Mersennova prvočísla

# Úvodní informace

V této úloze budou studenti hledat Mersennova prvočísla. Jedná se o prvočísla, která jsou o jedna menší, než je mocnina dvojky. Samotná koncepce je složitější, než se může na první pohled zdát. V průběhu plnění úlohy si studenti procvičí hlavně práci s psaním vlastních funkcí a vyhledávání na internetu.

# Cíle úlohy

* Procvičení:
  + Cykly
  + Rekurze
  + Funkce vlastní
  + Funkce knihovní

# Náročnost

* 1-2 vyučovací hodiny
* Obtížnost: 

# Prerekvizity

* Cykly
* Rekurze
* Funkce vlastní
* Funkce knihovní (konkrétně funkce pro mocninu a odmocninu)
* Definice prvočísla
* Úloha volně navazuje na Hledání prvočísel, Eratosthenovo síto

# Metodika výuky

Nejprve si představme, co jsou Mersennova prvočísla. Mersennovo prvočíslo je takové prvočíslo, pro které platí matematický zápis: . K vysvětlení je možné použít pomocný soubor mersennova-prvocisla.png, kde jsou jednotlivá čísla (mocniny dvojky zmenšené o jedna) představena a jejich prvočíselnost verifikována. Seznámíme s jejich tvořením studenty. Součástí pomocného slidu jsou vybrané zajímavosti spojené s těmito čísly. Můžeme přidat zajímavosti o Marin Mersennovi, po kterém jsou tato čísla pojmenována (například při tvoření seznamu do něj zařadil čísla, která nejsou prvočísly a naopak).

Obsah obrázku stůl

Popis byl vytvořen automaticky

*Obrázek 1 - Pomocný slide k vysvětlení Mersennovo prvočísel*

Mersennova prvočísla se dají ověřit efektivnější metodou (pomocí rekurentní posloupnosti) než bude naše testování hrubou silou. Samotná rekurentní posloupnost není nikterak řešena, jelikož nezapadá do celkového konceptu úlohy.

Tato úloha je rozdělena na dvě části. V první jsou studenti postaveni před problém – najdi všechna Mersennova prvočísla menší než exponent N. V druhé mají za úkol pomocí internetu najít jednoduché zefektivnění, a to aplikovat.

Zadání je pro obě části stejné a může znít takto:

*Vymyslete algoritmus pro hledání Mersennovo prvočísel, kde vstupní hodnota bude maximální testovaný exponent. Výstupem programu bude výčet jednotlivých prvočísel.*

Vstup: 20

Výstup: 3, 7, 31, 127, 8191, 131071, 524287

## Hledání hrubou silou

Se studenty zahájíme diskusi o možném řešení. Tu směřujeme k nalezení toho nejjednoduššího (z pohledu programátora) – hledání hrubou silou, tedy bez ohledu na operační náročnost algoritmu. Zde nám nejde o efektivitu algoritmu.

Po diskusi se studenti pouštějí do samostatné práce. V případě, že někteří žáci budou rychle hotovi, můžeme jim doplnit zadání tak, že místo knihovní funkce pro výpočet mocniny si mají naprogramovat funkci vlastní (pro základ i exponent v oboru přirozených čísel). Mohou přitom využít cyklus, popřípadě rekurzi. Lze je navést návodnou otázkou: *Existuje jiný způsob, jak vypočítat mocninu čísla, kromě toho, který používáš?*

Po skončení je možné zařadit diskusi žákovských řešení (není ale nutná) nebo promítnout přiložený program 1\_brute-force**A** v námi zvoleném jazyce, který společně s žáky probereme.

V případě, že bylo rychlejším žákům zadáno naprogramovat vlastní funkci pro mocninu, představíme a vysvětlíme také varianty 1\_brute-force**B** (cyklus) a 1\_brute-force**C** (rekurze). Řešení konkrétním způsobem může představit ostatním žákům i jeho autor.

U připraveného rekurzivního řešení (1\_brute-force**C**) může vyvolat překvapení použití ternárního operátoru, které může být pro některé studenty (v závislosti na jejich znalostech) dosud neznámá věc. Pomocí návodné otázky jsme schopni zjistit znalost ternárního operátoru: *Jak funguje jednořádkový příkaz pro výpočet mocniny? Jak se tomuto operátoru říká? Jaké má využití?* Pokud nebudou vědět, co výraz znamená, tak je vyzveme k nalezení správného výsledku pomocí informačních zdrojů.

### Otázky do diskuse

1. Které webové stránky jste k vyhledávání informací o ternárním operátoru využili? Znáte nějaké další obdobné?

### Možné problémy

* *Student nedokáže „začít“.* – Bude se jednat pravděpodobně o malou skupinu žáků. Ostatní již pracují na svých programech a my se případně vrátíme k diskusi, jak by se měl příklad řešit a tu provedeme do většího detailu.

## Efektivnější metoda

Vyzveme studenty, aby našli na internetu, jakým způsobem se dá vyhledávání vylepšit. Ze zdrojů by měli zjistit, že pokud se jedná o Mersennovo prvočíslo, tak exponent N musí také být prvočíslo. Poté mohou své programy upravit. Jedná se o jednoduchou úpravu přidání jedné podmínky. Výsledné programy jsou vytvořeny analogicky k těm předchozím: 1\_optimized**A** (knihovní funkce) 1\_optimized**B** (cyklus) a 1\_optimized**C** (rekurze).

U této úlohy se nebudeme zabývat efektivností funkce na zjištění prvočísla. Ta je popsána a rozebrána v úloze Hledání prvočísel, Eratosthenovo síto.

### Otázky do diskuse

1. V čem spočívá výhoda využití vlastních funkcí? Využili jsme těchto výhod? Jaké jsou naopak nevýhody využití vlastních funkcí místo knihovních?

### Možné problémy

* Se znalostmi z první části se nepředpokládají dílčí problémy.