^+) = y^+ + \frac{1}{2} y^{+2} p_{dx}^+ \quad (4.61)$$

Eine Lösung für die Kombination aus wandnormaler Konvektion ($v_w^+ \neq 0$) und dem Druckgradienten ($p_{dx}^+ \neq 0$) lässt sich jedoch nicht durch die Superposition von Gleichung 4.60 und Gleichung 4.61 finden, sondern verkompliziert dies zu Gleichung 4.62.

$$u^+(y^+) = \frac{e^{v_w^+ \cdot y^+} - 1 - p_{dx}^+ y^+}{v_w^+} - \frac{p_{dx}^+ (e^{v_w^+ \cdot y^+} - 1)}{v_w^{+2}} \quad (4.62)$$

Bei der Herleitung der dimensional Geschwindigkeit ohne Parametereinfluss ($v_w^+ = 0$, $q_w^+ = 0$, $g_x^+ = 0$, $p_{dx}^+ = 0$, $\mu_{tur}^+ = 0$) erhält man die Geschwindigkeit als Integral der Schubspannung (Gleichung 4.63). Die Geschwindigkeit steigt in der Grenzschicht mit der jeweils bei y anliegenden Schubspannung an und wird daher als Integral über y_1 bestimmt.

$$u(y) = \frac{1}{\mu_{mol,w}} \int_{y_1=0}^y |\tau_w| dy_1 \quad (4.63)$$

Bei Auftrieb ($p_{dx} \neq 0$ und $g_x \neq 0$) verändert sich die in der Grenzschicht anliegende Schubspannung mit dem Wandabstand y . Die Spannungen, die durch p_{dx} und g_x auf die Grenzschicht wirken (siehe Impulsgleichung 2.4), sind wiederum nicht konstant, sondern werden durch ein inneres, von der Dichte abhängiges, Integral aufsummiert. Dieses zweite Integral bestimmt die Schubspannung an dem Ort y_1 und wertet dafür die Grenzschicht von $y_2 = 0$ bis y_1 aus. Die Geschwindigkeit wird bei Auftrieb also als Doppelintegral über Gleichung 4.64 bestimmt.

$$u(y) = \frac{1}{\mu_{mol,w}} \int_{y_1=0}^y \left[\underbrace{|\tau_w|}_{\text{Wandschubspannung}} - \underbrace{\int_{y_2=0}^{y_1} \left(-\frac{dp_{abs}(x)}{dx} + \rho(y_2) g_x \right) dy_2}_{\text{Hydrostatischer Druck}} \right] dy_1 \quad (4.64)$$

Als dimensionslose analytische Lösung für die laminare Unterschicht mit Auftrieb ($p_{dx}^+ \neq 0$ und $g_x^+ \neq 0$) ergibt sich Gleichung 4.65.

$$u^+(y^+) = y^+ - \int_{y_1=0}^{y^+} \left(\int_{y_2=0}^{y_1} (-p_{dx,abs}^+ + \rho^+(y_2) \cdot g_x^+) dy_2 \right) dy_1 \quad (4.65)$$

In Gleichung 4.65 ist zu erkennen, dass wenn sich die Gravitations- und Druckkräfte gegenseitig aufheben, sich diese Lösung zur bereits bekannten Lösung für die laminare Unterschicht (Gleichung 3.17) vereinfacht.

5 Einflüsse auf die Grenzschicht und Validierung der FIBULA-Lösung

In Kapitel 4 wurden die Grenzschichtgleichungen in dimensionsloser Form so zusammengestellt, dass sie die Einflüsse von Kondensation in der Grenzschicht möglichst universell ohne Vereinfachungen abbilden. Die resultierenden dimensionslosen FIBULA-Lösungen für die Geschwindigkeit u^+ , die Temperatur T^+ und den Dampfmassenbruch $Y_{\text{H}_2\text{O}}^+$ werden durch den Wandabstand y^+ und fünf Parameter (v_w^+ , q_w^+ , g_s^+ , p_{dx}^+ , $Y_{\text{H}_2\text{O},w}$) festgelegt.

In diesem Kapitel wird die FIBULA-Modellierung mit CFD-Feingitterlösungen verglichen und verifiziert. Anhand verschiedener Einflussfaktoren, die bei Kondensationsprozessen auftreten, werden die Grenzschichtveränderungen in den folgenden Unterkapiteln einzeln vorgestellt und es wird gezeigt, dass alle Effekte hinreichend genau modelliert wurden.

Die einzelnen Einflüsse auf die Grenzschicht werden anhand der dimensional CFD-Feingitterlösung diskutiert, um anschauliche Erläuterungen verwenden zu können (siehe Kapitel 3.3.1). Für die Verifizierung der FIBULA ist jedoch eine dimensionslose Betrachtung notwendig, sodass die CFD-Ergebnisse auch in die dimensionslose Form überführt und diskutiert werden. Zusätzlich werden algebraische Lösungen und explizite Veränderungen des FIBULA-Gleichungssystems gezeigt, um verschiedene kondensationsspezifische Einflüsse besser zu verdeutlichen.

Im ersten Unterkapitel (5.1 Geschwindigkeit) deckt sich die FIBULA noch mit der Standardwandfunktion aus Kapitel 3.2, sodass hier der Fokus auf die Interpretation der verwendeten Graphen gelegt wird. Auch in Kapitel 5.2 und 5.3 (Prandtl-Zahl und Schmidt-Zahl) liegt der Schwerpunkt auf der Interpretation der Ergebnisse, da der Einfluss der Stoffwerte im Vergleich mit den anderen Einflüssen auf die Grenzschicht eher klein ist. Der Einfluss des Wärmetransports ohne Auftrieb (Kapitel 5.4) zeigt, dass die FIBULA die Dichte richtig abbildet, auch wenn der direkte Einfluss auf die Grenzschicht klein bleibt. In Kapitel 5.5 (Wandnormale Konvektion engl. suction) wird der neben dem Auftrieb (Kapitel 5.8) dominanteste Einfluss erläutert und für die FIBULA mit experimentellen und CFD-Daten verifiziert. Die Einlaufeffekte (Kapitel 5.6) werden aktuell in der FIBULA nicht berücksichtigt, es wird aber gezeigt, inwieweit Wandfunktionen anwendbar sind. Auch Druckgradienten (Kapitel 5.7) werden in der FIBULA-Wandfunktion vernachlässigt, jedoch lässt sich deren Verhalten auf die Auftriebseinflüsse in Kapitel 5.8 übertragen und direkter erklären. Das Verhalten der FIBULA bei Auftriebseinflüssen verursacht durch Wärmetransport wird in Kapitel 5.8 verifiziert, wobei dessen Einfluss durch das Turbulenzmodell leicht überschätzt wird. Der Auftriebseinfluss der Dichteänderung durch Stofftransport und der Einfluss des Energietransports durch Stofftransport wird in Kapitel 5.9 diskutiert. Das letzte Unterkapitel (5.10 Kondensation) betrachtet und verifiziert die Superposition aller modellierten Effekte, wie sie auch im Anwendungsfall mit Kondensation auftreten.

5.1 Geschwindigkeit und Turbulenz

Eine der wesentlichen Anwendungen von Wandfunktionen ist die Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit auf dem wandnahen Gitterknoten, um dadurch schlussendlich die Wandschubspannung zu beeinflussen. Zur Untersuchung des Einflusses der Hauptströmungsgeschwindigkeit auf die Geschwindigkeitsprofile werden in diesem Kapitel einfache, isotherme CFD-Rechnungen im CONAN-Kanal verwendet, sodass nur Einflüsse durch die molekulare und turbulente Viskosität auftreten. Diese Einflüsse werden aktuell hinreichend durch das AWT in ANSYS CFX abgebildet (vgl. Kapitel 3.2). In diesem Kapitel befinden sich neben den Einflüssen auch Erläuterungen zur Interpretation der dimensionslosen Graphen.

In einer dimensionalen Auswertung von verschiedenen Geschwindigkeiten, wie in Abbildung 5-1, lassen sich schlecht vergleichende Aussagen treffen. Dies ist erst möglich, wenn die Geschwindigkeiten durch die jeweilige Maximalgeschwindigkeit skaliert werden.

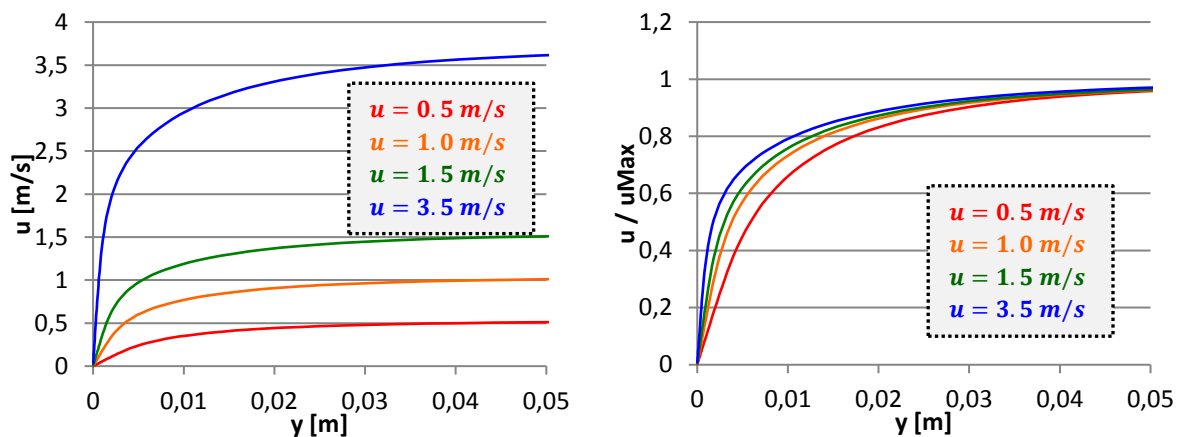


Abbildung 5-1 CFD-Geschwindigkeitsprofile von isothermen Strömungen
links unskaliert / rechts skaliert
($v_w^+ = 0.0$, $\Delta T = 0$ K, $g_x = 0$ m/s²)

Im Vergleich der skalierten Geschwindigkeiten in Abbildung 5-1 rechts sieht man, dass sich erwartungsgemäß bei höheren Geschwindigkeiten und Reynolds-Zahlen eine schmalere Grenzschicht ausbildet, da in diesem Fall die Turbulenz schneller zunimmt und das Fluid scheinbar zäher wird (vgl. Abbildung 5-2 links). Mit der turbulenten Kernströmung nimmt die Geschwindigkeit in der laminaren Unterschicht stärker zu, sodass dort die Gradienten größer werden bzw. höhere Wandschubspannungen auftreten. Dadurch wird der laminare Bereich schneller überbrückt und verringert seine Ausdehnung.

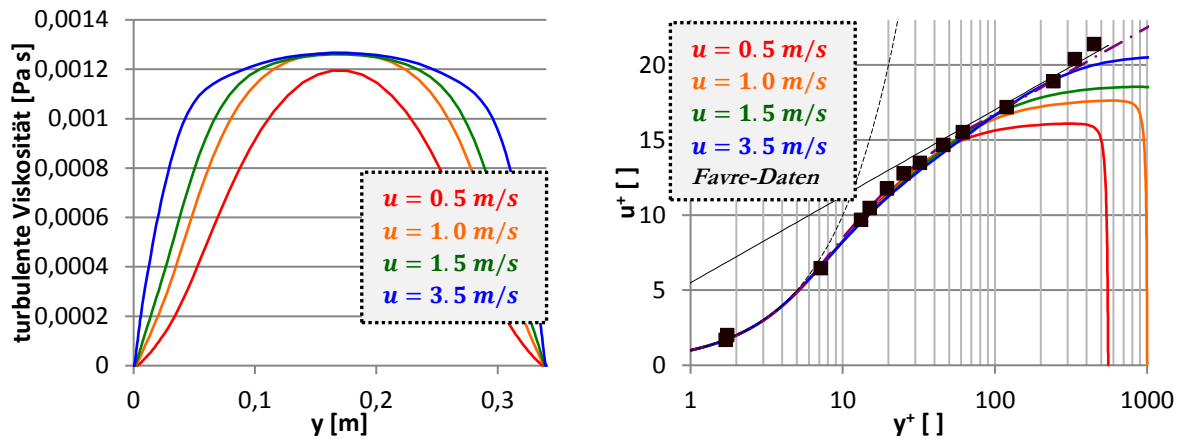


Abbildung 5-2 CFD-Profil von isothermen Strömungen
($v_w^+ = 0.0$, $\Delta T = 0$ K, $g_x = 0$ m/s²)

Werden der Wandabstand und die Geschwindigkeit dimensionslos aufgetragen und somit mit der Wandschubspannung skaliert (siehe Gleichung 2.14), erhalten die Geschwindigkeitsprofile im wandnahen Bereich einen nahezu identischen Verlauf (vgl. Abbildung 5-2 rechts). Diese Darstellung blendet den Einfluss der Hauptströmungsgeschwindigkeit aus und wird auch für die Implementierung von Wandfunktionen genutzt. Der einzige Unterschied ist, dass bei höheren Geschwindigkeiten die Turbulenz in der Grenzschicht stärker ausgebildet ist, sodass sich der dimensionslose Verlauf länger am logarithmischen Wandprofil orientiert, bis er bei größeren y^+ in die Hauptströmung ($\frac{du}{dy} \sim 0$) übergeht und schließlich an der Gegenwand des Kanals wieder auf null abfällt.

Zum Vergleich der dimensional und dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile sind diese in Abbildung 5-3 in nicht-logarithmischer Darstellung nebeneinander abgebildet (vgl. Abbildung 5-1 links und Abbildung 5-2 rechts). Bei dieser Darstellung zeigt sich, wie die Geschwindigkeiten der FIBULA-Lösung bzw. dem logarithmischen Wandgesetz folgen, bis sie die Kernströmung erreichen. Allerdings sind in der nicht-logarithmischen Darstellung die starken Gradienten in der laminaren Unterschicht nicht erkennbar, weshalb diese Darstellung nur selten verwendet wird.

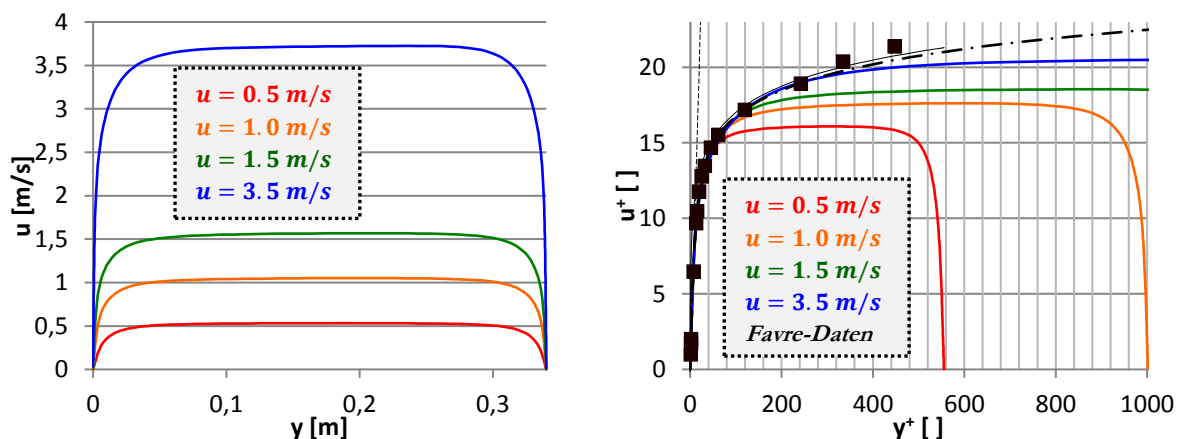


Abbildung 5-3 CFD-Geschwindigkeitsprofile von isothermen Strömungen
($v_w^+ = 0.0$, $\Delta T = 0$ K, $g_x = 0$ m/s², Lauflänge x = 1500 mm)

Die Skalierung der dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile über die Schergeschwindigkeit u_τ , bzw. die Wandschubspannung τ_w bewirkt, dass es für alle Geschwindigkeiten, besonders in der laminaren Unterschicht, ein sehr einfaches und konstantes Verhältnis zwischen dimensionslosem Abstand und dimensionsloser Geschwindigkeit gibt (Gleichung 3.17). Nimmt die Geschwindigkeit u zu, wird die Wandschubspannung größer. Nach Gleichung 2.13 wird dann die y^+ -Achse verlängert und nach Gleichung 2.14 u^+ stärker skaliert. Trotz steigender Geschwindigkeit bleibt also das dimensionslose Profil gleich.

Auch der Übergang vom laminaren in den turbulenten Bereich bei $y^+ = 11,8$ ist unter der Voraussetzung der zu Beginn des Kapitels genannten Vernachlässigung weiterer Effekte für alle Geschwindigkeiten gleich. Mit zunehmender Turbulenz wird das Fluid in der turbulenten Schicht scheinbar zäher und die Geschwindigkeitsgradienten in der laminaren Schicht somit größer, ohne dass sich das dimensionslose laminare Profil ändert. Daher wird das dimensionslose turbulente Profil flacher, da sich im Verhältnis die Geschwindigkeit im turbulenten Bereich weniger ändert (vgl. Abbildung 5-2 rechts).

Dieses Verhalten lässt sich im Vergleich zweier unterschiedlicher turbulenter Zähigkeiten deutlich beobachten. In Abbildung 5-4 links wird in der FIBULA-Lösung neben dem Turbulenzmodell von van Driest (Gleichung 4.20 / gestrichelte Linie) die turbulente Viskosität μ_{tur} mit dem Faktor 2 skaliert (Gleichung 5.1 / durchgehende Linie).

$$\mu_{tur}^+(y) = 2 \cdot \rho^+(y^+) \kappa^2 y^{+2} \left(1 - e^{-\frac{y^+}{A_{vD}^+}} \right)^2 \left| \frac{\partial}{\partial y^+} u^+(y^+) \right| \quad (5.1)$$

In dem laminaren Bereich von Abbildung 5-4 links lässt sich keine Veränderung feststellen, erst ab $y^+ > 7$ sind Unterschiede erkennbar. Während das Turbulenzmodell von van Driest mit dem logarithmischen Wandgesetz übereinstimmt (Gleichung 3.21), sinkt die Kurve mit dem skalierten Turbulenzmodell weiter ab und unterscheidet sich stärker von dem logarithmischen Wandgesetz. Das Fluid verhält sich steifer und die Geschwindigkeiten ändern sich dadurch vermehrt in der laminaren Unterschicht anstatt im turbulenten Bereich.

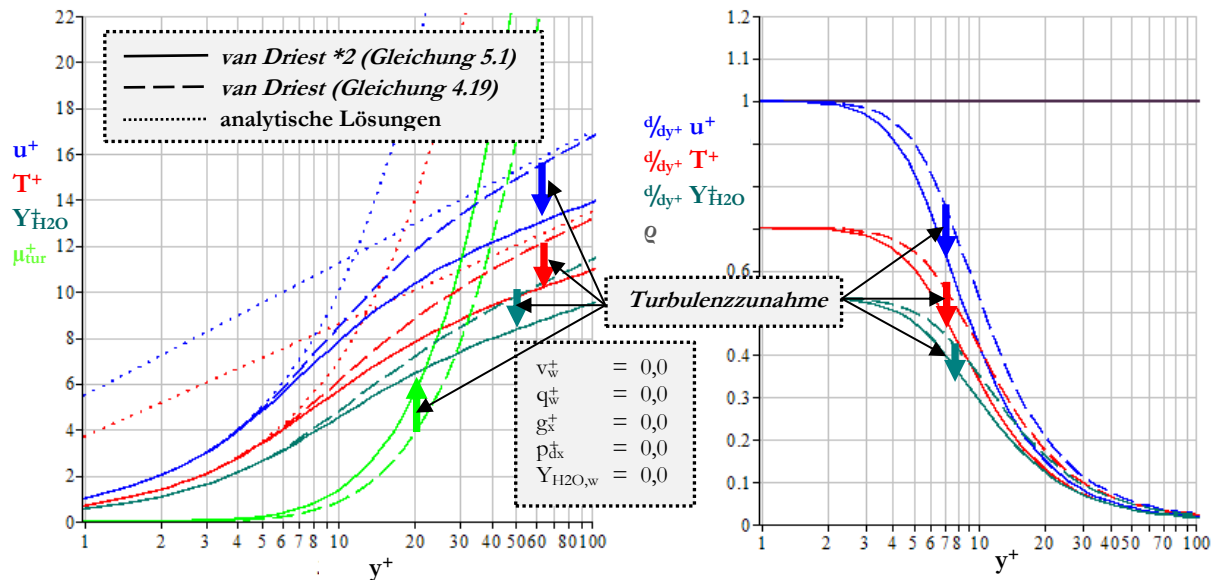


Abbildung 5-4 Einfluss einer verdoppelten turbulenten Viskosität μ_{tur} auf die dimensionslosen Profile der FIBULA

Die Gradienten der Grenzschicht werden ab $y^+ > 100$ klein, auch wenn in der logarithmischen Darstellung in Abbildung 5-4 links die Profile weiter ansteigen (siehe Abbildung 5-4 rechts).

Generell bleibt festzuhalten, dass die FIBULA-Lösung die Geschwindigkeitsprofile für eine isotherme Grenzschicht gut wiedergibt und dass es keine systematischen Abweichungen zu den experimentellen Daten von Favre, den CFD-Feingitterrechnungen oder den analytischen Lösungen gibt (vgl. Abbildung 5-2 rechts).

5.2 Prandtl-Zahl

Neben der Geschwindigkeitslösung wird von der FIBULA für die Berechnung des Wärmeübergangs und des Auftriebs auch eine Temperaturlösung generiert. Die maßgebliche Gleichung für den Wärmetransport ist die Energiegleichung 4.4, welche sehr ähnlich zur Impulsgleichung 4.2 aufgebaut ist. Der größte Unterschied zur Impulsgleichung 4.2 ist, dass hier bei den viskosen und turbulenten Transporttermen die dimensionslose Temperatur T^+ mit dem Kehrwert der Prandtl-Zahl Pr_w bzw. der turbulenten Prandtl-Zahl Pr_{tur} skaliert wird. Aber auch in der dimensionslosen Randbedingung (Gleichung 4.15) ist die Prandtl-Zahl Pr_w als linearer Faktor zu finden.

Gemäß Gleichung 2.23 beschreibt die Prandtl-Zahl ein Verhältnis zwischen Zähigkeit und Temperaturleitfähigkeit. Wird die Prandtl-Zahl kleiner, wie beispielsweise bei der Reduktion des Dampfanteils in einem Dampf-Luft-Gemisch, steigt die Temperaturleitfähigkeit und somit auch die Wärmeleitung an. Es werden für den Wärmetransport nur noch geringere Temperaturgradienten benötigt, die Temperaturen sinken und mehr Energie wird über den Querschnitt des Kanals zur Wand transportiert (vgl. Abbildung 5-5 links).

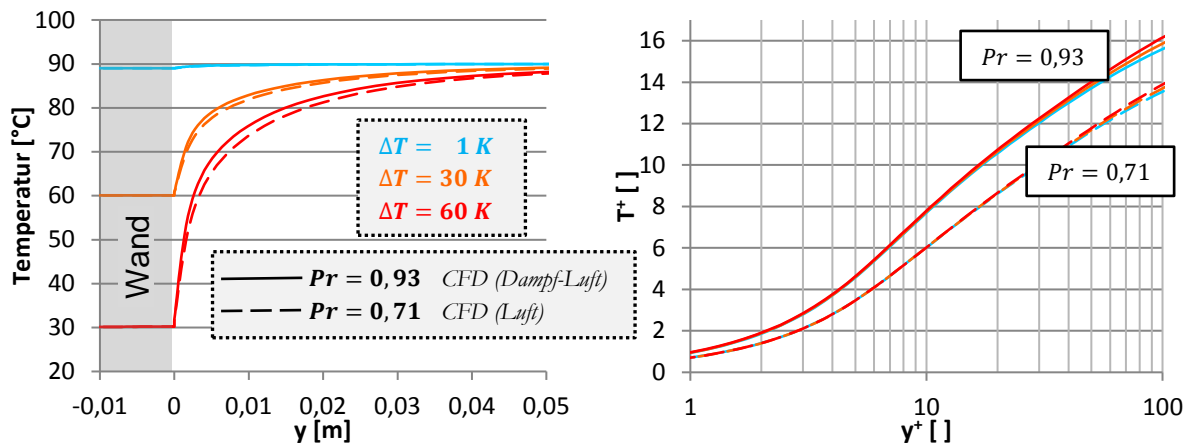


Abbildung 5-5 CFD-Temperaturprofile bei verschiedenen Prandtl-Zahlen
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Das dimensionslose Temperaturprofil aus Abbildung 5-5 rechts verhält sich bei verbessertem Transport wie das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil. Durch eine bessere Wärmeleitung (kleinere Prandtl-Zahl) sinkt das dimensionslose Temperaturprofil. Im Gegensatz zu einer vergrößerten turbulenten Viskosität (Impulstransport), wie in Abbildung 5-4 links dargestellt, sinkt das Temperaturprofil hier über die gesamte Grenzschicht. Dies lässt sich besonders gut an den algebraischen Lösungen der viskosen Unterschicht beobachten, da die Temperaturlösung (Gleichung 3.19) im Vergleich zur Geschwindigkeitslösung (Gleichung 3.17) mit der Prandtl-Zahl Pr_w skaliert wird. Man kann daher die Prandtl-Zahl am Gradienten der dimensionslosen Temperatur an der Wand für $y \rightarrow 0$ ablesen (vgl. Abbildung 5-6).

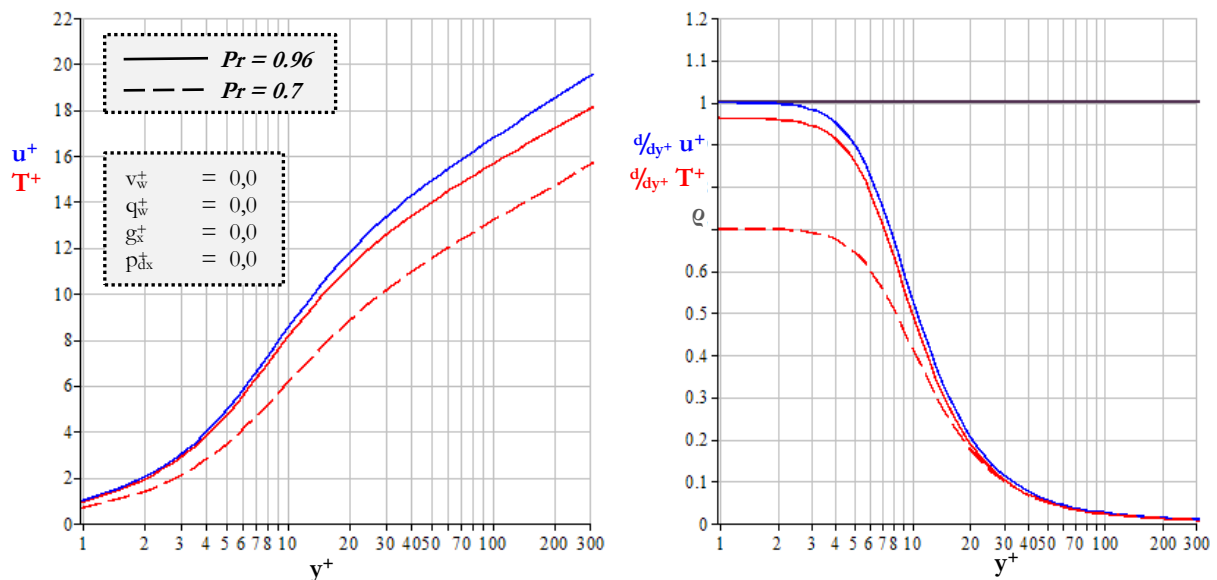


Abbildung 5-6 Einfluss der Prandtl-Zahl auf die FIBULA-Lösung

Genauso wie die dimensionslosen Geschwindigkeiten für verschiedene Hauptströmungsgeschwindigkeiten annähernd gleich sind (vgl. Abbildung 5-2 rechts), folgen auch die dimensionslosen Temperaturen bei gleicher Prandtl-Zahl für verschiedene Wärmeströme demselben Verlauf (vgl. Abbildung 5-5 rechts). Dies liegt auch bei der Temperatur an der

Skalierung über die Gradienten an der Wand bzw. hier dem Wandwärmestrom \dot{q}_w'' (vgl. Gleichung 2.14 - 2.15). Vergleicht man nun in Abbildung 5-7 die dimensionslosen Temperaturprofile der FIBULA mit denen der CFD-Rechnungen ist zu erkennen, dass die Abweichung der FIBULA von den CFD-Rechnungen vernachlässigbar klein im Vergleich zum Einfluss der Prandtl-Zahl ist. Dies belegt die konsistente Implementierung der Temperaturgleichung im FIBULA-Gleichungssystem.

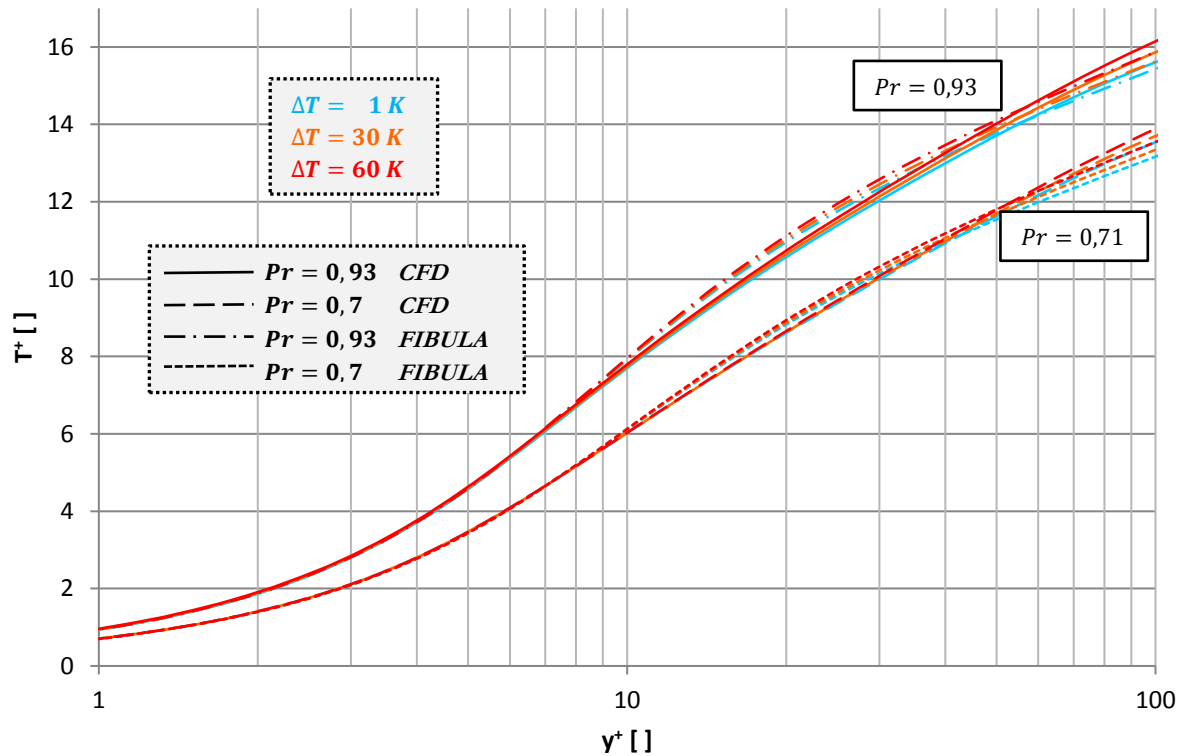


Abbildung 5-7 FIBULA im Vergleich mit CFD Daten für dimensionslose Temperaturprofile für unterschiedliche Prandtl-Zahlen ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

In Abbildung 5-7 wurde eine konstante Prandtl-Zahl über die ganze Grenzschicht angenommen und nur an der Wand über die Randbedingung 4.15 variiert. Ändert sich die Prandtl-Zahl bzw. die Temperaturleitfähigkeit λ oder die spezifische Wärmekapazität c_p mit dem Wandabstand in der Temperaturgleichung 4.4, ändert sich auch das dimensionslose Temperaturprofil mit dem Wandabstand. Für Fälle ohne Kondensationseinfluss ist dieser Effekt allerdings marginal ($Pr = 0,96$ bis $0,93$ bei maximalem Wärmestrom). Bei Berücksichtigung von Kondensation sind die Unterschiede in der Prandtl-Zahl durch die variable Gemischzusammensetzung größer und sind als Gleichung 4.36 in dem FIBULA-Gleichungssystem implementiert.

5.3 Schmidt-Zahl

Die Schmidt-Zahl ist bei der Berechnung des Stofftransports das Pendant zur Prandtl-Zahl und gibt an, wieviel Materie im Vergleich zum Impuls diffusiv transportiert wird (vgl. Kapitel 5.2). Diese Ähnlichkeit ist auch in der Energie- und Stofftransportgleichung zu erkennen (4.4 und 4.6), in der

sich der dimensionslose Massenbruch von Dampf $Y_{\text{H}_2\text{O}}^+$ genauso wie die dimensionslose Temperatur T^+ verhält. Die Steigung des dimensionslosen Dampfmassenbruchs an der Wand wird dabei durch die Schmidt-Zahl anstelle der Prandtl-Zahl festgelegt. Im Gegensatz zur Prandtl-Zahl ist die Schmidt-Zahl in den hier betrachteten Fällen annähernd konstant (Gleichung 4.37).

Eine variable Schmidt-Zahl würde die dimensionslose Dampfmassenbruchlösung in ähnlicher Weise verändern, wie die Prandtl-Zahl die Temperaturlösung in Abbildung 5-7 verändert. Diese Änderungen werden durch die Randbedingungen 4.15 bzw. 4.19 hervorgerufen. In der Randbedingung für den Dampfmassenbruch 4.19 wird die Schmidt-Zahl zusätzlich mit der Stefan-Korrektur für einseitige Diffusion multipliziert (*Kneer 2005, S. 165*). Eine vergleichbare Skalierung des Stofftransportprofils wird mit dem Inertgasanteil $(1 - Y_{\text{H}_2\text{O},\text{w}})$ hervorgerufen (vgl. Kapitel 5.9).

5.4 Wärmetransport

Für die Untersuchung von Temperatureinflüssen und die sich damit ändernde Dichte ist die Betrachtung eines Wärmestroms vom Fluid in die Wand nötig. Der dimensionslose Wandwärmestrom q_w^+ tritt nur in der Beschreibung der Dichte ρ (Gleichung 4.44) und im konvektiven Teil der Energiegleichung 4.4 vom FIBULA-Gleichungskanon auf. Werden die Einflüsse durch wandnormale Geschwindigkeit, Gravitation und den Druckgradienten vernachlässigt, vereinfacht sich die Impulsgleichung 4.2 zu Gleichung 5.2. In dieser Form wird die Gleichung für die Herleitung der Standardwandfunktion verwendet (Gleichung 3.11).

$$\frac{\partial}{\partial y^+} \left(\frac{\partial}{\partial y^+} u^+(y^+) + \mu_{\text{tur}}^+(y^+) \frac{\partial}{\partial y^+} u^+(y^+) \right) = 0 \quad (5.2)$$

Der Einfluss der Dichte ρ spielt hier allerdings erst in der Berechnung der turbulenten Zähigkeit μ_{tur}^+ eine Rolle (Gleichung 4.20). Im Fall einer gekühlten Wand ($q_w^+ < 0$) ist die Dichte an der Wand größer als in der Kernströmung und fällt mit zunehmendem y^+ zur Kernströmung hin ab (vgl. Abbildung 5-8). In Abbildung 5-8 links sind die analytischen Berechnungen der Dichte nach der idealen Gasgleichung 4.40 mit einer in dünnen, gestrichelten Linie direkt neben den CFD-Rechnungen und den FIBULA-Lösungen dargestellt. Diese Berechnungen decken sich in der Auswertung fast exakt mit den CFD-Rechnungen und sind in die FIBULA entdimensionalisiert implementiert (Gleichung 4.44). Abbildung 5-8 rechts zeigt die dimensionslosen Dichten der FIBULA-Lösung neben den CFD-Ergebnissen. Auch hier sind die Abweichungen der FIBULA sehr klein im Vergleich zur Gesamtänderung der dimensionslosen Dichte, was belegt, dass die Berechnung der Dichte in dem FIBULA-Gleichungssystem konsistent mit der Berechnung im CFD-Code implementiert ist.

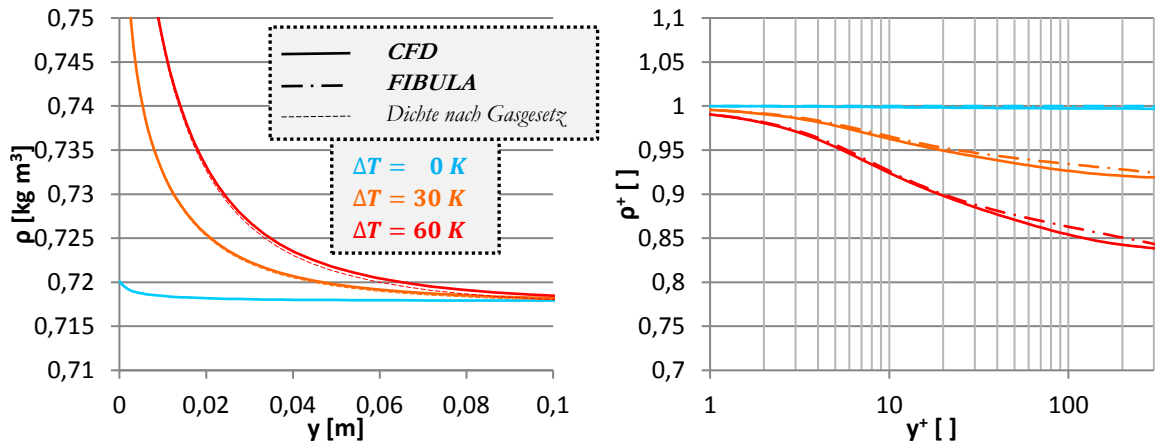


Abbildung 5-8 Wandnormale Dichteprofile für verschiedene Temperaturgradienten
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Proportional zur Dichte nimmt in der Grenzschicht auch die turbulente Viskosität μ_{tur}^+ zur Kernströmung weniger stark zu, sodass sich die dimensionslosen Profile zur laminaren Lösung verschieben (vgl. Abbildung 5-9 und Kapitel 5.1). Dieser Effekt zeigt sich in der Geschwindigkeits- und Temperaturlösung gleichermaßen, da die Impuls- und Energiegleichung strukturell gleich aufgebaut sind (Gleichung 4.2 und 4.4).

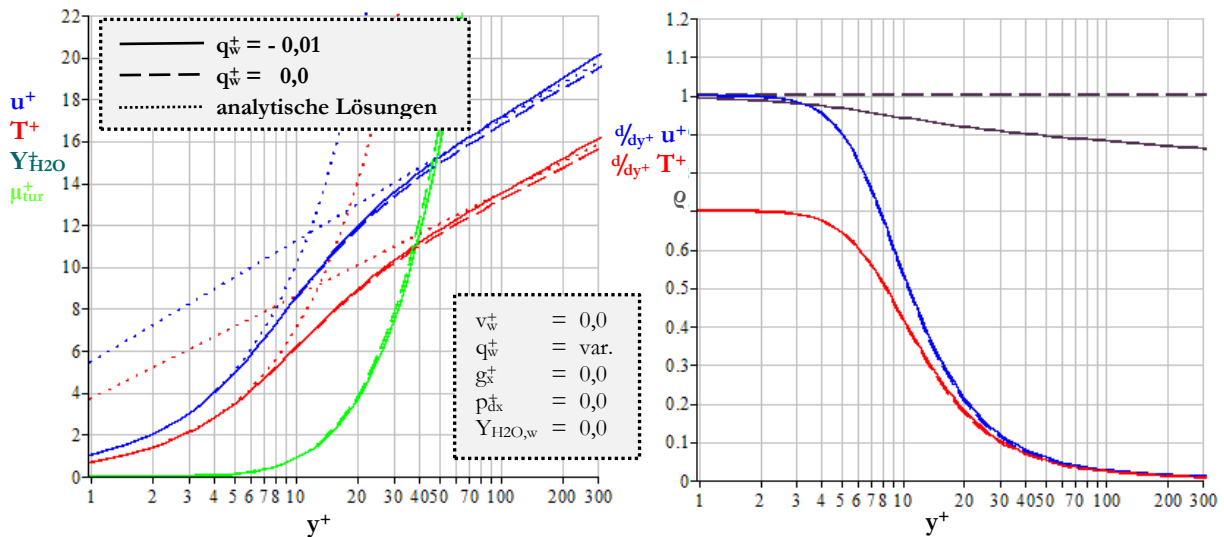


Abbildung 5-9 FIBULA-Lösung bei Kühlung ohne Gravitationseinfluss
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Diese temperaturbedingte Verschiebung der dimensionslosen Profile ist jedoch relativ klein (vgl. Abbildung 5-10). Trotz eines Temperatursprungs von 60 K im Fluid weichen die dimensionslosen Profile in der Grenzschicht kaum voneinander ab. Der direkte Einfluss der Dichte auf die Grenzschichtprofile ist daher als klein zu bewerten.

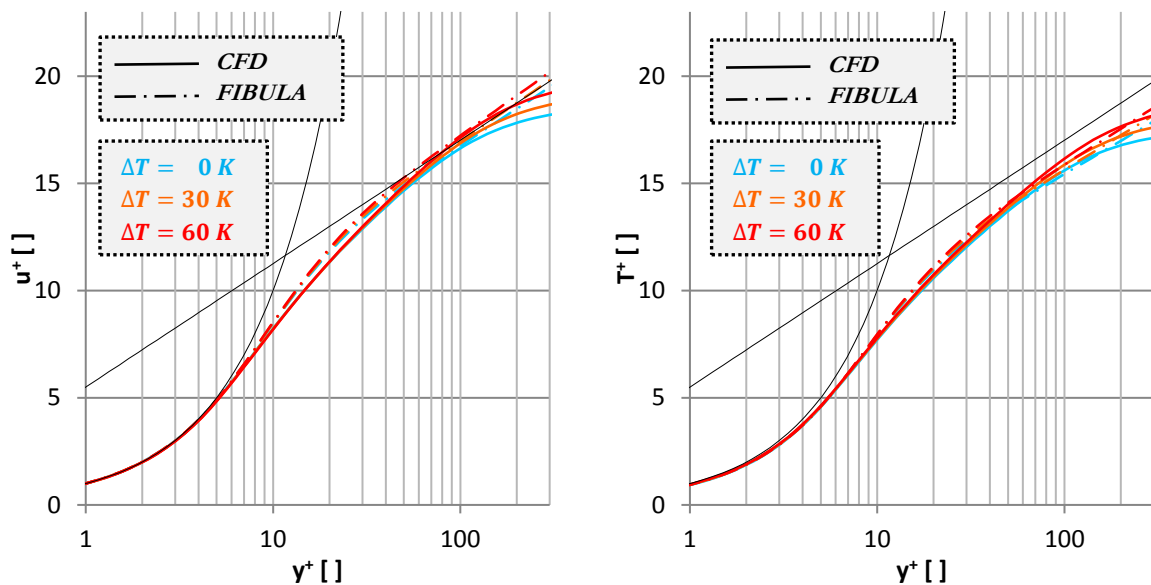


Abbildung 5-10 Dimensionslose Profile bei einer gekühlten Wand
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

In Abbildung 5-10 ist deutlich zu erkennen, dass die FIBULA-Lösung bis zum Erreichen der Kernströmung mit CFX konsistente Ergebnisse liefert.

5.5 Wandnormale Konvektion

Der Einfluss einer wandnormalen Geschwindigkeit (absaugen, engl. suction, bei $v_w^+ < 0$ und ausblasen, engl. blowing, bei $v_w^+ > 0$) ist nicht wie der Druck oder die Wärmestrahlung ein von außen auftretender Quellterm für den Impuls oder die Energie, sondern ein wandnormaler, konvektiver Transport des Impulses und der Temperatur zu gleichen Maßen. Diese Verwandtschaft ist in der Impuls- und Energietransportgleichung (Gleichung 4.2 und 4.4) durch den von v^+ abhängigen Term zu erkennen, wodurch sowohl der Impuls $\rho \cdot u$ als auch die Energie in wandnormaler Richtung durch die Grenzschicht transportiert werden. Dadurch verhalten sich auch die FIBULA-Lösungen für die Geschwindigkeits- und Temperaturprofile ähnlich zueinander (vgl. Abbildung 5-11).

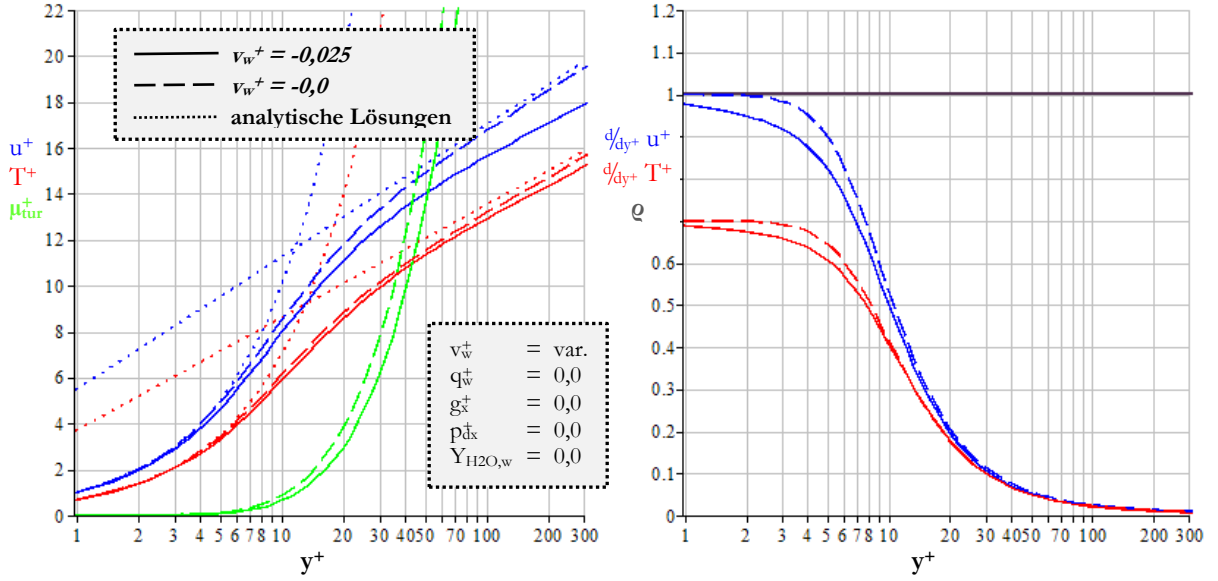


Abbildung 5-11 FIBULA-Lösungen bei moderater wandnormaler Geschwindigkeit von $v_w^+ = -0.025$ bzw. $v_w^+ = 0.0$

Die wandnormale Geschwindigkeit ($v_w^+ < 0$) lässt die dimensionslosen Profile der Geschwindigkeit und Temperatur über die komplette Grenzschicht absinken, was eine dünnere Grenzschicht bedeutet (vgl. Kapitel 5.1). Die deutlichen Unterschiede im turbulenten Bereich entstehen durch die Veränderung der Gradienten in der laminaren Unterschicht (vgl. Abbildung 5-11 rechts).

Mit dem Absinken der dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile und der dünneren dimensional Grenzschicht wird die Turbulenz schwächer. Der Einfluss der schwächeren Turbulenz (vgl. Abbildung 5-4 in Kapitel 5.1) dämpft den Effekt der wandnormalen Konvektion ($v_w^+ < 0$), sodass sich die Temperaturlösung nicht so stark wie die Geschwindigkeitslösung absenkt.

Für die dimensionslose Geschwindigkeit existiert eine analytische Lösung bei vernachlässigter Turbulenz und konstanter Dichte, die sich aus den Gleichungen der FIBULA ergibt und auch von Favre veröffentlicht wurde (Gleichung 4.60) (*Favre et al. 1966, S. 5*). Diese beschreibt das Absinken der dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile im laminaren Bereich der Grenzschicht.

$$u^+(y^+) = \frac{e^{v_w^+ \cdot y^+} - 1}{v_w^+} \quad (5.3)$$

Auffällig an dieser Gleichung ist, dass in dieser dimensionslosen Form ein Grenzwert für u^+ existiert. Dieser Grenzwert existiert unabhängig von y^+ auch bei $y^+ \rightarrow \infty$, sofern $v_w^+ < 0$ ist.

Für eine wandnormale Geschwindigkeit von $v_w^+ = -0,078$ wird somit die dimensionslose Geschwindigkeit auf 12,8 nach oben begrenzt (vgl. Gleichung 5.4).

$$\lim_{y^+ \rightarrow \infty} u^+(y^+, v_w^+ = -0.0779) = \lim_{y^+ \rightarrow \infty} \frac{e^{-0.0779 \cdot y^+} - 1}{-0.0779} = 12.8 \quad (5.4)$$

$$\lim_{y^+ \rightarrow \infty} u^+(y^+, v_w^+ = -0.113) = \lim_{y^+ \rightarrow \infty} \frac{e^{-0.113 \cdot y^+} - 1}{-0.113} = 8.8 \quad (5.5)$$

Für eine sehr große wandnormale Geschwindigkeit ($v_w^+ = -0.113$) verschwindet der Einfluss der Turbulenz fast vollständig und das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil kann direkt durch die laminare Grenzschichtlösung beschrieben werden (vgl. Gleichung 5.3 und Abbildung 5-12). In diesem Fall wird die Ausbildung der turbulenten Wirbel unterdrückt, indem diese schnell zur Wand transportiert werden, wo sie dissipiert werden. Da aufgrund kleiner Geschwindigkeitsgradienten in der Kernströmung kaum Turbulenz erzeugt wird, ist daher die komplette Strömung laminar. In Abbildung 5-12 ist zu sehen, wie sich bei starker negativer wandnormaler Geschwindigkeit ($v_w^+ = -0.113$) kaum Turbulenz ausbreitet (grüne Kurve) und die dimensionslose Geschwindigkeit durch Gleichung 5.5 auf 8,8 limitiert ist.

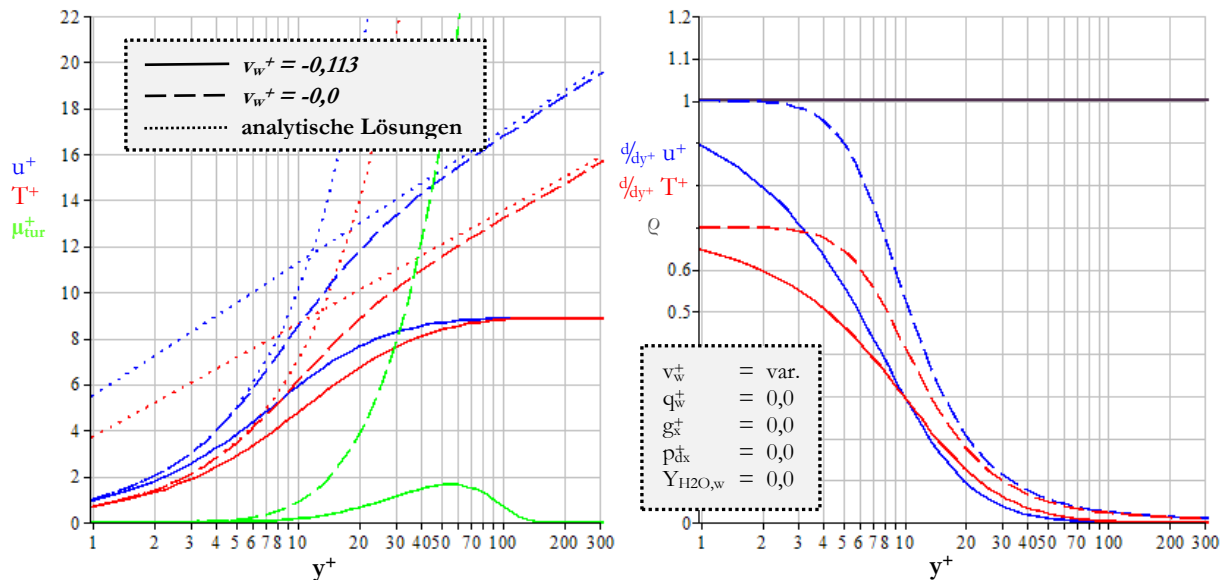


Abbildung 5-12 FIBULA-Lösungen bei starker wandnormaler Konvektion $v_w^+ = -0.113$ bzw. $v_w^+ = 0.0$

In der dimensional Darstellung der Geschwindigkeit in Abbildung 5-13 links ist der Haupteffect von negativen wandnormalen Geschwindigkeiten ($v_w^+ < 0$) zu erkennen. Dieser führt zu einer Verringerung der Grenzschichtdicke, die somit zu höheren Wandschubspannungen τ_w und einer stärkeren Skalierung der dimensionslosen Profile führt (vgl. Kapitel 5.1).

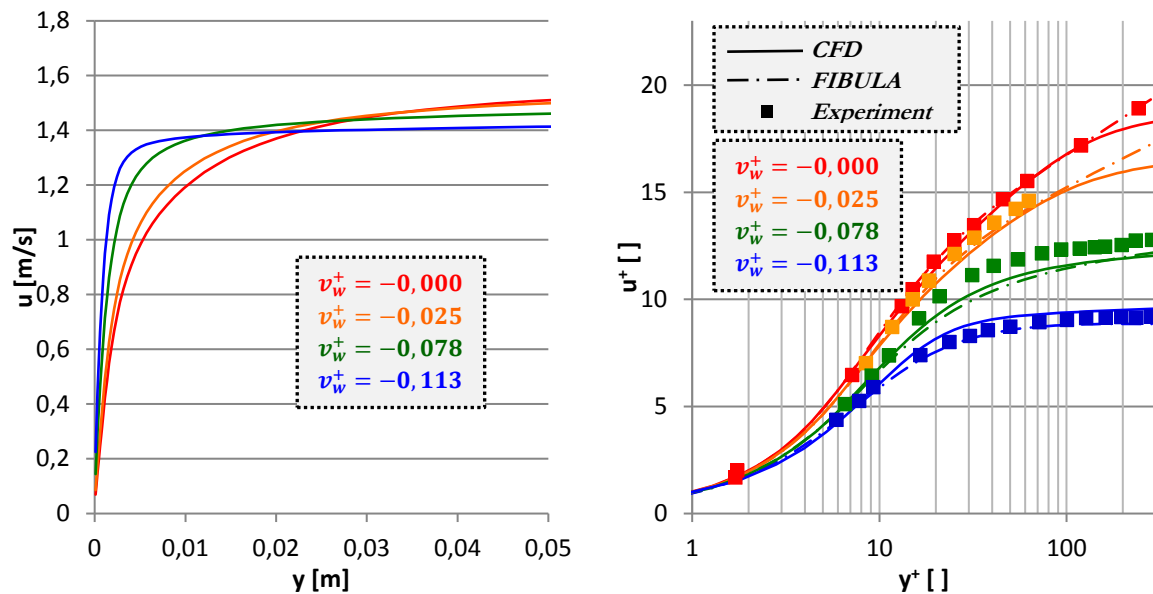


Abbildung 5-13 Einfluss von wandnormalen Geschwindigkeiten auf FIBULA und CFD-Lösungen ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$) (Favre et al. 1966, S. 10)

Die leichte Verringerung der Geschwindigkeit außerhalb der Grenzschicht bei höheren wandnormalen Geschwindigkeiten v_w^+ ist auf den geringeren Massendurchsatz im Kanal durch die Absaugung und die dünnere Grenzschicht zurückzuführen (Abbildung 5-13 links).

In Summe liefert die FIBULA-Lösung im gesamten Parameterbereich Werte, die mit den CFD-Feingitterlösungen und den Messdaten von Favre gut übereinstimmen (vgl. Abbildung 5-13 rechts) (Favre et al. 1966, S. 10).

5.6 Einlaufeffekte

Das in diesem Kapitel zugrundeliegende Rechenggebiet ist nicht die CONAN-Geometrie, sondern ein 6 m langer und 6 m breiter Kanal. Dies ermöglicht die Einflüsse der Gegenwand auszublenden. Alle weiteren Randbedingungen entsprechen dem vorherigen Modell. Dazu zählt auch das Geschwindigkeitsblockprofil am Eingang, welches sich mit zunehmender Kanallänge dem erwarteten runderen Profil annähert (vgl. Abbildung 5-14 links).

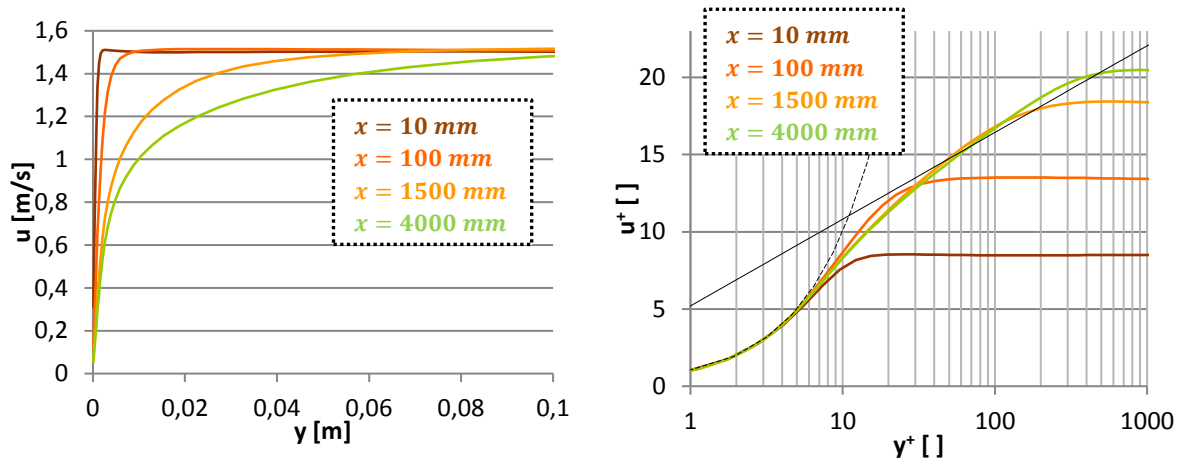


Abbildung 5-14 Ausbildung der Grenzschicht in einer isothermen CFD-Rechnung
 ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

In der dimensionslosen Darstellung aus Abbildung 5-14 fallen auch die waagerechten Profile direkt bei der Einströmung auf, die an die Profile mit wandnormaler Geschwindigkeit aus Abbildung 5-13 erinnern. Der Grund ist hierfür allerdings die noch nicht ausgebildete, dünnere Grenzschicht, die über eine kürzere Distanz stärkere Gradienten aufweist. Die für die Entdimensionalisierung verantwortlichen höheren Wandschubspannungen der dünneren Grenzschicht skalieren somit die Kerngeschwindigkeit stärker.

Vielmehr werden bei der Grenzschichtausbildung sogar die Profile nicht wie bei Kondensation durch ein Absaugen $v_w^+ < 0$, sondern durch ein virtuelles Ausblasen $v_w^+ > 0$ beeinflusst. Durch den Übergang von einem Blockprofil zu einem runden Strömungsprofil entlang der Wand wird die Strömung an der Wand über die Lauflänge verzögert und Fluid in die Kanalmitte verdrängt. Das bedeutet, dass die Geschwindigkeit u in einem Volumenelement an der Wand mit der Lauflänge abnimmt und der Geschwindigkeitsgradient negativ ist. Daher ergibt sich aus der Massenerhaltung (Gleichung 2.1) für eine konstante Dichte (Gleichung 5.6), dass die wandnormale Geschwindigkeit in einer verzögerten Strömung zunimmt ($v_w^+ > 0$).

$$\frac{\partial}{\partial x}(u(x, y)) + \frac{\partial}{\partial y}(v(x, y)) = 0 \quad (5.6)$$

In Abbildung 5-15 sind die wandnormalen Geschwindigkeiten an verschiedenen Orten über den Wandabstand aufgetragen. Der Effekt der wandnormalen Geschwindigkeit ist anders als in Kapitel 5.5 nicht über die Grenzschicht konstant.

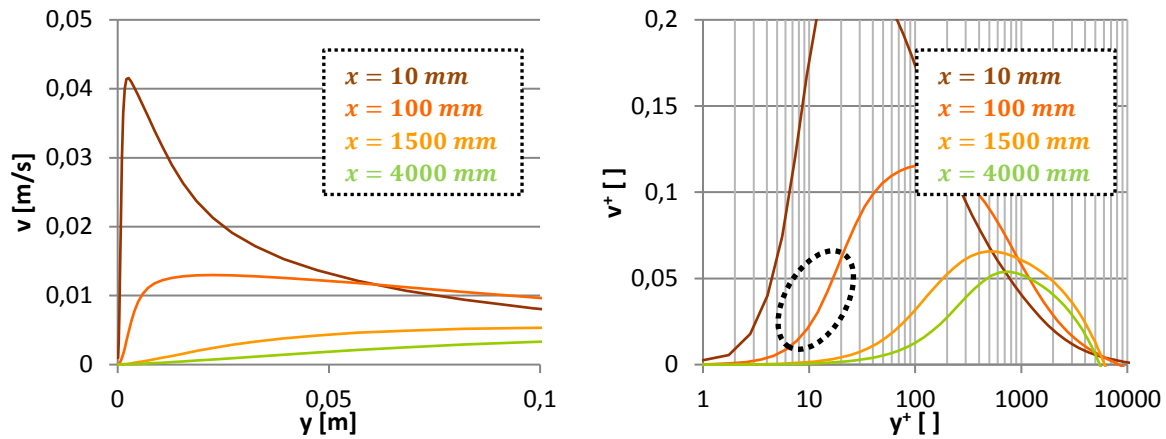


Abbildung 5-15 Wandnormale Geschwindigkeiten bei Ausbildung der Grenzschicht für verschiedene Orte x nach Beginn des Wandeinflusses ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Betrachtet man in Abbildung 5-14 rechts für $x = 100 \text{ mm}$ Lauflänge die Geschwindigkeit u^+ um $y^+ = 15$ genauer, ist zu erkennen, dass sich das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil zuerst durch das Ausblasen mit $v_w^+ > 0$ erhöht, bevor es bei $y^+ \approx 30$ in die Hauptströmung übergeht. Ein direkter Vergleich dieses Effekts mit der FIBULA-Lösung ist aktuell noch nicht möglich, da in der vorliegenden Formulierung der FIBULA die Geschwindigkeitsgradienten in Strömungsrichtung x vernachlässigt werden (vgl. Kapitel 4.1.4.1). In diesem Bereich ($y^+ = 15$ und $x = 100 \text{ mm}$) treten lokal Werte von $v^+ = 0,042$ auf (siehe Markierung in Abbildung 5-15 rechts) und ergeben gemittelt über die Grenzschicht einen Mittelwert von ca. $v^+ = 0,02$. Für eine mittlere, wandnormale Geschwindigkeit von $v^+ = 0,015$ lässt sich in Abbildung 5-16 links eine Änderung der FIBULA-Lösung in einer Größenordnung beobachten, wie sie für die dimensionslose Geschwindigkeit u^+ in Abbildung 5-14 rechts für $x = 100 \text{ mm}$ aufgetreten ist.

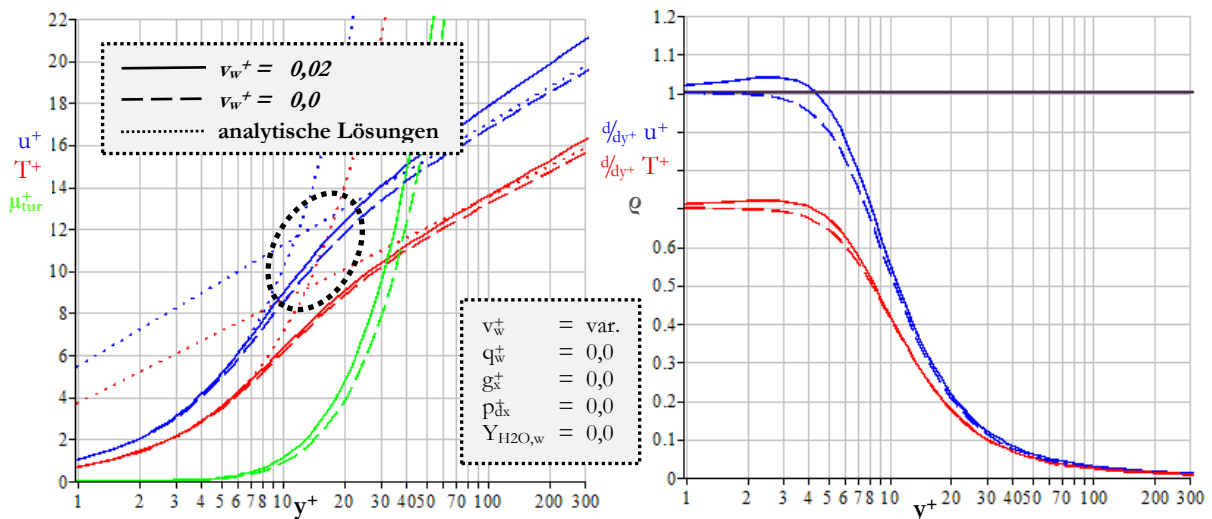


Abbildung 5-16 Abgeschätzte Veränderung der dimensionslosen Profile durch Einlaufeffekte bei $x = 100 \text{ mm}$, $y^+ = 10$ durch $v_w^+ = 0,02$

5.7 Druckgradient

Der Einfluss des Druckgradienten p_{dx} auf die Grenzschicht ist im Kontext der Wandkondensation nicht von besonderer Wichtigkeit, da dieser hauptsächlich bei beschleunigten Strömungen oder Grenzschichtablösungen auftritt. Die Implementierung ist jedoch notwendig, da beim Auftreten von Gravitation die Summe der vorhandenen Kräfte aus Druckgradient und Gravitationskraft berechnet wird (vgl. Kapitel 4.2.3). Die Herleitung der Gleichung für den laminaren Bereich ist analytisch möglich (Gleichung 4.61 und 5.7).

$$u^+(y^+) = y^+ + \frac{1}{2}y^{+2} p_{dx}^+ \quad (5.7)$$

Durch einen zusätzlichen positiven Druckterm, der einer Strömung entgegenwirkt, erhöht sich die dimensionslose Geschwindigkeit nach Gleichung 5.7, wie es bereits von Kim und Choudhury skizziert wurde (Kim und Choudhury 1995, S. 278).

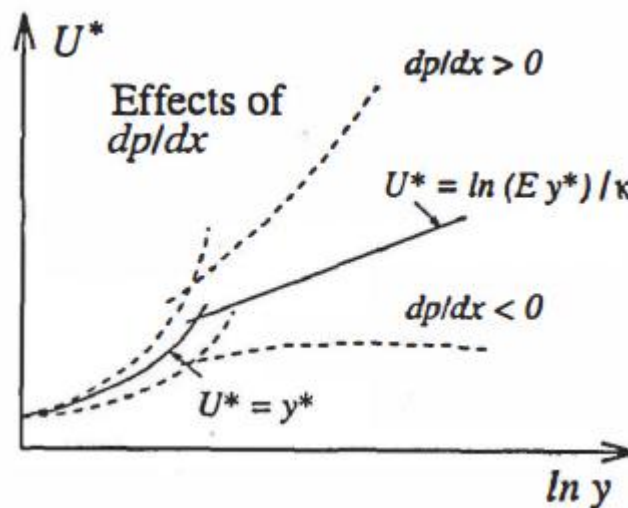


Abbildung 5-17 Qualitativer Einfluss des Druckgradienten auf das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil (Kim und Choudhury 1995, S. 278)

Dieser Effekt zeigt sich sehr schwach auch in den Rechnungen zu Abbildung 5-2 rechts. Zum Zwecke der deutlicheren Darstellung ist der Bereich $y^+ = 10$ bis 50 in Abbildung 5-18 erneut vergrößert dargestellt, wodurch die Abweichungen zwischen FIBULA und CFD-Rechnungen sehr groß wirken. Die Ergebnisse der FIBULA liegen jedoch zwischen dem in CFX verwendeten AWT und den von CFX gelieferten CFD-Rechnungen und sind auch im Vergleich zu den anderen auftretenden Effekten sehr klein. Für eine genauere Betrachtung dieser Unterschiede sind die verwendeten Turbulenzmodelle der FIBULA und der CFD-Rechnungen genauer zu untersuchen (vgl. Kapitel 3.3.2 und 4.1.3).

Entscheidend für die Verifizierung sind in dieser Arbeit die Trends, die sich durch den Druckgradienten p_{dx}^+ bei niedrigen Geschwindigkeiten ergeben. Der Druckgradient nimmt zwar mit steigender Geschwindigkeit zu, wird aber dimensionslos über das kubische Reziprok der Schergeschwindigkeit u_τ^{-3} skaliert, sodass für kleine Geschwindigkeiten der dimensionslose

Druckgradient p_{dx}^+ ansteigt und einen stärkeren Einfluss hat. Bei $y^+ = 30$ ist zu erkennen, dass beide Lösungen mit dem dimensionslosen Druckgradienten p_{dx}^+ in derselben Größenordnung aufgefächert werden. Ab $y^+ > 40$ dominiert für $u = 0,5 \text{ m/s}$ in der CFD-Rechnung die Hauptströmung, sodass das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil abflacht und diese in das waagerechte Profil der Hauptströmung übergeht (vgl. Abbildung 5-2 rechts).

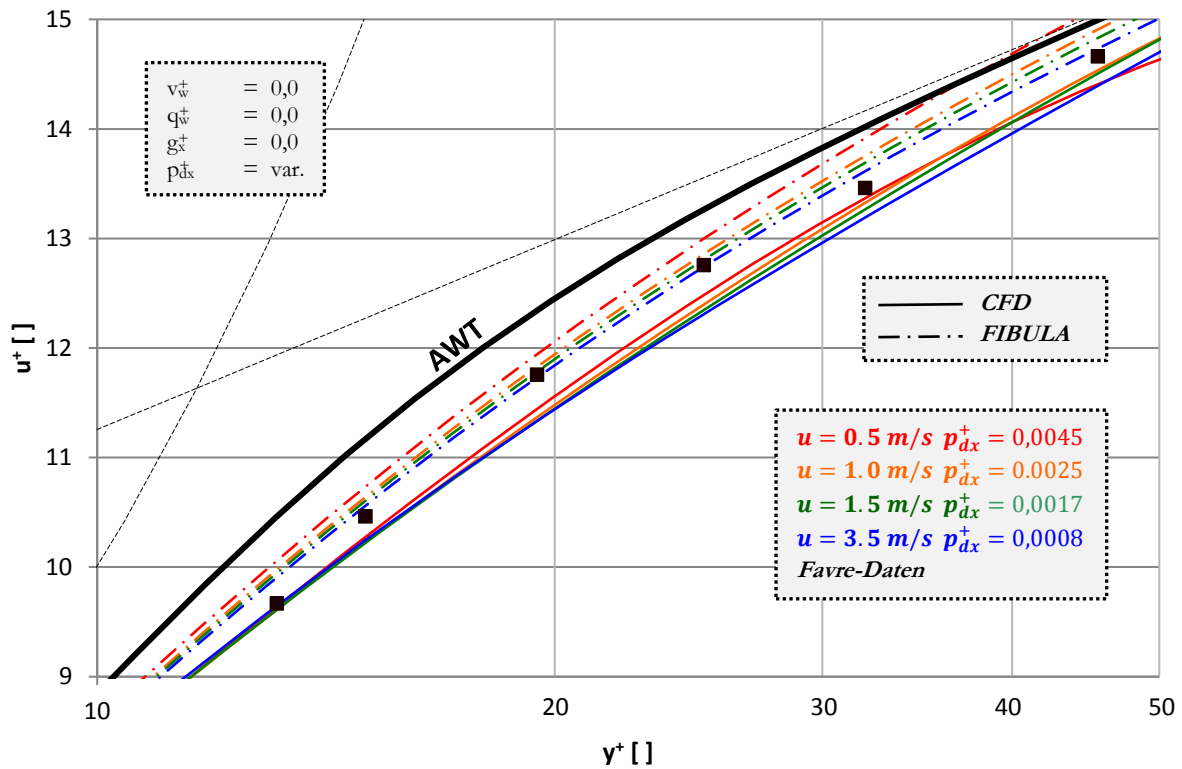


Abbildung 5-18 Einfluss des Druckgradienten (Vergrößerung aus Abbildung 5-2 rechts)
($v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Das Verhalten des Temperaturprofils ändert sich durch das Auftreten eines Druckgradienten nicht direkt (vgl. Energiegleichung 4.4), sondern die Änderung des Temperaturprofils ist alleine auf die Änderung der Turbulenz zurückzuführen. Durch den positiven Druckgradienten p_{dx}^+ wird, wie in Abbildung 5-19 dargestellt, die dimensionslose Geschwindigkeit größer und als Folge steigt die Turbulenz bzw. die turbulente Viskosität μ_{tur}^+ an. Im Gegensatz zu Abbildung 5-4 oder Abbildung 5-9 verhalten sich die Geschwindigkeits- und Temperaturprofile somit nicht ähnlich, da in diesem Fall die größere Turbulenz die Folge der größeren Geschwindigkeit ist. Damit die Energiegleichung 4.4 bei größerer Turbulenz weiterhin gültig bleibt, sinkt das dimensionslose Temperaturprofil, da mit einem besseren Wärmetransport nur kleinere dimensionslose Temperaturdifferenzen benötigt werden (vgl. Abbildung 5-4).

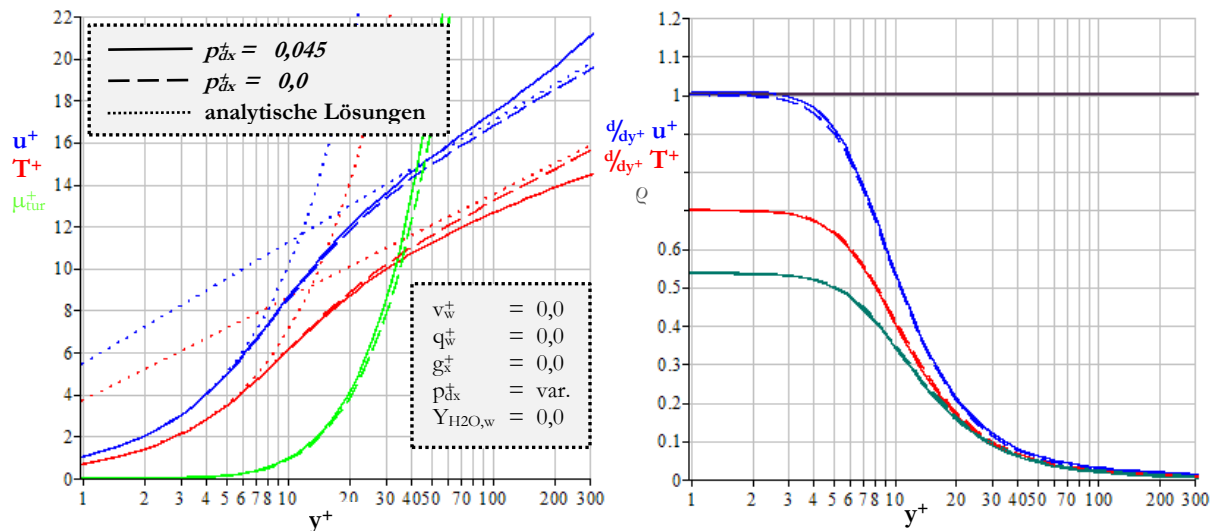


Abbildung 5-19 Verhalten der FIBULA bei einem positiven Druckgradienten
 ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Der Einfluss von Druckgradienten bei einer isothermen Strömung wird von der FIBULA-Lösung richtig abgebildet, hat aber einen relativ kleinen Einfluss auf die dimensionslosen Profile. So liegt in Abbildung 5-19 an der Stelle $y^+ = 40$ der Unterschied zwischen den dimensionslosen Geschwindigkeitslösungen aufgrund des bei einer isothermen Strömung maximal auftretenden Druckgradienten ($p_{dx}^+ = 0,0045$) unter 3%. In den anderen Kapiteln wird der Einfluss des statischen Druckgradienten nicht berücksichtigt (siehe Kapitel 4.2.3).

5.8 Auftrieb

In der Impulsgleichung 4.2 bilden die Gravitation und der Druckgradient zusammen die äußeren Kräfte, die das Geschwindigkeitsprofil beeinflussen. Wie in Kapitel 4.2.3 erläutert, heben sich diese beiden Terme in den meisten Fällen wie in einem statischen System gegenseitig auf. Sofern die Dichte konstant ist, wirkt nur der statische Druckgradient $p_{dx,stat}$ auf die Grenzschicht, der allerdings in unserem Anwendungsfall von untergeordneter Natur ist und vernachlässigt wird (vgl. Kapitel 5.7). Ist die Dichte jedoch nicht konstant, entsteht in Gleichung 4.54 ein Kräfteungleichgewicht und dadurch Auftrieb.

Unter dem Einfluss von Auftrieb wirkt die resultierende Kraft nicht wie bei einem Druckgradienten konstant auf die ganze Grenzschicht, sondern nur, mit der Dichte skaliert, zur Wand hin zunehmend. In der Kernströmung ist der Auftrieb also nicht aktiv, sondern hebt sich als quasi hydrostatisches System mit dem Druck gegenseitig auf. Dies kann auch an der dimensionslosen laminaren Lösung für die Geschwindigkeitsgrenzschicht bei Druck- und Gravitationseinfluss gezeigt werden (siehe Gleichung 4.64 und 4.65 in Kapitel 4.4). Wird ein statischer Druckgradient $p_{dx,stat}^+$ vernachlässigt, lässt sich die laminare Lösung mit Gleichung 4.52 folgendermaßen darstellen:

$$u^+(y^+) = y^+ - \int_{z2=0}^{y^+} \left(\int_{z1=0}^{z2} (\rho^+(z1) \cdot g_x^+ - \lim_{y^+ \rightarrow \infty} (\rho^+(y^+)) \cdot g_x^+) dz1 \right) dz2 \quad (5.8)$$

Wenn der Term im Doppelintegral von Gleichung 5.8 null ist, weil sich Druckgradient und Gravitation gegenseitig aufheben, reduziert sich die Gleichung 5.8 auf die Lösung der laminaren Unterschicht $u^+ = y^+$ aus Gleichung 3.17. Ist die Dichte nicht konstant, so bleibt der Term im Doppelintegral zumindest für große y^+ -Werte annähernd null. Im wandnahen Bereich wird jedoch eine Abweichung von der laminaren Lösung erzeugt, die sich durch die Integration auch auf entferntere Bereiche auswirkt (vgl. Kapitel 4.4).

Für den Fall einer gekühlten Wand ist die Dichte an der Wand größer als in der Kernströmung und es wird in der Grenzschicht eine resultierende Kraft in Gravitationsrichtung erzeugt. Fließt die Strömung ebenfalls in Richtung der Schwerkraft ergibt sich eine positive Kraft, die das Fluid beschleunigt und weit weg von der Wand für große y^+ gleich null wird (vgl. Abbildung 5-20 und Formel 4.55). Die verbleibende Abweichung der FIBULA von Null für große y^+ in Abbildung 5-20 liegt daran, dass für die Berechnung von F_x^+ nach Gleichung 4.55 sowohl CFD-Ergebnisse (g_x^+ , p_{dx}^+) als auch FIBULA-Werte (ρ^+) verwendet werden und somit F_x^+ nicht in einem geschlossenen System berechnet wird.

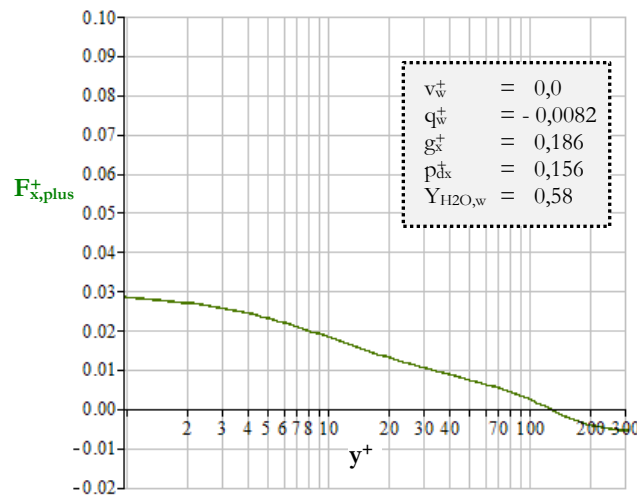


Abbildung 5-20 Resultierende Kraft in der FIBULA bei einem Auftriebsfall
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$)

Die positive Kraft in Abbildung 5-20 bedeutet, dass im Doppelintegral aus Gleichung 5.8 ein positiver Wert erzeugt wird, der das integrierte, dimensionslose Geschwindigkeitsprofil im Vergleich zur laminaren Lösung absinken lässt. Dieses Verhalten wird auch von der FIBULA in Abbildung 5-21 für die komplette Grenzschicht dargestellt. Die Änderung der Temperaturfunktion ist wiederum nur auf die geänderten Geschwindigkeiten und die veränderte Dichte in der turbulenten Viskosität zurück zu führen. Durch die geringere Turbulenz nähert sich somit die Temperaturlösung der laminaren Lösung an und steigt.

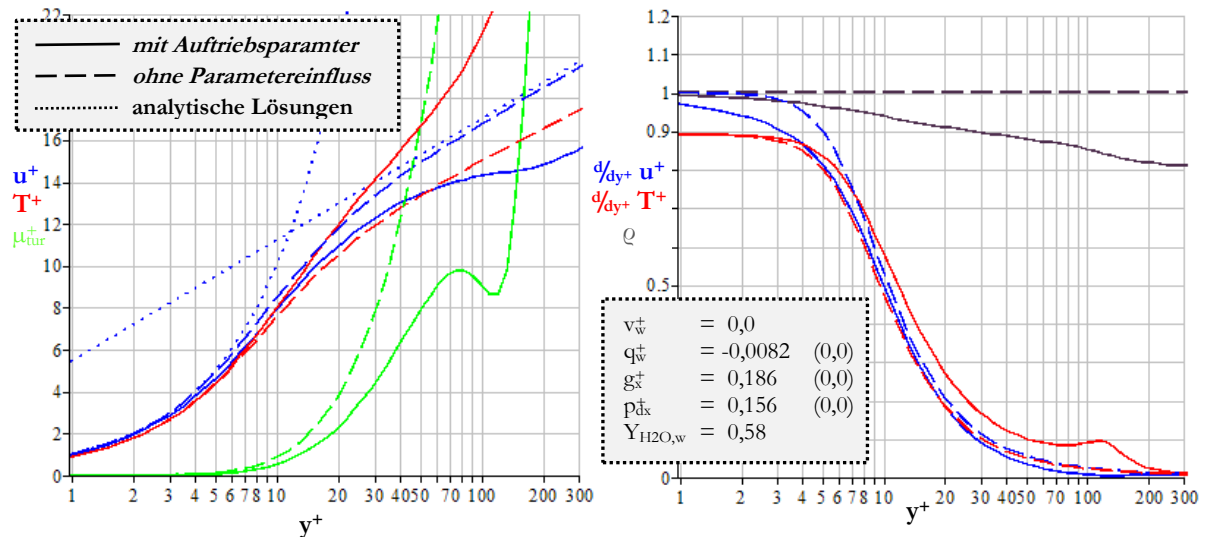


Abbildung 5-21 Einfluss des Auftriebs auf die FIBULA
 $(u = 1,5 \text{ m/s}, v_w^+ = 0,0, \Delta T = 60 \text{ K}, g_x = 9,8 \text{ m/s}^2, Y_{H_2O} = 0,58)$

Die dimensionslose Gravitationskraft sinkt mit höheren Geschwindigkeiten bzw. höheren Schergeschwindigkeiten u_τ entsprechend Gleichung 2.25, sodass der Gravitationseinfluss bei höheren Hauptströmungsgeschwindigkeiten abnimmt. Ein großer Einfluss der Gravitation ist also nur bei kleinen Geschwindigkeiten zu erwarten. Dies ist ebenfalls in den Ergebnissen der CFD-Rechnungen in Abbildung 5-22 rechts zu erkennen, wo bei kleinen Hauptströmungsgeschwindigkeiten eine stärkere Beschleunigung des Fluids auftritt.

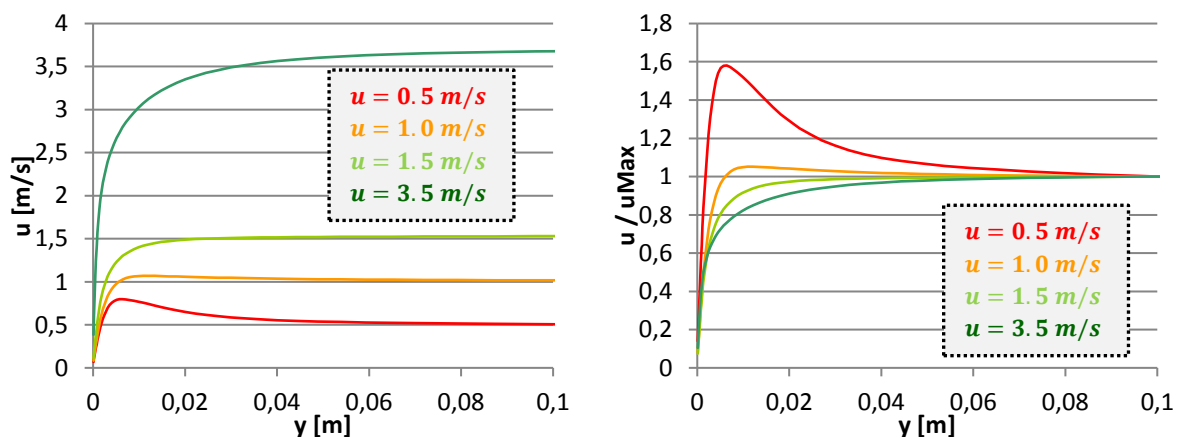


Abbildung 5-22 Geschwindigkeitsprofile von CFD-Rechnungen mit wandnahe Auftrieb aufgrund von Wärmeübertragung ($v_w^+ = 0,0, \Delta T = 60 \text{ K}, g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$)

Im dimensionslosen Vergleich der FIBULA mit den CFD-Rechnungen in Abbildung 5-23 ist zu erkennen, dass die FIBULA den Einfluss des Auftriebs überschätzt. Die Verläufe der Graphen stimmen dennoch qualitativ überein und selbst die Lage der Geschwindigkeitsmaxima wird bis zum Erreichen der Kernströmung richtig wiedergegeben.

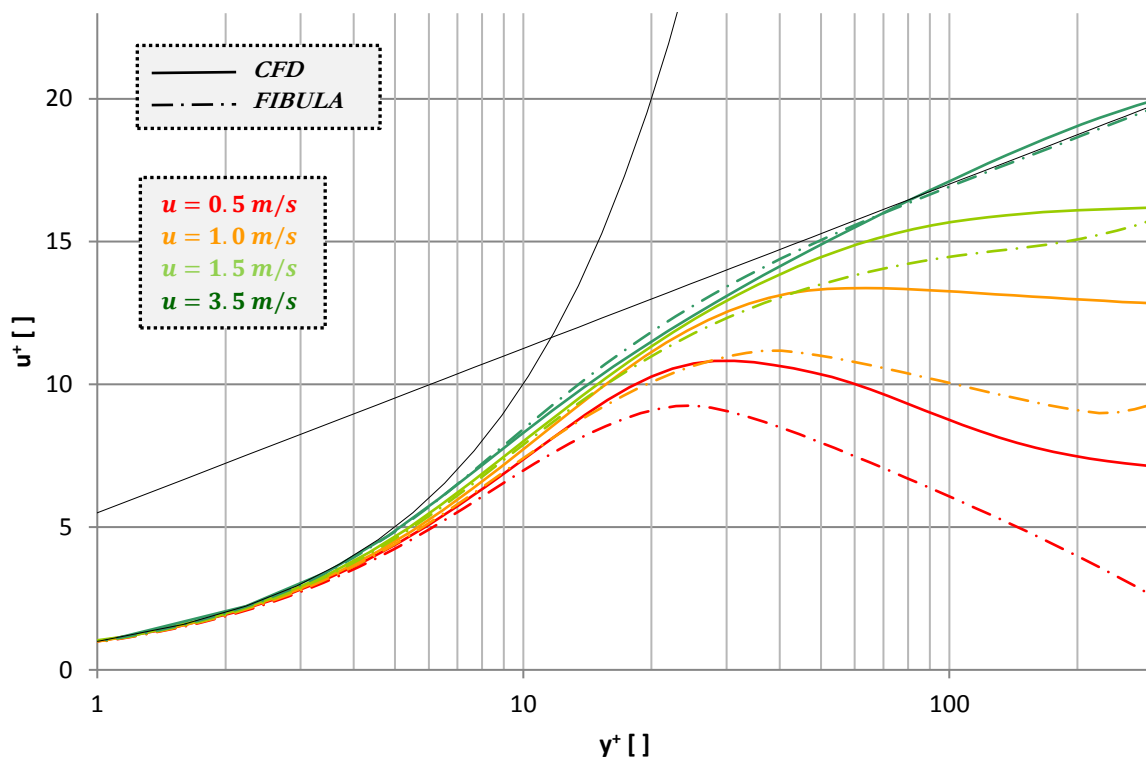


Abbildung 5-23 Dimensionslose Geschwindigkeitsprofile bei Auftrieb
($v_w^+ = 0.0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9.8 \text{ m/s}^2$)

Der Grund für den unterschiedlichen Auftriebseinfluss ist die Dämpfungslänge Λ^+ in der Turbulenzmodellierung (Gleichung 4.22). In Abbildung 5-24 links ist zu sehen, dass die Turbulenz der FIBULA bei deutlich kleineren y^+ Werten einsetzt und dadurch im Bereich von $y^+ = 10$ bis 30 die Geschwindigkeitsprofile in Abbildung 5-23 absinken (siehe Kapitel 4.1.3). Weitere parametrische Einflüsse auf die Impulsgleichung konnten nicht identifiziert werden. So wird die Dichte, wie Abbildung 5-24 rechts belegt, korrekt nach Gleichung 4.40 wie auch im CFD-Code berechnet und hat somit keinen abweichenden Einfluss auf die Turbulenzintensität. Werden zusätzlich die für diesen Fall bekannten Werte für g_x^+ und p_{dx}^+ , sowie $v^+ = 0$ in die Impulsgleichung 4.2 eingesetzt und konstante Stoffwerte angenommen, reduziert die Impulsgleichung sich zu Gleichung 3.11, sodass die Lösungsvariable u^+ nur noch von der turbulenten Viskosität μ_{tur}^+ abhängt.

Die Turbulenzintensitäten der FIBULA-Lösung in Abbildung 5-24 zeigen für $u = 0.5$ und 1.0 m/s bei $y^+ \approx 30$ starke Schwankungen. Durch die Geschwindigkeitsmaxima bei $y^+ \approx 30$ werden bei niedrigen Geschwindigkeiten die Geschwindigkeitsgradienten klein und somit im Mischungsweg-Turbulenzmodell nach Gleichung 4.20 auch die Turbulenzintensitäten. In den CFD-Rechnungen wird die Turbulenz durch die Transportgleichungen des SST-Turbulenzmodells in diesen Bereich transportiert, sodass diese Kurvenverläufe deutlich glatter sind. Insgesamt liefert das in der FIBULA verwendete Turbulenzmodell bis $y^+ \approx 20$ höhere Turbulenzintensitäten und nähert sich nach dem Geschwindigkeitsmaximum der SST-Turbulenzmodellierung wieder an.

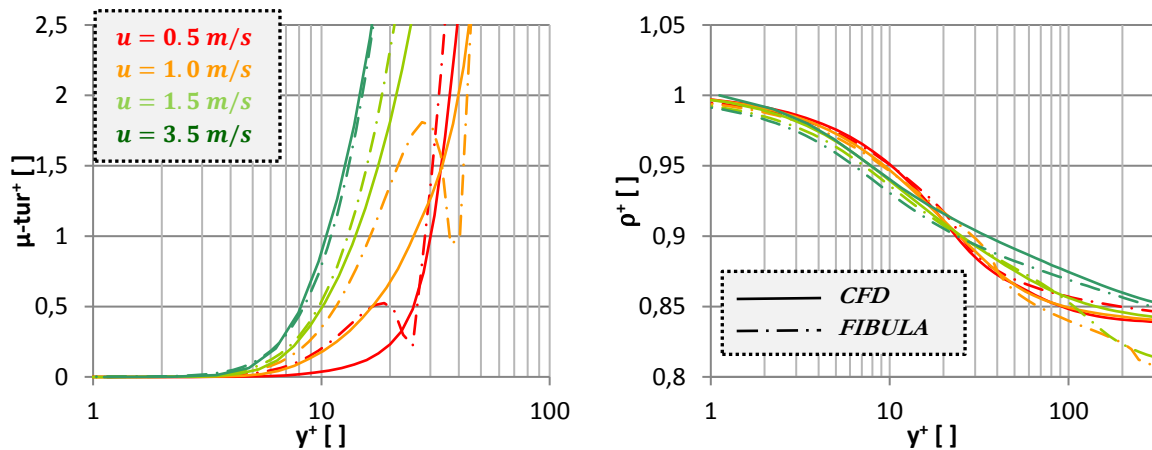


Abbildung 5-24 Auftriebsseinfluss auf die Turbulenz bei verschiedenen Hauptströmungsgeschwindigkeiten ($v_w^+ = 0.0$, $\Delta T = 60$ K, $g_x = 9.8$ m/s²)

Wird die Stärke der Gravitationskraft verändert, lässt sich der Einfluss auf die Geschwindigkeitsprofile in Abbildung 5-25 erkennen. Bei einer durch die Gravitation beschleunigten Strömung wird die Grenzschicht dünner, das dimensionale Geschwindigkeitsprofil blockartiger und das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil sinkt ab. Bei einer Verzögerung der Strömung wird die Grenzschicht dicker. Im Extremfall kann es sogar zu einer Umkehr der Strömung kommen, die aber im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet wird.

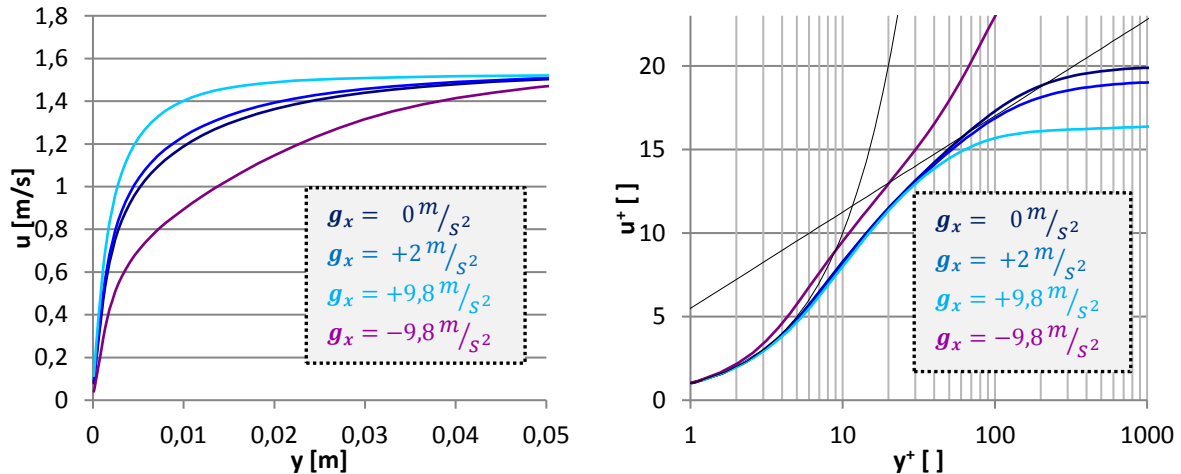


Abbildung 5-25 Einfluss der Gravitation auf die Geschwindigkeitsprofile ($u = 1.5$ m/s, $v_w^+ = -0.0$, $\Delta T = 60$ K)

Zur Beschreibung der Temperaturprofile und somit des Wärmetransports ist zuvor der Einfluss des Auftriebs auf die Turbulenz zu klären. Für die beschleunigten Strömungen, die noch keine ausgeprägten Geschwindigkeitsmaxima ausbilden ($u = 1.5$ m/s), nimmt die Turbulenz ab, da sich durch die dünnere Grenzschicht nur kleinere Wirbel ausbilden können (vgl. Abbildung 5-26). Durch die geringere Turbulenz isoliert die Grenzschicht im turbulenten Bereich nun besser und die hohen Temperaturen aus der Hauptströmung sind dichter an der Wand zu finden (vgl. Abbildung 5-27). Im Gegenzug vergrößert eine verzögerte Strömung die Turbulenz und den Wärmetransport. Dieser Turbulenzeinfluss auf den Wärmetransport bei beschleunigten (engl.

buoyancy-aided) und verzögerten (engl. buoyancy-opposed) Grenzschichtströmungen durch Auftrieb wurde von Scotto genauer untersucht (Scotto und Magnaud 2011).

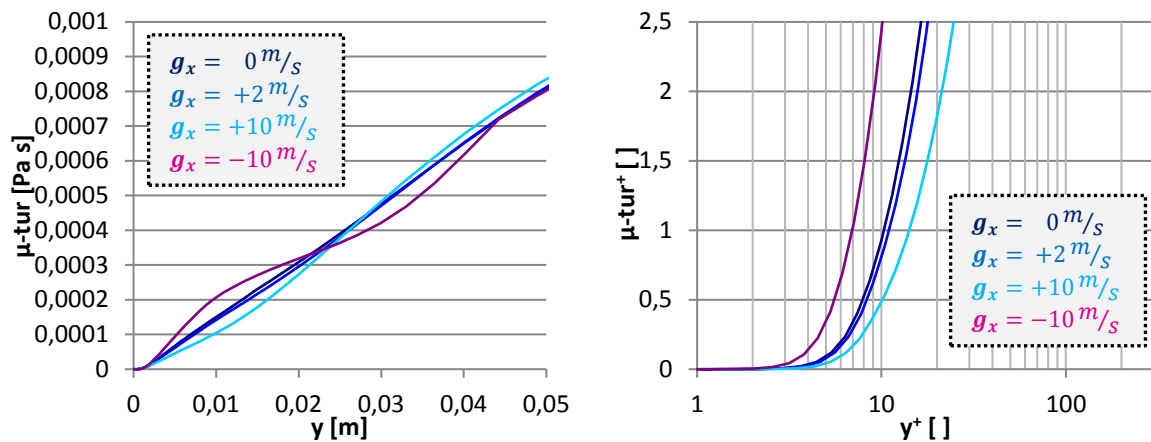


Abbildung 5-26 Einfluss der Gravitation auf die Turbulenzprofile
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$)

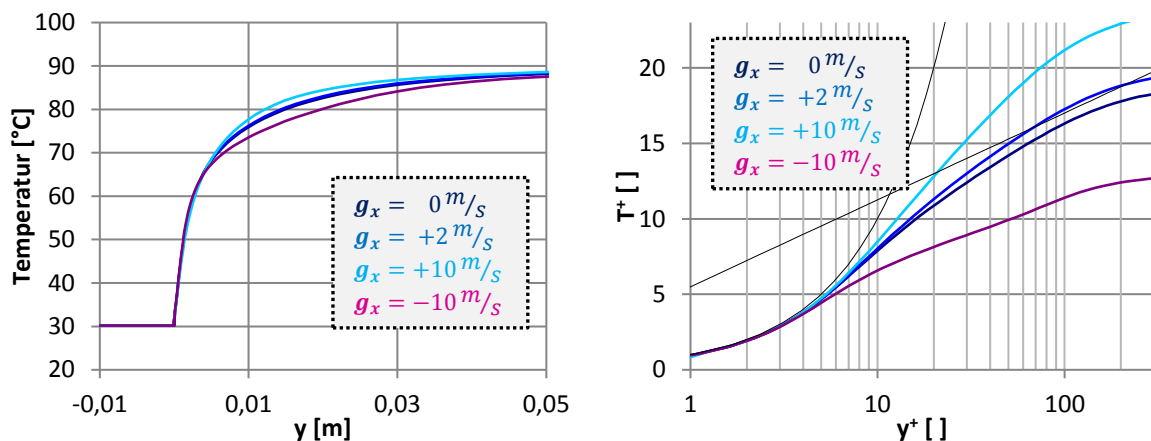


Abbildung 5-27 Einfluss der Gravitation auf die Temperaturprofile
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$)

Die für die Temperatur- und Dampfösung zugrundeliegenden dimensionslosen Energie- und Dampftransportgleichungen 4.4 und 4.6 werden nicht direkt durch den Auftrieb beeinflusst. Die in Abbildung 5-28 dargestellte Veränderung der Lösungen beruht auf den Änderungen in der Geschwindigkeit und der abnehmenden Turbulenz. So ist besonders bei der dimensionslosen Temperatur zu erkennen, wie sich bei stärkerem Auftrieb sowohl die CFD- als auch die FIBULA-Lösung gleichermaßen der laminaren Lösung annähern.

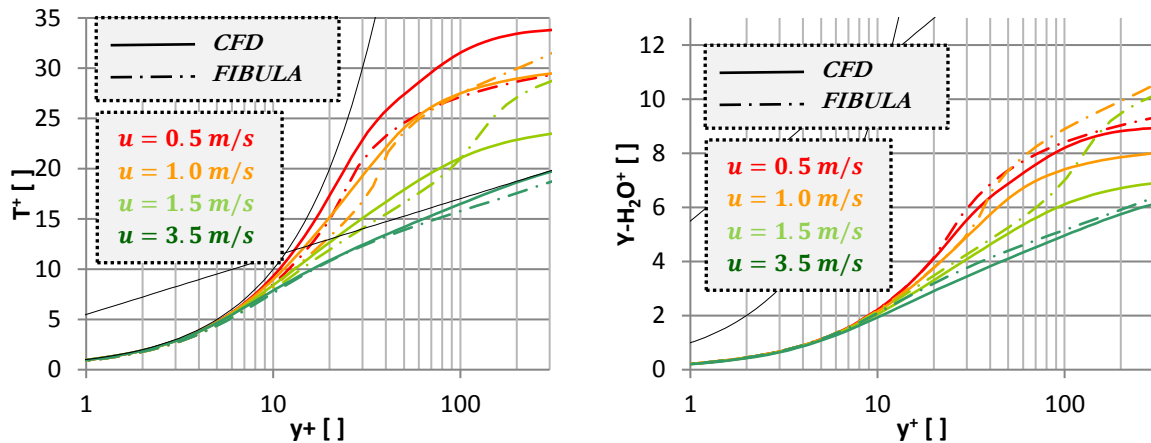


Abbildung 5-28 Dimensionslose Temperatur- und Massenbruchprofile bei Auftrieb
($v_w^+ = -0.0$, $\Delta T = 60$ K, $g_x = 9,8$ m/s²)

Die Abweichungen zwischen der FIBULA und den CFD-Lösungen sind durch den nur indirekten Einfluss des Auftriebs in den maßgeblichen Gleichungen für Temperatur und Stofftransport deutlich geringer, als bei der Geschwindigkeit in Abbildung 5-23.

5.9 Stofftransport

In den dimensionslosen Lösungen für die Grenzschicht tritt die Stoffzusammensetzung genau wie die Temperatur in der dimensionslosen, idealen Gasgleichung 4.44 auf und beeinflusst direkt die Dichte (vgl. Kapitel 5.4). Des Weiteren ändert sich die Prandtl-Zahl an der Wand Pr_w (Gleichung 4.36), die sowohl die Temperatur-Randbedingung (Gleichung 4.15) als auch die Energiegleichung 4.4 beeinflusst (siehe Kapitel 5.2). Der Einfluss der Stofftransportgleichung 2.7 auf die Bestimmung der Wandkondensationsrate wird in Kapitel 3.3.3 erläutert. Als Parameter für den Stofftransport wird in der FIBULA aus numerischen Gründen anstatt des dimensionslosen Massenstroms $\dot{m}_{H_2O,w}^+$ die dimensionslose wandnormale Geschwindigkeit v_w^+ verwendet (Gleichung 4.28) (Kapitel 4.2.4).

Die Gemischzusammensetzung in der FIBULA-Lösung beeinflusst die Dichte, abgesehen vom Kondensationsmodell, am stärksten, wodurch hier der Validierung des Dichteprofiles eine besondere Bedeutung zukommt. Der Vergleich der Dichteverläufe der FIBULA und der CFD-Rechnungen in Abbildung 5-29 links zeigt, dass die Berechnungen der Dichte, wie bereits beim Wärmetransport in Abbildung 5-24 rechts, auch bei Dampftransport korrekt sind. Dies ist vergleichbar mit dem in Kapitel 5.4 (Wärmetransport) diskutierten Fall, in dem der Temperaturverlauf nur die Dichte ändert. Ein Temperatursprung von $\Delta T = 60$ K erzeugt dabei einen vergleichbaren Dichteabfall wie ein dimensionsloser Dampftransport von $v_w^+ = 0,05$, der auch bei mittleren Kondensationsraten wie z.B. im CONAN-Benchmark *run3-P25-T30-V15* auftritt (vgl. Abbildung 5-8 rechts). Stärkere, fest aufgeprägte Stofftransportraten, bei denen reiner

Dampf abgesaugt wird, waren für diese Rechnungen numerisch nicht mehr stabil, weil punktuell mehr Wasserdampf abgezogen wird als verfügbar ist.

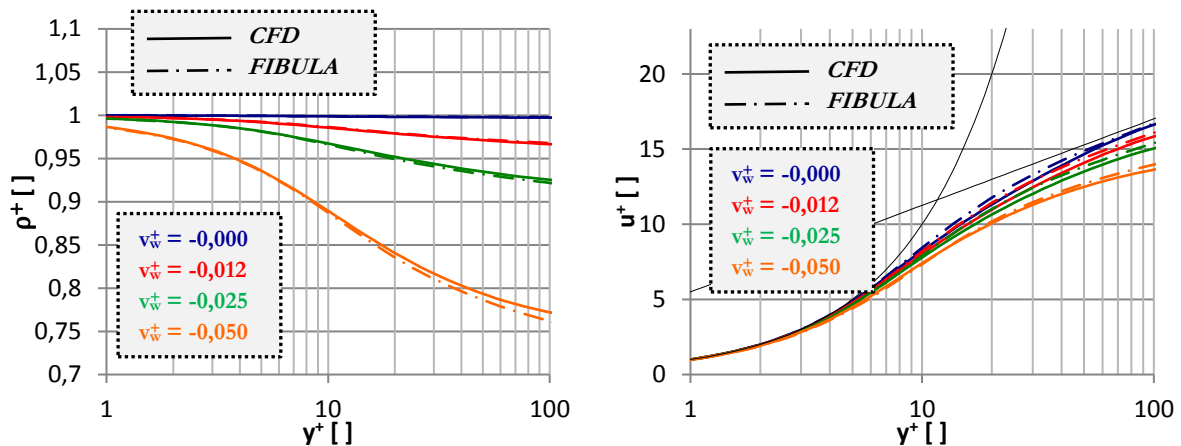


Abbildung 5-29 CFD- und FIBULA-Rechnungen mit Dampftransport im Vergleich ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Der Einfluss auf die dimensionslosen Geschwindigkeiten wird genau wie die Dichte von der FIBULA korrekt wiedergegeben (vgl. Abbildung 5-29 rechts). Dies gilt auch für die dimensionslosen Massenbrüche, wobei ein deutlicher Unterschied zum Einfluss des Wärmestroms auf die Temperaturprofile zu erkennen ist (vgl. Abbildung 5-30 rechts und Abbildung 5-10 links). Bei den Massenbrüchen ist die Randbedingung nicht konstant, sondern wird aus Gleichung 4.19 mit der Stefan-Korrektur für einseitige Diffusion berechnet (vgl. Kapitel 4.1.2.3), sodass sich die Kurven für verschiedene Dampfmassenbrüche an der Wand $Y_{\text{H}_2\text{O},w}$, die sich aus den Kondensations- bzw. Stofftransportraten (v_w^+) ergeben, auffächern (Abbildung 5-30 rechts).

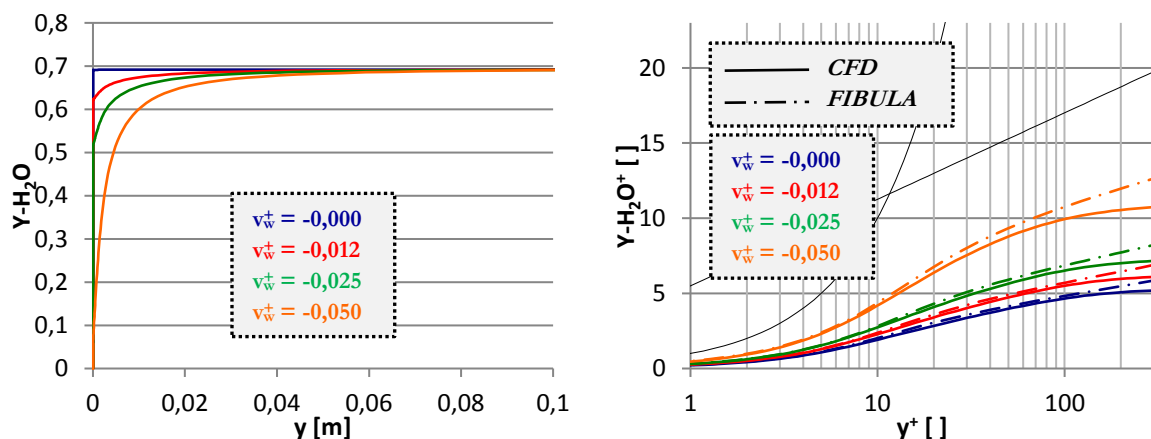


Abbildung 5-30 Massenbrüche bei Stofftransport ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Der Einfluss der Stofftransportrandbedingung (Gleichung 4.19) ist auch in Abbildung 5-31 zu sehen. In dieser Abbildung ist die Dichte in der FIBULA als konstant gesetzt, sodass die Kopplung mit der Geschwindigkeit und der Turbulenz unterbunden wird, und die Geschwindigkeits- oder Temperaturlösung nicht verändert werden. Die Steigung und der anschließende Verlauf der Dampfmassenbruchlösung werden direkt, wie bereits in Abbildung 5-30 rechts gesehen, über den Dampfmassenbruch an der Wand beeinflusst.

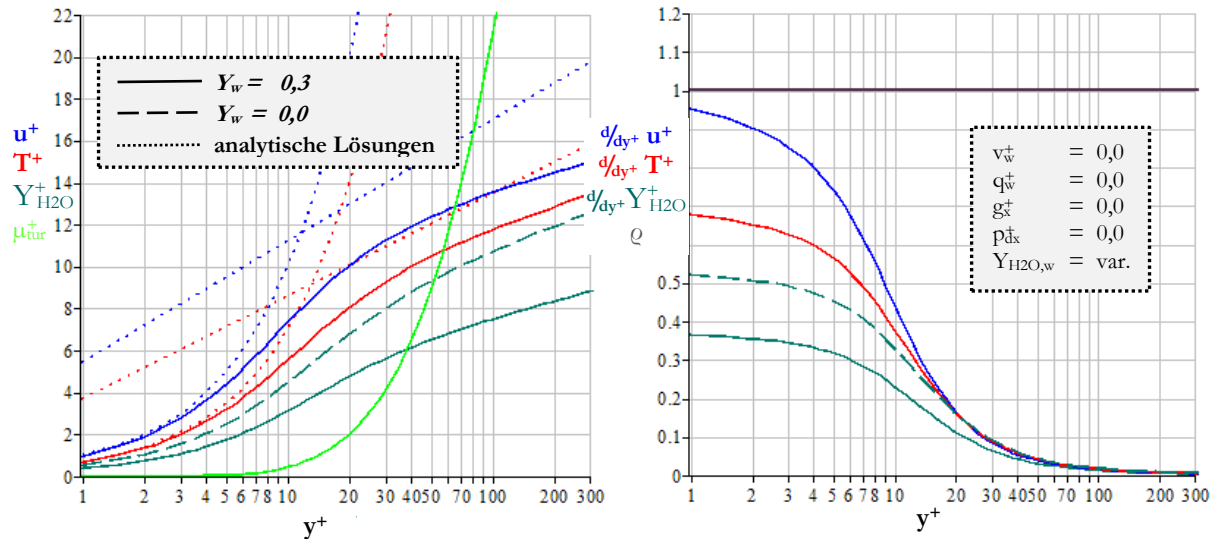


Abbildung 5-31 Einfluss von Wasserdampfanteil $Y_w = 0,3$ (bzw. $Y_w = 0,0$) auf die FIBULA bei $v_w^+ = -0,05$ bei künstlich konstanter Dichte und konstanter Prandtl-Zahl Pr_w

Der Einfluss der Dichte bei $v_w^+ = -0,05$ auf die dimensionslosen Profile ist allerdings sehr begrenzt. Dies ist im Vergleich in Abbildung 5-32 zu sehen, wo der gestrichelten Referenzlösung eine konstante Dichte aufgeprägt wurde.

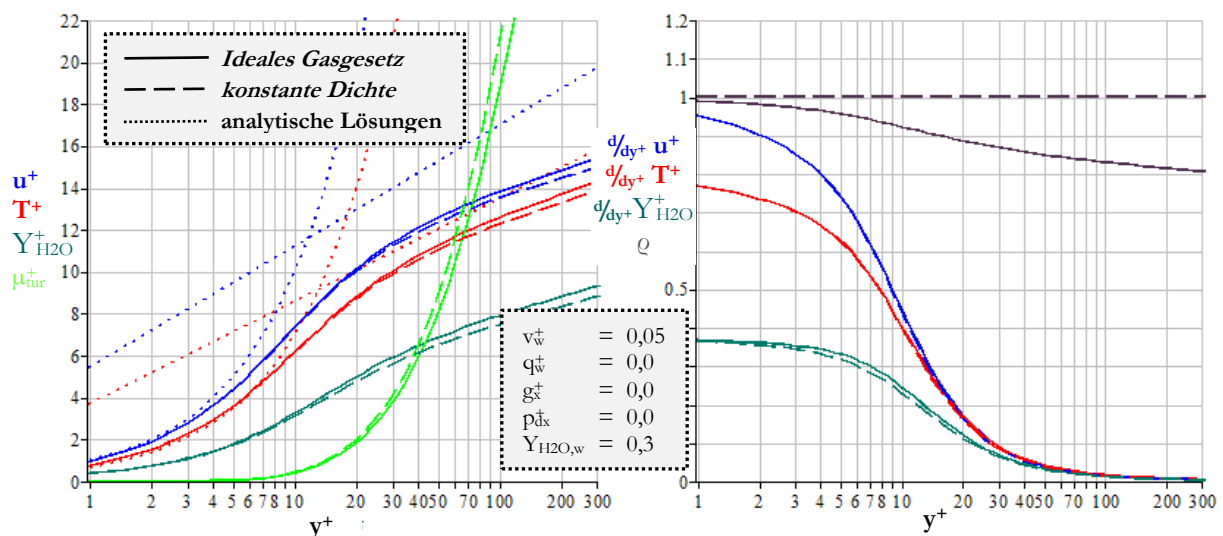


Abbildung 5-32 Einfluss der Dichteberechnung auf die FIBULA bei $v_w^+ = -0,05$ und $Y_w = 0,3$

Auch im Fall von Auftrieb durch Stofftransport verhält sich die FIBULA-Lösung bis zum Einfluss der Hauptströmung bei $y^+ = 100$ konsistent mit der CFD-Lösung (vgl. Abbildung 5-33).

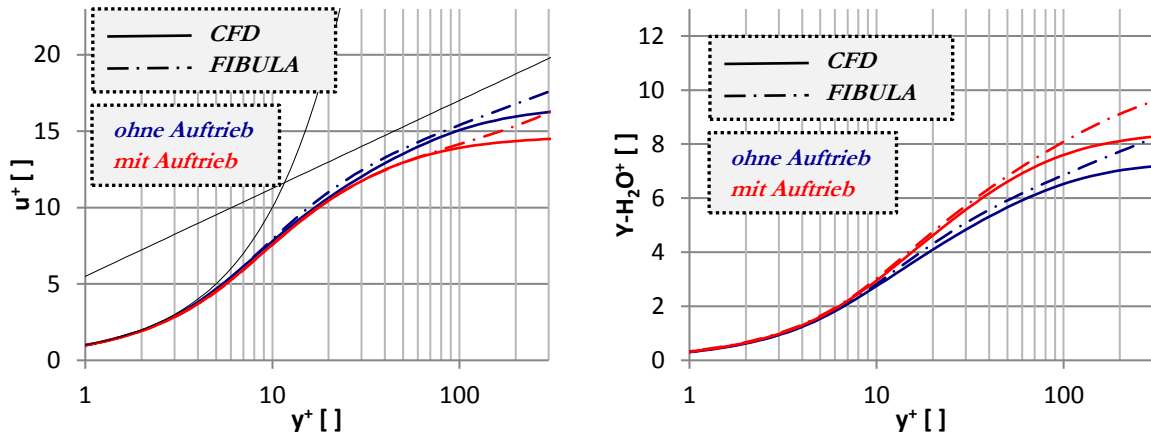


Abbildung 5-33 Einfluss von Auftrieb bei Stofftransport
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0.025$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Die einzigen signifikanten Abweichungen der FIBULA sind in der Temperaturfunktion zu finden. Hier zeigt sich die Vernachlässigung der Energiediffusion bei der Herleitung der dimensionslosen Energiegleichung 4.4 aus Gleichung 2.31. In Abbildung 5-34 sind zur Verdeutlichung der Energiediffusion zwei Fälle mit unterschiedlichem Stofftransport gegenübergestellt. In dem einen Fall wird purer Dampf (rot) und in dem anderen Fall wird das an der Wand anliegende Gemisch (blau) abgesaugt, sodass sich nur bei der Dampf-Extraktion ein Massenbruchprofil einstellt (vgl. Kapitel 3.3.3.3). Genau dieses Dampfprofil ist dafür verantwortlich, dass durch Stoffdiffusion Energie zur Wand transportiert wird und daher das Temperaturprofil in Abbildung 5-34 rechts mit besserem Wärmetransport höher ist.

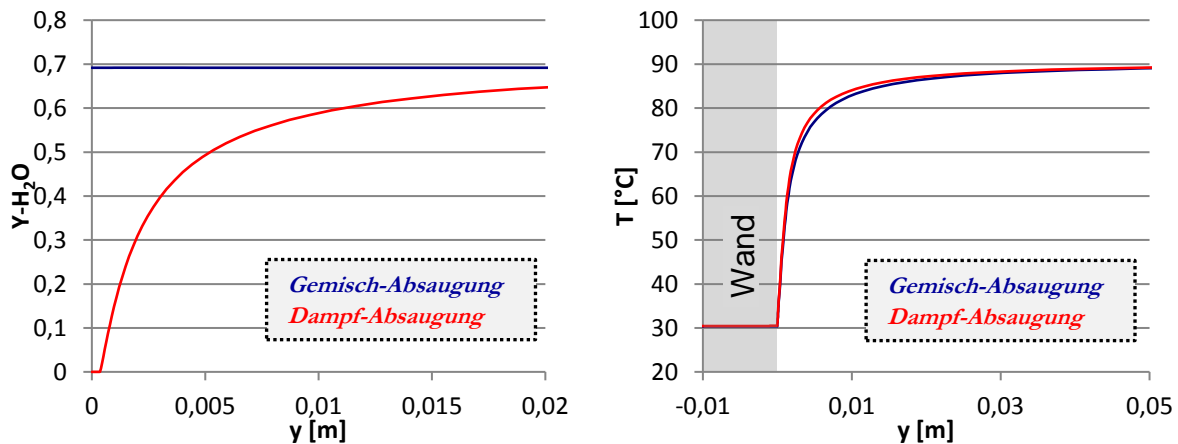


Abbildung 5-34 Einfluss eines Massenbruchprofils auf die Temperatur bei einseitiger Diffusion
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0.025$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

In dem dimensionslosen Temperaturprofil von Abbildung 5-35 rechts ist dieser zusätzliche Energietransport noch deutlicher zu sehen. Ohne den Massenbruchgradienten (blau) sind die CFD-Rechnungen mit den FIBULA-Ergebnissen in guter Übereinstimmung. Mit Massenbruchgradient durch Dampftransport (rot) und mehr Energietransport sinkt die dimensionslose Temperatur weiter ab. Die Unterschiede zwischen den FIBULA-Lösungen ergeben sich durch die veränderten Prandtl-Zahlen in der Wandrandbedingung 4.15.

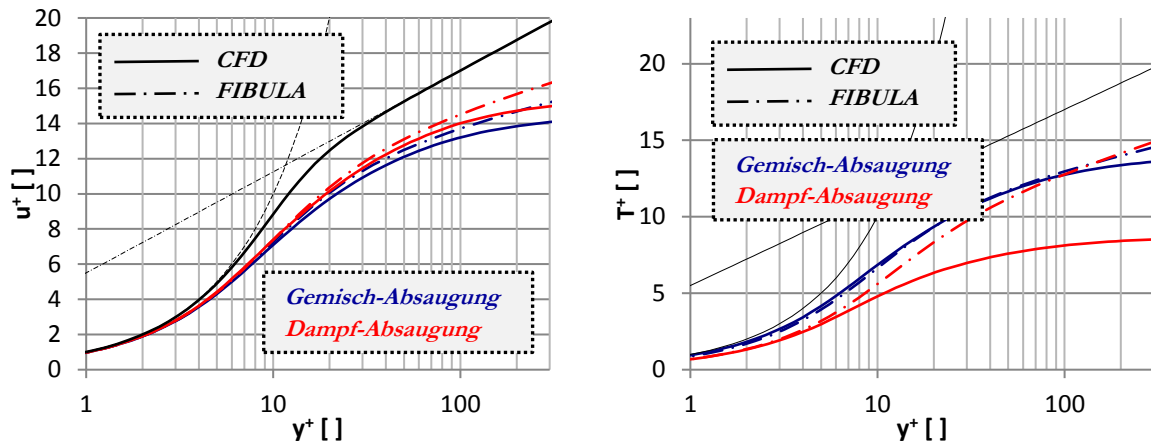


Abbildung 5-35 Einfluss eines Massenbruchprofils auf die dimensionslosen Profile durch Energiediffusion ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0.025$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Der Energiediffusionsterm lässt sich auch in CFX vernachlässigen und bestätigt dann ebenfalls das FIBULA-Ergebnis und die korrekte Modellierung. Im Weiteren wird die Energiediffusion jedoch vernachlässigt, da Sie im Vergleich zu den deutlich größeren Energieströmen durch die latente Wärmefreisetzung bei Kondensation eine untergeordnete Rolle spielt.

5.10 Kondensation

Im Fall von Kondensation treten mehrere Effekte gleichzeitig auf, die bereits in den vorangegangenen Kapiteln behandelt wurden. Die größten Einflussfaktoren für Kondensation sind die wandnormale Konvektion, Auftrieb und Turbulenzänderungen und können als Überlagerung bewertet werden. Der Vergleich der CFD-Feingitterrechnungen mit den FIBULA-Ergebnissen führt für Kondensationsprozesse zu denselben Schlussfolgerungen wie die Betrachtung der Einzeleffekte in den bisherigen Kapiteln.

Als Erstes werden Fälle mit relativ hohen Geschwindigkeiten gezeigt. Der Conan-Fall *run1-P10-T30-V35* (rot) zeichnet sich dabei durch eine hohe Geschwindigkeit von $u = 3,5 \text{ m/s}$ bei einer relativ geringen Verdampferleistung und damit kleinen Kondensationsrate aus (vgl. Abbildung 5-36). Er wird als Grenzfall in allen durchgeführten CONAN-Versuchen betrachtet. Aufgrund der hohen Geschwindigkeit und der niedrigen Kondensationsrate sind die Ergebnisse nah am logarithmischen Wandgesetz und die FIBULA-Ergebnisse liegen sehr nah an den CFD-Rechnungen. Ein anderer Grenzfall ist der Fall *run3-P25-T30-V15* (hellgrün) mit einer Geschwindigkeit von $u = 1,5 \text{ m/s}$ und einer hohen Verdampferleistung von 25 kW . Hier überschätzt das FIBULA-Modell die Auftriebseffekte leicht, so wie es auch in Kapitel 5.8 und speziell in Abbildung 5-23 und Abbildung 5-24 links zu sehen ist. In Abbildung 5-36 ist *run3-P25-T30-V15* mit und ohne Gravitationseinfluss (hellgrün/dunkelgrün) gezeigt, bei dem sich wieder die FIBULA mit den CFD-Ergebnissen sehr gut decken.

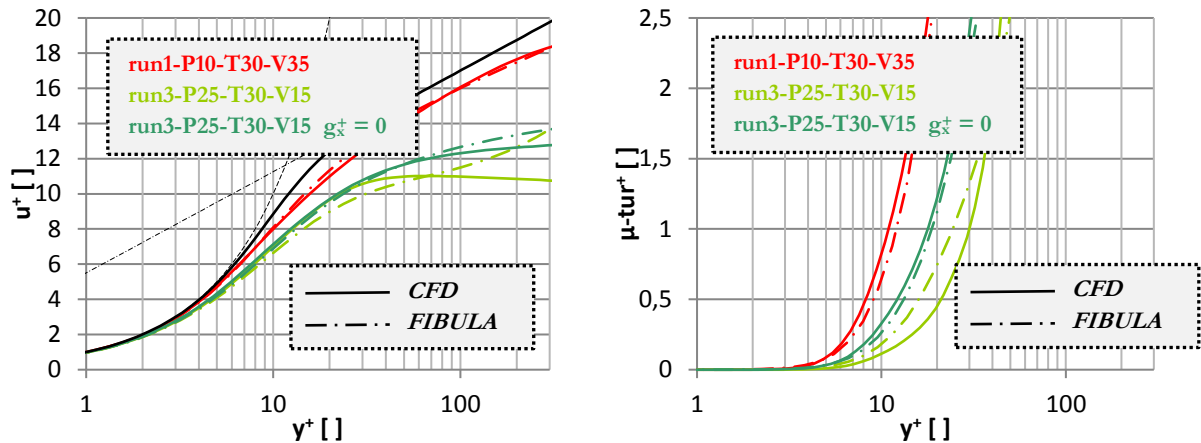


Abbildung 5-36 CONAN-Fälle mit hohen Geschwindigkeiten
($u = 1,5/3,5$ m/s, $\Delta T = 60$ K, $g_x = 0/9,81$ m/s²)

Die einzigen größeren Abweichungen treten bei der dimensionslosen Temperatur auf (vgl. Abbildung 5-37 links). Diese sind, wie in Kapitel 5.9 beschrieben, auf die vernachlässigte Energiediffusion zurückzuführen. Die Übereinstimmung in den Massenbrüchen, die für die Berechnung der Kondensationsrate essentiell sind, ist dagegen durchgängig gut.

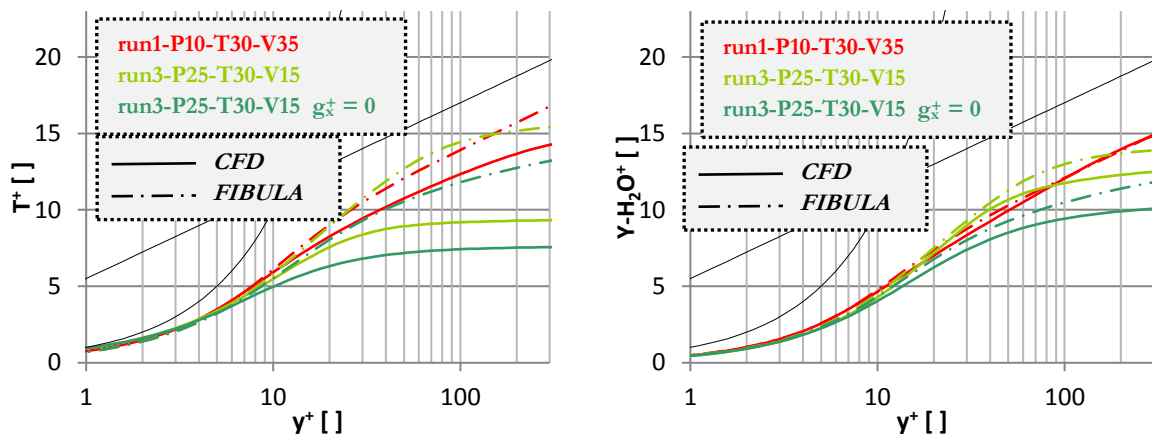


Abbildung 5-37 CONAN-Fälle mit hohen Geschwindigkeiten
($u = 1,5/3,5$ m/s, $\Delta T = 60$ K, $g_x = 0/9,81$ m/s²)

In Abbildung 5-38 sind CONAN-Fälle mit der niedrigsten in gefahrenen Geschwindigkeit von $u = 0,5$ m/s geplottet, wobei wie zuvor eine sehr kleine (*run3-P10-T30-V05*/hellblau) und sehr hohe (*run3-P10-T30-V05*/pink) Kondensationsrate ausgewählt wurden. Die dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile der FIBULA zeigen hier für alle Geschwindigkeitsprofile wieder bis zum Erreichen der Geschwindigkeitsmaxima gute Übereinstimmungen.

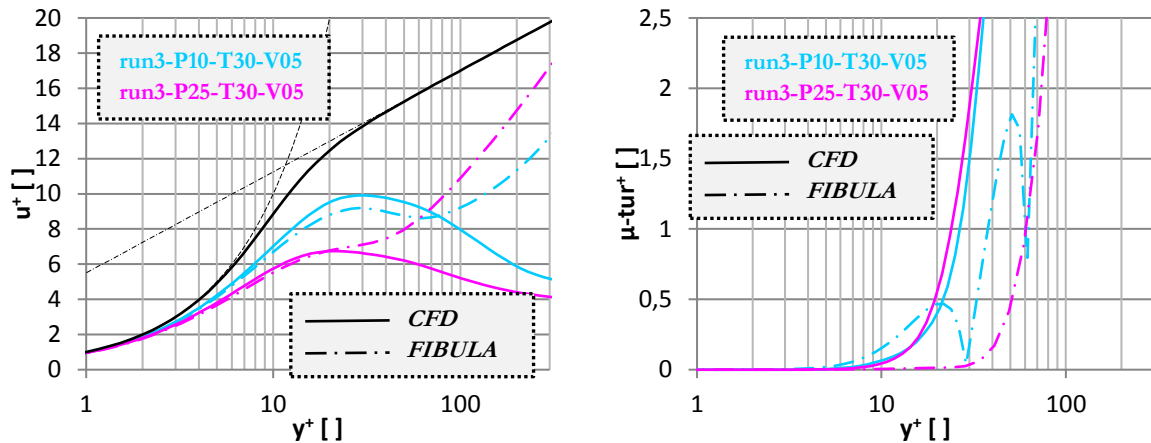


Abbildung 5-38 CONAN-Fälle mit niedriger Geschwindigkeit
($u = 0,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)

In Abbildung 5-38 rechts ist zu erkennen, dass die Turbulenzmodellierung bei kleinen Geschwindigkeiten mit Kondensations- und Auftriebseinfluss, wie auch bei den reinen Auftriebsfällen, unterschätzt wird (vgl. Abbildung 5-23 und Abbildung 5-24 links). An den dimensionslosen Geschwindigkeiten in Abbildung 5-38 links ist diese Abweichung nicht so deutlich ausgebildet, da der Einfluss der Turbulenz durch die wandnormale Geschwindigkeit verkleinert wird und daher weniger stark ins Gewicht fällt.

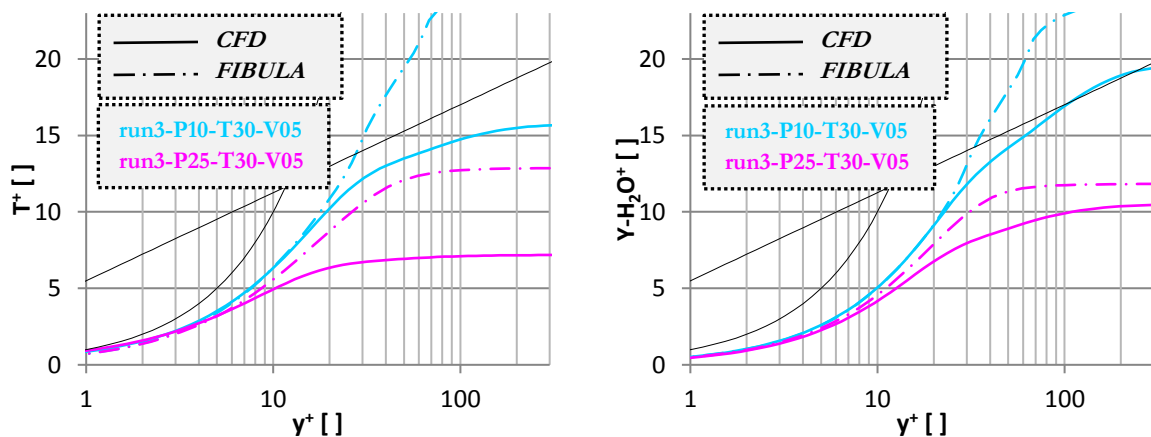


Abbildung 5-39 CONAN-Fälle mit niedriger Geschwindigkeit
($u = 0,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)

In Abbildung 5-39 links ist wiederum die Abweichung der dimensionslosen Temperatur durch die Energiediffusion zu sehen, während der Dampfmassenbruch der FIBULA in Abbildung 5-39 rechts, durch die im Vergleich zu den CFD-Ergebnissen zu geringe Turbulenz im Bereich von $y^+ > 20$, etwas zu groß berechnet wird.

Die größten Abweichungen zwischen den CFD-Feingitterlösungen und den FIBULA-Ergebnissen treten bei T^+ aufgrund der vernachlässigten Energiediffusion auf. Trotzdem sind die Ergebnisse für u^+ und $Y_{\text{H}_2\text{O}}^+$ durchgehend gut. Die kleineren Abweichungen bei u^+ und $Y_{\text{H}_2\text{O}}^+$ sind vielmehr auf die Turbulenzmodellierung zurückzuführen. Da T^+ aktuell für die FIBULA-Wandfunktion nicht verwendet wird, ist die Modellierung der Grenzschicht ausreichend.

6 Implementierung der FIBULA-Wandfunktion

In Kapitel 4 wurde die FIBULA als dimensionslose Lösung der Grenzschicht modelliert und in Kapitel 5 verifiziert. Damit existieren belastbare Lösungen für die dimensionslosen Werte der Lösungsvariablen (u^+ , T^+ , $Y_{H_2O}^+$), die durch den dimensionslosen Wandabstand y^+ und fünf freien Parametern (v_w^+ , q_w^+ , g_x^+ , p_{dx}^+ , $Y_{H_2O,w}$) bestimmt werden (Kapitel 4.2). In diesem Kapitel wird dargelegt, wie die FIBULA-Lösungen dem CFD-Code zur Verfügung gestellt werden.

Vor dem eigentlichen CFD-Lösungsprozess werden sehr viele FIBULA-Lösungen mit Maple berechnet und in einem Kennfeld abgespeichert. Aus den FIBULA-Kennfeldern (engl. Lookup-Table) für die jeweiligen Lösungsvariablen (u^+ , T^+ , $Y_{H_2O}^+$) werden die benötigten Werte während des CFD-Lösungsprozesses durch schnelle, lineare Interpolationen abgefragt (Kapitel 6.1). Die dimensionslosen Werte für die Geschwindigkeit u^+ werden mit Hilfe der Wandfunktions-Schnittstelle in CFX verwendet (Kapitel 6.2). Die Dampfmassenbruchlösung $Y_{H_2O}^+$ wird direkt im Kondensationsmodell eingebunden (Kapitel 6.3). Die Berechnung der Eingangsparameter (v_w^+ , q_w^+ , p_{dx}^+ , g_x^+ , $Y_{H_2O,w}$) für die FIBULA-Kennfelder erfolgt weitestgehend so, wie es bereits in Kapitel 4.2 vorgesehen wurde. Zur numerischen Stabilisierung wird die Schergeschwindigkeit u_τ an zwei Stellen durch Limitierungen begrenzt (Kapitel 6.4). Zuletzt wird in Kapitel 6.5 die Implementierung einer Überprüfung unterzogen.

6.1 Lookup-Table der FIBULA

Die Lösungen der FIBULA aus Kapitel 4 sind nicht in einer algebraischen Form verfügbar und werden daher in einem Kennfeld (Umsetzungstabelle oder engl. Lookup-Table) als einzelne numerische Werte für relevante Parameterstützstellen gespeichert. Aus diesem Kennfeld können Werte für beliebige Parametersätze abgefragt werden, die zur Laufzeit von CFX aus dem Kennfeld über eine mehrdimensionale Interpolation zwischen den Stützstellen berechnet werden.

Die Implementierung der Kennfeld-Erstellung und -Abfragen wurde in einer Diplomarbeit umgesetzt und dokumentiert (*Meier 2014, S. 27*). Zuerst wird in Maple für eine Auswahl von Stützstellen eine Lösung für alle Parameter und den Wandabstand berechnet und alle Werte jeder Lösungsvariablen in einer Matrix abgespeichert. Die Anzahl der einzelnen Berechnungen ist das Produkt aus der Anzahl aller Stützstellen (Gleichung 6.1). Aktuell werden ca. 1.800.000 Einzelwerte berechnet, sodass die Kennfelderstellung bis zu einem Tag in Anspruch nehmen kann.

$$\#Berechnungen = \prod_{i=1}^5 \#Stützstellen_i \quad (6.1)$$

Die Kombinationen der Stützstellen können für die Berechnung der Lösung auch unphysikalische Eingangsparameter für die FIBULA liefern. Besonders der dimensionslose Druck p_{dx}^+ und die dimensionslose Gravitationskraft g_x^+ sollen im Normalfall ähnliche Werte liefern (siehe

Kapitel 4.2.3). Liegen diese zu weit auseinander, kann Maple für das Gleichungssystem keinen Wert liefern. In diesem Fall wird das Kennfeld mit Werten von benachbarten Stützstellen aufgefüllt, damit die CFD-Rechnung auch bei noch nicht auskonvergierten Fällen weiterläuft und im Iterationsprozess auch solche Werte zur Verfügung stehen. Am Rand des Kennfelds werden die fehlenden Lösungswerte durch eine Mittelung der umgebenen, vorhandenen Lösungswerte bestimmt. Existieren für den fehlenden Wert in beide Richtungen eines Eingangsparameters Lösungen, wird für jeden möglichen Eingangsparameter ein Lösungswert interpoliert und der über alle Parameter gemittelte Wert als neue Lösung im Kennfeld eingetragen.

Die vollständigen Kennfelder jeder Lösungsvariable werden am Ende der Kennfelderstellung von Maple in einfache Textfiles geschrieben, die CFX vor dem CFD-Lösungsprozess in seinen Speicher einliest. Die eigentlichen Interpolationsberechnungen werden durch die öffentlich verfügbaren CERN Bibliotheken durchgeführt (*CERN Program Library*).

Bei der Kopplung dieser Routinen an CFX gibt es jedoch Einschränkungen. Erstens wird mit jedem Iterationsschritt neuer Speicher durch die Interpolationsroutine allokiert. Dies führt bei langen Rechnungen oder vielen Gitterzellen zum Abbruch der Rechnung, wenn der gesamte Arbeitsspeicher aufgebraucht ist. Zweitens spricht für eine neue Implementierung, dass bereits die maximale Anzahl an Interpolationsparametern ausgenutzt wird. Um z.B. Einlaufeffekte zu berücksichtigen wäre hier ein weiterer Parameter notwendig und würde weitere Programmierarbeiten nach sich ziehen (siehe Kapitel 4.1.4.1). Drittens ist die parallele Verwendung von mehr als zwei Kennfeldern (u^+ , T^+ , $Y_{H_2O}^+$, μ_{tur}^+) derzeit nicht möglich. Eine der ersten Aufgaben für nachfolgende Arbeiten wird daher die verbesserte oder neue Implementierung dieser Kennfeld-Interpolation sein.

6.2 User Defined Wall Functions in ANSYS CFX

Die Implementierung von benutzerdefinierten Wandfunktionen kann in ANSYS CFX auf CEL-Basis (CFX Expression Language) durchgeführt werden, befindet sich aber noch im Beta-Status. Zur Implementierung muss ein entsprechender CEL-Ausdruck in das Definition-File geschrieben werden, in dem der Wall Function Transfer Coefficient (WFTC) für die entsprechende Erhaltungsgleichung definiert wird. Dieser Transferkoeffizient enthält z.B. die dimensionslose Geschwindigkeit, die aus dem FIBULA-Kennfeld ausgelesen wird. Als erstes wird die Herleitung des Transferkoeffizienten für den Wärmestrom erläutert, da dieser eine Sonderrolle einnimmt und mit einem Beispiel von ANSYS am besten dokumentiert ist. Die implementierte Geschwindigkeitswandfunktion wird in CFX wie eine gewöhnlich neu angelegte, zusätzliche Variable (engl. additional variable AV) für die Geschwindigkeit (bzw. den Impuls) behandelt, für die deren Fluss (Wandschubspannung) über die Wand transportiert werden soll. Die Dampfmassenbruchwandfunktion wird nicht über diese Schnittstelle, sondern direkt im Kondensationsmodell implementiert (Kapitel 6.3).

Für die Temperatur ist im Handbuch eine spezielle Definition des Transfer-Koeffizienten WFTC angegeben, da für die Temperaturgleichung die Wärmekapazität im Transferkoeffizienten integriert wird (ANSYS 2011, Kap. 4.2.4.1).

$$q_w = flux_{heat} = C (T_{vertex} - T_{wall}) \quad (6.2)$$

$$WFTC_{heat} = C / \rho_w \cdot c_p \quad (6.3)$$

Aus diesen Gleichungen kann die Konstante C eliminiert und eine Berechnungsvorschrift für den Transferkoeffizienten erstellt werden.

$$WFTC_{heat} = \frac{q_w}{\rho_w \cdot c_p \cdot (T_{vertex} - T_{wall})} \quad (6.4)$$

Außerdem wird für die dimensionslose Temperatur in der CFX-Dokumentation eine explizite Definition angegeben (ANSYS 2012, Kap. 2.8.1.5).

$$T^+ = \frac{\rho_w \cdot c_p \cdot u^* \cdot (T_{wall} - T_{vertex})}{q_w} \quad (6.5)$$

Die Integration von Gleichung 6.5 in 6.4 ergibt somit:

$$WFTC_{heat} = -\frac{u^*}{T^+} \quad (6.6)$$

Das auftretende Minuszeichen in Gleichung 6.6 wird in der Beispieldokumentation des Transfer Koeffizienten nicht verwendet (ANSYS 2011, Kap. 4.2.4.3) und führt auch bei der Implementierung zu keinen physikalischen Ergebnissen. Ich gehe daher davon aus, dass die Reihenfolge der Indices in Gleichung 6.2 vertauscht wurde und wie in Gleichung 6.5 hätte sein sollen.

$$q_w = flux_{heat} = C (T_{wall} - T_{vertex}) \quad (6.7)$$

Sofern die Konstante C positiv ist, ergibt sich so für eine hohe Fluidtemperatur am Vertex ein negativer abfließender Wärmestrom q_w und für die Implementierung wird Gleichung 6.8 verwendet.

$$WFTC_{heat} = +\frac{u^*}{T^+} \quad (6.8)$$

Eine Implementierung der Temperaturwandfunktion erfolgt im Rahmen dieser Arbeit nicht, da die derzeitige Interpolationsroutine nur zwei Kennfelder parallel aufrufen kann (vgl. Kapitel 6.1). Durch die weitere Nutzung des AWT für die Temperaturwandfunktion wird kein signifikanter Fehler erwartet, da der sensitive Wärmestrom im Vergleich zum latenten Wärmestrom in allen durchgeführten CONAN Rechnungen unter 3% liegt.

Abgesehen vom Wärmestrom werden zur Definition des WFTC in der CFX-Dokumentation zwei Gleichungen für zusätzliche Variablen (Additional Variable - AV) angegeben (ANSYS 2011, Kap. 4.2.4.2). Wie bereits bei der Temperatur in Gleichung 6.7 wird auch hier die vertauschte Indices-Reihenfolge angenommen.

$$flux_{AV} = C (value_{AV,w} - value_{AV,vertex}) \quad (6.9)$$

$$WFTC = C/\rho \quad (6.10)$$

Kombiniert man diese beiden Gleichungen und eliminiert C , so ergibt sich in Gleichung 6.11 ein Zusammenhang zwischen dem Fluss über die Wand und der Differenz der Additional Variable (AV) aus dem Wandwert $value_{AV,w}$ und dem ersten berechneten Wert im Fluid $value_{AV,vertex}$ ($j=1$ in Abbildung 3-3).

$$flux_{AV} = \rho WFTC (value_{AV,w} - value_{AV,vertex}) \quad (6.11)$$

Um nun eine Wandfunktion für die Impulsgleichung zu definieren, wird als Additional Variable die Geschwindigkeit u verwendet, die innerhalb der Impulsgleichung 2.4 die transportierte Variable ist. Betrachtet man nun die Einheiten, wobei der WFTC laut CFX-Dokumentation die Einheit der kinematischen Diffusivität $[m^2/s]$ haben soll (ANSYS 2011, Kap. 4.2.4), ergibt sich für den Impulsfluss die Einheit $[Pa]$. Wie bereits in Kapitel 2.3.4 erwähnt, erhalten wir also als Wandfunktion eine Beziehung zwischen der Geschwindigkeit bzw. dem massenspezifischen Impuls $m v/m$ und einer Spannung.

Der Impulsfluss $flux_{momentum}$ entspricht der Wandschubspannung τ_w und wird entsprechend der Definition der Schergeschwindigkeit (Gleichung 2.12) definiert und von Menter als formelle Definition bezeichnet (Grotjans und Menter 1998, S. 1114):

$$flux_{momentum} = -\tau_w = -\rho_w u_\tau |u_\tau| \quad (6.12)$$

Bei stagnierenden Strömungen und Ablösungen soll jedoch anstelle der Schergeschwindigkeit $|u_\tau|$ das auch in CFX verwendete u^* verwendet werden (Grotjans und Menter 1998, S. 1114), sodass der Fluss in der ANSYS Dokumentation folgendermaßen definiert wird (Gleichung 6.13):

$$flux_{momentum} = -\rho_w u_\tau u^* \quad (6.13)$$

Menter empfiehlt eine kombinierte Formulierung mit einer Maximumsabfrage für u_τ und u^* (Grotjans und Menter 1998, S. 1115).

$$flux_{momentum} = -\tau_w = -\rho_w u_\tau \max(|u_\tau|, u^*) \quad (6.14)$$

Alle drei Flussdefinitionen (6.12, 6.13, 6.14) unterscheiden sich nur in dem letzten skalierenden Faktor, wobei in den hier betrachteten Fällen normalerweise $u_\tau > u^*$ ist. Hier wird für die

verwendeten Fälle die Definition 6.14 nach Grotjans verwendet, die auch die numerisch stabilsten Ergebnisse liefert.

Mit der Definition der dimensionslosen Geschwindigkeit (Gleichung 2.14) existiert für die Schergeschwindigkeit u_τ eine Berechnungsvorschrift (Gleichung 6.15).

$$u_\tau = \frac{u_{vertex}}{u_{vertex}^+} \quad (6.15)$$

Die dimensionale Geschwindigkeit am ersten Vertex $u = u_{vertex}$ ist durch die aktuelle tangentielle Geschwindigkeit in der CFD-Lösung vorgegeben. Die dimensionslose Geschwindigkeit am ersten Vertex $u^+ = u_{vertex}^+$ kann frei vorgegeben werden und wird zur Eingabe der dimensionslosen FIBULA-Lösung als Wandfunktion genutzt. Bei Verwendung der Standardwandfunktion wird an dieser Stelle für u_{vertex}^+ das logarithmische Wandgesetz implementiert (*ANSYS 2012, Kap. 2.8.1.3*). In Gleichung 6.15 wird somit aus der aktuellen Geschwindigkeit auf dem ersten Vertex und der vorgegebenen Wandfunktion eine Schergeschwindigkeit berechnet. Die Schergeschwindigkeit ist ein skalierter Ausdruck für die Wandschubspannung und wird dem CFD-Code als Zielvorgabe für den nächsten Iterationsschritt übergeben.

Aus der Hafttrandbedingung (Gleichungen 3.13 und 6.16) und den Gleichungen 6.11, 6.14 und 6.15 wird der Wall Function Transfer Koeffizienten in Gleichung 6.17 berechnet.

$$value_{velocity,Wall} = u(0) = 0 \quad (6.16)$$

Der Zähler in Gleichung 6.17 ist der letzte Faktor der entsprechenden Flussdefinition aus Gleichung 6.12, 6.13 oder 6.14 und kann entsprechend ersetzt werden.

$$WFTC_{momentum} = \frac{\max(|u_\tau|, u^*)}{u_{vertex}^+} \quad (6.17)$$

Die Gleichungen 6.15 und 6.17 bestimmen nun über die Angabe einer beliebigen dimensionslosen Geschwindigkeit u_{vertex}^+ den Impulsfluss über den Transferkoeffizienten. In der iterativen CFD-Berechnung wird dieser Impulsfluss intern als Zielvorgabe für den nächsten Iterationsschritt verwendet.

Die praktische Implementierung erfolgt über den folgenden CEL-Ausdruck (Code 2) aus der Grafischen Benutzeroberfläche (engl. graphical user interface GUI) von CFX.

```

PHYSICS OPTIONS CONTROL:
Beta Physics Enabled = On
## bisher sind Wandfunktionen noch ein Beta-Feature
END
LIBRARY :
CEL:
EXPRESSIONS:
WF utau cfxuse= max(ustar ,abs(Velocity u)/max(WF uplus,0.01))
WFTC Momentum = WF utau cfxuse / max( 0.01 , WF uplus )
      WF yplus      = Solver Yplus
      WF uplus      = [ eigene u+ Definition ]
END
END
END

BOUNDARY CONDITIONS:
MASS AND MOMENTUM:
TURBULENT WALL FUNCTIONS:
Option = User Defined
Wall Function Transfer Coefficient = WFTC Momentum
END
END
END

```

Code 2 CEL-Wandfunktionsdefinition in CFX für den Impuls

6.3 Nutzung des Dampfmassenbruch-Kennfelds

Das Dampfmassenbruch-Kennfeld wird nur bei Kondensationsvorgängen benötigt. Dieses wird im Gegensatz zur Geschwindigkeitswandfunktion in Kapitel 6.2 nicht über die CFX-Schnittstelle im System implementiert, sondern beeinflusst das PID-Kondensationsmodell direkt über Gleichung 3.39 (vgl. Kapitel 3.3.3.2). Theoretisch könnte auch das CFX interne Kondensationsmodell durch eine Wandfunktion optimiert werden, wenn ANSYS eine Schnittstelle für den Parameter k in Gleichung 3.34 bereitstellt.

Bisher wird für die Regelung im PID-Kondensationsmodell die Sättigungsbedingung an der Wand $Y_{\text{Sättigung,w}}$ mit dem Dampfmassenbruch auf dem ersten Knoten der CFD-Rechnung $Y_{\text{H}_2\text{O},\text{Knoten}}$ verglichen und ΔY über die Regelung minimiert (Gleichung 3.36). Ist der dimensionslose Dampfmassenbruch $Y_{\text{H}_2\text{O}}^+$ auf dem ersten Knoten aus einer Wandfunktion bekannt, kann eine dimensionale Randbedingung $Y_{\text{H}_2\text{O}}(y^+)$ mit Hilfe der Sättigungsbedingung $Y_{\text{Sättigung,w}}$ berechnet werden, die auf dem ersten Knoten und nicht an der Wand gültig ist und für die Regelung verwendet werden. Anstatt der bisherigen Regelabweichung (Gleichung 3.36) wird dann Gleichung 6.18 bzw. 6.20 für das Kondensationsmodell verwendet.

$$\Delta Y = Y_{\text{H}_2\text{O},\text{Knoten}} - Y_{\text{H}_2\text{O}}(y^+) \quad (6.18)$$

Zur Bestimmung der dimensionalen Dampfmassenbruch-Randbedingung auf dem ersten Knoten $Y_{\text{H}_2\text{O}}(y^+)$ wird die dimensionslose Massenbruchlösung der FIBULA $Y_{\text{H}_2\text{O}}^+(y^+)$ mit Hilfe der

Vorschrift zur Entdimensionalisierung 4.16 und den Referenzwerten aus den Gleichungen 2.18 und 2.17 zurück in einen dimensionalen Wert umgeformt (Gleichung 6.19).

$$Y_{H_2O}(y^+) = \frac{-\dot{m}_{H_2O,w}''}{\rho_w u_\tau} Y_{H_2O}^+(y^+) + Y_{H_2O,w} \quad (6.19)$$

Der Wandwert $Y_{H_2O,w}$ in Gleichung 6.19 wird weiterhin wie in der bisher verwendeten Regelabweichung (Gleichung 3.36) über die Sättigungsbedingung an der Wand (Gleichung 3.35) mit der Wandtemperatur T_w bestimmt. Als neue Regelabweichung für das Kondensationsmodell wird Gleichung 6.20 verwendet, sodass die Sättigungsbedingung an der Wand mit der FIBULA-Lösung $Y_{H_2O}^+$ korrigiert wird (vgl. Gleichung 3.39).

$$\Delta Y = Y_{H_2O,Knoten} - \left(Y_{Sättigung}(p_w, T_w) + \frac{-\dot{m}_{H_2O,w}''}{\rho_w u_\tau} Y_{H_2O}^+(y^+) \right) \quad (6.20)$$

Die Regelabweichung ΔY in Gleichung 6.20 wird jetzt auf den Wandknoten berechnet und sollte bei Kondensation in der CFD-Rechnung zu größeren Dampfmassenbrüchen auf dem ersten Knoten $Y_{H_2O,Knoten}$ und somit zu niedrigeren Kondensationsraten führen.

6.4 Anpassung der Eingangsparameter-Berechnung

Die Eingabeparameter v_w^+ , q_w^+ , p_{dx}^+ , g_x^+ und $Y_{H_2O,w}$ werden überwiegend wie in Kapitel 4.2 vorgesehen berechnet. Unterschiede ergeben sich bei der Berechnung der Schergeschwindigkeit u_τ , um die CFD-Rechnungen zu stabilisieren.

Die Schergeschwindigkeit u_τ für die Berechnung der Parameter wird nicht wie in Kapitel 6.2 für die Wandfunktionsimplementierung nach Gleichung 6.15 berechnet, sondern über die Wandschubspannung nach Gleichung 2.12. Würde Gleichung 6.15 benutzt käme es zu einem Zirkelbezug und daher wird Gleichung 2.12 mit Werten aus dem vorherigen Zeitschritt verwendet. Zusätzlich wird ähnlich zu den Gleichungen 6.12, 6.13 und 6.14 für die Skalierung der Parameter das Maximum aus der Schergeschwindigkeit und u_τ^* verwendet (Gleichung 6.21). Dadurch werden die Ergebnisse nicht verändert, aber die CFD-Rechnungen werden deutlich stabiler.

$$u_{\tau, fibula} = \max \left(\sqrt{\frac{|\tau_w|}{\rho_w}}, u^* \right) \quad (6.21)$$

Für die Gravitations- und Druck-Parameter p_{dx}^+ und g_x^+ wird $u_{\tau, fibula}$ zusätzlich noch limitiert (Gleichung 6.22).

$$u_{\tau, fibula, limit} = \max(0, 1 \text{ m/s}, u_{\tau, fibula}) \quad (6.22)$$

Diese Limitierung für p_{dx}^+ und g_x^+ setzt bei den Auftriebsfällen aus Abbildung 5-23 bei ca. 1,5 m/s ein und wirkt auf die dimensionslose Summe der Kräfte (Gleichung 4.55) in der Impulsgleichung 4.2. Die Summe der Kräfte (Gleichung 4.55) kann mit Hilfe von den Gleichungen 4.56, 4.57 und 4.58 in Gleichung 6.23 umgeformt werden.

$$F_x^+ = \frac{g_x \cdot \mu_{mol,w}}{u_\tau^3 \cdot \rho_w} \cdot \left(\rho^+ - \frac{\rho_{ref}}{\rho_w} \right) \quad (6.23)$$

In Gleichung 6.23 tritt die dimensionslose Dichte ρ^+ auf, weshalb in Kapitel 4.2.3 die Trennung in p_{dx}^+ und g_x^+ vorgenommen wurde. Allerdings ist an Gleichung 6.23 die Wirkung der Schergeschwindigkeit u_τ zu erkennen, die die dimensionslose Kraft F_x^+ in der dritten Potenz skaliert. Wird die Schergeschwindigkeit u_τ durch Gleichung 6.22 limitiert, fällt die dimensionslose Kraft F_x^+ kleiner aus, als sie sein sollte. In den Auftriebsfällen aus Abbildung 5-23 werden die dimensionslosen Auftriebskräfte so bei 0,5 m/s um den Faktor 2,5 gedämpft, um die Stabilität der CFD-Rechnungen zu gewährleisten.

Für weitere Arbeiten sollte eine Unterrelaxation für die Auftriebsterme realisiert werden, um diese auch bei sehr niedrigen Geschwindigkeiten berechnen zu können. Außerdem sollte anstatt p_{dx}^+ die dimensionslose Referenzdichte ρ_{ref}/ρ_w als Parameter im FIBULA-Kennfeld implementiert werden. Die dimensionslose Referenzdichte benötigt eine geringere Auflösung als der dimensionslose Druck p_{dx}^+ und wird daher die Größe des Kennfeldes reduzieren.

6.5 Verifikation der Implementierung

Die Verifizierung der FIBULA-Lösungen wurde anhand der verschiedenen Einflussfaktoren in Kapitel 5 durchgeführt. Bei einer isothermen Strömung sollte eine CFD-Rechnung mit FIBULA-Wandfunktion die selben Ergebnisse wie eine CFD-Rechnung mit Automatic Wall Treatment (AWT) liefern. Genau dies ist in Abbildung 6-1 zu sehen, wo für verschiedene Gitterauflösungen fast deckungsgleiche Ergebnisse erzielt werden.

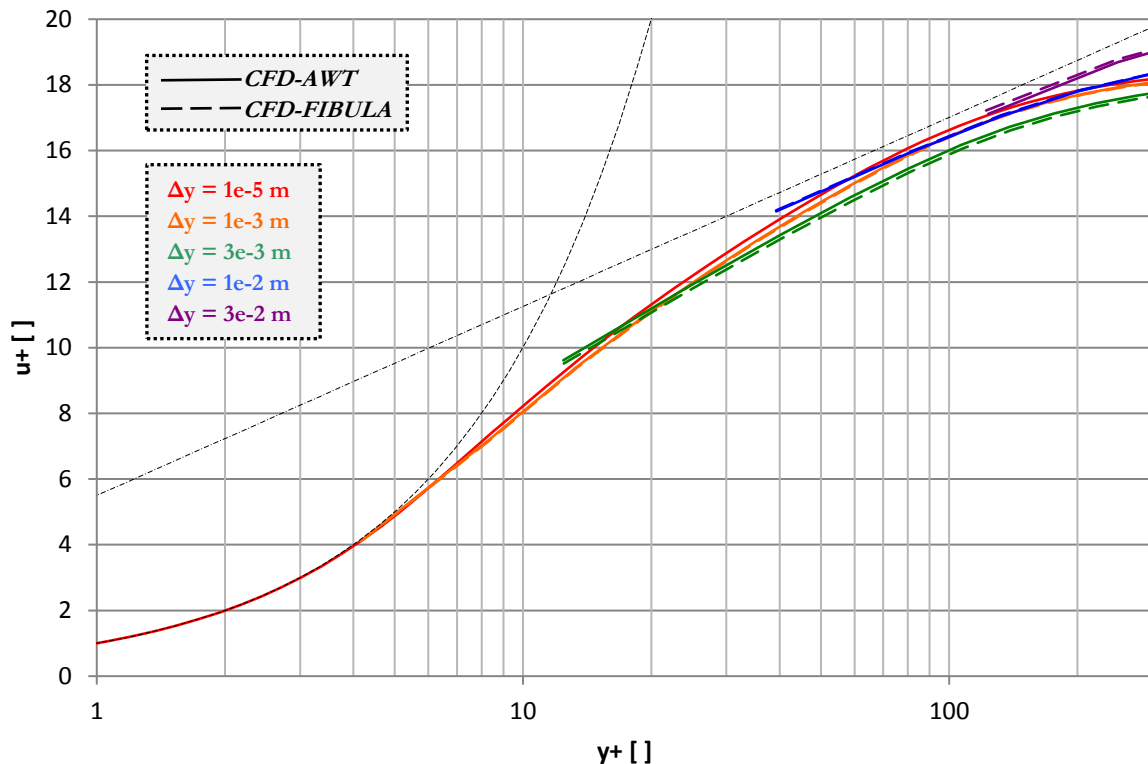


Abbildung 6-1 FIBULA-Wandfunktion für Impuls bei einer isothermen Strömung

Die Übereinstimmung der FIBULA-Wandfunktion mit dem AWT ist auch bei den dimensional Geschwindigkeiten und den Wandschubspannungen in Abbildung 6-2 sichtbar.

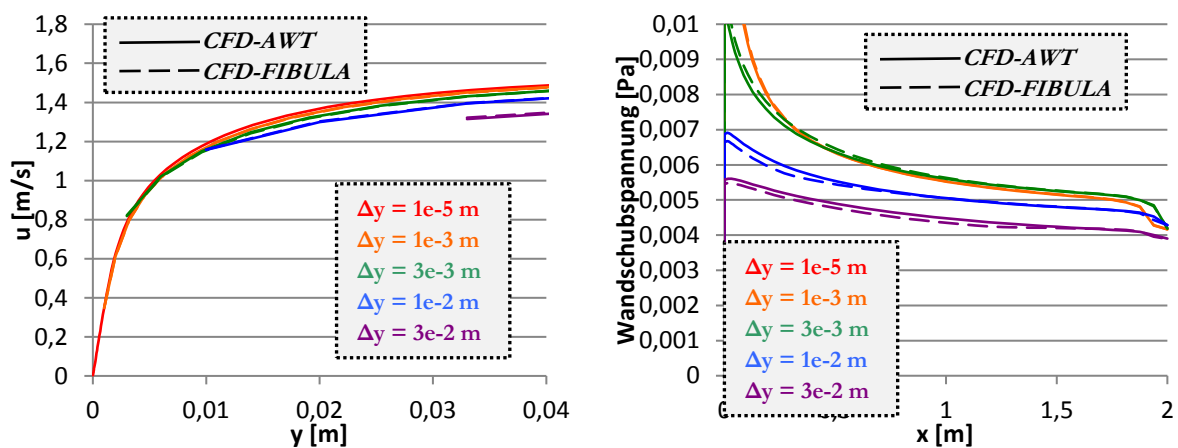


Abbildung 6-2 Vergleich der FIBULA-Wandfunktion mit AWT für Impuls bei einer isothermen Strömung

Bei der Betrachtung der Schergeschwindigkeit u_τ und u^* in Abbildung 6-3 links fällt auf, dass es auf dem feinen Gitter keinen Unterschied dieser beiden Größen gibt. Auf den groben Gittern ist im Einlauf u^* und ab dem Punkt, ab dem die Strömung ausgebildet ist, die formelle Schergeschwindigkeit u_τ größer.

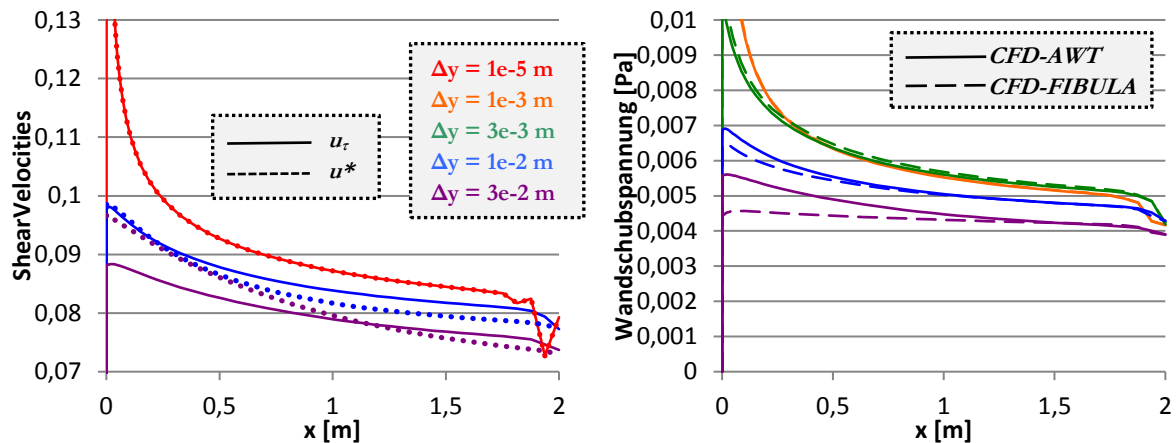


Abbildung 6-3 links: Vergleich von u_τ (durchgehend) und u^* (Punkte) bei einer isothermen Strömung mit AWT
rechts: FIBULA aus Abbildung 6-2 rechts mit formeller Flussdefinition 6.12

Wird anstatt der Flussdefinition 6.14 nach Grotjans die formelle Definition 6.12 verwendet, weichen die CFD-Rechnungen mit FIBULA-Wandfunktion auf groben Gittern von denen mit AWT im Einlaufbereich ab (vgl. Abbildung 6-3 rechts). In Abbildung 6-2 rechts mit den Rechnungen nach Definition 6.14 waren diese Abweichungen nicht so stark vorhanden, da in Abbildung 6-2 rechts das größere u_τ statt u^* für die Berechnung verwendet wird (vgl. Abbildung 6-3 links).

Neben der Verifikation über AWT können durch diese Wandfunktionsimplementierung auch andere dimensionslose Geschwindigkeiten auf dem ersten Wandknoten exakt vorgegeben werden (vgl. Abbildung 6-4).

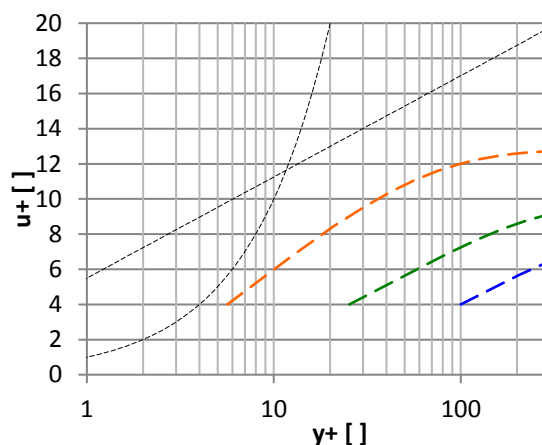


Abbildung 6-4 CFD-Rechnungen mit fest vorgegebenen $u^+ = 4$ in der Wandfunktionsschnittstelle

Die Überprüfung der Kennfeld-Abfragen wurde von Meier durchgeführt, indem die Funktion von Sucec für wandnormale Konvektion, sowohl als algebraische Gleichung 3.40, als auch als Kennfeld in CFX implementiert und anschließend verglichen wurden (vgl. Abbildung 6-5) (Meier 2014, S. 35).

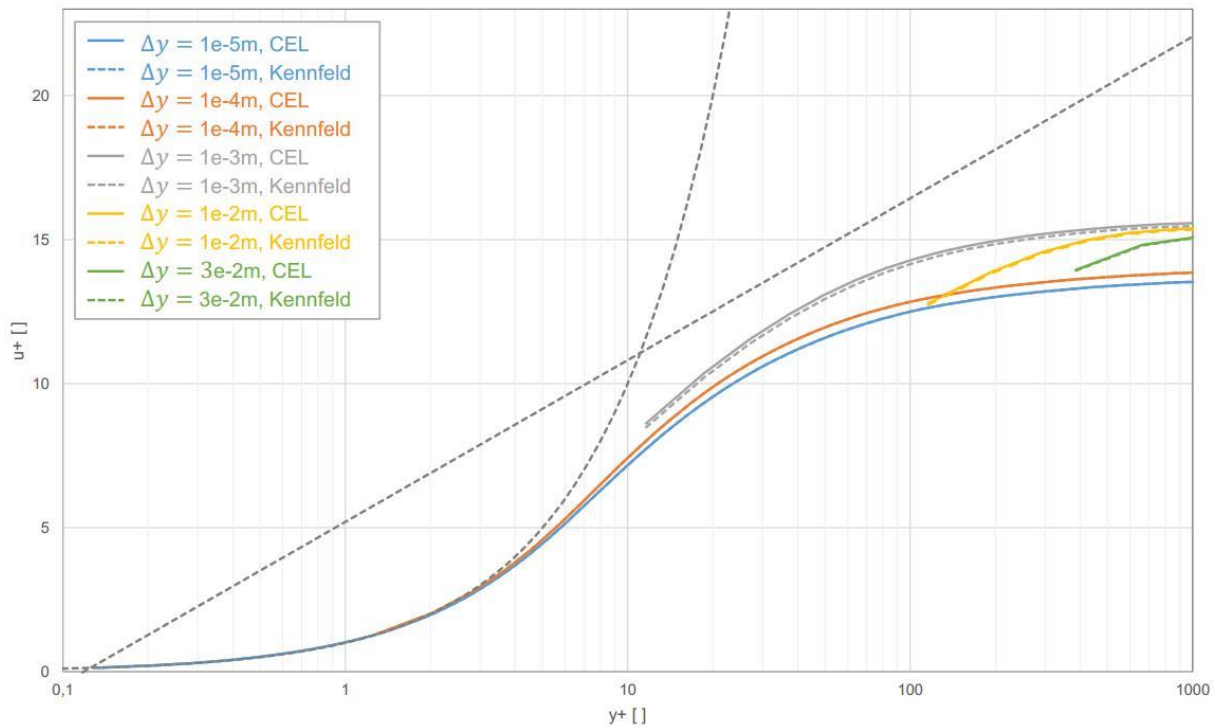


Abbildung 6-5 CFD-Rechnungen mit Gleichung 3.40 als Wandfunktion auf CEL-Basis und als in ein Kennfeld überführte Form (*Meier 2014, S. 36*)

Mit der für die FIBULA implementierten Geschwindigkeits-Wandfunktions-Schnittstelle kann das AWT reproduziert werden. Dies belegt die korrekte Verwendung des Wandfunktions-Transfer-Koeffizienten in CFX aus Kapitel 6.2. Außerdem wird mit Abbildung 6-5 die Korrektheit der Implementierung der Interpolationsroutinen gezeigt. Eine Variation der Eingangsparameter wird somit aus dem Kennfeld ausgelesen und richtig an CFX übergeben. Im folgenden Kapitel kann diese Schnittstelle daher nun zusammen mit der FIBULA als Wandfunktion angewendet werden.

7 Plausibilisierung der FIBULA-Wandfunktion in ANSYS CFX

Zur ersten prototypischen Demonstration werden in diesem Anwendungskapitel die FIBULA-Lösungen als Wandfunktion vergleichend mit der Standardbehandlung von CFX (AWT) in CFD-Rechnungen auf verschiedenen Rechengittern angewendet und ausgewertet. Während in Kapitel 5 die FIBULA-Lösungen diskutiert und die physikalisch konsistente Modellierung untersucht wurde, wird in diesem Kapitel die Plausibilität der Modellimplementierung im CFD-Code für grobe Gittern untersucht. Dabei ist zwischen der Implementierung der Geschwindigkeitswandfunktion über die CFX-Schnittstelle (Kapitel 6.2) und der Implementierung der Wandfunktion im Kondensationsmodell (Kapitel 6.3) zu unterscheiden. Als Referenzwerte werden hauptsächlich gitterunabhängige CFD-Feingitterlösungen verwendet. Sofern experimentelle Daten vorhanden sind, werden sie berücksichtigt.

Zur Überprüfung der Implementierung werden zunächst einfache Strömungsbedingungen untersucht und danach sukzessiv erweitert. Als erstes wird für die Überprüfung der Geschwindigkeitswandfunktion der Strömung nur eine wandnormale Geschwindigkeit aufgeprägt, die im Anschluss mit Wärmetransport ohne Auftrieb überlagert wird (Kapitel 7.1). Danach wird die Geschwindigkeitswandfunktion ohne wandnormale Geschwindigkeitskomponente mit Auftrieb diskutiert (Kapitel 7.2). Die Überlagerung dieser Effekte bei Kondensationsvorgängen und die Verwendung der FIBULA-Wandfunktion im Kondensationsmodell wird in Kapitel 7.3 erörtert, wobei der Fokus auf der Überprüfung der FIBULA-Wandfunktion im Kondensationsmodell liegt.

7.1 Wandnormale Konvektion

Das Ziel bei der Nutzung von Wandfunktionen in CFD-Rechnungen ist, die Flüsse an den Wänden für die Erhaltungsgrößen (Impuls, Energie und spezifische Speziesmassen $\rho \cdot Y_i$) auch auf groben Gittern so abzubilden, dass die integralen Fehler möglichst klein bleiben. Die Flüsse sollen daher bei gröber werdenden Gittern in den CFD-Rechnungen möglichst konsistent mit den Feingitterlösungen bleiben und somit keine Gitterabhängigkeit induzieren. Um eine gleichbleibende Wandschubspannung auf unterschiedlichen Gittern zu realisieren, wird der dimensionslose Geschwindigkeitswert u^+ auf dem ersten Knotenpunkt mit der FIBULA-Wandfunktion oder z.B. mit dem logarithmischen Wandgesetz (Gleichung 3.21) in Abhängigkeit vom dimensionslosen Wandabstand y^+ bestimmt und über die Wandfunktionschnittstelle an CFX übergeben. Im Idealfall liegen die Startwerte der groben Gitter auf dem Verlauf der Feingitter-CFD-Rechnung. Die Bestimmung der Wandschubspannungen wird im CFD-Code durchgeführt, während von der Wandfunktion jeweils der erste Knotenwert für u^+ vorgegeben wird.

Die CFD-Ergebnisse des Favre-Versuchs für wandnormale Konvektion zeigen, dass die FIBULA-Wandfunktion die Startwerte auf den groben Gittern im Vergleich zu den AWT-Rechnungen in Richtung der Feingitterlösung und den experimentellen Daten hin verschiebt und ihre Aufgabe ohne nennenswerte Abweichungen bestimmungsgemäß erfüllt (vgl. Abbildung 7-1 bzw. Abbildung 3-15). Die abweichenden Steigungen der CFD-Rechnungen nach dem ersten Knoten, bezogen auf die Feingitterlösung, werden durch Wandfunktionen nicht adressiert und sollten in weiteren Arbeiten näher betrachtet werden.

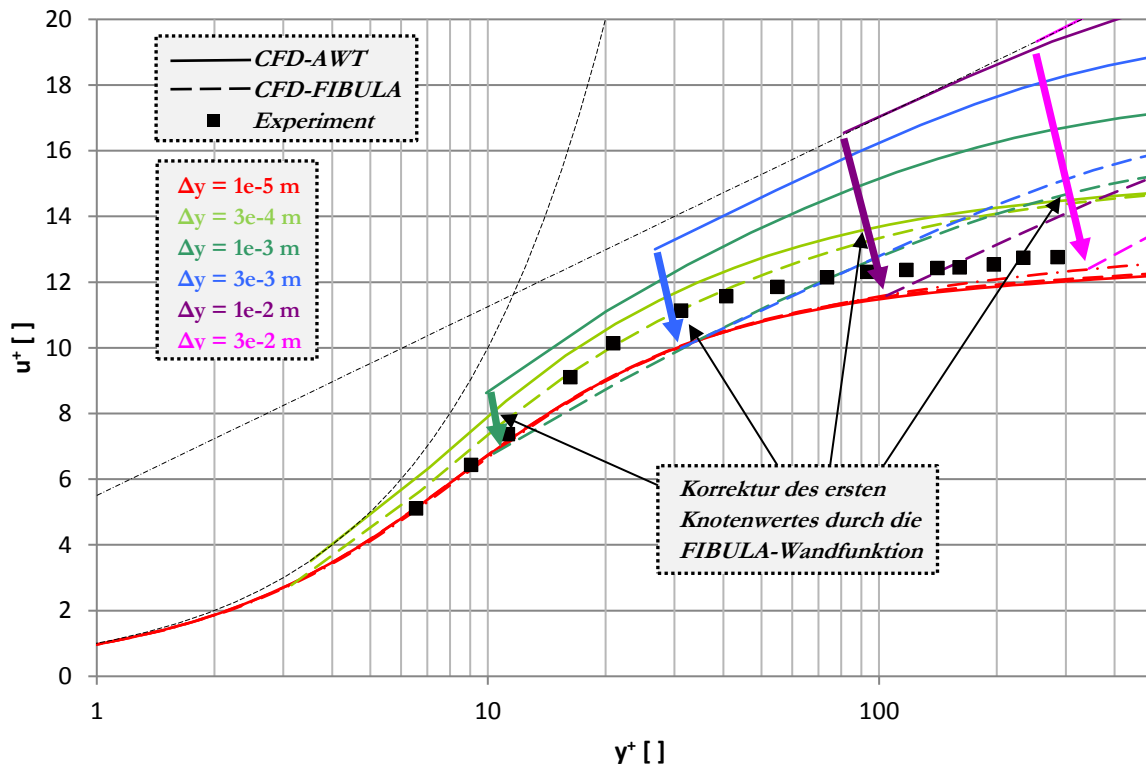


Abbildung 7-1 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei wandnormaler Konvektion
($u = 3,6 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -A^+ = -0.0779$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$) (siehe Abbildung 3-15)

Im Ein- und Auslauf der Kanalströmung ($x < 0,3 \text{ m}$ und $x > 1,7 \text{ m}$) werden die Eingangsparameter der FIBULA-Wandfunktion (v_w^+ , q_w^+ , g_x^+ , p_{dx}^+) gedämpft. Zum einen werden dadurch nicht vergleichbare Einlauffeffekte vermieden und zum anderen ist dies numerisch stabiler. Die FIBULA-Wandfunktion und das AWT werden daher nur im Auswertungsbereich von $x = 0,5 \text{ m}$ bis $1,6 \text{ m}$ verglichen und Plots über y bzw. y^+ bei $x = 1,5 \text{ m}$ ausgewertet. In den äußeren gedämpften Bereichen werden die Eingangsparameter zu null gesetzt, sodass die FIBULA-Wandfunktion mit dem AWT vergleichbare Werte an CFX übergibt. In Abbildung 7-2 gleichen genau in diesem Bereich die Schubspannungen der FIBULA-Wandfunktion denen des AWT. Die sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse in diesem Bereich belegt, wie auch bereits in Kapitel 6.5 gezeigt, eine mit dem AWT konsistente Implementierung der FIBULA-Wandfunktion, wenn die Eingangsparameter (v_w^+ , q_w^+ , g_x^+ , p_{dx}^+) null sind.

Der Einfluss der FIBULA-Wandfunktion lässt sich deutlich an den Übergängen vom gedämpften in den ungedämpften Bereich der Eingangsparameter (v_w^+ , q_w^+ , g_x^+ , p_{dx}^+) bei $x = 0,3 \text{ m}$ und $x = 1,7 \text{ m}$

in Abbildung 7-2 erkennen. Besonders für die sehr groben Gitter werden die Schubspannungen durch die FIBULA bis auf das Niveau der AWT-Rechnung mit der Gitterauflösung von $\Delta y = 1e-3$ m angehoben.

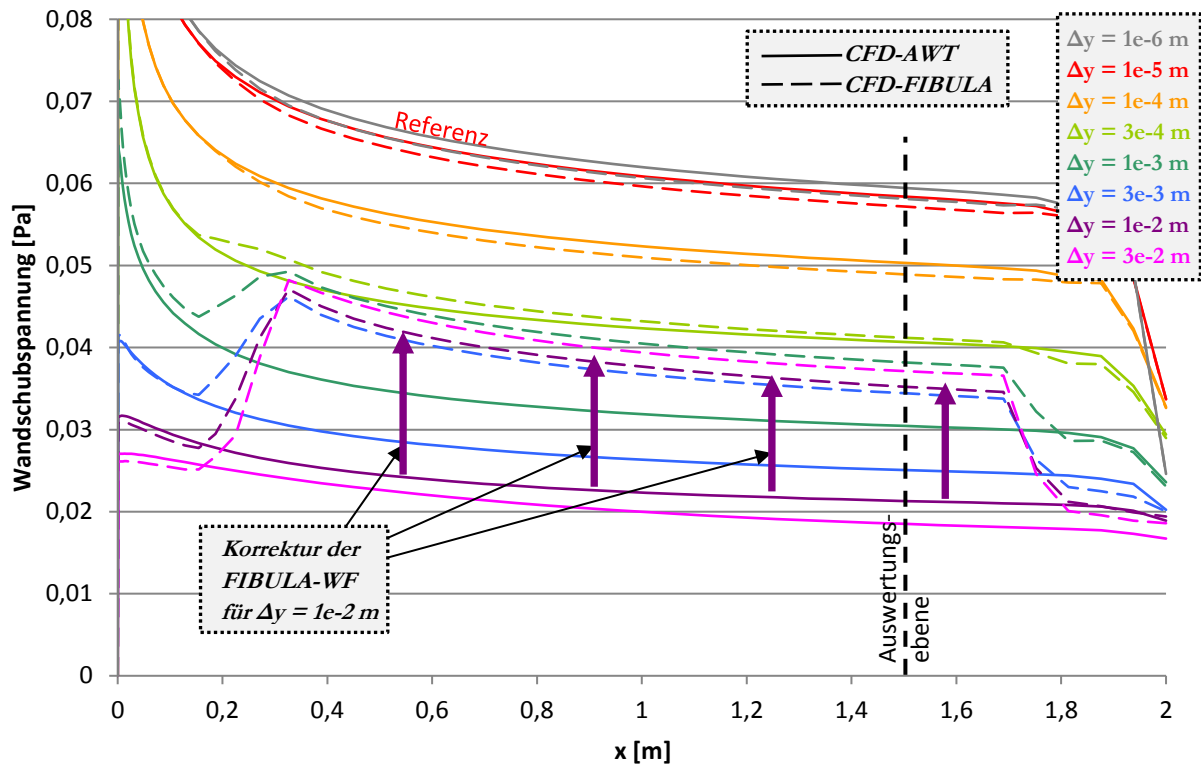


Abbildung 7-2 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion mit wandnormaler Konvektion
($u = 3,6$ m/s, $v_w^+ = -A^+ = -0.0779$, $\Delta T = 0$ K, $g_x = 0$ m/s²)

Die in Abbildung 7-2 gezeigten Wandschubspannungen werden wie auch schon in Abbildung 3-16 bei $x = 1,5$ m punktuell ausgewertet und in Abbildung 7-3 über den dimensionslosen Wandabstand y^+ aufgetragen. Die Auftragung über y^+ zeigt prinzipiell die Gitterunabhängigkeit der Lösung auf den beiden feinsten Gittern. Allerdings fallen bereits ab $y^+ \approx 0,2$ die Wandschubspannungen im Vergleich zu den sehr feinen Gittern ab und die CFD-Rechnungen mit wandnormalen Geschwindigkeiten sind somit nicht mehr gitterunabhängig (vgl. Abbildung 7-3).

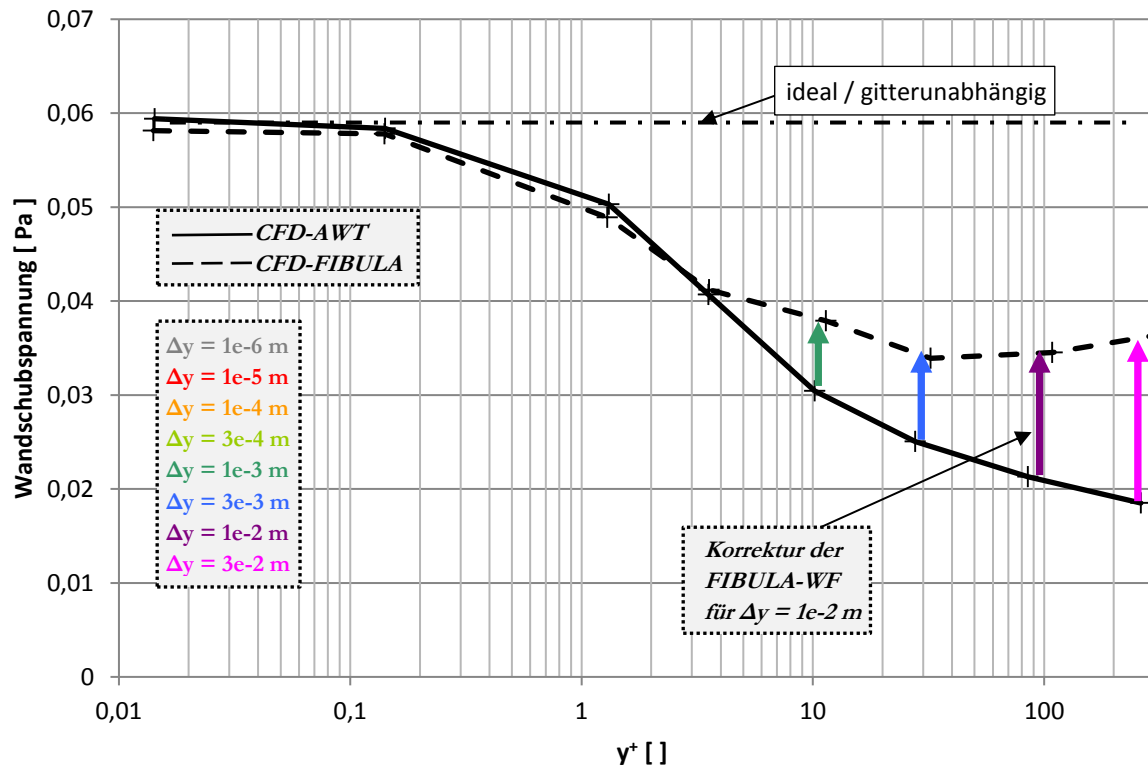


Abbildung 7-3 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion mit wandnormaler Konvektion bei $x = 1,5$ m ($u = 3,6$ m/s, $v_w^+ = -A^+ = -0.0779$, $\Delta T = 0$ K, $g_x = 0$ m/s²)

Die Wandschubspannungen der CFD-Rechnungen fallen mit gröber werdenden Gittern immer weiter ab und verfälschen so die Kräftebilanzen (vgl. Abbildung 7-3). Die CFD-Rechnungen mit FIBULA-Wandfunktion begrenzen für grobe Gitter mit $y^+ > 5$ den Abfall der Wandschubspannungen und bleiben in diesem Bereich wieder konstant. Die Verbesserung der Geschwindigkeitswerte auf dem ersten Knoten aus Abbildung 7-1 zeigen somit in Abbildung 7-3 für $y^+ > 5$ eine deutliche Verbesserung der Wandschubspannungen.

Der dimensionslose Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei feineren Gittern ($y^+ < 5$) ist nur sehr klein, da durch die geringen Abweichungen in diesem Bereich bereits das AWT gute Werte liefert (vgl. $\Delta y = 3e-4$ m in Abbildung 7-1). Für $y^+ = 0,2$ bis 5 ist daher der Einfluss der wandnormalen Geschwindigkeit auf die Gitterunabhängigkeit zu klären, da durch Wandfunktionen nur geringe Verbesserungen in diesem Übergangsbereich zu erwarten sind.

Zusätzlich zum wandnormalen Stofftransport wird in Abbildung 7-4 und Abbildung 7-5 ein Wandwärmestrom berücksichtigt. Für die dimensionslose Geschwindigkeit und die Wandschubspannungen ergeben sich mit den vorherigen Resultaten vergleichbare Ergebnisse. Die dimensionslosen Geschwindigkeiten auf den ersten Zellen werden durch die FIBULA-Wandfunktion wie vorgesehen auf die CFD-Feingitterlösung verschoben (vgl. Abbildung 7-4).

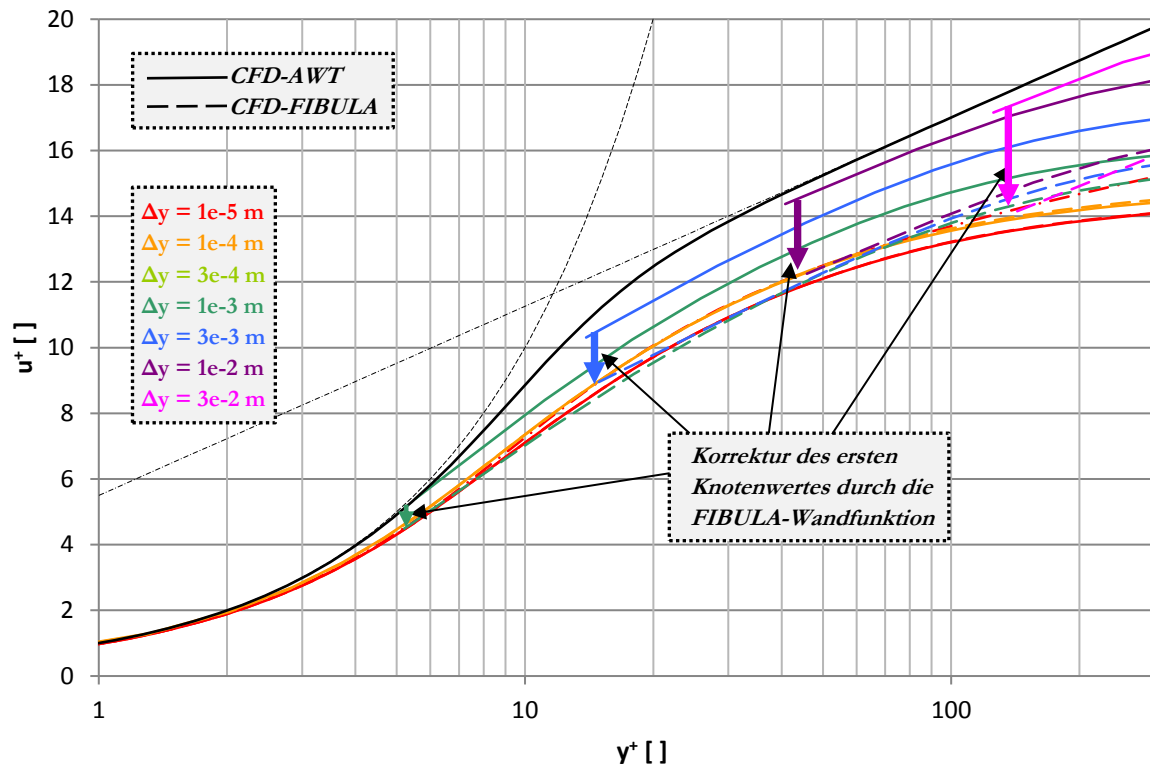


Abbildung 7-4 Anwendung der FIBULA-Wandfunktion bei wandnormaler Konvektion und Wärmetransport ($u = 1,5$ m/s, $v_w^+ = -0.054$, $\Delta T = 60$ K, $g_x = 0$ m/s²)

Die Impulsflüsse (Wandschubspannungen) werden durch die Wandfunktion für $y^+ > 5$ ebenfalls zur Feingitterlösung hin korrigiert, auch wenn die Korrektur nicht mehr so deutlich ausfällt wie ohne Wärmeströme (vgl. Abbildung 7-5 und Abbildung 7-2). Daran ist zu sehen, dass Änderungen an der Strömung immer eine Rückkopplung auf alle Teile der Strömung haben. Da bisher nur die Geschwindigkeitsrandbedingung verändert wird, kann also keine perfekte Korrektur erwartet werden. Zukünftig sollten sowohl die Temperaturwandfunktion als auch eine optimierte Randbedingung für die Turbulenz implementiert werden.

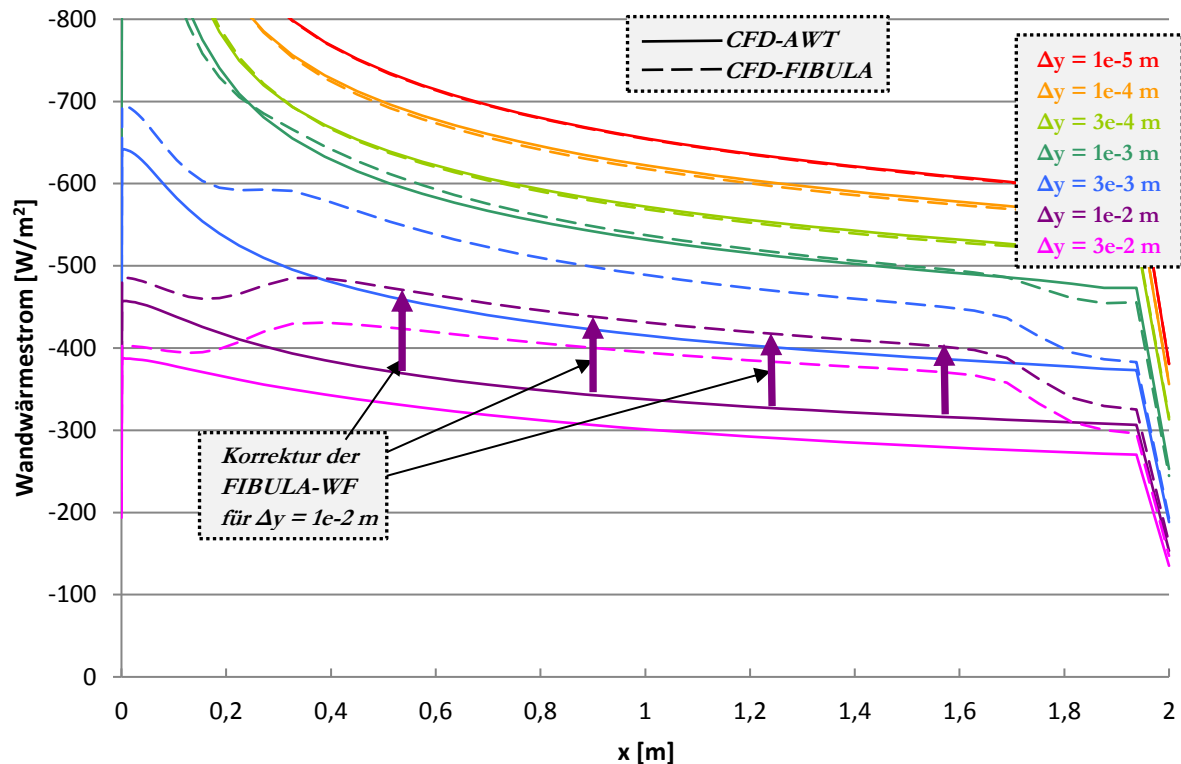


Abbildung 7-5 Anwendung der FIBULA-Wandfunktion bei wandnormaler Konvektion und Wärmetransport ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0.054$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die FIBULA-Wandfunktion bei Grenzschichten mit wandnormalen Geschwindigkeiten $v_w^+ \neq 0$ im Vergleich zum AWT durchgängig bessere Ergebnisse liefert und die dimensionslosen Geschwindigkeitswerte u^+ ohne nennenswerte Abweichung bis $y^+ = 300$ auf die Referenzlösung korrigiert. Auch die zugehörigen Wandschubspannungen werden im Anwendungsgebiet von Wandfunktionen für $y^+ > 5$ gitterunabhängig. Warum im Bereich von $y^+ < 5$ und im Speziellen für $y^+ < 1$ die CFD-Rechnungen mit wandnormalen Geschwindigkeiten nicht gitterunabhängig sind, ist noch offen und konnte im Rahmen dieser Arbeit ohne CFX-Quellcode nicht geklärt werden. Aus dem negativen Einfluss eines Wandwärmestroms auf die Korrektur der Wandschubspannungen ist zu folgern, dass sich alle Erhaltungsgleichungen gegenseitig beeinflussen. Daher müssen zukünftig auch für die Temperatur und die Turbulenzgrößen optimierte Wandfunktionen eingesetzt werden, um die verbesserten Ergebnisse der reinen Geschwindigkeitswandfunktion auch bei komplexeren Systemen zu bewahren.

7.2 Auftrieb

Zur weiteren Absicherung der Implementierung wird das Verhalten der FIBULA-Wandfunktion bei Auftriebseinfluss durch Temperaturgradienten in der Grenzschicht gezeigt. Das zugrundeliegende CFD-Setup basiert auf der CONAN-Geometrie (Kapitel 3.3.1) und ist eine

abwärtsgerichtete und an der Wand gekühlte Strömung. In der Grenzschicht der gekühlten Wand wird das Fluid durch die größere Dichte beschleunigt (siehe Kapitel 5.8).

In Abbildung 7-6 sind die dimensionslosen Geschwindigkeiten für CFD-Rechnungen bei Auftriebseinfluss mit und ohne FIBULA-Wandfunktion dargestellt. Wie bereits für wandnormale Konvektion in Kapitel 7.1 gezeigt, verschiebt die FIBULA-Wandfunktion die dimensionslosen Geschwindigkeiten am ersten Knoten wie gewünscht zur CFD-Feingitterlösung hin.

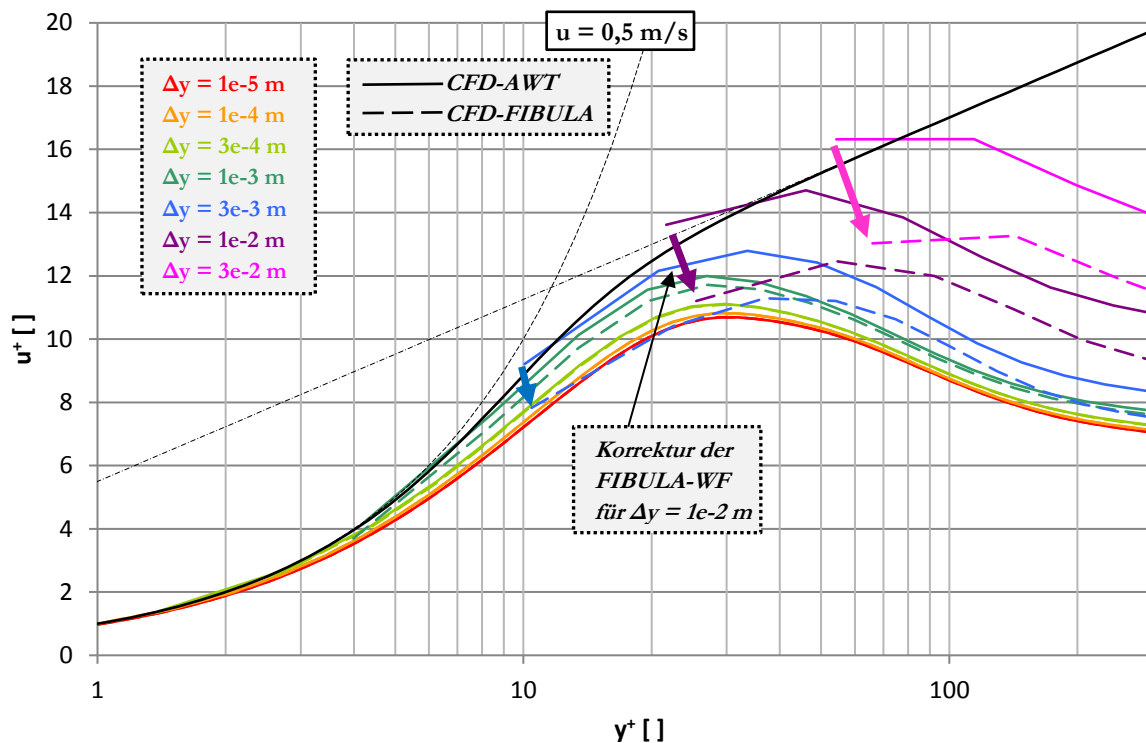


Abbildung 7-6 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Auftrieb
($u = 0,5$ m/s, $v_w^+ = 0$, $T_{in} = 90^\circ\text{C}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81$ m/s²)

Die größten in Abbildung 7-6 dargestellten CFD-Rechnungen werden nicht mehr vollständig auf die CFD-Feingitterlösung korrigiert. Das liegt an der notwendigen Limitierung der Schergeschwindigkeit u_τ in Gleichung 6.22, wodurch die Parameter p_{dx}^+ und g_x^+ einen zu geringen Einfluss in der FIBULA haben. Diese unvollständige Korrektur tritt bei dimensionslosen Wandabständen größer $y^+ > 20$ auf, verbessert aber trotzdem, wenn auch unvollständig, die ersten u^+ -Werte im Vergleich mit den AWT-Rechnungen.

Die zugehörigen Wandschubspannungen werden ebenfalls korrigiert, allerdings führen die Korrekturen für die größten Gitter zu keiner gitterunabhängigen Lösung, auch wenn dies aus den u^+ -Korrekturen erwartet werden könnte (vgl. Abbildung 7-7). Die abgeschwächte Korrektur der Wandschubspannung bei Wärmeströmen, wie sie in Abbildung 7-5 für wandnormale Konvektion festgestellt wurde, könnte hier eine Rolle spielen.

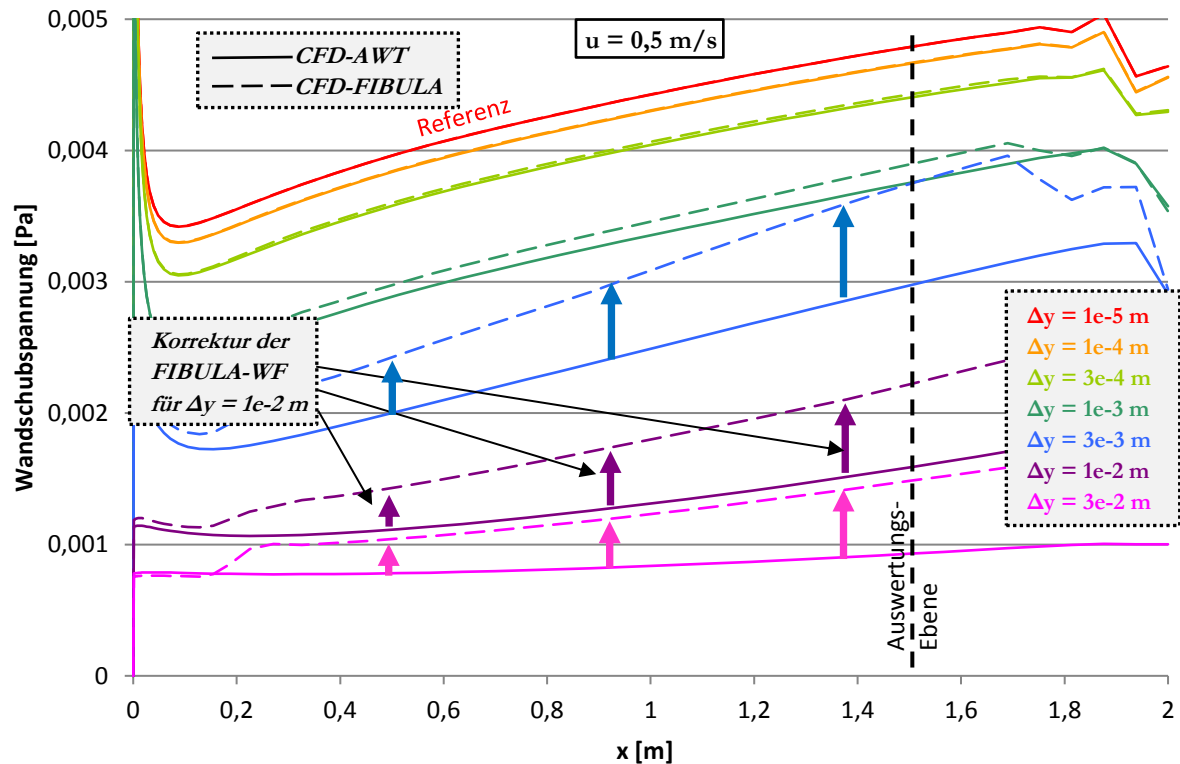


Abbildung 7-7 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Auftrieb
 ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0$, $T_{in} = 90^\circ\text{C}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)

Die lokale Verbesserung der Wandschubspannungen auf groben Gittern wird in Abbildung 7-8 über y^+ aufgetragen. Neben der numerisch notwendigen Limitierung der Eingangsparameter existiert für $u = 0,5 \text{ m/s}$ ein weiterer Unterschied im Vergleich zu dem Fall mit höherer Geschwindigkeit ($u = 1,5 \text{ m/s}$). Für $u = 0,5 \text{ m/s}$ tritt bei $y^+ = 30$ ein Geschwindigkeitsmaximum auf (siehe Abbildung 7-6). Die deutlich zunehmende Unterschätzung der Wandschubspannung zwischen $y^+ = 10$ und 30 könnte darauf hindeuten, dass Wandfunktionen nur im Bereich bis zu den Geschwindigkeitsmaxima anwendbar sind, die sich in der verwendeten Geometrie bei $y^+ \approx 25$ ausbilden. Nichtsdestotrotz bietet die FIBULA-Wandfunktion im Vergleich zum AWT in den getesteten Bereichen eine Verbesserung. Genaue Anwendungsgrenzen sollten in weiteren Arbeiten untersucht werden.

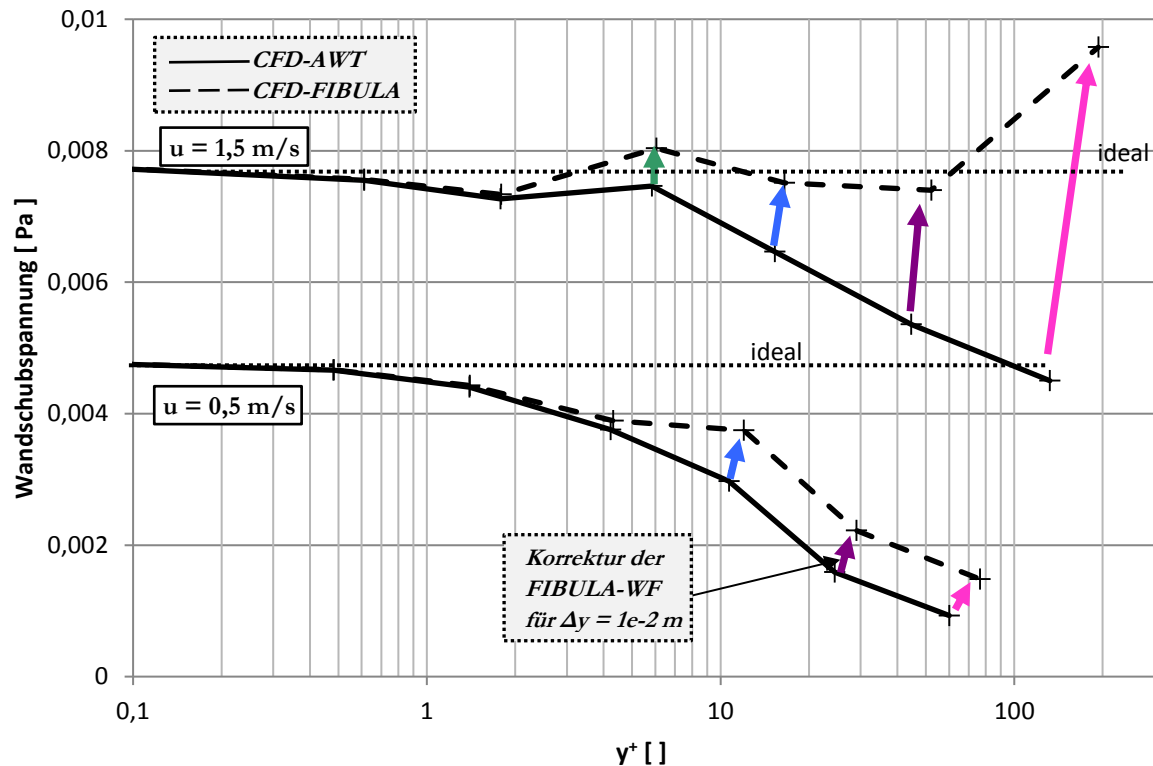


Abbildung 7-8 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Auftrieb
 $(v_w^+ = 0, T_{in} = 90^\circ\text{C}, T_{sek} = 30^\circ\text{C}, g_x = 9,81 \text{ m/s}^2)$

Für $u = 1,5 \text{ m/s}$ funktioniert die Auftriebskorrektur für die Wandschubspannung gut und bis $y^+ = 50$ kann eine Gitterunabhängigkeit erreicht werden (siehe Abbildung 7-8). In Abbildung 7-9 und Abbildung 7-10 ist dieser Fall, in dem die Wandschubspannungen abgesehen vom größten Gitter auf die Referenzlösung korrigiert werden, genauer dargestellt. Für $\Delta y = 1e-2 \text{ m}$ ist allerdings der erste u^+ -Wert zu klein, wie es aus der überschätzten Turbulenz der FIBULA-Modellierung zu erwarten ist (siehe Abbildung 5-23). Trotz eines zu kleinen u^+ -Wertes in Abbildung 7-9 ist die Korrektur der Wandschubspannung in Abbildung 7-10 jedoch fast ideal. Diese Abweichung deutet auf eine inkonsistente Implementierung in CFX hin, die ohne Unterstützung des Herstellers nicht weiter eingegrenzt werden kann. Für aufbauende Arbeiten sollte daher ein quelloffenes CFD-Programm verwendet werden.

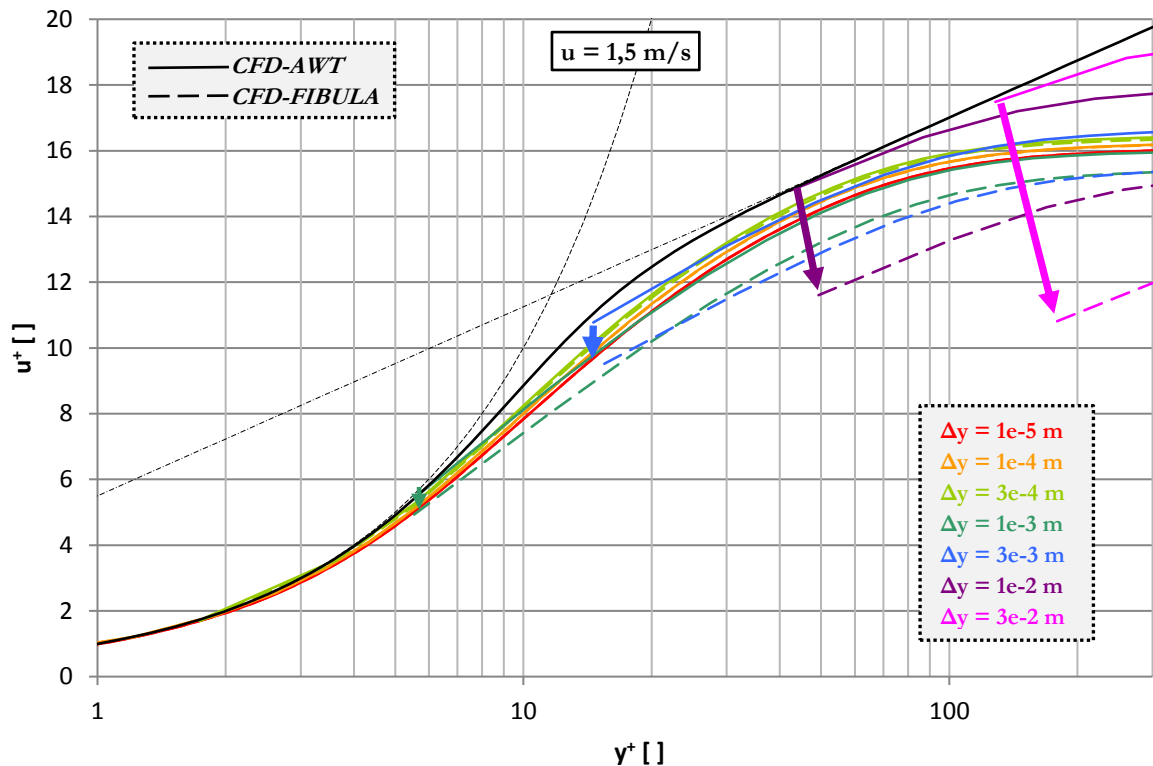


Abbildung 7-9 Einfluss der Auftriebskorrektur der FIBULA-Wandfunktion bei $u = 1,5 \text{ m/s}$
 ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0$, $T_{in} = 90^\circ\text{C}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)

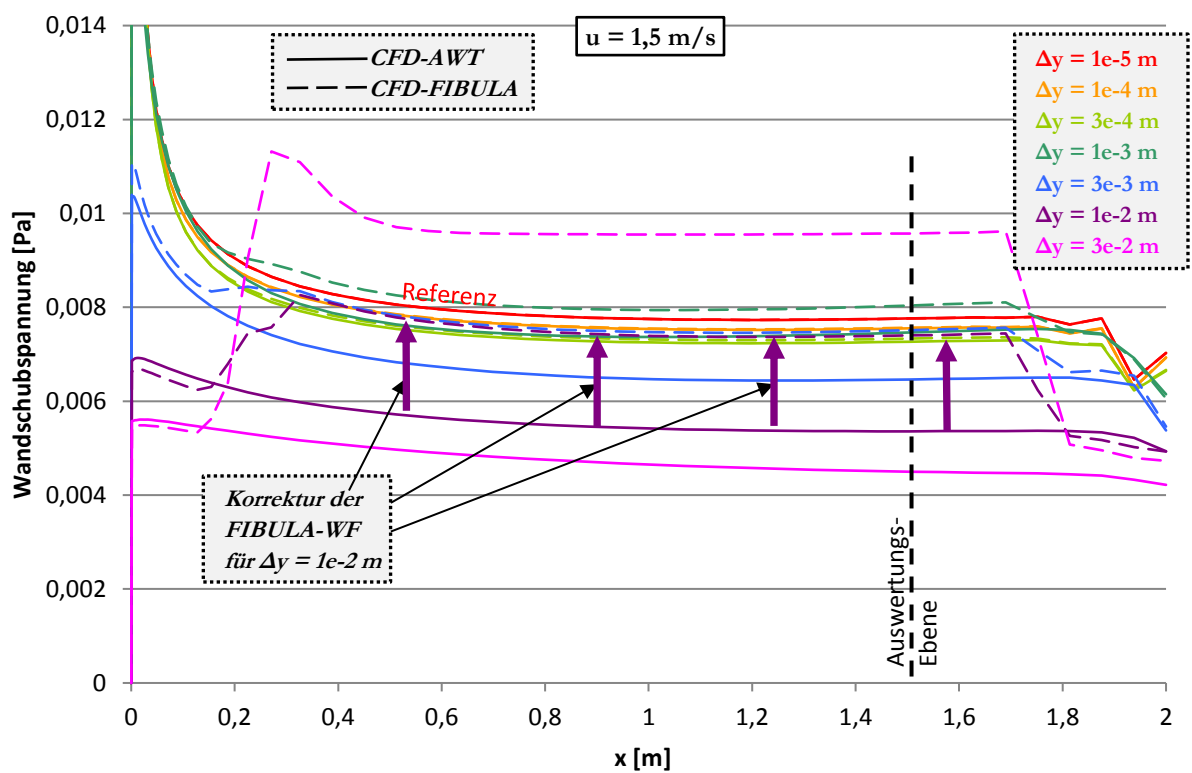


Abbildung 7-10 Einfluss der Auftriebskorrektur der FIBULA-Wandfunktion bei $u = 1,5 \text{ m/s}$
 ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0$, $T_{in} = 90^\circ\text{C}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)

In den Bereichen für $y^+ < 15$ sind die Verbesserungen der Ergebnisse eindeutig. Für die sehr groben Gitter ($\Delta y = 3e-2 \text{ m}$, $y^+ \approx 150$) sind die Ergebnisse der Strömung insgesamt schon so

unterschiedlich, dass ein vernünftiger Vergleich zwischen AWT und FIBULA-Wandfunktion nicht mehr möglich ist. In dieser Arbeit wurde die CFD-Rechnung durch die FIBULA-Wandfunktion nur über den u^+ -Randwert beeinflusst. Um zukünftig auch in für gröbere Gitter bessere Ergebnisse zu erzielen, sind Wandfunktionen für Temperatur und Turbulenz zu implementieren.

Als Geschwindigkeitswandfunktion bei Auftriebseinfluss verbessert die FIBULA-Wandfunktion die CFD-Rechnungen auf groben Gittern. Bei sehr niedrigen Geschwindigkeiten greift die Parameterlimitierung ein und dämpft den positiven Einfluss der FIBULA-Wandfunktion (Kapitel 6.4). Wenn Geschwindigkeitsmaxima überbrückt werden sollen, ist der positive Effekt nur gering. Eine zu starke Korrektur der Knotenwerte wird bei höheren Geschwindigkeiten beobachtet, wenngleich dadurch die integrale Wandschubspannungskorrektur sehr gut ist. Diese Diskrepanz in der Implementierung der Wandfunktion in CFX zwischen u^+ -Korrektur und zu kleiner Wandschubspannungskorrektur ist in Zusammenarbeit mit ANSYS zu klären oder aber es ist ein quelloffenes CFD-Programm für die weiteren Entwicklungsarbeiten zu nutzen.

7.3 Kondensation

Bei Wandkondensationsvorgängen treten die zuvor genannten Effekte gleichzeitig auf. Für CFD-Rechnungen mit Kondensationseinfluss wird neben der Geschwindigkeitswandfunktion zusätzlich der Dampfmassenbruch der FIBULA im Kondensationsmodell verwendet. Das heißt für die Auswertung ist neben der Wandschubspannung auch die Kondensationsrate als zugehöriger Fluss von hoher Bedeutung, die sich jedoch beide auch gegenseitig beeinflussen. In diesem Kapitel werden hauptsächlich die Implementierung der FIBULA im Kondensationsmodell und die daraus resultierenden Kondensationsraten diskutiert, da die Implementierung der FIBULA als Geschwindigkeitswandfunktion in Kapitel 7.1 und 7.2 erörtert wurde.

Zunächst werden CONAN-Fälle aus dem Run 3 mit geringer Verdampferleistung (10 kW), also bei einer geringen Kondensationsrate, für die Geschwindigkeiten von 0,5 bis 1,5 m/s diskutiert (Kapitel 3.3.1). Für $u = 1,5$ m/s ist in Abbildung 7-11 zu erkennen, dass die FIBULA-Geschwindigkeitswandfunktion die dimensionslosen Geschwindigkeiten an der Wand zu stark absenkt, wie es durch das bei Auftrieb überschätzende Turbulenzmodell zu erwarten ist und bereits in Kapitel 7.2 gezeigt wurde. Der Einfluss auf die Wandschubspannungen wird jedoch trotz u^+ -Überkorrektur erst für die Gitter mit $y^+ > 50$ ($\Delta y = 1e-2$ m) bei $u = 1,5$ m/s verbessert (vgl. Abbildung 7-12 oder Abbildung 7-14 links). Für die niedrigeren Geschwindigkeiten bei schwachen Kondensationsraten ist sogar kein Einfluss der FIBULA-Wandfunktion auf die Wandschubspannung zu sehen (vgl. Abbildung 7-14 links).

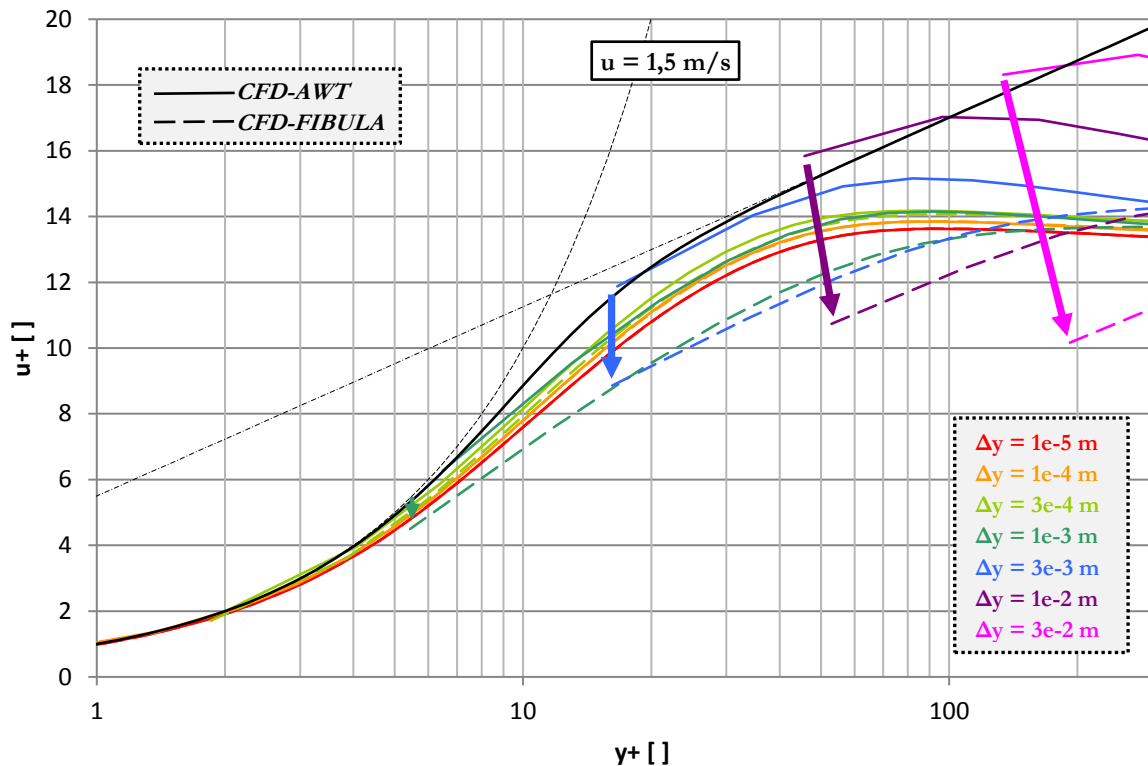


Abbildung 7-11 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Kondensationsvorgängen
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ \approx -0,02$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-V15)

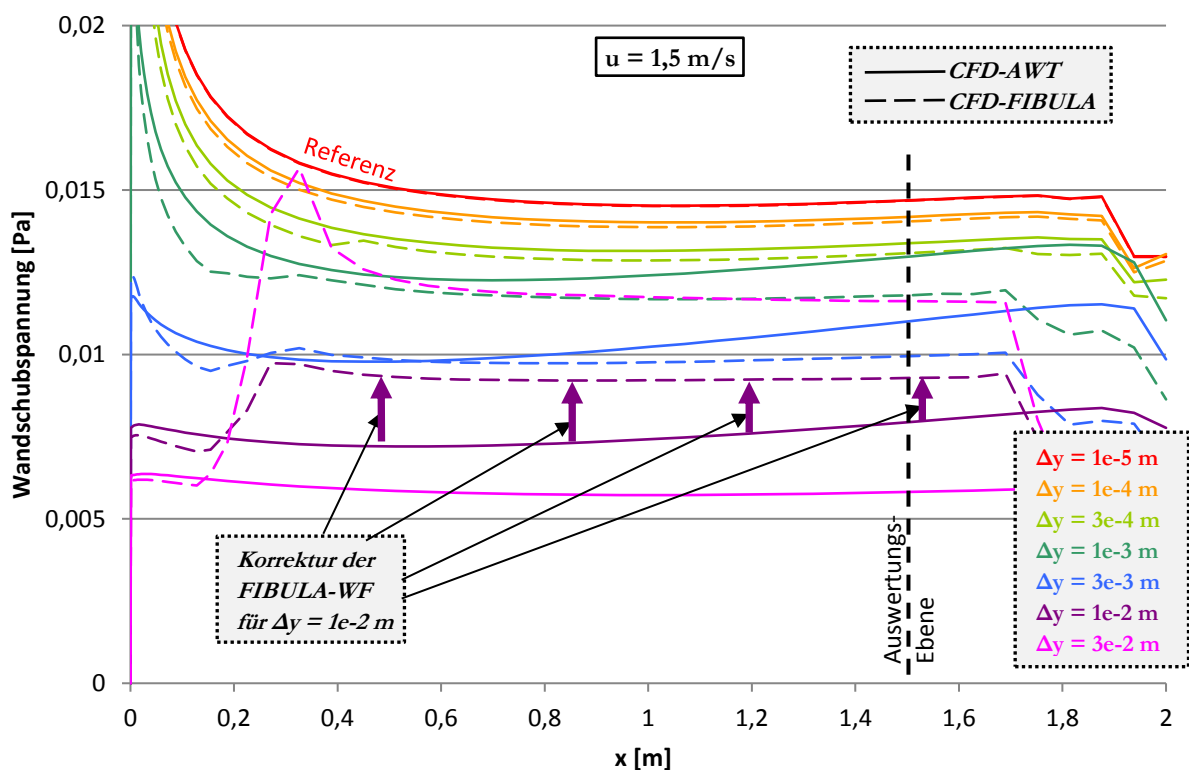


Abbildung 7-12 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Kondensationsvorgängen
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ \approx -0,02$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-V15)

Der Einfluss der FIBULA-Geschwindigkeits- und Massenbruchwandfunktion auf die Kondensationsraten ist in Abbildung 7-13 zu sehen. In den CFD-Rechnungen ohne FIBULA

steigen für $y^+ > 2$ die Kondensationsraten wie erwartet an (vgl. Kapitel 6.3). Mit FIBULA-Wandfunktion verbessern sich die Kondensationsraten bis $y^+ = 10$ und werden danach überkompensiert.

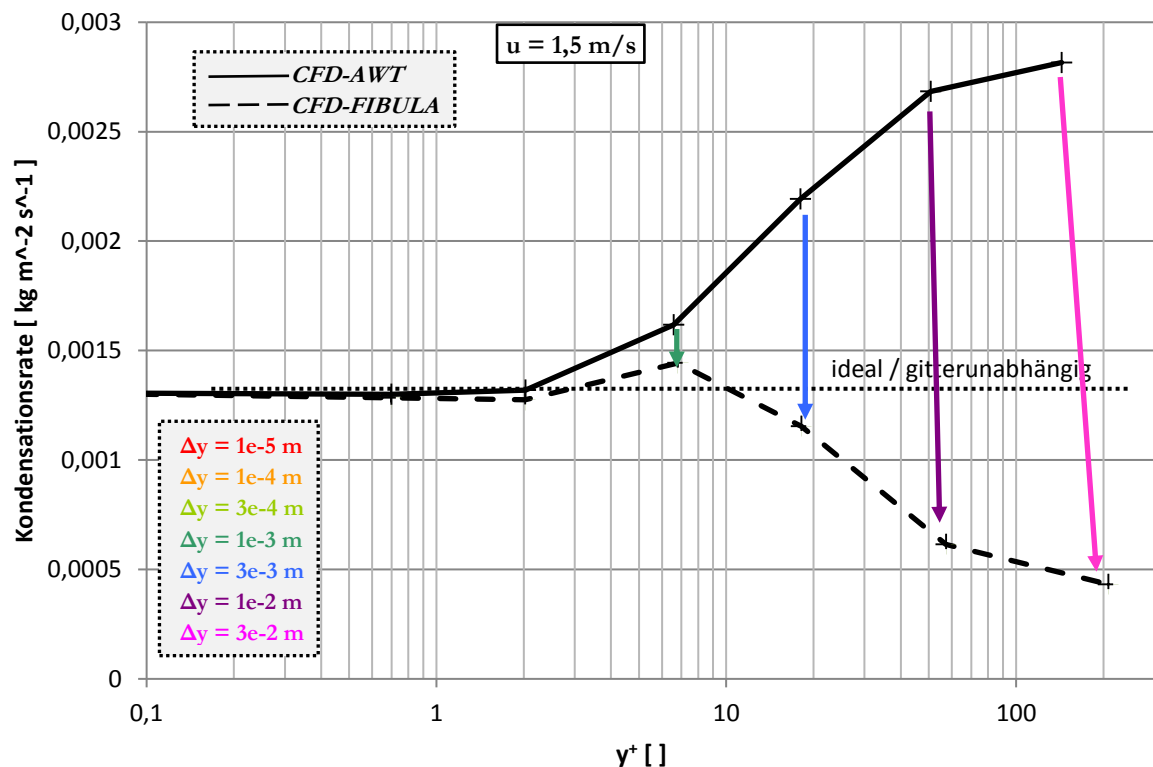


Abbildung 7-13 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation
($u = 1,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN *run3-P10-T30-V15*)

Für lokale Kondensationsraten existieren keine experimentellen Daten, sodass für den Vergleich die gemessenen Wandwärmeströme verwendet werden. Der Wandwärmestrom besteht hauptsächlich aus der latenten Wärme der Kondensation, sodass zwischen diesen Größen ein nahezu linearer Zusammenhang besteht (vgl. Kapitel 3.3.3). Auch im Vergleich zwischen den in Abbildung 7-15 dargestellten Kondensationsraten und den in Abbildung 7-14 rechts dargestellten Wandwärmeströmen ist zu sehen, dass sich beide Kurvenverläufe ähnlich verhalten, was diesen Zusammenhang belegt.

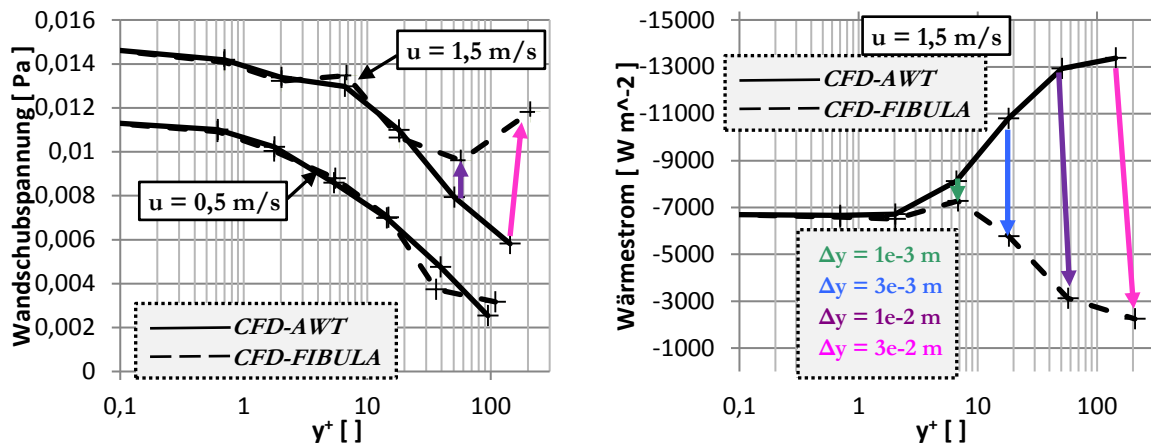


Abbildung 7-14 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation
($u = 0,5/1,0/1,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-Vxx)

Nach der punktuellen Auswertung bei $x = 1,5 \text{ m}$ wird der Verlauf der Wandwärmeströme entlang der gekühlten Wand betrachtet (vgl. Abbildung 7-15 links $u = 0,5 \text{ m/s}$ und rechts $u = 1,5 \text{ m/s}$). Für beide Geschwindigkeiten gilt, dass die CFD-Feingitterlösungen mit den experimentellen Daten übereinstimmen. Außerdem werden die hohen Wärmeströme am Einlauf durch die CFD-Rechnungen auf groben Gittern, bei gleicher Gitterauflösung in x-Richtung, nicht aufgelöst (vgl. $\Delta y = 3\text{e-}2 \text{ m}$ (pink) in Abbildung 7-15). Wie bereits erwähnt überschätzt das Standardkondensationsmodell mit dem AWT für grobe Gitter die Kondensationsraten im Bereich von $x > 0,5 \text{ m}$, während die Kondensationsraten durch die FIBULA-Wandfunktion unterschätzt werden (vgl. Abbildung 7-13). Am Einlauf bei $x = 0 \text{ m}$ wird diese Abweichung mit einer generellen zu klein berechneten Kondensationsrate durch den PID-Regler überlagert. Durch die Überschätzung des AWT weichen daher am Einlauf die AWT-Ergebnisse nicht so stark von den Feingitterlösungen ab.

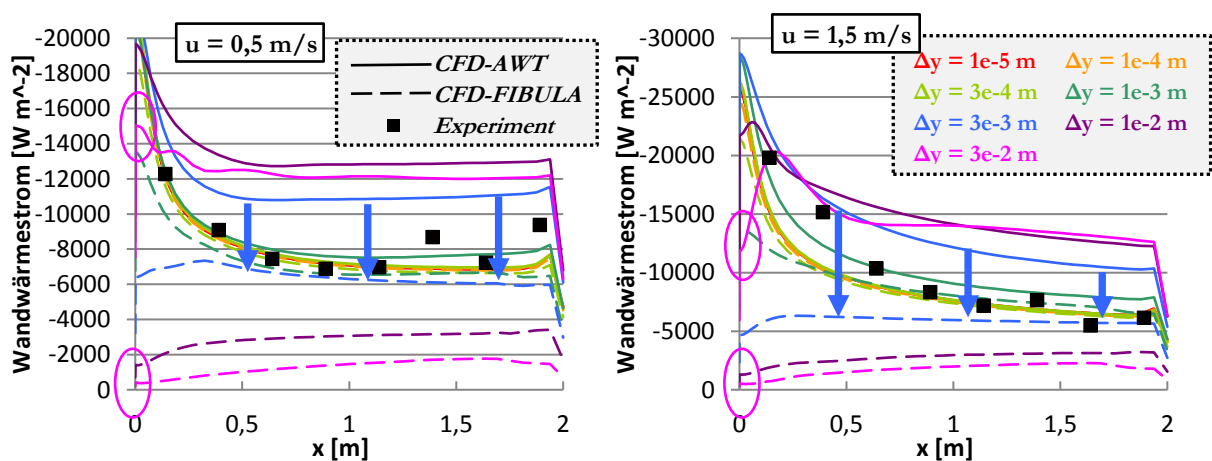


Abbildung 7-15 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation
($u = 0,5/1,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-Vxx)

Ein Unterschied zwischen den CFD-Feingitterrechnungen der beiden in Abbildung 7-15 dargestellten Geschwindigkeiten ist die Länge des Einlaufbereichs. Bei der langsamen Geschwindigkeit ($u = 0,5 \text{ m/s}$ links) ist der Wandwärmestrom ab $x > 1 \text{ m}$ konstant, während bei

$u = 1,5 \text{ m/s}$ (rechts) selbst noch bei $x = 1,5 \text{ m}$ Lauflänge leichte Einflüsse des Einlaufs zu sehen sind. Dies wirkt sich auch auf die Kondensationsraten der CFD-Rechnungen mit FIBULA-Wandfunktion aus. Bei niedriger Geschwindigkeit ist die Lösung für das $3\text{e-}3 \text{ m}$ Gitter (blau) bereits nach $x = 0,4 \text{ m}$ sehr dicht an der Referenzlösung und folgt dann ihrem Verlauf. Für $u = 1,5 \text{ m/s}$ wird die CFD-Lösung mit FIBULA-Wandfunktion ab $x = 0,2 \text{ m}$ fast auf einem konstanten Niveau gehalten, das erst im eingelaufenen Zustand bei $x = 2 \text{ m}$ dem Referenzwärmestrom entspricht (vgl. Abbildung 7-15 rechts).

Werden wie in Abbildung 7-16 dargestellt noch höhere Geschwindigkeiten ($u = 3,6 \text{ m/s}$) anvisiert, sieht man, dass die Unterschiede in den dimensionslosen Profilen gering und nur noch wenig Einfluss haben. Andererseits wird die Berechnung auf den groben Gittern schwieriger als im vorherigen Fall mit $u = 1,5 \text{ m/s}$ und die Wandwärmeströme des $3\text{e-}3 \text{ m}$ Gitters erreichen nicht mehr die Referenzwerte (vgl. Abbildung 7-17). Die Fehler im Einlauf erstrecken sich somit über den ganzen Verlauf. Diese Ergebnisse zeigen, dass für die Auswertung und Entwicklung von Wandfunktionen eine längere Kanalgeometrie notwendig ist.

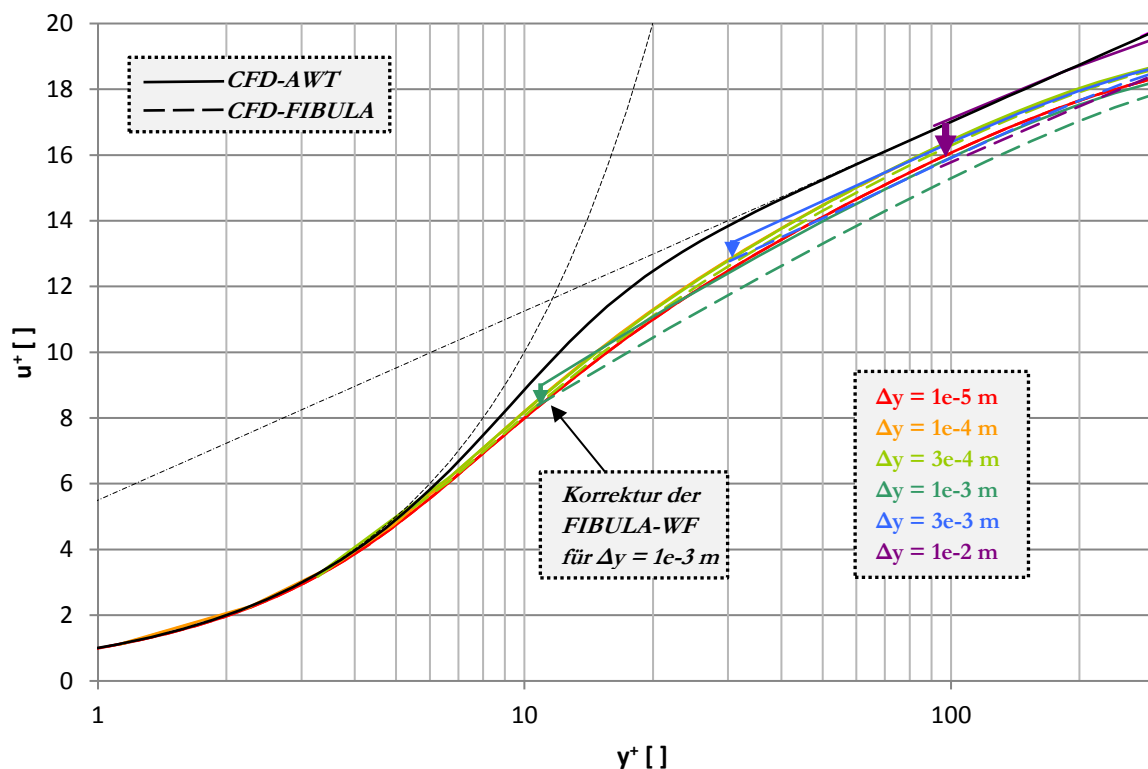


Abbildung 7-16 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation und hoher Geschwindigkeit
 $(u = 3,6 \text{ m/s}, T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}, g_x = 9,81 \text{ m/s}^2, \text{CONAN run1-P10-T30-V35})$

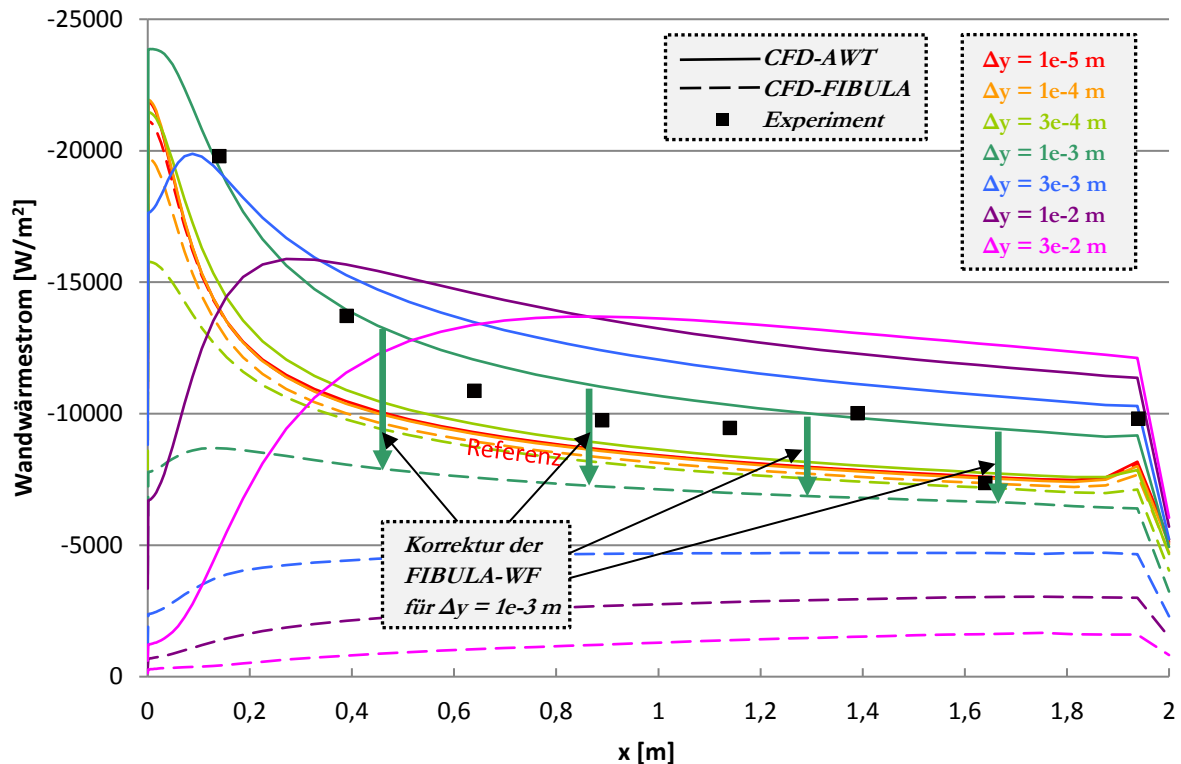


Abbildung 7-17 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation und hoher Geschwindigkeit
 $(u = 3,6 \text{ m/s}, T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}, g_x = 9,81 \text{ m/s}^2, \text{CONAN run1-P10-T30-V35})$

Die bisherigen CONAN-Lastfälle werden durch eine geringe Kondensationsrate charakterisiert. Im Folgenden wird daher der Einfluss der FIBULA bei großen Kondensationsraten diskutiert, wobei sich die generellen Schlussfolgerungen mit denen für die kleinen Kondensationsraten decken. Ein Unterschied existiert jedoch bei den Wandschubspannungen. Diese bleiben in den Fällen mit FIBULA-Wandfunktion auf den groben Gittern konstanter, denn hier sind die Veränderungen an den dimensionslosen u^+ -Werten auf den ersten Gitterknoten ausgeprägter (vgl. Abbildung 7-18 und Abbildung 7-20).

Als Beispiel für große Kondensationsraten ist der numerisch schwierigste Kondensationsfall der CONAN-Versuche mit $u = 0,5 \text{ m/s}$ (*run3-P25-T30-V05*) in Abbildung 7-18 und Abbildung 7-19 dargestellt. Die numerische Schwierigkeit dieses Falls ergibt sich durch die großen Auftriebskräfte bei starker Kondensation und kleinen Geschwindigkeiten und zeigt sich in der Wandschubspannung an den Übergängen von den gedämpften zu den ungedämpften Eingangsparametern ($x \approx 0,3 \text{ m}$ in Abbildung 7-19). An diesen Übergängen treten Schwingungen und punktuell hohe Werte der Wandschubspannung auf, die aber bis zur Auswertungsebene bei $x = 1,5 \text{ m}$ Lauflänge verschwunden sind.

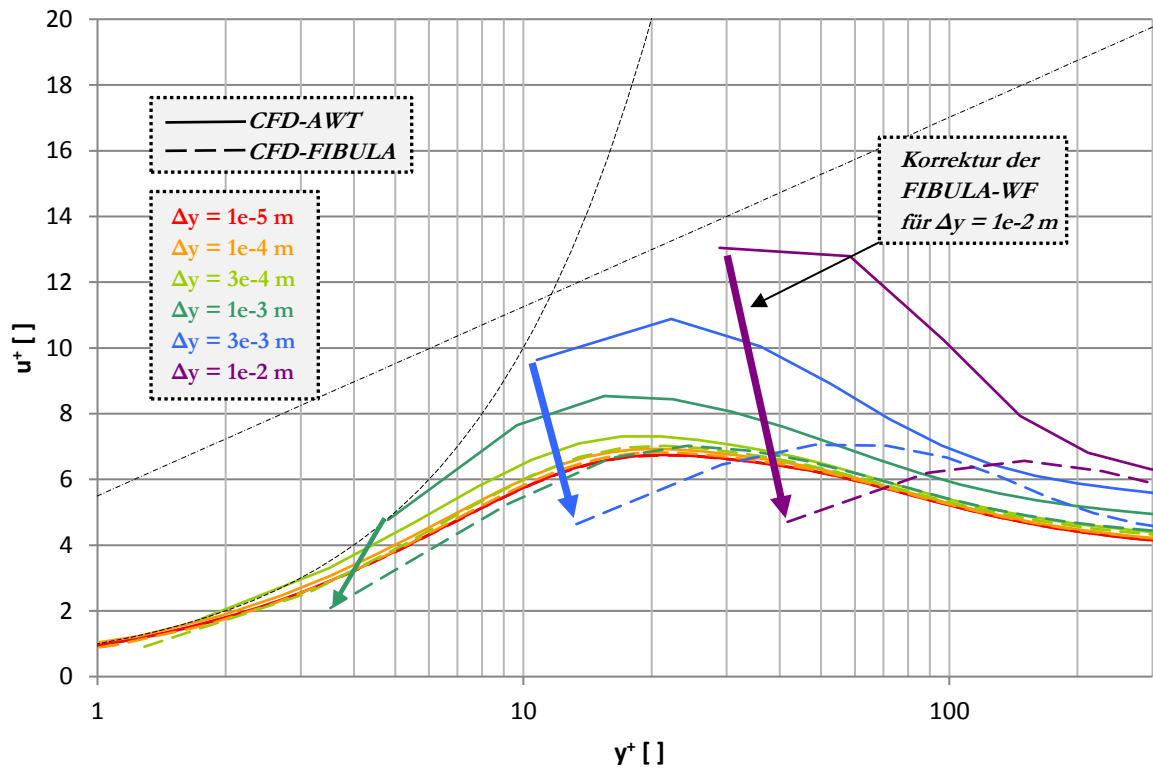


Abbildung 7-18 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei starker Kondensation und niedriger Geschwindigkeit
 ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ \approx -0,08$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P25-T30-V05)

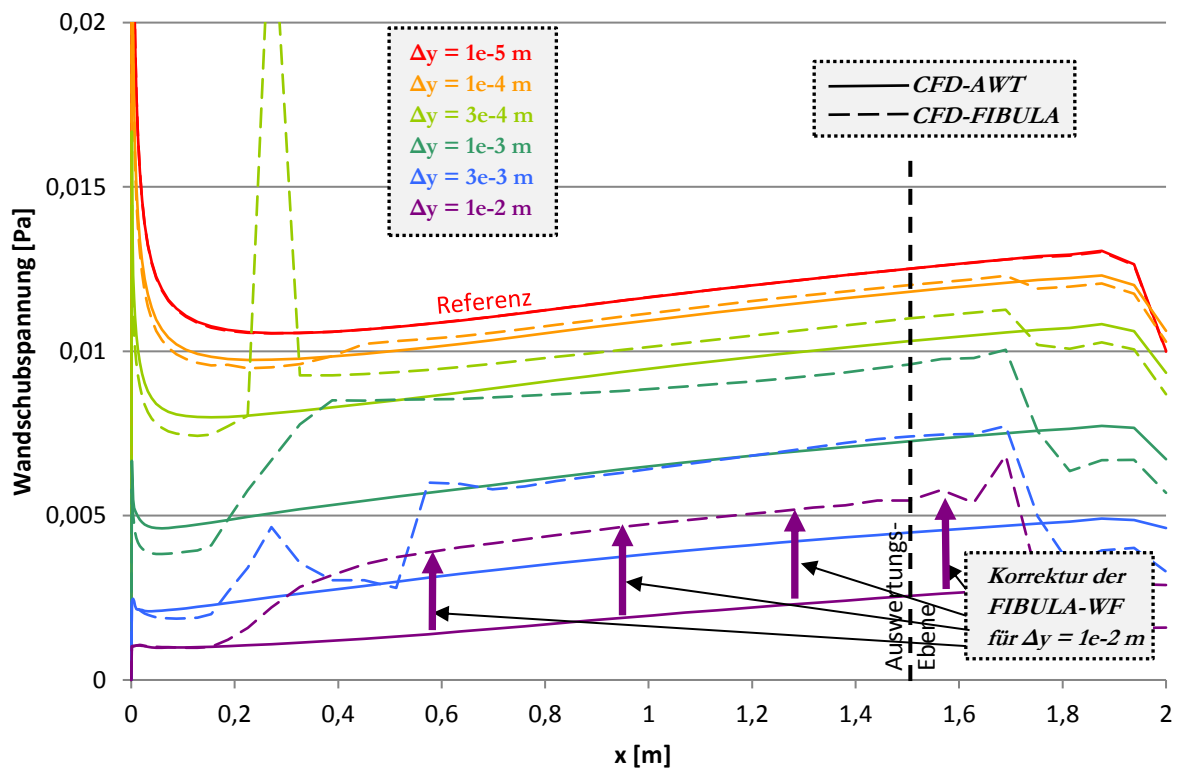


Abbildung 7-19 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei starker Kondensation und niedriger Geschwindigkeit
 ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ \approx -0,08$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P25-T30-V05)

Die in Abbildung 7-18 dargestellten dimensionslosen Geschwindigkeiten werden durch die FIBULA-Wandfunktion wieder etwas zu stark korrigiert. Allerdings sollten die zugehörigen Verbesserungen der Wandschubspannungen in Abbildung 7-19, wie bereits in Kapitel 7.2 gezeigt, noch stärker ausfallen. Die Wandschubspannungen über den Wandabstand sind in Abbildung 7-20 links dargestellt und zeigen durch die kleineren u^+ -Startwerte und damit verbundene größere Abweichung vom AWT eine deutlich stärkere Verbesserung der Wandschubspannungen als bei den geringen Kondensationsraten in Abbildung 7-14 links.

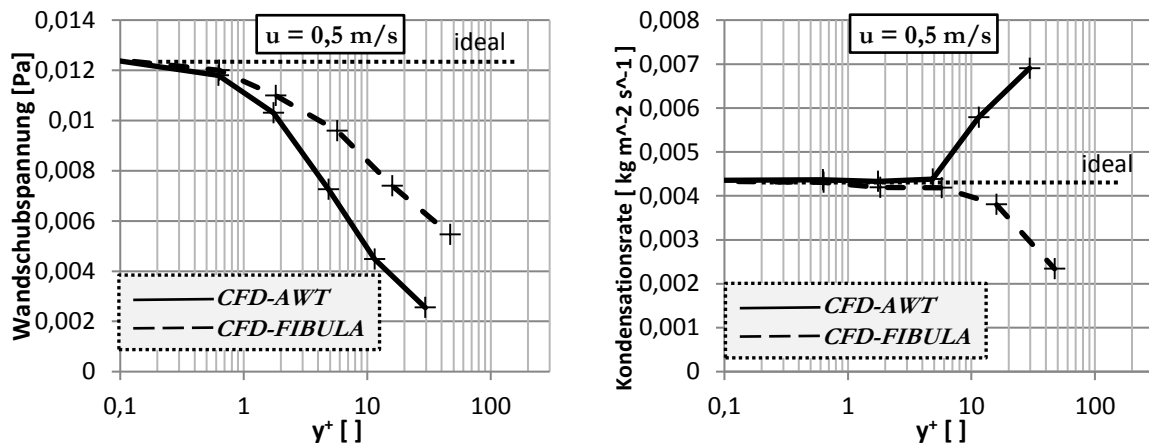


Abbildung 7-20 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei starker Kondensation und niedriger Geschwindigkeit
 $(u = 0,5 \text{ m/s}, T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}, g_x = 9,81 \text{ m/s}^2, \text{CONAN run3-P25-T30-V05})$

Die Ergebnisse der FIBULA-Wandfunktion bei hohen Kondensationsraten zeigen die gleichen Verbesserungen wie bei den in Abbildung 7-13 gezeigten schwachen Kondensationsraten.

Die Systematik der bisher gezeigten Trends wird in Abbildung 7-21 an weiteren CONAN-Testfällen gezeigt, indem die lokalen Wandwärmeströme der Grobgitterrechnungen mit und ohne FIBULA-Wandfunktion über der Referenzlösung aufgetragen werden. Das Gitter mit dem dimensional Wandabstand von $\Delta y = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ entspricht einem dimensionslosen Wandabstand von $y^+ \approx 15$ bis 25. Während die Wandwärmeströme ohne FIBULA-Wandfunktion deutlich mit durchschnittlich 44% Fehler überschätzt werden, werden die Wärmeströme mit FIBULA-Wandfunktion mit ca. 18% Fehler unterschätzt. Die Korrektur der FIBULA-Wandfunktion ist hier schon zu stark, auch wenn der absolute Fehler halbiert wird. Eindeutig ist das Ergebnis bei $\Delta y = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, bei dem die ersten y^+ -Werte zwischen 5 und 10 variieren. Hierbei ist die mittlere Abweichung der Kondensationsraten ohne FIBULA bei 10%, während die Kondensationsraten mit FIBULA-Wandfunktion im Mittel nur um 1% von der Referenzlösung abweichen. Somit können jetzt die Kondensationsraten mit FIBULA-Wandfunktion bis $y^+ \approx 10$ gitterunabhängig berechnet werden.

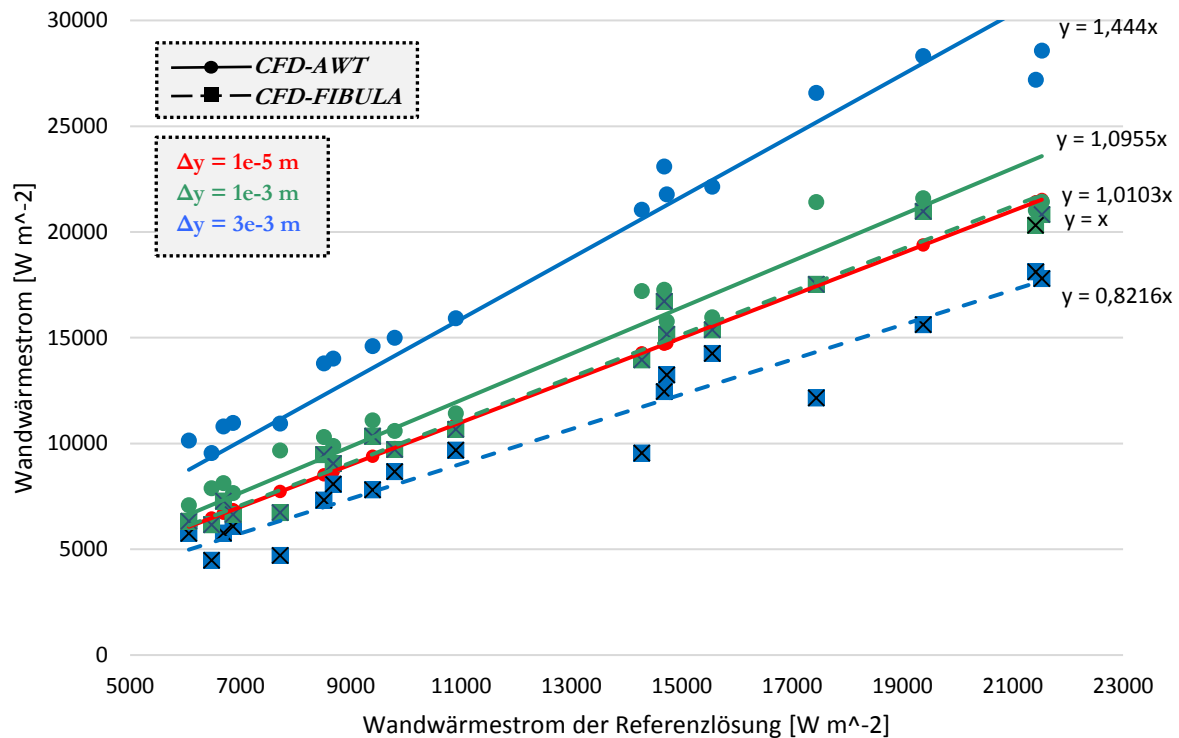


Abbildung 7-21 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion auf die Wandwärmeströme von CONAN-Versuchen mit 3e-3 m Gitter (ausgewertet bei $x = 1,5$ m)

Neben den CONAN-Versuchsreihen existieren erste Ergebnisse von der neuen SETCOM-Anlage (Hundhausen *et al.* 2017). Eine systematische Auswertung ist aufgrund der anfänglichen Messunsicherheiten in den Eingangsgrößen nicht möglich und wird in laufenden Arbeiten adressiert. Im Folgenden wird exemplarisch ein Versuch bei einer geringen Hauptströmungsgeschwindigkeit von 0,5 m/s gezeigt. Der Temperaturgradient in der Grenzschicht ist in diesem frühen Versuch, wobei 80°C in der Hauptströmung und 30°C auf der gekühlten Seite anliegen, noch nicht sehr ausgeprägt. Dadurch sind auch die Kondensationsraten eher gering. Das zugrundeliegende CFD-Modell ist, abgesehen von der längeren Geometrie, zu den vorherigen Rechnungen unverändert (vgl. Kapitel 3.3.2). Durch die längere Geometrie konnte die wandnormale Auswertung nach 3 m Lauflänge durchgeführt werden.

Die dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile für den SETCOM-Versuch D004 sind in Abbildung 7-22 dargestellt. Die experimentellen Daten stimmen gut mit den CFD-Feingitterrechnungen überein und auch der Geschwindigkeitspeak wird von beiden Daten konsistent wiedergegeben. Durch den geringen Temperaturgradienten ist die Abweichung vom AWT bis $y^+ = 30$ klein.

Bei den CFD-Grobgridrechnungen in Abbildung 7-22 starten die Lösungen mit AWT wie erwartet dicht an dem logarithmischen Wandgesetz. Die CFD-Rechnungen mit FIBULA-Wandfunktion haben kleinere Startpunkte und das Gitter mit $\Delta y = 2e-3$ m ($y^+ \approx 25$) unterschätzt durch die Auftriebsmodellierung den Startwert. Für größere y^+ werden u^+ -Startwerte passend zu den experimentellen Daten und CFD-Feingitterrechnungen verwendet.

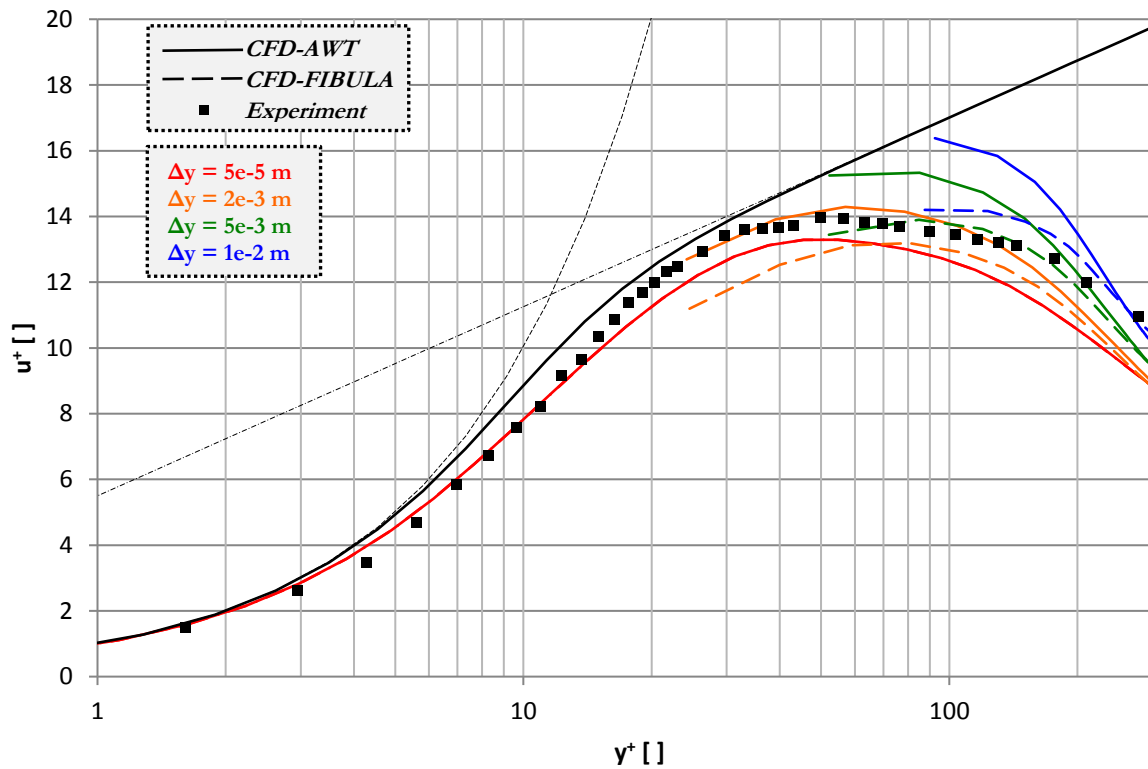


Abbildung 7-22 Kondensationsversuch D004 auf der SETCOM-Versuchsanlage
 ($u_{\text{Ein}} = 0,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{Ein}} = 80^\circ\text{C}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$, $Y_{\text{H}_2\text{O},\text{Ein}} = 0,23$, ausgewertet
 bei $x = 3 \text{ m}$)

Die Wandwärmeströme werden von der CFD-Feingitterrechnung innerhalb der Messunsicherheiten wiedergeben (vgl. Abbildung 7-23). Ein Unterschied zu den vorherigen CONAN-Rechnungen ist, dass bei dieser SETCOM-Rechnung eine Geschwindigkeitsgrenzschicht bei $x = 0 \text{ m}$ anliegt. Dadurch verringert sich zumindest in diesem speziellen Fall die Ausdehnung des Einlaufbereichs.

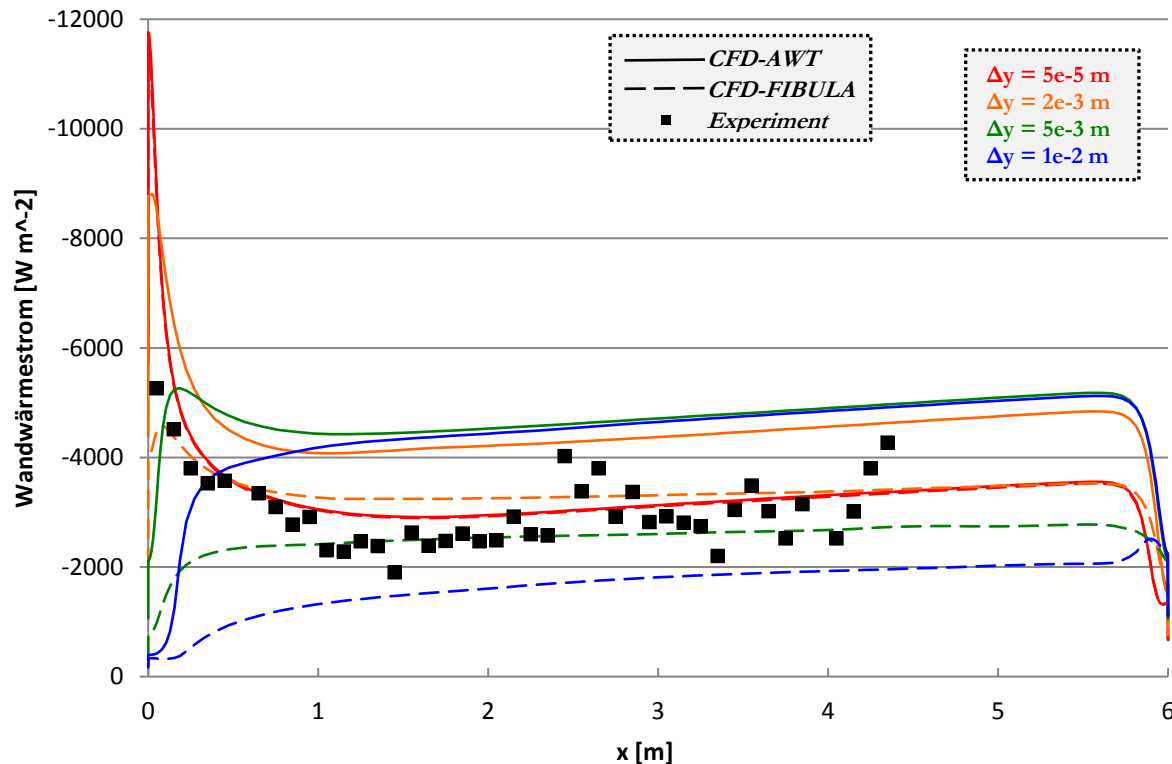


Abbildung 7-23 Kondensationsversuch D004 auf der SETCOM-Versuchsanlage
 ($u_{\text{Ein}} = 0,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{Ein}} = 80^\circ\text{C}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$, $Y_{\text{H}_2\text{O},\text{Ein}} = 0,23$)

An den CFD-Grobgridrechnungen auf der SETCOM-Geometrie ist zu erkennen, dass die Ergebnisse des AWT und der FIBULA-Wandfunktion, wie bereits in Abbildung 7-15 gezeigt, in unterschiedliche Richtungen von der Feingitterlösung abweichen (vgl. Abbildung 7-23). Die Rechnungen ohne FIBULA-Wandfunktion überschätzen auf groben Gittern die Wandwärmeströme bzw. Kondensationsraten. Mit FIBULA-Wandfunktion werden die Wärmeströme unterschätzt. Im Vergleich liefert die CFD-Rechnung mit FIBULA-Wandfunktion auf dem Gitter mit $\Delta y = 2\text{e-}3 \text{ m}$ (orange / $y^+ \approx 25$) jedoch noch Ergebnisse mit einer maximalen Abweichung von 12%, während die CFD-Rechnungen ohne FIBULA-Wandfunktion die Kondensationsraten um über 40% überschätzen.

In diesem Kapitel konnte die richtige Implementierung des FIBULA-Dampfmassenbruchs im Kondensationsmodell demonstriert werden. Das ursprüngliche PID-Kondensationsmodell überschätzt bei unzureichender Grenzschichtauflösung (ab $y^+ > 2$) die Kondensationsraten (vgl. Abbildung 7-13). Mittels der FIBULA-Wandfunktion werden sowohl die Kondensationsraten als auch die Wärmeströme korrigiert, sodass diese jetzt bis $y^+ = 10$ anstatt wie bisher bis $y^+ = 2$ gitterunabhängig berechnet werden. Für größere y^+ erfolgt eine Überkompensation und die Kondensationsraten werden unterschätzt. Im Fall der hier betrachteten CONAN-Versuche kann mit der FIBULA-Wandfunktion eine um den Faktor 3 größere erste Zelle für die Berechnung verwendet werden, was bei den verwendeten Gittern einer Reduktion der Gitterknoten von über 35% entspricht (siehe Tabelle 3-1).

8 Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Für CFD-Rechnungen von Gasströmungen mit Wandkondensation in sehr großen Geometrien sind aus Effizienzgründen zwei wichtige Vereinfachungen notwendig. Zum einen wird die flüssige Phase nicht abgebildet und zum anderen werden grobe Gitterauflösungen an der Wand verwendet, sodass Wandfunktionen eingesetzt werden müssen, die den durch grobe Gitter verursachten Informationsverlust minimieren. Die Standardwandfunktion (AWT) vernachlässigt jedoch die kondensationsspezifischen Einflüsse wie wandnormale Konvektion und Auftrieb, sodass neue Ansätze notwendig sind. In der Literatur konnte keine Wandfunktion identifiziert werden, die Kondensation ausreichend berücksichtigt und gleichzeitig ohne Quellcodezugriff in dem verwendeten CFD-Code implementierbar ist. Daher wurde in dieser Arbeit der Prototyp einer Wandfunktion für einphasige CFD-Simulationen, die auch kondensationsspezifische Einflüsse abbildet, entwickelt.

Als Grundlage für die neu entwickelte FIBULA-Wandfunktion werden die Impuls-, die Energie- und die Dampftransportgleichung für eine Grenzschicht in einem gekoppelten, dimensionslosen Differentialgleichungssystem numerisch gelöst. Dieses Gleichungssystem kann über fünf dimensionslose Parameter verändert werden und alle für Kondensationsvorgänge wichtigen Effekte abbilden. Die Ergebnisse werden als dimensionslose Werte für Geschwindigkeit, Temperatur und Dampfmassenbruch ausgegeben. Im Gegensatz zum logarithmischen Wandgesetz ist die Lösung dieses Gleichungssystems nicht mehr in algebraischer Form verfügbar, da sie aufgrund der berücksichtigten Einflussparameter und der Kopplungen der Differentialgleichungen nur noch numerisch erzielt werden kann.

Der Vergleich der FIBULA-Lösungen mit den CFD-Feingitterrechnungen hat gezeigt, dass die FIBULA qualitativ alle wesentlichen Effekte abbildet und physikalisch konsistent modelliert ist. Auch quantitativ zeigen die FIBULA-Ergebnisse für Geschwindigkeit, Temperatur und Dampfmassenbruch eine gute Übereinstimmung. Nur unter Einfluss von Auftriebskräften überschätzt das verwendete Turbulenzmodell die turbulente Viskosität. Außerdem wird die Energiediffusion in den Temperaturprofilen vernachlässigt, was jedoch bei Kondensation nicht ins Gewicht fällt. Die FIBULA-Lösung liefert in einem weiten Parameterbereich eine belastbare Datengrundlage für die Impuls- und Stofftransportmodellierung auf groben Gittern.

Für die Bereitstellung als Wandfunktion in CFX werden die FIBULA-Ergebnisse für eine Vielzahl von Datensätzen in einer Datenmatrix gespeichert, die zur Laufzeit der CFD-Rechnung durch eine mehrdimensionale Interpolation abgefragt werden. Da eine direkte Einbindung des Randwertes u^+ in CFX nicht möglich ist, werden die interpolierten FIBULA-Werte der Geschwindigkeitsprofile über die User-Defined-Wall-Function-Schnittstelle in ANSYS CFX 16 eingebunden.

Die Verbesserung der Ergebnisse durch die FIBULA-Geschwindigkeitswandfunktion auf groben Gittern werden für aufgeprägte wandnormale Geschwindigkeiten, sowie für Auftriebseffekte separat demonstriert. Die u^+ -Randwerte werden in beiden Fällen erwartungsgemäß durch die FIBULA-Wandfunktion korrigiert. Alleine durch die überschätzte Turbulenz bei Auftrieb treten Abweichungen auf. Die u^+ -Korrektur wurde hier für wandnormale Konvektion bis $y^+ = 300$ und für Auftrieb bis $y^+ = 25$ angewendet. Allerdings werden die zugehörigen Korrekturen der Wandschubspannungen durch die User-Defined-Wall-Function-Schnittstelle in CFX nicht stark genug angepasst, sodass eine Gitterabhängigkeit nicht vollständig vermieden wird. So ist auch bei wandnormaler Konvektion eine Gitterabhängigkeit für $y^+ = 0,1$ bis 5 festgestellt worden, die nicht durch optimierte Wandfunktionen vermieden werden kann. Insgesamt verbessert aber die FIBULA-Geschwindigkeitswandfunktion für alle Gitter bis mindestens $y^+ = 100$ die Strömungsberechnung auf den groben Gittern.

Die Implementierung des FIBULA-Dampfmassenbruchs zur Verbesserung der Kondensationsrate wird, anders als die Geschwindigkeitslösung, nicht über die Wandfunktionschnittstelle in CFX, sondern direkt im Kondensationsmodell durchgeführt. Ohne Wandfunktion werden mit dem PID-Kondensationsmodell auf groben Gittern zu hohe Kondensationsraten berechnet. Mit der FIBULA-Dampfmassenbruchfunktion werden die Kondensationsraten kleiner berechnet und bleiben auch bei Rechengittern mit dimensionslosen Wandabständen bis $y^+ = 10$ gitterunabhängig. Bei noch gröberen Gittern werden die Kondensationsraten überkorrigiert. Das bedeutet, dass jetzt Gitter bis $y^+ = 10$, anstatt wie bisher bis $y^+ = 2$, verwendet werden können, was in den hier verwendeten Gittern eine Ersparnis von 35% der Zellen entspricht.

Die ersten Tests belegen somit die Anwendbarkeit der FIBULA-Wandfunktion als Geschwindigkeits- und Dampfmassenbruchwandfunktion und bestätigen die eingangs skizzierte Konzeptidee für eine in einer numerischen Datenmatrix gespeicherten, parametrischen Wandfunktion.

8.2 Ausblick

Generell konnte gezeigt werden, dass die FIBULA-Wandfunktion die Gitterabhängigkeit in allen anvisierten Bereichen reduzieren kann. Allerdings sind trotz vielversprechender erster Tests besonders in Bezug auf die Implementierung noch weitere Arbeiten erforderlich, bevor eine praktische Anwendung auf technischem Maßstab erfolgen kann. Neben der Numerik-Optimierung sollten auch die weiteren in der FIBULA vorhandenen Informationen (Temperatur, Turbulenz) genutzt werden, um eine möglichst umfassende, optimierte Wandbehandlung für grobe Gitter zu verwenden.

Die prototypische Kennfeldinterpolation ist derzeit noch sehr rechenzeitaufwändig und sollte vor einer Anwendung bei transienten Fragestellungen optimiert werden. Durch die feste Obergrenze der Parameteranzahl können derzeit keine weiteren Einflüsse, wie z.B. die Einlaufeffekte, in der Interpolationsroutine integriert werden, weshalb diese erweitert werden sollte. Auch die Verwendung der FIBULA als Temperaturwandfunktion oder Turbulenzrandbedingung ist nur mit einer überarbeiteten Interpolationsroutine möglich. In diesem Zuge könnte auch die Berechnung der verwendeten Auftriebsparameter (g_x^+ , p_{dx}^+) auf g_x^+ und q_w umgestellt werden, um die numerische Stabilität des Systems zu erhöhen und den Speicherbedarf des Kennfelds zu verkleinern.

Bei der Implementierung der Geschwindigkeitswandfunktionen über die User-Defined-Wall-Function-Schnittstelle in ANSYS CFX werden die Wandschubspannungen nicht ausreichend korrigiert, obwohl die u^+ -Startwerte auf dem ersten Knoten der Referenzlösung entsprechen. Im Sinne einer konsistenten Anbindung an CFX ist daher eine Zusammenarbeit mit ANSYS erforderlich, damit die Korrekturen der Wandschubspannungen über die Wandfunktions-Schnittstelle demnächst in ausreichendem Maße vorgenommen werden. Für die Weiterentwicklung sollte zudem die Möglichkeit geprüft werden, quelloffene CFD-Programme wie z.B. OpenFOAM einzusetzen.

Außerdem wurde bei der Geschwindigkeitswandfunktion für wandnormale Konvektion eine Gitterabhängigkeit ab $y^+ = 0,1$ in einem Bereich festgestellt, der nicht von der FIBULA-Wandfunktion korrigiert werden kann. Diese Gitterabhängigkeit der CFX-Rechnungen für $y^+ = 0,1$ bis 5 muss weiter untersucht und eventuell durch andere Methoden reduziert werden. Auch die Untersuchung dieses Phänomens ist ohne eine Implementierung in einer quelloffenen Software nur schwer durchführbar.

Mit einer Wandfunktionsschnittstelle in CFX, deren genaue Funktionsweise bekannt ist, kann mit der Implementierung der Temperaturwandfunktion fortgefahren werden. Dies ist wichtig, um die Ergebnisse der gesamten CFD-Rechnung zu verbessern. Auch die Manipulation der Turbulenz in Wandnähe kann wichtig sein, um die Gitterunabhängigkeit zu verbessern.

Neben der Implementierung der Wandfunktionen über die CFX-Schnittstelle sollte auch die Implementierung des PID-Kondensationsmodells mit Wandfunktion weiter verbessert werden. So wurde die Gitterunabhängigkeit der Kondensationsrate von $y^+ \approx 2$ auf 10 erhöht, aber der

gegenläufige Fehlertrend für gröbere Gitter bietet das Potential, die Gitterunabhängigkeit auch für $y^+ > 10$ zu erreichen.

In aufbauenden Arbeiten sollte die FIBULA-Wandfunktion weiteren Tests auch mit feiner abgestuften Gittern unterzogen werden. Hierbei sollten insbesondere weitere Testgeometrien untersucht werden, um fallspezifische Validierungsergebnisse zu vermeiden und eine Übertragbarkeit auf Rechnungen im Sicherheitsbehälter zu gewährleisten. Zudem muss eine systematische Validierung an den experimentellen Daten der SETCOM-Anlage erfolgen.

Weitere Verbesserungen im Bereich der Modellierung der FIBULA sind erst nach Abschluss der oben genannten Punkte sinnvoll. So bietet die Einbeziehung der Einlaufeffekte in die FIBULA dann die Möglichkeit, die Fehlerfortpflanzung in der Kanalströmung zu verringern. Eine Optimierung des Turbulenzmodells mit Berücksichtigung von Auftriebseffekten wird mit den zukünftigen SETCOM-Daten ebenfalls möglich. Für die korrekte Einbindung der FIBULA-Temperaturwandfunktion sollte die Implementierung der Energiediffusion durchgeführt werden.

Des Weiteren sind mit dem FIBULA-Gleichungskanon alle für die Wandfunktionsableitung notwendigen Gleichungen in einer grafischen Oberfläche in Maple verfügbar. Dieses Werkzeug sollte genutzt werden, um die FIBULA bewusst zu vereinfachen und Approximationen abzuleiten, die anderen CFD-Nutzern als algebraische Funktionen leicht zur Verfügung gestellt und ohne Interpolationsroutine direkt verwendet werden können.

9 Literaturverzeichnis

- Allelein, H.-J. (2016): Reaktorsicherheit. Vorlesung. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule (RWTH) Aachen; Lehrstuhl für Reaktorsicherheit und -technik.
- Allelein, H.-J.; Fischer, K.; Vendel, J.; Malet, J.; Studer, E.; Schwarz, S. et al. (2007): International Standard Problem ISP-47 on Containment Thermal-hydraulics. Final Report. NEA; Committee on the Safety of Nuclear Installations (NEA/CSNI(2007)10).
- Allelein, H.-J.; Lehmkuhl, J.; Schulze, A.; Kelm, S. (2016): Weiterentwicklung von CFD-Modellen zur 3D Simulation der Wasserstoffverteilung im Sicherheitseinschluss. Projekt-Abschlussbericht. Lehrstuhl für Reaktorsicherheit und -technik (Projektnummer 1501407).
- Ambrosini, W.; Bucci, M.; Forgione, N.; Oriolo, F.; Paci, S. (2013): Comparison and Analysis of the Condensation Benchmark Results. In: 6th European Review Meeting on Severe Accident Research. ERMSAR 2013. Avignon, Frankreich, 02-04.10.2013. Severe Accident Research NETwork of Excellence (SARNET).
- Ambrosini, W.; Forgione, N.; Merli, F.; Oriolo, F.; Paci, S.; Kljenak, I. et al. (2014): Lesson learned from the SARNET wall condensation benchmarks. *Annals of Nuclear Energy Vol. 74* (December 2014), S. 153–164.
- ANSYS, I. (2006): Fluent - Turbulence Modeling. Release 6.3. Hg. v. Fluent Inc.
- ANSYS, I. (2011): CFX-Solver Modeling Guide. Release 14.0. Hg. v. SAS IP, Inc.
- ANSYS, I. (2012): CFX-Solver Theory Guide. Release 14.5. Hg. v. SAS IP, Inc.
- Avelino, M. R.; Su, J.; Silva-Freire, A. P. (1999): An analytical near wall solution for the k - epsilon model for transpired boundary layer flows. *Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 42*, S. 3085–3096.
- Belt, A.; Kelm, S.; Allelein, H.-J. (2014): Design, construction and pretest results of the CFD-grade condensation test facility SETCOM. In: OECD/NEA and IAEA Workshop on Experiments and CFD Codes Application to Nuclear Reactor Safety. CFD4NRS-5. Zürich, Schweiz, 9-11.09.2014.
- Bird, R. B.; Stewart, W. E.; Lightfoot, E. N. (2002): Transport Phenomena. Second Edition. New York, Chichester, Weinheim, Brisbane, Singapore, Toronto: John Wiley & Sons.
- Bredberg, J. (2000): On the Wall Boundary Condition for Turbulence Models. Department of Thermo and Fluid Dynamics Chalmers University of Technology.
- Bucci, M. (2009): Experimental and computational analysis of condensation phenomena for the thermal-hydraulic analysis of LWRs containments. PhD thesis. University of Pisa, Italy.
- CD-adapco (2005): Methodology. Star-CD version 3.26.

Cebeci, T. (1970): Behavior of turbulent flow near a porous wall with pressure gradient. *ALAA journal Vol. 8* (12), S. 2152–2156.

CERN Program Library. Version : CERN. Online verfügbar unter <http://cernlib.web.cern.ch/cernlib/>, zuletzt geprüft am 10.10.2014.

Craft, T. J.; Gant, S. E.; Iacovides, H.; Launder, B. E. (2004): A new wall function strategy for complex turbulent flows. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals Vol. 45* (4), S. 301–318.

Craft, T. J.; Gerasimov, A. V.; Iacovides, H.; Launder, B. E. (2002): Progress in the generalization of wall-function treatments. *Int. J. Heat Fluid Flow Vol. 23*, S. 148–160.

Craft, T. J.; Iacovides, H.; Mostafa, N. (2008): Modelling of three-dimensional jet array impingement and heat transfer on a concave surface. *Int. J. Heat Fluid Flow Vol. 29* (3), S. 687–702.

EDF R&D (2012): Code Saturne 2.3.1 Theory Guide. Code Saturne documentation.

Favre, A.; Dumas, R.; Verollet, E.; Coantic, M. (1966): Couche limite turbulente sur paroi poreuse avec aspiration. *Journal de Mécanique Vol. 5* (1), S. 3–28.

Ferziger, J. H.; Peric, M. (2008): Numerische Strömungsmechanik. Berlin, Heidelberg: Springer.

Gant, S. E. (2002): Development and Application of a New Wall Function for Complex Turbulent Flows. PhD thesis. University of Manchester Institute of Science and Technology, Manchester.

Gatski (2009): Compressibility, Turbulence and High Speed Flow. First Edition. Oxford, Amsterdam: Elsevier.

Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit mbH (GRS) (Hg.) (2013): Nukleare Sicherheitsforschung. Neuorientierung an aktuellen energiepolitischen Rahmenbedingungen. Online verfügbar unter <http://www.grs.de/sites/default/files/Evaluierungsbericht%20UTS1.pdf>, zuletzt geprüft am 05.06.2017.

Grotjans, H.; Menter, F. (1998): Wall Functions for General Application CFD Codes. In: Papailiou K. D. und et al. (Hg.): Proceedings of the Fourth European Computational Fluid Dynamics Conference. ECCOMAS 98: John Wiley & Sons, S. 1112–1117.

Hundhausen, A.; Müller, H.; Kelm, S.; Reinecke, E.; Allelein, H.-J. (2017): Towards CFD-Grade Measurements in a Condensing Boundary Layer - First Results of the New SETCOM Facility. In: 8th European Review Meeting on Severe Accident Research. ERMSAR 2017. Warschau, Polen, 16-18.05.2017. Severe Accident Research NETwork of Excellence (SARNET).

Jones, W.; Launder, B. E. (1972): The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 15* (2), S. 301–314.

- Kabelac, S. (2006): VDI-Wärmeatlas. 10. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer (VDI Buch).
- Kader, B. A. (1981): Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers. *Int. J. Heat Mass Transfer* (Vol. 24 No. 9), S. 1541–1544.
- Kalitzin, G.; Medic, G.; Iaccarino, G.; Durbin, P. (2005): Near-wall behavior of RANS turbulence models and implications for wall functions. *Journal of Computational Physics Vol.* 204 (1), S. 265–291.
- Karman, T. von (1931): Mechanical Similitude and Turbulence. Hg. v. National Advisory Committee for Aeronautics. Washington (Technical Memorandums, 611).
- Kelm, S. (2010): Kombination eines Gebäudekondensators mit H₂-Rekombinatorelementen in Leichtwasserreaktoren. Dissertation. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule (RWTH) Aachen.
- Kim, S.-E.; Choudhury, D. (1995): A Near-wall treatment using wall functions sensitized to pressure gradient. *ASME, FED* (217), S. 273–280.
- Kiš, P.; Herwig, H. (2012): The near wall physics and wall functions for turbulent natural convection. *Int. J. Heat Mass Transfer Vol.* 55 (9-10), S. 2625–2635.
- Kneer, R. (2005): Wärme- und Stoffübertragung. Vorlesung. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule (RWTH) Aachen; Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung.
- Launder, B. E.; Spalding, D. B. (1974): The Numerical Computation of Turbulent Flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering Vol.* 3, S. 269–289.
- Laurien, E. (2010): Development of Numerical Wall-Functions to Model the Heat Transfer of Supercritical Fluids. In: International Congress on Advances in Nuclear Power Plants. ICAPP '10. San Diego, CA, USA, 13.-17. Juni 2010. American Nuclear Society, S. 27–38.
- Laurien, E.; Oertel, H., Jr. (2011): Numerische Strömungsmechanik. 4., überarbeitete und erweiterte Auflage: Vieweg + Teubner.
- Lecheler, S. (2011): Numerische Strömungsberechnung. Schneller Einstieg durch anschauliche Beispiele. 2., aktualisierte und erweiterte Auflage: Vieweg + Teubner.
- Lehmkuhl, J. (2011): Numerische Untersuchung zum Einfluss der Wandkondensation in Anwesenheit nichtkondensierbarer Gase auf die Transportprozesse in der Grenzschicht. Diplomarbeit. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule (RWTH) Aachen, Aachen. Lehrstuhl für Reaktorsicherheit und -technik.
- Lehmkuhl, J. (2013): Improvement of a turbulence model for a numerical calculation of the velocity profile in a boundary layer under the influence of suction. SARNET Mobility - final report. Unter Mitarbeit von Matteo Bucci und Stephan Kelm. Severe Accident Research NETwork of Excellence (SARNET); Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives (CEA); Forschungszentrum Jülich.

- Meier, B. (2014): Implementierung einer Wandfunktion für kondensierende Strömungen in ANSYS CFX. Diplomarbeit. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule (RWTH) Aachen, Aachen. Lehrstuhl für Reaktorsicherheit und -technik.
- Menter, F. (1992): Improved Two-Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows. NASA Technical Memorandum 103975. Hg. v. National Aeronautics and Space Administration (NASA).
- Menter, F. (1994): Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *ALAA journal Vol. 32* (8), S. 1598–1605.
- Mickley, H. S.; Smith, K. A. (1963): Velocity Defect Law for a Transpired Turbulent Boundary Layer. *ALAA journal Vol. 1* (7).
- Moukalled, F.; Mangani, L.; Darwish, M. (2016): The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: Springer International Publishing Switzerland.
- OpenFoam. Version 2.3.0: OpenFOAM Foundation. Online verfügbar unter <https://github.com/OpenFOAM/OpenFOAM-2.3.x/blob/master/src/TurbulenceModels/turbulenceModels/RAS/derivedFvPatchFields/wallFunctions/nutWallFunctions/nutUWallFunction/nutUWallFunctionFvPatchScalarField.C>, zuletzt geprüft am 05.06.2017.
- Peters, N. (2006): Technische Verbrennung. Vorlesung. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule (RWTH) Aachen, Aachen. Institut für Technische Mechanik.
- Pieringer, P.; Sanz, W. (2005): A pressure gradient sensitive wall function for the prediction of turbulent flow in thermal turbomachinery. In: ASME Turbo Expo. Power for Land, Sea and Air. Reno-Tahoe, Nevada, USA, 06-09.06.2005.
- Popovac, M.; Hanjalic, K. (2007): Compound Wall Treatment for RANS Computation of Complex Turbulent Flows and Heat Transfer. *Flow Turbulence Combust Vol. 78* (2), S. 177–202.
- Rung, T.; Lübcke, H.; Schatz, M.; Franke, M. (2003): Numerische Fluidodynamik. Universal wall boundary condition. Hg. v. Technische Universität Berlin (TUB). Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik. Online verfügbar unter http://www.cfd.tu-berlin.de/index.php?sec=research&subsec=turbmodelling&subsubsec=hybrid_wall&lang=german, zuletzt aktualisiert am 13.02.2017.
- Schlichting, H.; Gersten, K. (2006): Grenzschicht-Theorie. 10., überarbeitete Auflage. Unter Mitarbeit von Egon Krause und Herbert Oertel, Jr.
- Schröder, W. (2004): Fluidmechanik. Aachen: Wissenschaftsverlag Mainz in Aachen.
- Scotto, G.; Magnaud, J. P. (2011): Preliminary study of turbulent mixed convection in vertical parallel plates channels with symmetric UWT boundary conditions. Hg. v. Commissariat à

l'énergie atomique et aux énergies alternatives (CEA). DM2S
(DEN/DANS/DM2S/SFME/LTMF/RT/10-019/A).

Stevenson, T. N. (1963): A law of the wall for turbulent boundary layers with suction or injection. College of Aeronautics, Cranfield (Report Aero, 166 / 18pp).

Sucec, J. (1999): Prediction of Heat Transfer in Turbulent, Transpired Boundary Layers. *J. Heat Transfer Vol.* 121 (1), S. 186.

Suga, K.; Ishibashi, Y.; Kuwata, Y. (2013): An analytical wall-function for recirculating and impinging turbulent heat transfer. *Int. J. Heat Fluid Flow Vol.* 41, S. 45–54.

van Driest, E. R. (1956): On Turbulent Flow Near a Wall. *Journal of Aeronautical Sciences Vol.* 23 (11), S. 1007–1011.

Waterloo Maple Inc.: Maple 16 Help. Online verfügbar unter
<http://www.maplesoft.com/support/help/>, zuletzt geprüft am 13.02.2017.

Wilcox, D. C. (1998): Turbulence Modeling for CFD. Second Edition. San Diego, CA, USA: Birmingham Press, Inc.

Wilcox, D. C. (2006): Turbulence Modeling for CFD. Third Edition. San Diego, CA, USA: Birmingham Press, Inc.

Zschaeck, G.; Frank, T.; Burns, A. D. (2012): CFD Modelling and Validation of Wall Condensation in the presence of non-condensable Gases. In: OECD/NEA and IAEA Workshop on Experiments and CFD Codes Application to Nuclear Reactor Safety. CFD4NRS-4. Korea, 10.9.2012.

Zschaeck, G.; Frank, T.; Burns, A. D. (2014): CFD modelling and validation of wall condensation in the presence of non-condensable gases. *Nuclear Engineering and Design Vol.* 279, S. 137–146.

10 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2-1	Skizze der angenommenen Strömung im Koordinatensystem	6
Abbildung 2-2	Kräftebilanz zur Herleitung der Impulsgleichung an einem infinitesimal kleinen Volumenelement (Lecheler 2011, S. 12)	7
Abbildung 2-3	Zeitmittelung für eine statistisch stationäre Strömung (Ferziger und Peric 2008, S. 345)	13
Abbildung 2-4	Einfluss von v_w^+ auf die Dämpfungslänge (Cebeci 1970, S. 2153)	17
Abbildung 3-1	Anwendungsskizze von low-Reynolds-Modellen (Kelm 2010, S. 51)	25
Abbildung 3-2	Anwendungsskizze von Wandfunktionen (Kelm 2010, S. 51)	25
Abbildung 3-3	Anordnung der Gitterknoten- und Kontrollvolumen vom Finite-Volumen-Verfahren in ANSYS CFX (Grotjans und Menter 1998, S. 1113)	27
Abbildung 3-4	Geschwindigkeitsprofile ohne (links) und mit (rechts) Kompensation des Shift-Errors zur Auswertung einer isothermen Strömung auf verschiedenen Gittern ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0.0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	27
Abbildung 3-5	Dimensionsloses Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Grenzschicht (Wilcox 2006, S. 17)	29
Abbildung 3-6	Exemplarische laminare Geschwindigkeitslösung in einem Rohr (links lineare / rechts logarithmische Skalierung)	31
Abbildung 3-7	Automatic Wall Treatment (AWT) von CFX im Vergleich zu experimentellen Daten von Favre (Favre et al. 1966)	33
Abbildung 3-8	Automatic Wall Treatment (AWT) der Geschwindigkeit und der Temperatur von ANSYS CFX	34
Abbildung 3-9:	CONAN-Anlage, 2D Rechengebiet und Gitter	36
Abbildung 3-10:	Auszug der verwendeten Gitter mit verschiedenen Auflösungen zum Test der Gitterunabhängigkeit der CFD-Rechnungen	37
Abbildung 3-11	Wandkondensation in Anwesenheit von nichtkondensierbaren Gasen – Theorie (links) und Modellvereinfachung (rechts) (Kelm 2010)	39
Abbildung 3-12	Isotherme Strömung auf verschiedenen Wandgitterauflösungen ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0.0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	42
Abbildung 3-13	Wandschubspannungen bei einer isothermen Strömung ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0.0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	43
Abbildung 3-14	Mit wandnormaler Geschwindigkeit beeinflusste dimensionslose Geschwindigkeitsprofile von Favre (Favre et al. 1966, S. 10)	43
Abbildung 3-15	CFD-Rechnung mit AWT und Vergleich mit experimentellen Daten von Favre ($u = 3,6 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -A^+ = -0.0779$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	44
Abbildung 3-16	Veränderung der Schubspannungen auf verschiedenen Gitterauflösungen mit wandnormaler Geschwindigkeit ($u = 3,6 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -A^+ = -0.0779$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	45
Abbildung 3-17	Verschiedene Einflüsse auf die Grenzschicht bei $u = 0,5 \text{ m/s}$ ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0.0/-0.0779$, $\Delta T = 0/60 \text{ K}$, $g_x = 9.8 \text{ m/s}^2$)	45

Abbildung 3-18	Verschiedene Einflüsse auf die dimensionslose Geschwindigkeit ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0/-0,0779$, $\Delta T = 0/60 \text{ K}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$)	46
Abbildung 3-19	Geschwindigkeitslösung nach Kiš (IV) im Vergleich zu DNS Daten (Kiš und Herwig 2012, S. 2634)	48
Abbildung 3-20	Turbulente (l) und molekulare (r) Viskositätsannahmen aus (Craft et al. 2002, S. 150)	49
Abbildung 3-21	Sub-Grid Anordnung im Hauptgitter (Craft et al. 2004, S. 308)	49
Abbildung 4-1	Druckverläufe in der Grenzschicht bei $v = 0,5 \text{ m/s}$	53
Abbildung 4-2	In y-Richtung transportierter x-Impuls	55
Abbildung 4-3	Energieströme an einer Wand mit Kondensation	57
Abbildung 4-4	Wasserdampfströme an einer Wand mit Kondensation	58
Abbildung 4-5	Prandtl-Zahl in Abhängigkeit des Dampfmassenbruchs an der Wand (Gleichung 4.36)	63
Abbildung 4-6	FIBULA-Lösungen ohne Parametereinfluss im Vergleich mit AWT und experimentellen Daten von Favre	70
Abbildung 5-1	CFD-Geschwindigkeitsprofile von isothermen Strömungen links unskaliert / rechts skaliert ($v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	75
Abbildung 5-2	CFD-Profil von isothermen Strömungen ($v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	76
Abbildung 5-3	CFD-Geschwindigkeitsprofile von isothermen Strömungen ($v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$, Lauflänge $x = 1500 \text{ mm}$)	76
Abbildung 5-4	Einfluss einer verdoppelten turbulenten Viskosität μ_{tur} auf die dimensionslosen Profile der FIBULA	78
Abbildung 5-5	CFD-Temperaturprofile bei verschiedenen Prandtl-Zahlen ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	79
Abbildung 5-6	Einfluss der Prandtl-Zahl auf die FIBULA-Lösung	79
Abbildung 5-7	FIBULA im Vergleich mit CFD Daten für dimensionslose Temperaturprofile für unterschiedliche Prandtl-Zahlen ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	80
Abbildung 5-8	Wandnormale Dichteprofile für verschiedene Temperaturgradienten ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	82
Abbildung 5-9	FIBULA-Lösung bei Kühlung ohne Gravitationseinfluss ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	82
Abbildung 5-10	Dimensionslose Profile bei einer gekühlten Wand ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	83
Abbildung 5-11	FIBULA-Lösungen bei moderater wandnormaler Geschwindigkeit von $v_w^+ = -0,025$ bzw. $v_w^+ = 0,0$	84
Abbildung 5-12	FIBULA-Lösungen bei starker wandnormaler Konvektion $v_w^+ = -0,113$ bzw. $v_w^+ = 0,0$	85
Abbildung 5-13	Einfluss von wandnormalen Geschwindigkeiten auf FIBULA und CFD-Lösungen ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$) (Favre et al. 1966, S. 10)	86
Abbildung 5-14	Ausbildung der Grenzschicht in einer isothermen CFD-Rechnung ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	87
Abbildung 5-15	Wandnormale Geschwindigkeiten bei Ausbildung der Grenzschicht für verschiedene Orte x nach Beginn des Wandeinflusses ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	88

Abbildung 5-16	Abgeschätzte Veränderung der dimensionslosen Profile durch Einlaufeffekte bei $x = 100 \text{ mm}$, $y^+ = 10$ durch $v_w^+ = 0,02$	88
Abbildung 5-17	Qualitativer Einfluss des Druckgradienten auf das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil (Kim und Choudhury 1995, S. 278)	89
Abbildung 5-18	Einfluss des Druckgradienten (Vergrößerung aus Abbildung 5-2 rechts) ($v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	90
Abbildung 5-19	Verhalten der FIBULA bei einem positiven Druckgradienten ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	91
Abbildung 5-20	Resultierende Kraft in der FIBULA bei einem Auftriebsfall ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$)	92
Abbildung 5-21	Einfluss des Auftriebs auf die FIBULA ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$, $Y_{H_2O} = 0,58$)	93
Abbildung 5-22	Geschwindigkeitsprofile von CFD-Rechnungen mit wandnahe Auftrieb aufgrund von Wärmeübertragung ($v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$)	93
Abbildung 5-23	Dimensionslose Geschwindigkeitsprofile bei Auftrieb ($v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$)	94
Abbildung 5-24	Auftriebseinfluss auf die Turbulenz bei verschiedenen Hauptströmungsgeschwindigkeiten ($v_w^+ = 0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$)	95
Abbildung 5-25	Einfluss der Gravitation auf die Geschwindigkeitsprofile ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$)	95
Abbildung 5-26	Einfluss der Gravitation auf die Turbulenzprofile ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$)	96
Abbildung 5-27	Einfluss der Gravitation auf die Temperaturprofile ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$)	96
Abbildung 5-28	Dimensionslose Temperatur- und Massenbruchprofile bei Auftrieb ($v_w^+ = -0,0$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$)	97
Abbildung 5-29	CFD- und FIBULA-Rechnungen mit Dampftransport im Vergleich ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	98
Abbildung 5-30	Massenbrüche bei Stofftransport ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	98
Abbildung 5-31	Einfluss von Wasserdampfanteil $Y_w = 0,3$ (bzw. $Y_w = 0,0$) auf die FIBULA bei $v_w^+ = -0,05$ bei künstlich konstanter Dichte und konstanter Prandtl-Zahl Pr_w	99
Abbildung 5-32	Einfluss der Dichteberechnung auf die FIBULA bei $v_w^+ = -0,05$ und $Y_w = 0,3$	99
Abbildung 5-33	Einfluss von Auftrieb bei Stofftransport ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0,025$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	100
Abbildung 5-34	Einfluss eines Massenbruchprofils auf die Temperatur bei einseitiger Diffusion ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0,025$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	100
Abbildung 5-35	Einfluss eines Massenbruchprofils auf die dimensionslosen Profile durch Energiediffusion ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0,025$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	101
Abbildung 5-36	CONAN-Fälle mit hohen Geschwindigkeiten ($u = 1,5/3,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0/9,81 \text{ m/s}^2$)	102
Abbildung 5-37	CONAN-Fälle mit hohen Geschwindigkeiten ($u = 1,5/3,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0/9,81 \text{ m/s}^2$)	102
Abbildung 5-38	CONAN-Fälle mit niedriger Geschwindigkeit ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)	103

Abbildung 5-39	CONAN-Fälle mit niedriger Geschwindigkeit ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)	103
Abbildung 6-1	FIBULA-Wandfunktion für Impuls bei einer isothermen Strömung	112
Abbildung 6-2	Vergleich der FIBULA-Wandfunktion mit AWT für Impuls bei einer isothermen Strömung	112
Abbildung 6-3	links: Vergleich von u_τ (durchgehend) und u^* (Punkte) bei einer isothermen Strömung mit AWT rechts: FIBULA aus Abbildung 6-2 rechts mit formeller Flussdefinition 6.12	113
Abbildung 6-4	CFD-Rechnungen mit fest vorgegebenen $u^+ = 4$ in der Wandfunktionsschnittstelle	113
Abbildung 6-5	CFD-Rechnungen mit Gleichung 3.40 als Wandfunktion auf CEL-Basis und als in ein Kennfeld überführte Form (Meier 2014, S. 36)	114
Abbildung 7-1	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei wandnormaler Konvektion ($u = 3,6 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -A^+ = -0.0779$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$) (siehe Abbildung 3-15)	116
Abbildung 7-2	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion mit wandnormaler Konvektion ($u = 3,6 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -A^+ = -0.0779$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	117
Abbildung 7-3	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion mit wandnormaler Konvektion bei $x = 1,5 \text{ m}$ ($u = 3,6 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -A^+ = -0.0779$, $\Delta T = 0 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	118
Abbildung 7-4	Anwendung der FIBULA-Wandfunktion bei wandnormaler Konvektion und Wärmetransport ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0.054$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	119
Abbildung 7-5	Anwendung der FIBULA-Wandfunktion bei wandnormaler Konvektion und Wärmetransport ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = -0.054$, $\Delta T = 60 \text{ K}$, $g_x = 0 \text{ m/s}^2$)	120
Abbildung 7-6	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Auftrieb ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0$, $T_{in} = 90^\circ\text{C}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)	121
Abbildung 7-7	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Auftrieb ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0$, $T_{in} = 90^\circ\text{C}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)	122
Abbildung 7-8	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Auftrieb ($v_w^+ = 0$, $T_{in} = 90^\circ\text{C}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)	123
Abbildung 7-9	Einfluss der Auftriebskorrektur der FIBULA-Wandfunktion bei $u = 1,5 \text{ m/s}$ ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0$, $T_{in} = 90^\circ\text{C}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)	124
Abbildung 7-10	Einfluss der Auftriebskorrektur der FIBULA-Wandfunktion bei $u = 1,5 \text{ m/s}$ ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ = 0$, $T_{in} = 90^\circ\text{C}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)	124
Abbildung 7-11	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Kondensationsvorgängen ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ \approx -0,02$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-V15)	126
Abbildung 7-12	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Kondensationsvorgängen ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ \approx -0,02$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-V15)	126
Abbildung 7-13	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation ($u = 1,5 \text{ m/s}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-V15)	127
Abbildung 7-14	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation ($u = 0,5/1,0/1,5 \text{ m/s}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-Vxx)	128
Abbildung 7-15	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation ($u = 0,5/1,5 \text{ m/s}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-Vxx)	128

Abbildung 7-16	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation und hoher Geschwindigkeit ($u = 3,6 \text{ m/s}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run1-P10-T30-V35)	129
Abbildung 7-17	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation und hoher Geschwindigkeit ($u = 3,6 \text{ m/s}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run1-P10-T30-V35)	130
Abbildung 7-18	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei starker Kondensation und niedriger Geschwindigkeit ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^* \approx -0,08$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P25-T30-V05)	131
Abbildung 7-19	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei starker Kondensation und niedriger Geschwindigkeit ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $v_w^* \approx -0,08$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P25-T30-V05)	131
Abbildung 7-20	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei starker Kondensation und niedriger Geschwindigkeit ($u = 0,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P25-T30-V05)	132
Abbildung 7-21	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion auf die Wandwärmeströme von CONAN-Versuchen mit 3e-3 m Gitter (ausgewertet bei $x = 1,5 \text{ m}$)	133
Abbildung 7-22	Kondensationsversuch D004 auf der SETCOM-Versuchsanlage ($u_{\text{Ein}} = 0,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{Ein}} = 80^\circ\text{C}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$, $Y_{\text{H}_2\text{O},\text{Ein}} = 0,23$, ausgewertet bei $x = 3 \text{ m}$)	134
Abbildung 7-23	Kondensationsversuch D004 auf der SETCOM-Versuchsanlage ($u_{\text{Ein}} = 0,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{Ein}} = 80^\circ\text{C}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,8 \text{ m/s}^2$, $Y_{\text{H}_2\text{O},\text{Ein}} = 0,23$)	135
Abbildung 11-1	Versuchsaufbau des Favre-Versuchstandes (Favre et al. 1966, S. 9)	151
Abbildung 11-2	Skizze des CFD-Modells für den Favre-Versuch	152
Abbildung 11-3	2D Rechengitter für die Simulation der Favre-Versuche	152
Abbildung 11-4	Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Kondensationsraten (Ambrosini et al. 2014)	154
Abbildung 11-5	Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 10 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 30°C	154
Abbildung 11-6	Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 10 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 40°C	155
Abbildung 11-7	Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 15 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 30°C	155
Abbildung 11-8	Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 15 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 40°C	156
Abbildung 11-9	Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 20 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 30°C	156
Abbildung 11-10	Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 20 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 40°C	157

Abbildung 11-11	Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 25 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 30°C	157
Abbildung 11-12	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Auftrieb ($v_w^+ = 0$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)	158
Abbildung 11-13	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation ($u = 0,5/1,0/1,5 \text{ m/s}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-Vxx)	159
Abbildung 11-14	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation ($u = 0,5/1,0/1,5 \text{ m/s}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P10-T30-Vxx)	159
Abbildung 11-15	Anwendung der FIBULA-Wandfunktion bei starker Kondensation ($u = 0,5/1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ \approx -0,08$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P25-T30-V05)	160
Abbildung 11-16	Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei starker Kondensation ($u = 0,5/1,0/1,5 \text{ m/s}$, $T_{sek} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN run3-P25-T30-Vxx)	160
Abbildung 11-17	Funktionsplot 1ex	161
Abbildung 11-18	Funktionsplot 11 – x	161

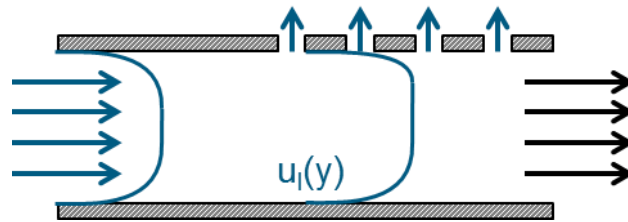


Abbildung 11-2 Skizze des CFD-Modells für den Favre-Versuch

Die grundlegenden Einstellungen für die Simulation, abgesehen vom Kondensationsmodell, wurden von den CFD-Rechnungen des CONAN-Versuchs übernommen (vgl. Tabelle 3-2). Das verwendete Gitter hat y^+ Werte von ca. 0,3 bei 70.000 Knoten. Gitterverfeinerungen sind an den Wänden und bei Beginn der porösen Platte vorgenommen worden.

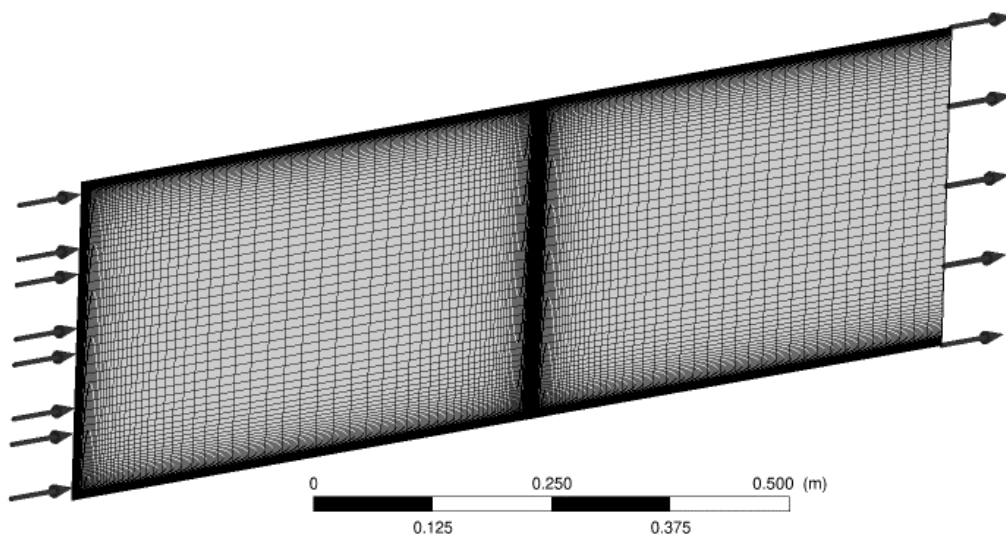


Abbildung 11-3 2D Rechengitter für die Simulation der Favre-Versuche

11.2 Einzeleffektversuch CONAN

In Kapitel 3.3.1 wurde die CONAN-Anlage beschrieben. Die zugehörigen zur Verfügung stehenden Messdaten sind in Tabelle 11-1 zusammengefasst. Die Versuchsbezeichnung liest sich gemäß:

- P_{xx} → Verdampferleistung (höhere Leistung, höhere Kondensationsraten)
- T_{xx} → Sekundärseitige Temperatur
- V_{xx} → Strömungsgeschwindigkeit in der Versuchsstrecke (15 ~ 1.5 m/s etc.)

Testfall	Benchmark	Verdampferleistung [kW]	$v_{\text{gas,in}}$ [m/s]	$T_{\text{gas,in}}$ [°C]	$T_{\text{sec,in}}$ [°C]	m_{sec} [kg/s]
P10-T30-V15	run-1	10	1,46	82,5	31,9	1,22
P10-T30-V20	run-1	10	2,02	80,3	31,8	1,22
P10-T30-V25	run-1	10	2,52	78,5	31,8	1,22
P10-T30-V30	run-1	10	3,01	78,0	31,6	1,22
P10-T30-V35	run-1	10	3,59	74,9	31,5	1,22
P10-T30-V25	run-2	10	2,57	75,6	31,0	1,30
P15-T30-V25	run-2	15	2,60	83,4	30,5	1,31
P20-T30-V25	run-2	20	2,59	91,2	32,2	1,31
P25-T30-V25	run-2	25	2,60	93,6	32,9	1,30
P30-T30-V25	run-2	30	2,62	96,6	37,1	1,30
P10-T40-V25	run-2	10	2,58	80,3	40,8	1,78
P15-T40-V25	run-2	15	2,48	85,5	39,7	1,79
P20-T40-V25	run-2	20	2,59	89,6	40,9	1,77
P25-T40-V25	run-2	25	2,61	94,9	40,9	1,65
P30-T40-V25	run-2	30	2,63	97,1	44,6	1,28
P10-T30-V05	run-3	10	0,50	87,3	30,0	0,95
P10-T30-V10	run-3	10	0,92	85,4	30,0	0,93
P10-T30-V15	run-3	10	1,53	83,3	29,8	0,91
P10-T40-V05	run-3	10	0,50	89,5	39,1	0,94
P10-T40-V10	run-3	10	0,94	87,4	39,1	0,95
P10-T40-V15	run-3	10	1,52	85,4	39,1	0,99
P15-T30-V05	run-3	15	0,50	91,8	31,8	0,90
P15-T30-V10	run-3	15	0,94	89,9	31,1	0,89
P15-T30-V15	run-3	15	1,52	87,2	30,7	0,90
P15-T40-V05	run-3	15	0,50	93,4	39,1	0,96
P15-T40-V10	run-3	15	0,94	92,1	39,1	1,01
P15-T40-V15	run-3	15	1,53	89,2	39,0	0,95
P20-T30-V05	run-3	20	0,50	96,1	33,3	1,08
P20-T30-V10	run-3	20	0,95	95,1	32,6	1,06
P20-T30-V15	run-3	20	1,53	93,8	32,1	1,06
P20-T40-V05	run-3	20	0,50	96,7	39,6	0,89
P20-T40-V10	run-3	20	0,97	95,7	39,2	0,88
P20-T40-V15	run-3	20	1,53	94,4	38,9	0,88
P25-T30-V05	run-3	25	0,50	98,1	35,0	1,17
P25-T30-V10	run-3	25	0,95	97,8	36,3	1,09
P25-T30-V15	run-3	25	1,54	96,6	37,3	1,06

Tabelle 11-1

CONAN-Datenbank für detaillierte Daten zur Wandkondensation in Anwesenheit von Inertgas an einer vertikalen Wand (*Ambrosini et al. 2014*)

11.3 Validierung des Wandkondensationsmodells im SARNET/CONAN Benchmark

Im Rahmen des CFD-Verbund-Projekts wurde am dritten Lauf des SARNET Condensation Benchmarks teilgenommen (*Ambrosini et al. 2014*). Abbildung 11-4 wurde dort veröffentlicht, während Abbildung 11-5 bis Abbildung 11-11 die dort nicht publizierten, zugehörigen Wandwärmeströme zeigen. Durch diese Ergebnisse wurde das in dieser Arbeit verwendete PID-Kondensationsmodell (Kapitel 3.3.3.2) validiert.

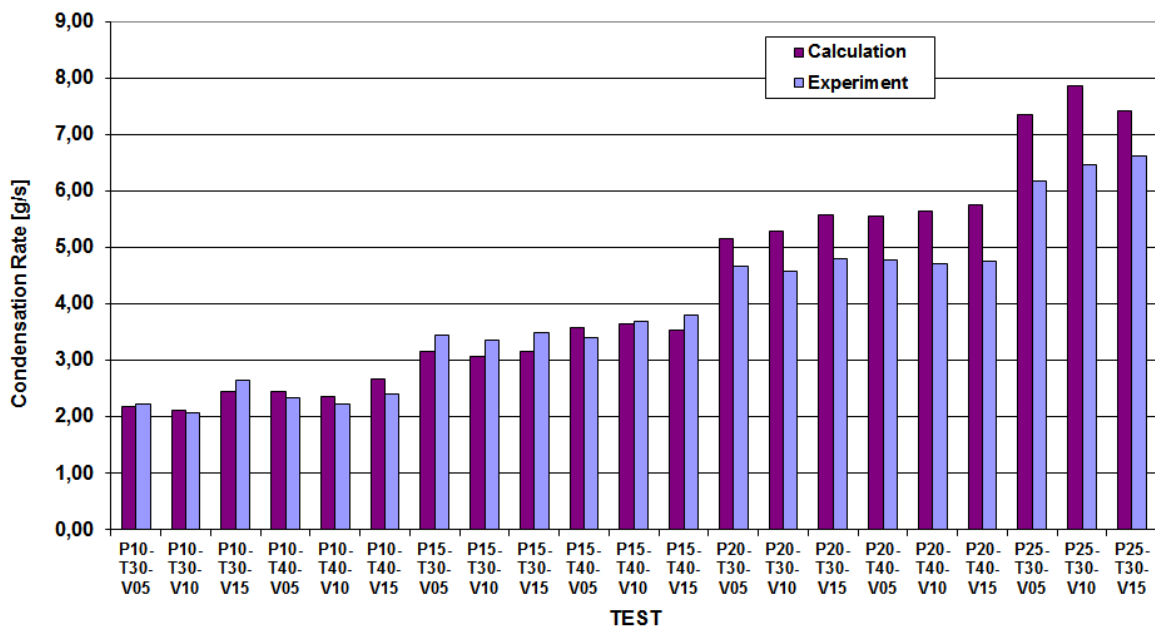


Abbildung 11-4 Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Kondensationsraten (*Ambrosini et al. 2014*)

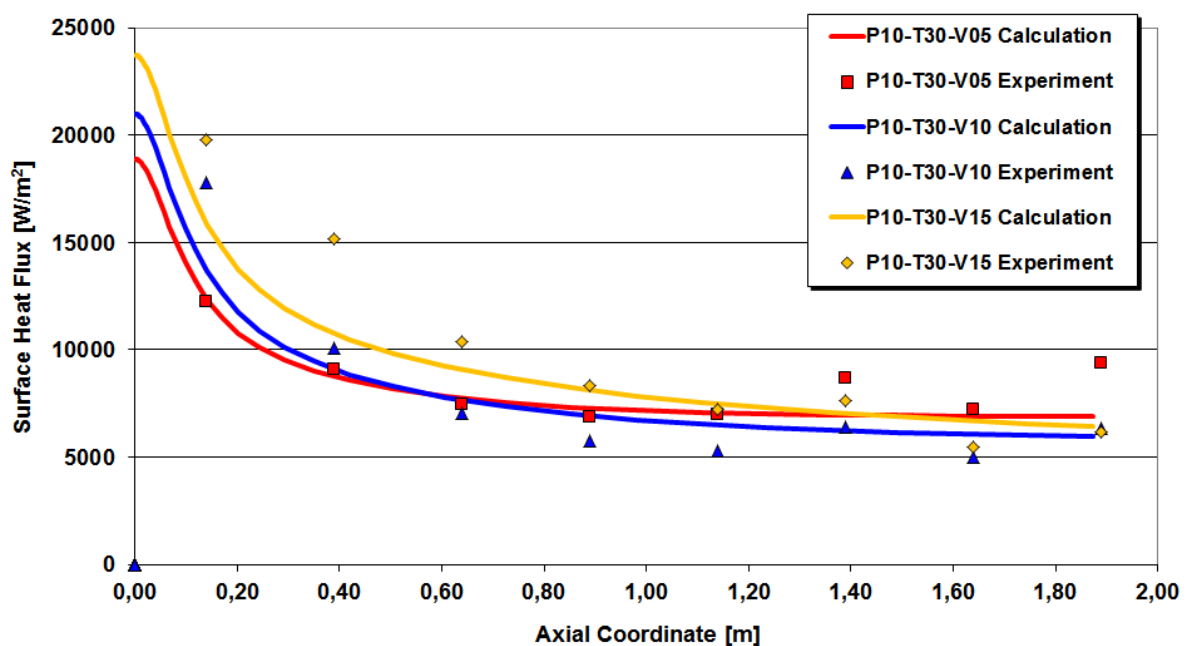


Abbildung 11-5 Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 10 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 30°C

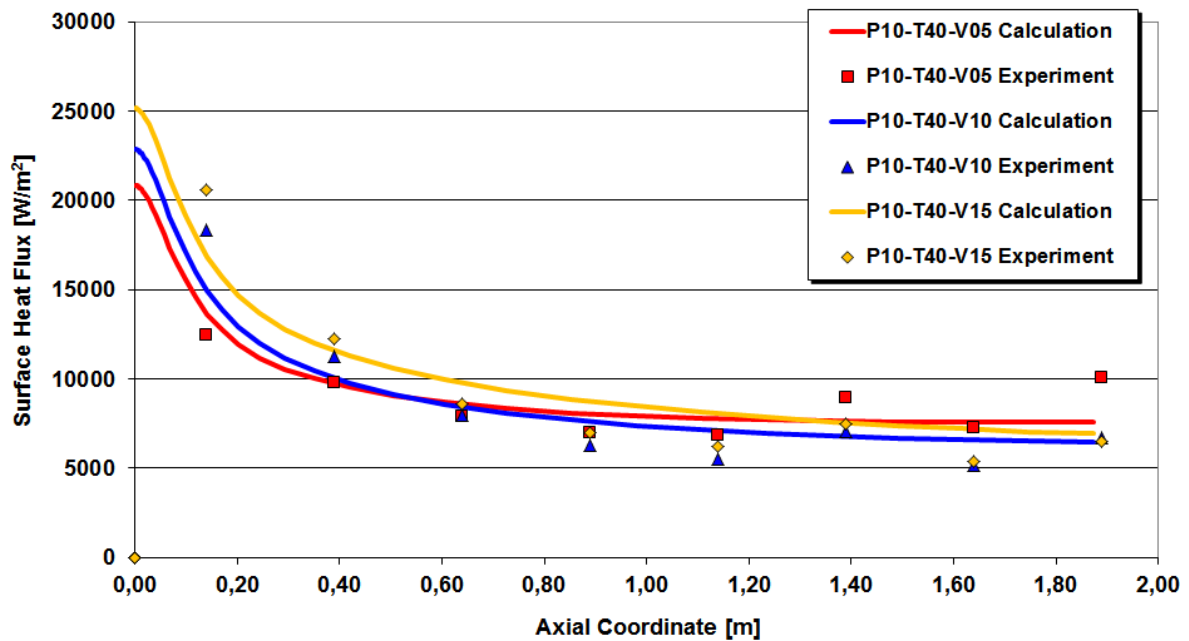


Abbildung 11-6 Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 10 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 40°C

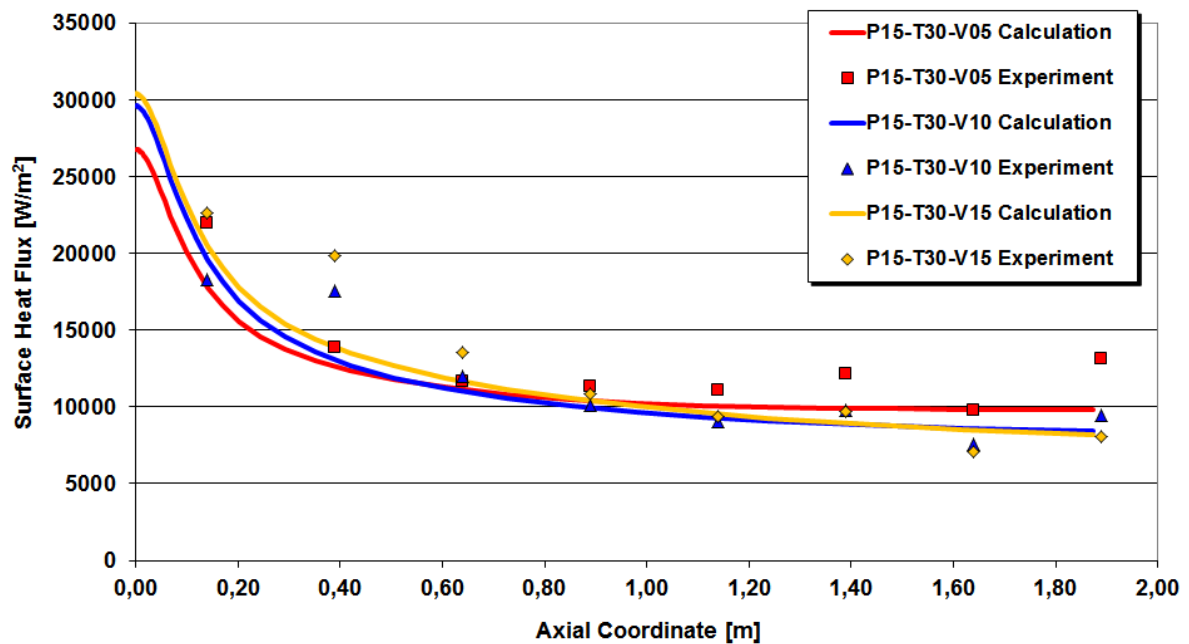


Abbildung 11-7 Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 15 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 30°C

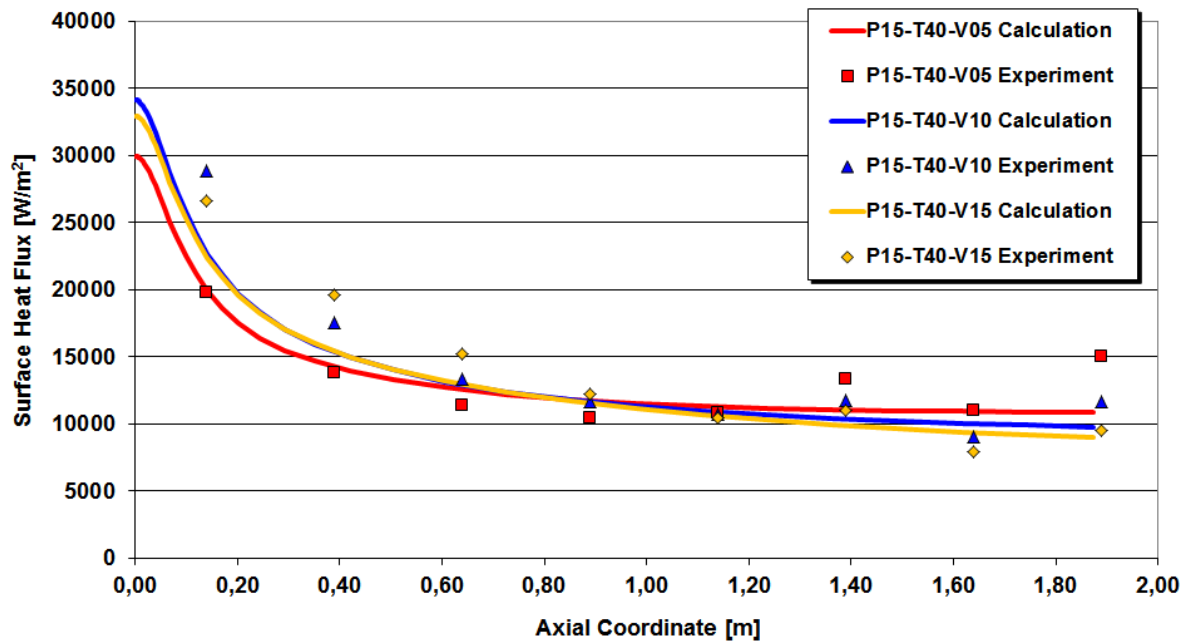


Abbildung 11-8 Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 15 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 40°C

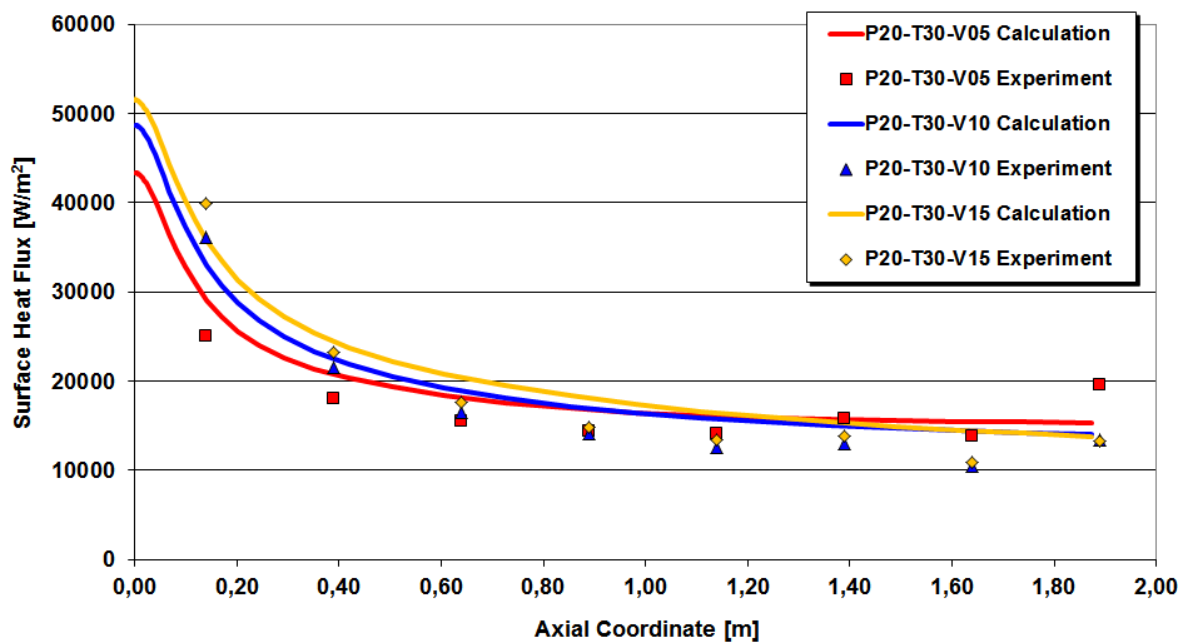


Abbildung 11-9 Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 20 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 30°C

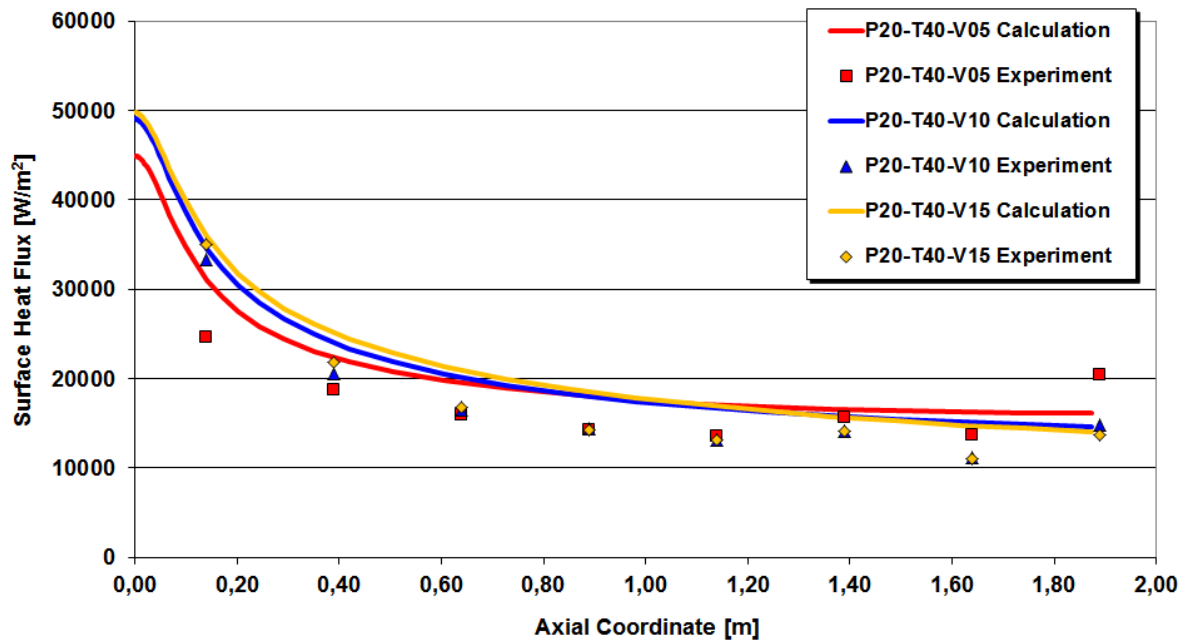


Abbildung 11-10 Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 20 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 40°C

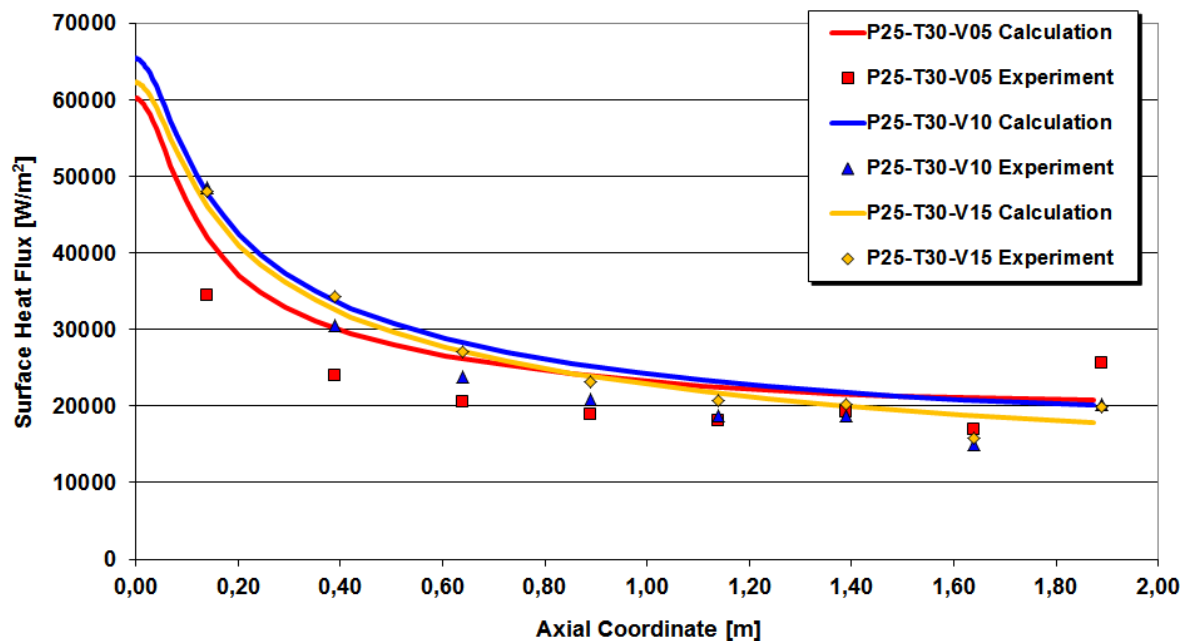


Abbildung 11-11 Condensation Benchmark run3 – Vergleich der gemessenen und berechneten Wandwärmeströme für die Versuche bei 25 kW Verdampferleistung und einem Temperaturgradienten von 30°C

11.4 Weitere FIBULA-Ergebnisse

In Kapitel 7 wird nur ein Auszug der vorhandenen Berechnungen mit der FIBULA gezeigt. An dieser Stelle werden weitere Ergebnisse präsentiert, die die vorherigen Ergebnisse ebenfalls belegen und somit die große Datenbasis zeigen.

11.4.1 Auftrieb

Abbildung 11-12 enthält im Vergleich zu Abbildung 7-8 Rechnungen mit $u = 1,0 \text{ m/s}$.

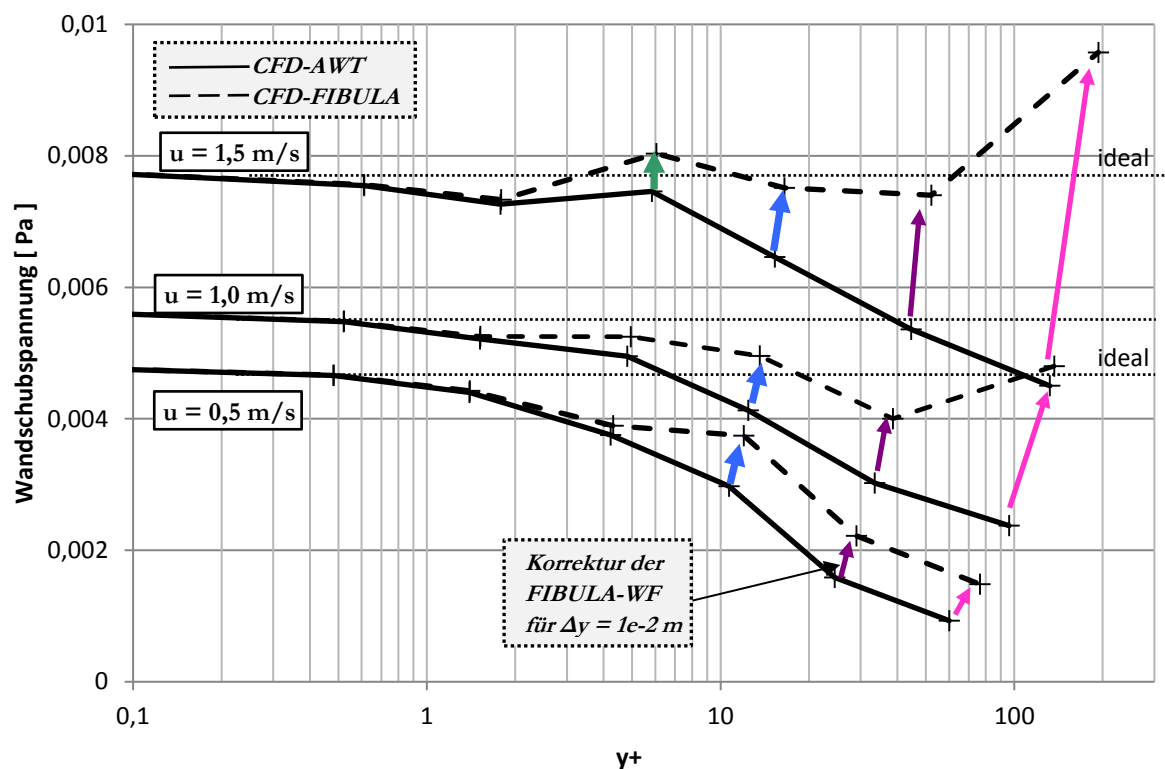


Abbildung 11-12 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei Auftrieb
($v_w^+ = 0$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$)

11.4.2 Kondensation

In Abbildung 11-13 und Abbildung 11-14 werden CFD-Rechnungen für weitere Geschwindigkeiten für die in Abbildung 7-13 und Abbildung 7-14 links gezeigten Wandschubspannungen und Kondensationsraten bei geringer Kondensation gezeigt.

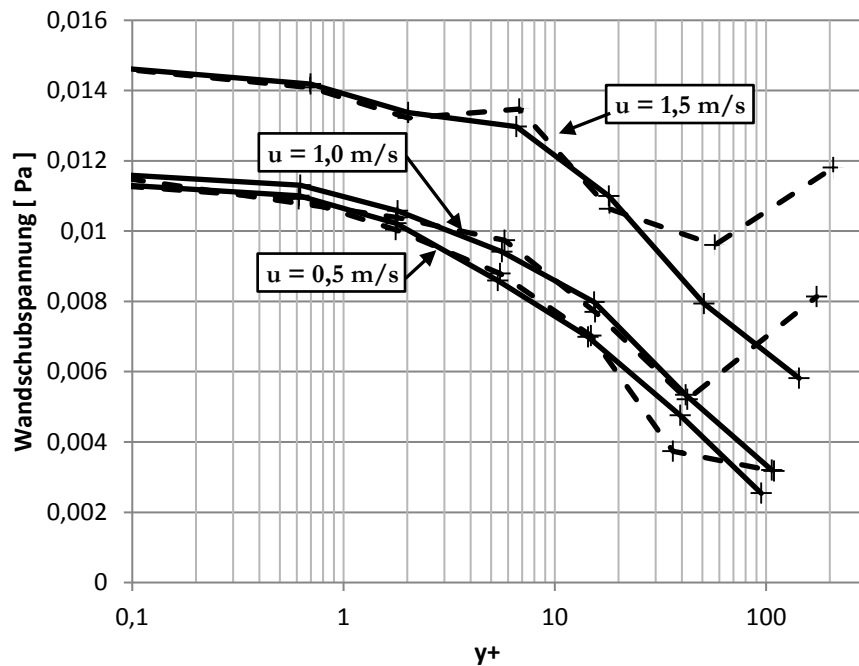


Abbildung 11-13 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation
($u = 0,5/1,0/1,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN *run3-P10-T30-Vxx*)

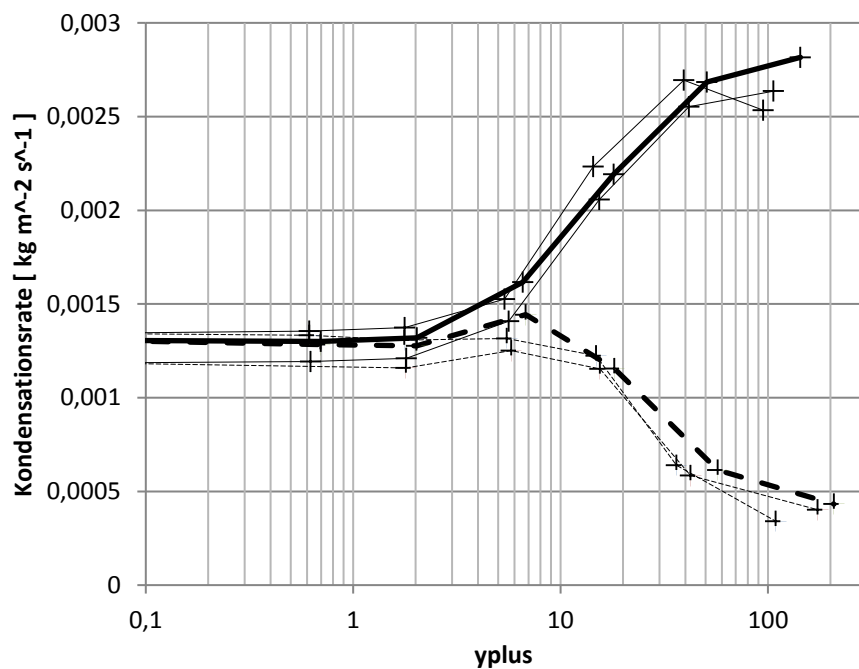


Abbildung 11-14 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei schwacher Kondensation
($u = 0,5/1,0/1,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN *run3-P10-T30-Vxx*)

Zu den Ergebnissen aus Abbildung 7-18 für große Kondensationsraten existieren auch experimentelle Daten für die Wandwärmeströme, die in Abbildung 11-15 gezeigt werden.

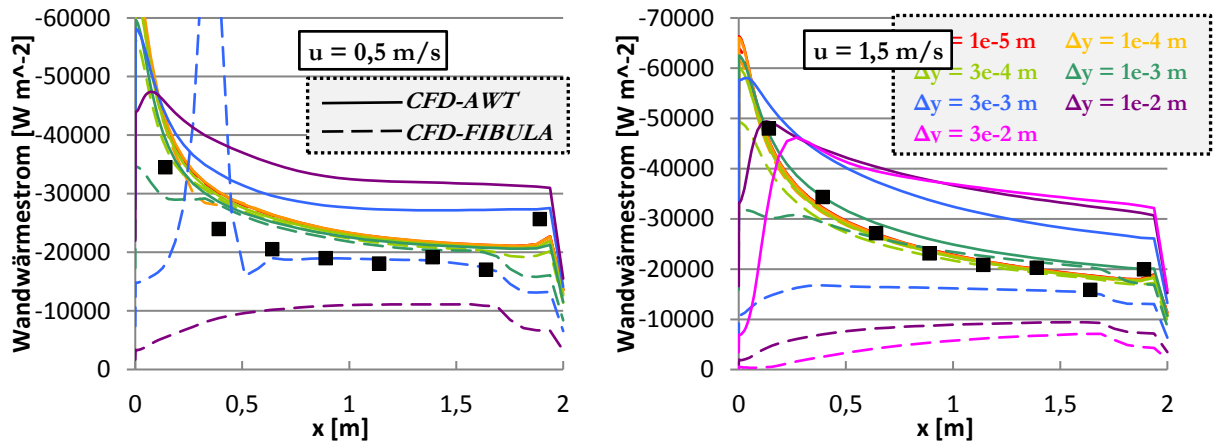


Abbildung 11-15 Anwendung der FIBULA-Wandfunktion bei starker Kondensation
 ($u = 0,5/1,5 \text{ m/s}$, $v_w^+ \approx -0,08$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN *run3-P25-T30-V05*)

Die Abhängigkeit der Wandschubspannung und Kondensationsrate von der Gitterauflösung wurde für große Kondensationsraten für $u = 0,5 \text{ m/s}$ in Abbildung 7-20 gezeigt. In Abbildung 11-16 werden zusätzlich noch die Ergebnisse für $u = 1,0$ und $1,5 \text{ m/s}$ dargestellt.

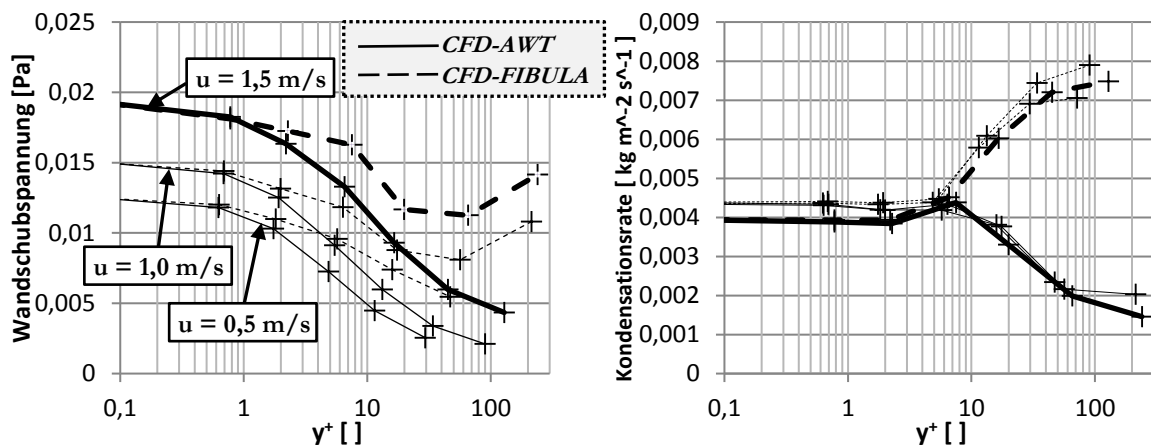


Abbildung 11-16 Einfluss der FIBULA-Wandfunktion bei starker Kondensation
 ($u = 0,5/1,0/1,5 \text{ m/s}$, $T_{\text{sek}} = 30^\circ\text{C}$, $g_x = 9,81 \text{ m/s}^2$, CONAN *run3-P25-T30-Vxx*)

11.5 Funktionsplots

Die folgenden Plots sind exemplarische Darstellungen der Gleichungen 4.21 und 4.23, um deren Verhalten zu visualisieren.

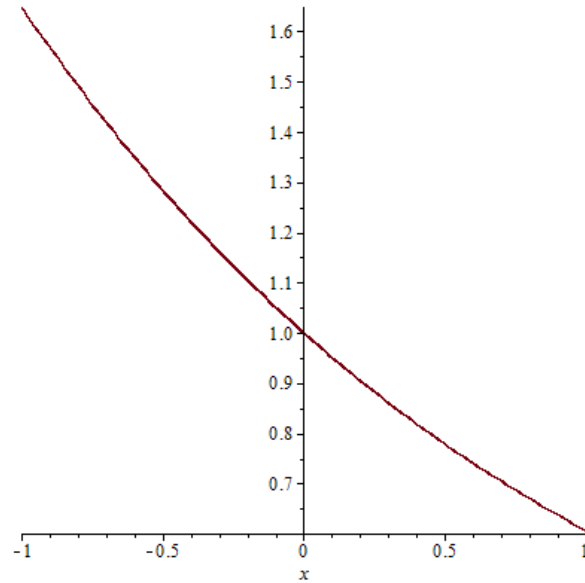


Abbildung 11-17 Funktionsplot $\frac{1}{\sqrt{e^x}}$

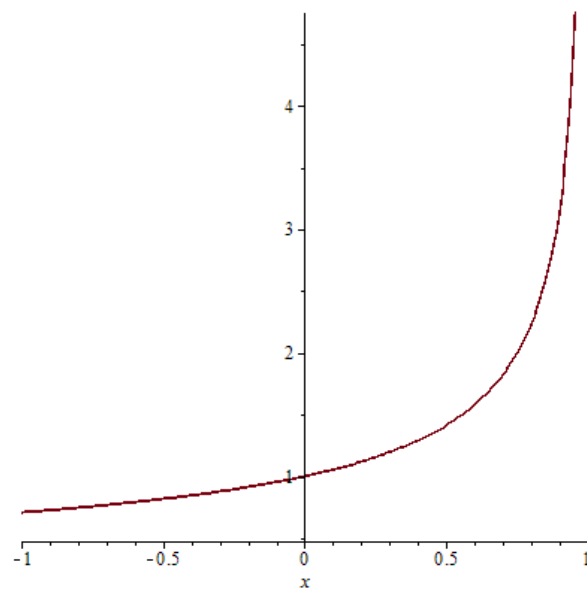


Abbildung 11-18 Funktionsplot $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$

11.6 Konstanten der Turbulenzmodelle

11.6.1 k- ϵ Model

$$\begin{aligned}C_{\epsilon 1} &= 1.44 \\C_{\epsilon 2} &= 1.91 \\C_{\mu} &= 0.09 \\ \sigma_k &= 1.0 \\ \sigma_{\epsilon} &= 1.3\end{aligned}\tag{11.1}$$

(ANSYS 2012, Kap. 1.1.2)

11.6.2 k- ω Model

$$\begin{aligned}C_{\alpha} &= 5/9 \approx 0.556 \\C_{\beta} &= 0.075 \\ \beta^* &= 0.09 \\ \sigma_k &= 2.0 \\ \sigma_{\omega} &= 2.0\end{aligned}\tag{11.2}$$

(Monkalled et al. 2016, S. 703)

11.6.3 SST-Model

Aufgrund der Änderung der Wandturbulenz für die k- ω Formulierung des SST-Modells nach Gleichung 2.59 und 2.60 ergeben sich folgende angepasste Konstanten:

$$\begin{aligned}C_{\alpha} &= 0.4404 \\C_{\beta} &= 0.0828 \\ \sigma_k &= 1.0 \\ \sigma_{\omega} &= 0.856\end{aligned}\tag{11.3}$$

(Monkalled et al. 2016, S. 704)