

V204

Die Wärmeleitung

Sonia Chander
sonia.chander@tu-dortmund.de

Jana Schlücking
jana.schluecking@tu-dortmund.de

Durchführung: 08.12.2020

Abgabe: 21.12.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
3.1 Vorbereitung	4
3.2 Versuchsaufbau	4
3.3 Versuchsdurchführung	4
3.3.1 Statische Methode	6
3.3.2 Dynamische Methode	6
4 Auswertung	6
4.1 Statische Methode	6
4.2 Dynamische Methode	9
4.2.1 Messingstab (breit)	9
4.2.2 Aluminiumstab	10
4.2.3 Edelstahlstab	12
5 Diskussion	13
Literatur	15

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Wärmeleitfähigkeit κ von Aluminium, Messing und Edelstahl bestimmt werden. Dabei wird zuerst die statische Methode angewendet und danach die dynamische Methode, das Angström-Meßverfahren.

2 Theorie

Ein Körper im Temperaturungleichgewicht gleicht diesen Unterschied durch Konvektion, Wärmestrahlung oder Wärmeleitung aus. Im folgenden wird die Wärmeleitung untersucht. Bei einem Temperaturungleichgewicht eines Stabes ist ein Ende wärmer als das andere. Dann fließt in der Zeit dt die Wärmemenge dQ :

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt. \quad (1)$$

Wobei A für den Querschnitt des Stabes und κ für die materialabhängige Wärmeleitfähigkeit steht. Die Gleichung (1) hängt somit nur von den Eigenschaften des Stabes ab.

Die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung kann mithilfe der Kontinuitätsgleichung aufgestellt werden:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

mit der Dichte ρ und der spezifischen Wärme c des Stabes. $\frac{\kappa}{\rho c}$ wird auch Temperaturleitfähigkeit σ_T genannt.

Wird der Stab nun periodisch erwärmt und abgekühlt, folgt eine räumliche und zeitliche Temperaturwelle:

$$T(x, t) = T_{\max} \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x\right) \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x\right)$$

Daraus folgt die Phasengeschwindigkeit v :

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}}}$$

mit der Kreisfrequenz ω und der Phase Φ

$$\omega = \frac{2\pi}{T^*} \quad \Phi = \frac{2\pi \Delta t}{T^*}$$

$T^* \hat{=}$ Periodendauer

gilt für die Wärmeleitfähigkeit κ :

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln\left(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}}\right)}. \quad (2)$$

A_{nah} und A_{fern} sind jeweils die Amplituden an den Messstellen x_{nah} und x_{fern} . Wird nun die Gleichung 2 und die Formel für die Phasengeschwindigkeit $v = \frac{\lambda}{T^*}$ verwendet, folgt für die Wellenlänge λ :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2\pi\Delta t \ln(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}})}{T^*(\Delta x)^2}}} \quad (3)$$

Δx ist hierbei der Abstand der Messstellen x_{nah} und x_{fern} , Δt die Phasendifferenz der Temperaturwelle an diesen Messstellen.

3 Durchführung

3.1 Vorbereitung

Um in der Auswertung die Ergebnisse mit den Literaturwerten vergleichen zu können, soll zur Vorbereitung die Wärmeleitfähigkeit κ für Aluminium, Messing und Edelstahl nachgeschlagen werden.

Tabelle 1: Eigenschaften der Probestäbe.

Material	Abmessung [cm] [1]	ρ [kg/m][1]	c [J/(kg K)][1]	κ [W/(m K)][2]
Messing (breit)	9 x 1.2 x 0.4	8520	385	120
Messing (schmal)	9 x 0.7 x 0.4	8520	385	120
Aluminium (breit)	9 x 1.2 x 0.4	2800	830	237
Edelstahl (breit)	9 x 1.2 x 0.4	8000	400	15 bis 21

3.2 Versuchsaufbau

Beide Methoden des Versuchs werden mit der Platine, die in Abbildung 1 zu sehen ist, durchgeführt. Auf der Platine sind die vier Probestäbe aus drei verschiedenen Materialien befestigt. Aluminium, Edelstahl (stainless steel) und Messing (brass), wobei Messing zwei Mal in verschiedenen Größen zu finden ist. Die Messstellen sind die Thermoelemente T1 bis T8. T1 und T2 nimmt die Temperatur für Messing (breit) auf, T3 und T4 für Messing (schmal), T5 und T6 für Aluminium. Die Temperatur für Edelstahl wird von T7 und T8 aufgenommen. Der Abstand zwischen eines Thermoelementpaares beträgt 3 cm. Mit dem Schalter HEAT/COOL werden über das Peltierelement die Stäbe simultan geheizt bzw. gekühlt. Über das Temperatur Array werden die Temperaturen an den Thermoelementen gespeichert. Dafür wird das Xplorer GLX verwendet. Für die statische Methode wird eine Spannung von 5V verwendet und für die dynamische Methode 8V.

3.3 Versuchsdurchführung

Vor jeder Messung wird am GLX die Abtastrate Δt_{GLX} eingestellt und überprüft, ob alle acht Sensoren angezeigt werden. Bei allen Messungen wird die Wärmeisolierung über

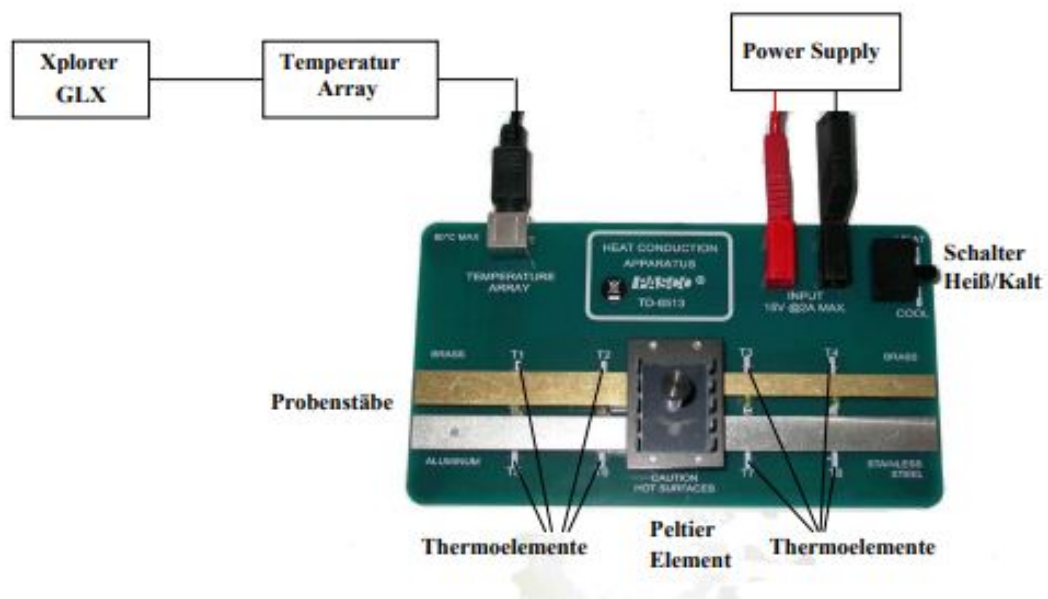


Abbildung 1: Platine mit Probestäben.[1]

die Probestäbe gelegt und alle acht Thermoelemente ausgelesen. Sobald eine Messung beendet wird, wird der Schalter auf COOL gestellt und die Isolierung von den Stäben entfernt um diese zu kühlen. Eine weitere Messung erfordert, dass alle Probestäbe auf unter 30°C abgekühlt sind.

3.3.1 Statische Methode

Die Abtastrate Δt_{GLX} wird auf 5s gestellt. Die Eingangsspannung des Peltierelementes wird auf 5V eingestellt. Die Messung wird gestartet und der Schalter auf HEAT gesetzt. Wenn das Thermoelemente T7 eine Temperatur von ungefähr 45°C anzeigt, wird die Messung beendet.

3.3.2 Dynamische Methode

Bei dem Angström-Messverfahren werden die Probestäbe periodisch geheizt und gekühlt. Dazu wird zunächst die Abtastrate Δt_{GLX} auf 2s gestellt. Die Eingangsspannung wird auf 8V eingestellt.

Im ersten Messdurchgang werden die Stäbe mit einer Periode von 80s geheizt. Somit wird mithilfe einer Stoppuhr der Schalter alle 40s umgelegt, um zwischen Heizen und Kühlen zu wechseln. Nach 12 Perioden wird die Messung beendet.

Im zweiten Messdurchgang soll die Periodendauer 200s betragen. Der Schalter wird alle 100s umgelegt, hier wird auch eine Stoppuhr verwendet. Die Messung wird beendet, sobald eines der Thermoelemente eine Temperatur von 80°C anzeigt.

4 Auswertung

Da die Messung in zwei verschiedenen Methoden durchgeführt wurde, ist die Auswertung auch in zwei Teile geteilt.

4.1 Statische Methode

Es wurden alle 5s die Temperaturen an den Messstellen aufgenommen, welche einen Abstand von 3cm haben.

In dem Plot Abbildung 2 sind für die jeweiligen Stäbe die Temperaturen der vom Peltier-Element ferner liegenden Messstelle gegen die Zeit aufgetragen. Der Aluminiumstab ist zu Anfang am kältesten mit etwas über 15 °C, die Messingstäbe haben eine Anfangstemperatur von etwa 16 °C, Edelstahl eine von etwa 19 °C. Bei allen Stäben ist ein Bereich zu erkennen, wo die Temperatur nicht ansteigt. Für die beiden Messingstäbe und den Aluminiumstab dauert diese Phase ohne Steigung nur sehr kurz, etwa 10s, an. Bei Edelstahl steigt die Temperatur bis ca $t = 50$ s nicht an.

Nach dieser Zeit steigt die Temperatur jeweils. Bei den Messingstäben ist die Steigung bis etwa $t = 150$ s gleich, danach flacht die Steigung ab, wobei die Steigung vom breiten Messingstab etwas größer ist. Die Temperatur vom Messingstab steigt sehr schnell an bis ca 90s, dann nimmt die Steigung ab. Der Edelstahlstab erwärmt sich nicht so schnell,

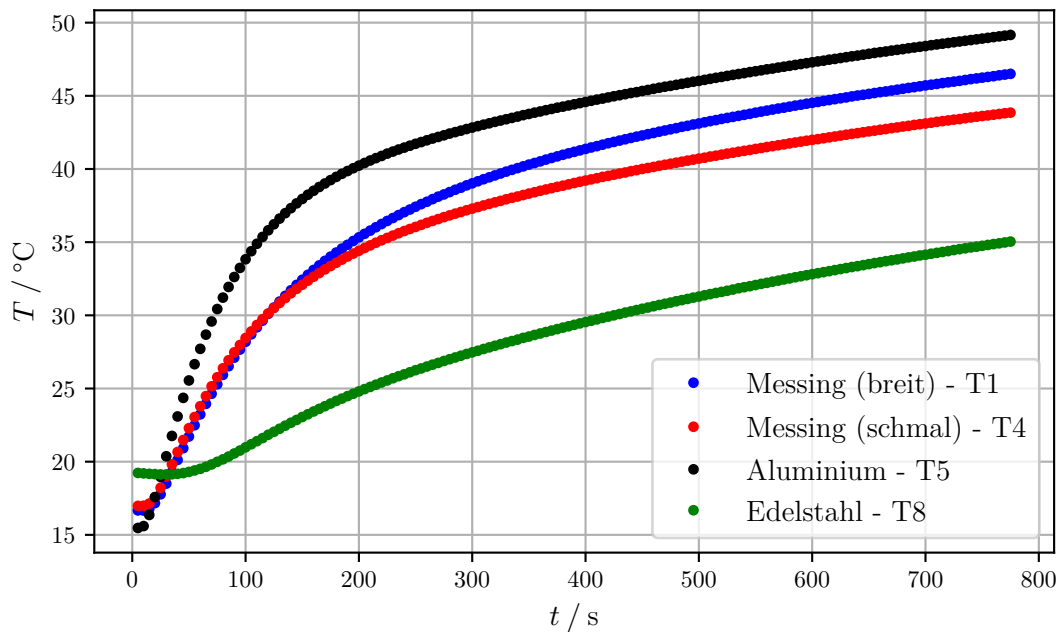


Abbildung 2: Die Temperaturen an den fernen Messpunkte der einzelnen Stäbe bei der statischen Messung.

die Steigung der Temperatur nimmt auch im weiteren Zeitverlauf ab, jedoch ist der Übergang nicht so deutlich, wie die der anderen Stäbe. Ab dem Zeitpunkt $t = 500$ s steigen die Temperaturen der Messingstäbe und des Aluminiumstabes nahezu parallel an. Die Temperatur des Edelstahlstabes steigt noch schneller, gegen Ende der Zeitmessung scheinen alle Temperaturen der einzelnen Stäbe eine ähnliche Steigung zu haben.

Die Temperatur der jeweiligen Stäbe zum Zeitpunkt $t = 700$ s lassen sich in den Messdaten ablesen und ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} \text{für den breiten Messingstab: } T &= 45,76 \text{ }^{\circ}\text{C} = 318,91 \text{ K} \\ \text{für den schmalen Messingstab: } T &= 43,16 \text{ }^{\circ}\text{C} = 316,31 \text{ K} \\ \text{für den Aluminiumstab: } T &= 48,46 \text{ }^{\circ}\text{C} = 321,61 \text{ K} \\ \text{für den Edelstahlstab: } T &= 34,21 \text{ }^{\circ}\text{C} = 307,36 \text{ K} \end{aligned}$$

Nach der Gleichung (1) lässt sich der Wärmestrom $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ für die verschiedenen Metallstäbe errechnen (siehe Tabelle 2). Dabei wird für das κ der Wert aus der Literatur genommen (siehe Vorbereitung 1) und der Abstand x der Temperaturmessstellen wurde zu $x = 3$ cm nachgemessen. Abschließend werden die Temperaturdifferenzen zwischen den Temperaturmessstellen eines Stabes für den breiten Messingstab und den Edelstahlstab in einem t - T -Diagramm aufgetragen.

Tabelle 2: Der Wärmestrom der verschiedenen Metallstäben zu 5 verschiedenen Zeitpunkten.

$t[\text{s}]$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} [\text{J/s}]$			
	Messing (breit)	Messing (schmal)	Aluminium	Edelstahl
100	1,150	0,794	1,422	0,286
200	0,726	0,548	0,838	0,285
350	0,518	0,451	0,641	0,260
450	0,474	0,435	0,611	0,252
600	0,447	0,428	0,595	0,245

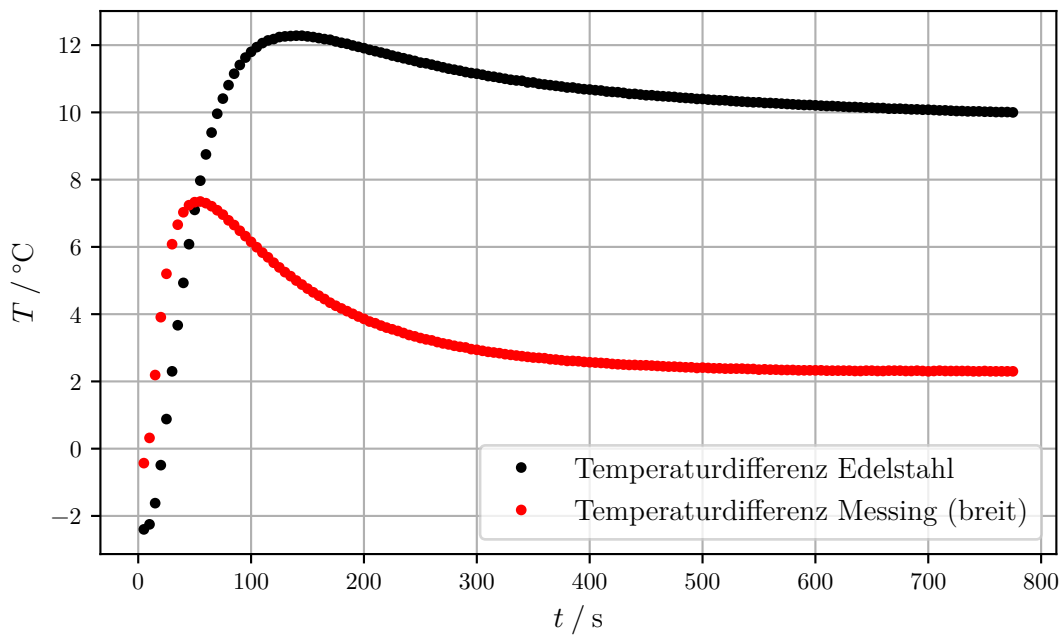


Abbildung 3: Die Temperaturdifferenzen zwischen den Messstellen auf einem Stab.

In der Abbildung 3 fällt auf, dass bei beiden Stoffen der Temperaturunterschied im Negativen startet und dann stark ansteigt. Die Temperaturdifferenz innerhalb des breiten Messingstabes hat bei etwa $t = 50 \text{ s}$ seinen Hochpunkt von $7,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ erreicht. Dann fällt die Kurve, flacht ab und nähert sich einem Wert um die $2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ an. Die Temperaturdifferenz des Edelstahlstabes steigt höher als die des breiten Messingstabes bis sie ihren Hochpunkt bei etwa 120 s und $12,2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ erreicht hat. Die Kurve fällt daraufhin flach ab und bis zum Ende der Aufnahme wird die negative Steigung immer kleiner.

4.2 Dynamische Methode

In der dynamische Methode wurden die Stäbe in periodischen Abständen gewärmt und gekühlt. Für die Auswertung von den breiten Messingstab und dem Aluminiumstab beträgt die Periode 80 s. Es wurden alle 2 s die Temperatur jedes Stabes an zwei Stellen mit einem Abstand von 3 cm aufgenommen.

4.2.1 Messingstab (breit)

Es wird zuerst der breite Messingstab betrachtet. In der Abbildung 4 sind die beiden Temperaturverläufe der einzelnen Messstellen gegen die Zeit aufgetragen.

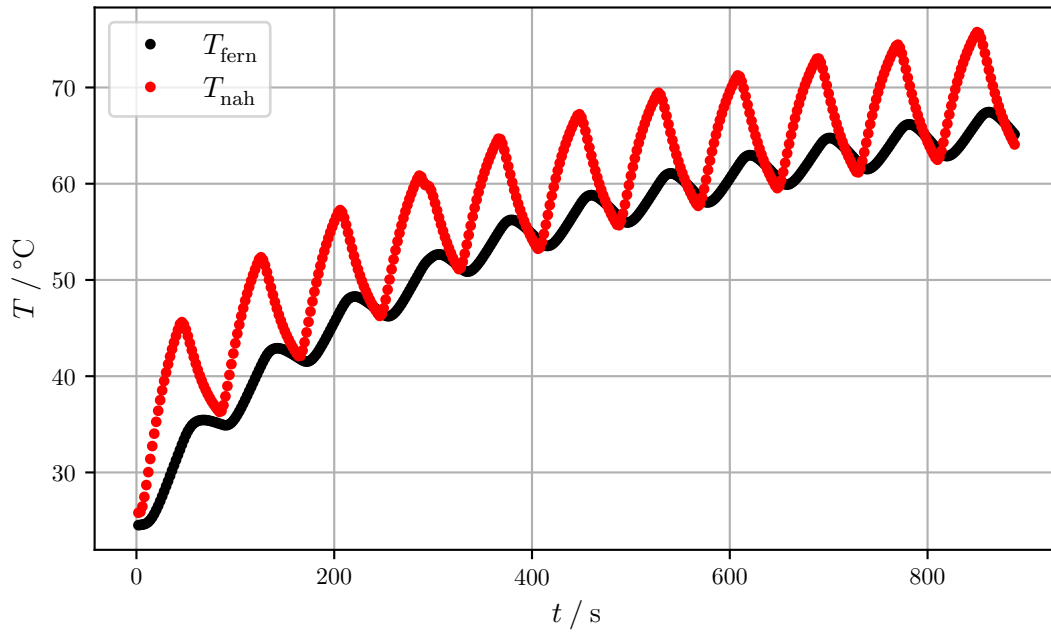


Abbildung 4: Die Temperaturen an den verschiedenen Messstellen des Messingstabes in der dynamischen Methode mit einer Periode von 80 s.

Es ist in der Abbildung 4 eindeutig die Periodizität der Messung zu sehen. Auffällig ist der stärkere Amplituden an der Messstelle, die nah an dem Peltier-Element liegt. Auch der Phasenunterschied Δt ist erkennbar.

Die Amplituden und deren Phasendifferenz sind in der Tabelle 3 aufgelistet. Es ergibt sich aus den Werten der Mittelwert:

$$\ln\left(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}}\right) = 0,904 \pm 0,013$$
$$\Delta t = (14,545 \pm 0,311) \text{ s}$$

Tabelle 3: Die Amplituden und Phasendifferenz des Messingstabes.

$A_{\text{nah}}[\text{K}]$	$A_{\text{fern}}[\text{K}]$	$\log(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}})$	$\Delta t[\text{s}]$
19,81	10,93	0,595	22
16,07	8,01	0,696	16
15,17	6,77	0,807	16
14,58	6,43	0,819	20
13,55	5,38	0,924	14
13,98	5,29	0,972	12
13,76	5,11	0,991	12
13,55	4,92	1,013	12
13,46	4,85	1,021	12
13,27	4,65	1,049	12
13,26	4,59	1,061	12

Nach der Gleichung (2) kann nun die Wärmeleitfähigkeit berechnet werden:

$$\kappa = (117,264 \pm 0,937) \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

Für die Temperaturwelle lassen sich daraus die Frequenz f und die Wellenlänge λ berechnen. Es wurde die Formel in (3) benutzt.

$$f = \frac{1}{T} = 0,0125 \text{ Hz}$$

$$\lambda = (0,189 \pm 0,003) \text{ m}$$

4.2.2 Aluminiumstab

Für den Aluminiumstab wird das Vorgehen wiederholt. Die Temperatur des Aluminiumstab wurde an zwei Messstelle alle 2s aufgeschrieben. Die Temperaturen der einzelnen Stellen wurden gegen die Zeit in ein Diagramm aufgetragen.

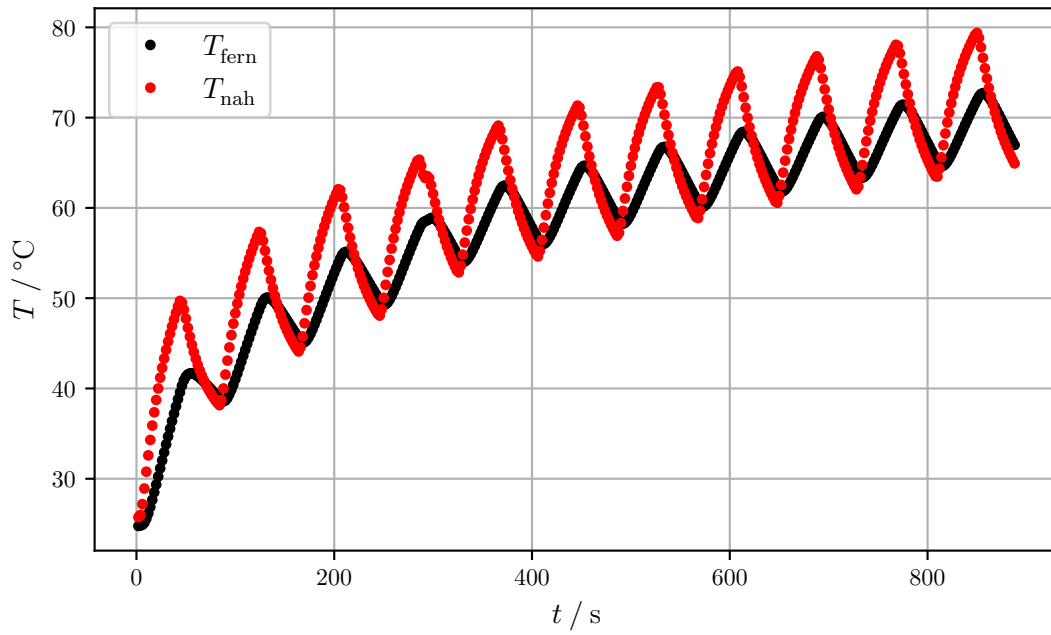


Abbildung 5: Die Temperaturen an den einzelnen Messstellen des Aluminiumstabes bei der dynamischen Methode mit $T = 80$ s.

In der Abbildung 5 sind die periodischen Verläufe der Temperatur zu erkennen, sowie der Phasenunterschied der Amplituden. Die Temperatur, die an der Messstelle, die nah an dem Peltier-Element liegt, gemessen wurde, hat eine größeren Ausschlag, als die Temperatur, die weiter vom Peltier-Element weg gemessen wurde.

Die Amplituden der Temperaturverläufe und die Phasendifferenz Δt werden für die weiteren Berechnungen benötigt. Aus den Daten in der Tabelle 4 sind die folgende Werte festgelegt:

$$\log\left(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}}\right) = 0,611 \pm 0,009$$

$$\Delta t = (8,000 \pm 0,233) \text{ s}$$

Nach der Gleichung (2) lässt sich nun die Wärmeleitfähigkeit κ berechnen:

$$\kappa = (231,646 \pm 3,763) \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

Die Frequenz f und die Wellenlänge λ ergeben sich nach (3) schließlich zu:

$$f = 0,0125 \text{ Hz}$$

$$\lambda = (0,315 \pm 0,003) \text{ m}$$

Tabelle 4: Die Amplituden und Phasendifferenz der Temperaturmessungen am Aluminiumstab.

$A_{\text{nah}}[\text{K}]$	$A_{\text{fern}}[\text{K}]$	$\log(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}})$	$\Delta t[\text{s}]$
23,96	16,91	0,348	12
19,19	11,49	0,513	8
17,96	10,01	0,585	8
17,27	9,59	0,588	14
16,25	8,42	0,657	6
16,71	8,66	0,657	8
16,43	8,51	0,658	6
16,23	8,28	0,673	6
16,22	8,23	0,678	6
16,01	8,08	0,684	8
15,9	8,06	0,679	6

4.2.3 Edelstahlstab

Für die Auswertung des Edelstahlstabes werden Messdaten von einer anderen dynamischen Messung mit einer Periode von $T = 200 \text{ s}$ betrachtet. Es wurden wieder die Temperaturen an zwei verschiedenen Messstellen des Edelstahlstabes mit Abstand $\Delta x = 3 \text{ cm}$ alle 2 s gemessen.

Die Temperaturverläufe werde in einem t - T - Diagramm abgebildet. In der Abbildung 6 sind die periodischen Veränderungen der Temperaturen deutlich zu erkennen. Die Temperatur, die nah an dem Peltier-Element gemessen wurde, zeigt einen zeitlich früher einen größeren Ausschlag, als die weiter vom Peltier-Element entfernt gemessenen Temperatur. Die verschiedenen Amplitudenausschläge und deren Phasendifferenz Δt sind in der Tabelle 5 zu finden.

Tabelle 5: Die Amplituden und Phasendifferenz beim Edelstahlstab.

$A_{\text{nah}}[\text{K}]$	$A_{\text{fern}}[\text{K}]$	$\log(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}})$	$\Delta t[\text{s}]$
25,97	8,02	1,175	76
22,58	5,85	1,351	66
21,72	5,01	1,467	62
21,07	4,42	1,562	56

Aus den Daten in Tabelle 5 ergeben sich folgende Mittelwerte:

$$\ln\left(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}}\right) = 1,389 \pm 0,036$$

$$\Delta t = (65,00 \pm 1,82) \text{ s}$$

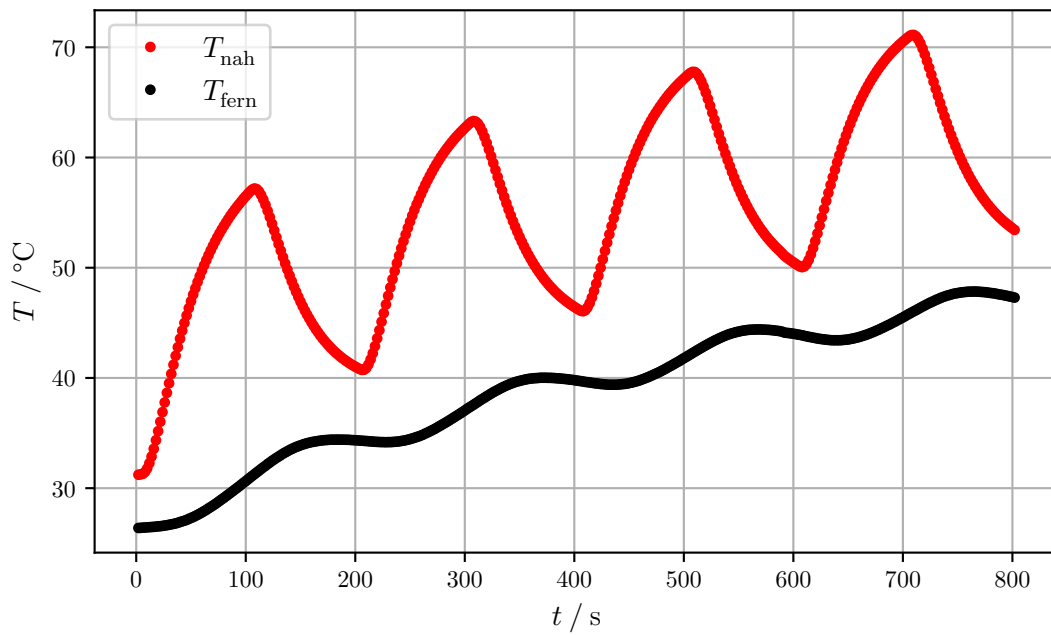


Abbildung 6: Die Temperaturen der verschiedenen Messstellen des Edelstahlstabes.

Letztlich berechnet sich die Wärmeleitfähigkeit nach der Gleichung (2) für Edelstahl zu:

$$\kappa = (16,145 \pm 0,056) \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

Die Temperaturwelle hat demnach, berechnet mit der Gleichung (3) die Frequenz f und die Wellenlänge λ mit den Werten:

$$f = 0,005 \text{ Hz}$$

$$\lambda = (7,122 \pm 0,012) \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

5 Diskussion

In der statischen Methode wurden die Temperaturen an den vom Peltier-Element entfernten Punkten nach 700s genauer betrachtet. In der Tabelle 6 ist an den Temperaturdifferenz ΔT gut zu erkennen, dass von den betrachteten Metallen Aluminium die beste Wärmeleitfähigkeit hat. Da der Wärmestrom von der Querschnittsfläche abhängig ist, ist es verständlich, dass der breite Messingstab eine größere Temperaturerhöhung hat als der schmale Stab.

In der Tabelle 2 und der Abbildung 3 ist zu erkennen, dass der Wärmestrom $\frac{dQ}{dt}$ mit der

Tabelle 6: Die Temperatur an den vom Peltier-Element entfernten Messstellen nach 700 s.

Metall	$T_{\text{fern},700\text{ s}}[^\circ\text{C}]$	$T_{\text{fern},0\text{ s}}[^\circ\text{C}]$	$\Delta T_{\text{fern}}[^\circ\text{C}]$
Messing (breit)	45,76	16,67	29,09
Messing (schmal)	43,16	16,98	26,18
Aluminium	48,46	15,47	32,99
Edelstahl	34,21	19,23	14,98

Zeit abgenommen hat und sich einem konstanten Wert annähert. Der schnelle Anstieg der Temperaturdifferenz und damit des Wärmestromes am Anfang ist damit zu erklären, dass das eine Ende des Stabes von Peltier-Element erhitzt wurde und die Wärme noch nicht am anderen Ende angekommen ist. Das Fallen der Temperaturdifferenz kommt dann daher, dass die an den Stab gegebene Wärme an der entfernten Messstelle angekommen ist. Da das Peltier-Element den Stab konstant erhitzt, ist der konstante Grenzwert zu erklären.

Aus der dynamischen Methode (Angström-Methode) wurde für Messing, Aluminium und Edelstahl die Wärmeleitfähigkeit κ errechnet.

Tabelle 7: Vergleich der im Experiment ermittelten Größen zu ihren Literaturwerten.

Metall	$\kappa_{\text{Messung}}[\text{W}/(\text{m K})]$	$\kappa_{\text{Literatur}}[\text{W}/(\text{m K})]$ [2]	Abweichung [%]
Messing (breit)	117,264	120	2,28
Aluminium	231,646	237	2,259
Edelstahl	16,145	15bis21	

In der Tabelle 7 sind die aus der Messung ermittelten Werte für κ neben den Literaturwerten aus der Tabelle 1 aufgelistet. An den prozentualen Abweichungen bei Messing und Aluminium ist zu erkennen, dass die Messung gut funktioniert hat. Auch der im Experiment ermittelte Wert für die Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl liegt in dem angegebenen Bereich der Literatur. Die Abweichungen sind durch die ungenaue Ermittlung der Amplituden und der Phasendifferenz zu erklären. Außerdem ist anzumerken, dass das Fenster im Raum die meiste Zeit offen war, welches trotz der Isolierung Auswirkungen haben kann. Die Temperatur im Raum war daher eher kühler als Zimmertemperatur, aber in der Zeit relativ konstant.

In der Abbildung 4 und der Abbildung 5 ist in dem Temperaturverlauf der nah am Peltier-Element liegenden Messstelle in der vierten Amplitude jeweils eine kleine Abweichung kurz nach dem Hochpunkt zu erkennen. Es ist anzunehmen, dass es sich hier um den Moment in der Messung handelt, wo aus Unsicherheit, in welche Stellung der Regler gebracht werden muss, dieser mehrfach bewegt wurde.

Literatur

- [1] TU Dortmund Fakultät Physik. *Versuchsanleitung zum Versuch V204 - Wärmeleitung von Metallen*. 2020.
- [2] *Spezifische Wärmeleitfähigkeit*. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Spezifische_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4t.html (besucht am 20.12.2020).