Dokonalé číslo

# Úvodní informace

V této úloze budou mít studenti za úkol najít všechna dokonalá čísla v limitu N. Nejdříve studenti pouze vypisují dokonalá čísla, poté v dalším příkladu vypisují všechna přirozená čísla podle součtu jejich dělitelů (probíhá třídění). Jedná se o matematický konstrukt, který nemá přesah do reálného světa a pouze slouží k procvičení práce s polem a cykly.

# Cíle úlohy

* Procvičení:
  + Pole
  + Cykly
  + Vnořené cykly
  + Funkce knihovní

# Náročnost

* 2 vyučovací hodiny
* Obtížnost:

# Prerekvizity

* Pole
* Cykly
* Vnořené cykly
* Funkce knihovní (není nutné)

# Metodika výuky

Úloha je rozdělena dvou příkladů. V prvním budou studenti psát program, který bude pouze hledat dokonalá čísla. V druhé části program, který bude všechna přirozená čísla vypisovat podle součtu jejich dělitelů. Dokonalé číslo je takové číslo, u kterého platí, že součet všech jeho dělitelů (kromě sebe samého) se rovná číslu samotnému. 6 je dokonalé číslo, protože součet jeho dělitelů (1+2+3) je roven 6.

Pro vysvětlení, co jsou to dokonalá čísla, můžeme zvolit dva způsoby:

1. Necháme studenty vyhledat význam na internetu.
2. Napíšeme na tabuli dvě čísla pod sebe, a to 6 a 28. Vypíšeme k nim všechny jejich dělitele oddělené čárkou (včetně jedničky, kromě sebe samého). Konstatujeme, že se jedná o dokonalá čísla právě díky dělitelům a necháme studenty přemýšlet. Pokud nenaleznou odpověď, tak jim princip představíme. V tomto bodě by měli všichni pochopit, jaká čísla jsou dokonalá.

## Výpis dokonalých čísel

Zadání:

Vymyslete program, který vypíše všechna dokonalá čísla v limitu N.

Vstup: 10000

Výstup: 6, 28, 496, 8128

Páté dokonalé číslo je 35 550 336, proto není nutné nastavovat limit N větší, než je 10 000.

Je možné, ještě před samotným programováním, zařadit brainstorming. V něm se můžeme zeptat na to, jestli je nutné využití pomocné proměnné a co do ní budeme ukládat.

Následně mohou studenti již pracovat na svých programech zcela samostatně. Po vyřešení je vhodné promítnout hotový program 1\_dokonale-cislo a rozebereme ho se studenty. V úloze není nijak zohledněna efektivnost algoritmu. Ta je se studenty řešena dále v diskusi.

### Otázky do diskuse

1. Vyplatí se testovat dělitele od největšího možného, nebo obráceně?
2. Kdo z vás přerušil cyklus, když byl dělitel větší, než samotné číslo?
3. Najdete ve svém programu další možnost, jak by se dal zefektivnit?

### Možné problémy

* Neočekávají se problémy, které by mohly studentům znemožnit nalezení řešení.

## Třídění podle součtu dělitelů

V druhém příkladu budou mít studenti za úkol roztřídit jednotlivá čísla v limitu N mezi čísla dokonalá, abundantní a deficientní. Pojmenování těchto čísel není v našem případě vůbec podstatné, proto se můžeme spokojit se zadáním, ve kterém jsou pojmy vysvětleny.

Zadání:

Vymyslete program, který roztřídí všechna čísla v limitu N mezi abundantní (součet dělitelů je větší než číslo), deficientní (součet dělitelů je menší než číslo) a dokonalá čísla (součet je roven číslu).

Vstup: 30

Výstup:

Abundantni cisla jsou: 12, 18, 20, 24, 30

Deficientni cisla jsou: 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 29

Dokonala cisla jsou: 6, 28

K úloze se dá přistupovat dvěma různými způsoby:

1. Pro každý výpis si algoritmus projde všechna čísla a vždy vypíše jen ta relevantní.
2. Součty dělitelů budou ukládány do pole, kde indexem bude přirozené číslo a hodnotou součet dělitelů.

Úspornost v počtu iterací ve druhém způsobu oproti prvnímu je dramatická. Proto je se studenty dobré vhodný přístup nejprve rozebrat, pomůžeme si následující otázkou. *Mohli bychom v tomto příkladu využít výhod pole?* Po správné odpovědi je necháme pracovat na svých programech.

Výsledný program je uložen pod názvem 2\_dokonale-cislo. Je vhodné jej studentům po úspěšném vyřešení opět promítnout a vysvětlit princip fungování. Za zmínku stojí upravený způsob výpočtu jednotlivých dělitelů, kdy testujeme pouze z intervalu od 1 do odmocniny z daného čísla. V případě nalezení dělitele přičteme do pomocné proměnné kromě samotného dělitele i výsledný podíl, který je také dělitelem. Toto zajistí velkou výpočetní úsporu. Dále můžeme pokračovat závěrečnou diskusí.

### Otázky do diskuse

1. Jakým způsobem se v prezentovaném programu dosáhlo efektivnosti?
2. Co vás na úloze bavilo?

### Možné problémy

* Neočekávají se problémy.