V106

Gekoppelte Pendel

Sonia Chander
sonia.chander@tu-dortmund.de

Jana Schlücking
jana.schluecking@tu-dortmund.de

Durchführung: 01.06.2021 Abgabe: 08.06.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Schwingungs- und Schwebungsdauer gekoppelter Pendel untersucht werden. Dabei werden gleichsinnige, gegensinnige und gekoppelte Schwingungen betrachtet.

2 Theorie

2.1 Einzelnes Fadenpendel

Zunächst wird ein einzelnes Fadenpendel, mit Länge l und Masse m betrachtet, welches reibungsfrei Schwingen soll. Bei einer Auslenkung wirkt die Gewichtskraft $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ entgegen der Bewegungsrichtung. Dadurch entsteht ein Drehmoment $M = D_p \cdot \phi$, wobei ϕ den Auslenkwinkel und D_p die Winkelrichtgröße beschreibt. Die Bewegungsgleichung kann für kleine Auslenkwinkel ($\phi \leq 10°$) mit $\sin(\phi) = \phi$ vereinfacht werden. Für die Bewegungsgleichung folgt:

$$J \cdot \ddot{\phi} + D_p \cdot \phi = 0.$$

Das Trägheitsmoment des Pendels wird mit J beschrieben. Eine harmonische Schwingung, also eine Bewegung, die nur mit Sinus und Kosinus Gliedern ausgedrückt werden kann, ist die Lösung dieser Bewegungsgleichung. Für die Schwingungsfrequenz gilt:

$$\omega = \sqrt{\frac{D_p}{J}} = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Somit ist die Schwingungsdauer bei der Kleinwinkelnäherung unabhängig von der Auslenkung und der Masse des Pendels.

2.2 Gekoppeltes Fadenpendel

Zwei Fadenpendel mit identischen Eigenschaften werden nun mithilfe einer Feder gekoppelt. Dadurch entsteht ein zusätzliches Drehmoment auf jedes Pendel:

$$M_1 = D_F \cdot (\phi_2 - \phi_1), \qquad M_2 = D_F \cdot (\phi_1 - \phi_2).$$

Die Bewegungen der Pendel hängen somit voneinander ab und es folgt ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem:

$$\begin{aligned} J \cdot \ddot{\phi}_1 + D \cdot \phi_1 &= D_F \cdot (\phi_2 - \phi_1), \\ J \cdot \ddot{\phi}_2 + D \cdot \phi_2 &= D_F \cdot (\phi_1 - \phi_2). \end{aligned}$$

Hierbei wird die Schwingung des einzelnen Pendels auf der linken Seite und die Kopplung der Feder auf der rechten Seite beschrieben. Das System kann durch geeignete Wahl der Auslenkungen entkoppelt und als Überlagerung von zwei Eigenschwingungen betrachtet werden. Auch hier beschreibt eine harmonische Schwingung die Lösung der entkoppelten Bewegungsgleichungen mit den Schwingungsfrequenzen ω_1, ω_2 und den Auslenkwinkel α_1, α_2. Durch verschiedene Anfangsbedingungen $\alpha(t = 0)$, $\dot{\alpha}(t = 0)$ werden unterschiedliche Schwingungen betrachtet.

2.2.1 Gleichsinnige Schwingungen

Die identischen Pendel werden um die gleichen Winkel ausgelenkt, $\alpha_1 = \alpha_2$. Die rücktreibende Kraft wird nur durch die Gravitation erzeugt, somit kann die Kopplungsfeder auch entfernt werden, da sie keinen Einfluss auf die Bewegung hat. Die Schwingungsfrequenz ist gleich der Eigenfrequenz der einzelnen Pendel und kann wie folgt beschrieben werden:

$$\omega_+ = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Für die Schwingungsdauer gilt somit:

$$T_+ = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{1}$$

2.2.2 Gegensinnige Schwingung

Bei der gegensinnigen Schwingung sind die zwei identischen, gekoppelten Pendeln um den gleichen Winkel entgegengesetzt ausgelenkt, $\alpha_1 = -\alpha_2$. Dadurch verursacht die Kopplungsfeder auf beide Pendel eine gleich große, entgegengesetzte Kraft, wodurch eine symmetrische Schwingung erzeugt wird. Für die Schwingungsfrequenz gilt:

$$\omega_- = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{2 \cdot K}{l}},$$

somit folgt für die Schwingungsdauer:

$$T_- = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g + 2 \cdot \kappa}}. \tag{2}$$

Die Kopplungskonstante der Feder wird mit κ beschrieben.

2.2.3 Gekoppelte Schwingung

Hierbei sind wieder zwei identische Pendel über eine Kopplungsfeder gekoppelt. Ein Pendel soll zunächst ruhen, $\alpha_1 = 0$ und das andere wird ausgelenkt, $\alpha_2 \neq 0$. Sobald das zweite Pendel beginnt zu schwingen, überträgt es seine Energie an das erste Pendel. Während das zweite Pendel immer langsamer wird, bis es zur Ruhe kommt, nimmt das erste Pendel immer größere Amplituden auf, bis es das Maximum erreicht. Die gerade beschriebene Bewegung bzw. der Energieübertrag widerholt sich. Die sogenannte Schwebung beschreibt die Zeit zwischen zwei Stillständen eines Pendels. Für die Schwebungsdauer T_S gilt:

$$T_S = \frac{T_+ \cdot T_-}{T_+ - T_-}, \tag{3}$$

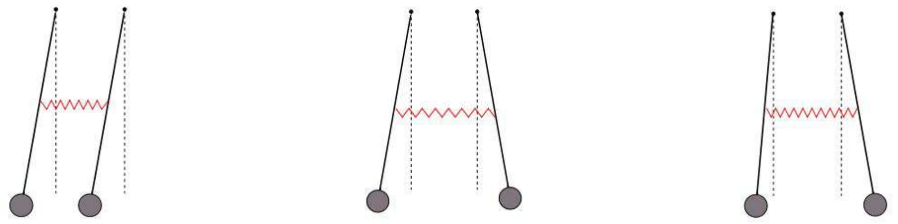
und für die Schwebungsfrequenz ω_S:

$$\omega_S = \omega_+ - \omega_-. \tag{4}$$

Die Schwingungsdauer T_+ wird aus der gleichsinnigen und T_- aus der gegensinnigen Schwingung ermittelt. Die Kopplungskonstante κ kann somit wie folgt bestimmt werden:

$$\kappa = \frac{\omega_-^2 - \omega_+^2}{\omega_-^2 - \omega_+^2} = \frac{T_+^2 - T_-^2}{T_+^2 + T_-^2}. \tag{5}$$

Alle genannten Schwingungsarten sind in Abbildung 1 zu sehen.



(a) Gleichsinnige Schwingung. **(b)** Gegensinnige Schwingung. **(c)** Gekoppelte Schwingung.

Abbildung 1: Die drei gekoppelten Schwingungsarten. [1]

3 Durchführung

Der Versuch wird für zwei Pendellängen durchgeführt. Beim ersten Durchlauf beträgt die Länge 35 cm, beim zweiten 102 cm.

3.1 Gleichsinnige Schwingung

Um eine gleichsinnige Schwingung bestmöglich zu untersuchen, wird auf die Kopplungsfeder verzichtet. Diese hat, wie in Unterunterabschnitt 2.2.1 beschrieben, keinen Einfluss auf die Bewegung. Dennoch ist eine gleichsinnige Schwingung mit einer Kopplungsfeder schwer umzusetzen. Zunächst wird das erste Pendel ausgelenkt, wobei auf die Kleinwinkelnäherung geachtet wird. Die Schwingungsdauer für fünf Schwingungen wird mithilfe von Stoppuhren aufgenommen. Durch die Aufnahme von fünf Schwingungen sollen Ungenauigkeiten minimiert werden. Da beide Praktikanten gleichzeitig messen, werden 10 Messungen durchgeführt. Somit werden 20 Schwingungszeiten für ein Pendel notiert. Derselbe Vorgang wird für das zweite Pendel wiederholt.

3.2 Gegensinnige Schwingung

Für die gegensinnige Schwingung wird die Kopplungsfeder wieder eingesetzt. Da die Auslenkungen nun gegesätzlich erfolgen, wird statt eine Auslenkung nach Außen (wie in Abbildung 1b) eine nach Innen, zur Mitte vorgenommen. Dadurch können Kollisionen der Masssen miteinander verhindert werden, welche die Messungen unbrauchbar machen würden. Ähnlich wie in Unterabschnitt 3.1 nehmen beide Praktikanten gleichzeitig Messungen auf, sodass 20 Schwingungszeiten notiert werden. Hierbei werden für beide Pendel gleichzeitig die Schwingungsdauer aufgenommen.

3.3 Gekoppelte Schwingung

Bei der gekoppelten Schwingung wird zunächst eine Messung für die Schwingungsdauer vorgenommen. Dabei wird das erste Pendel zur Ruhe gebracht und das zweite zum Schwingen angeregt. Die Schwingungsdauer für zwei Schwingungen wird notiert. Dieser Vorgang wird fünf Mal durchgeführt, sodass 10 Zeiten aufgenommen werden.
Um die Schwebungsdauer zu ermitteln, wird wie zuvor beschrieben das erste Pendel zunächst in die Ruhelage versetzt und das zweite zum Schwingen angeregt. Das erste Pendel fängt an zu schwingen bis es sein Maximum erreicht und kehrt dann langsam wieder zurück zu seiner Ruhelage. Diese Zeit zwischen den Stillständen wird von beiden Praktikanten gemessen. Dieser Vorgang wird insgesamt fünf Mal wiederholt, sodass 10 Zeiten notiert werden.

4 Auswertung

Es werden die gleichen Auswertungschritte für die verschiedenen Längen des Pendels durchgeführt.

4.1 Kurze Pendellänge

Das Pendel hat die Länge von $l = 35\,\mathrm{cm}$. In der Tabelle 1 lassen sich die Messdaten finden. Es werden bei der Untersuchung der einzelnen Schwingungen sowie bei der gegensinnigen Schwingung 5 Schwingungen gemessen, bei der gekoppelten Schwingung 2 Schwingungsdauer und eine Schwebungsdauer. Die Schwingungsdauern werden von beiden Praktikanten gleichzeitig gemessen, welches auch in der Tabelle 1 zu sehen ist.
Im Folgenden werden aus den aufgenommenen Daten die Mittelwerte $\bar{T} \pm \Delta T$ für die jeweilige Schwingungsmessung gebildet. Dies erfolgt über die Formeln

$$\bar{T} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} T_{\mathrm{k}}, \tag{6}$$

$$\Delta T = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \tag{7}$$

wobei σ die Standardabweichung beschreibt.

Für die Schwingungsdauer der gleichsinnigen Schwingung wird erstmal die Schwingungsdauer der einzelnen Pendel als Mittelwert der gemessenen Zeiten genommen, aus diesen zwei Werten wird dann nochmal das Mittel gebildet. Für das rechte Pendel ergibt sich eine Schwingungsdauer von

$$\bar{T}_{\mathrm{rechts}} = (1{,}259 \pm 0{,}007)\,\mathrm{s},$$

für das linke Pendel eine von

$$\bar{T}_{\mathrm{links}} = (1{,}262 \pm 0{,}008)\,\mathrm{s}.$$

Tabelle 1: Die Messdaten von der Messung der Pendellänge $l = 35\,\mathrm{cm}$.

$5 \cdot T_{\mathrm{rechts}}$ / s	$5 \cdot T_{\mathrm{links}}$ / s	$5 \cdot T_{\mathrm{gegen}}$ / s	$2 \cdot T_{\mathrm{schwing}}$ / s	T_{schweb} / s
Messdaten von Sonia				
6.09	6.87	5.40	2.73	9.23
6.02	6.13	5.50	2.20	8.40
6.32	6.35	5.57	2.65	8.46
6.59	6.29	5.47	2.42	8.00
6.36	6.47	5.86	2.35	8.89
6.20	6.39	5.53		
6.33	6.37	5.50		
6.50	6.40	5.39		
6.49	6.40	5.59		
6.19	6.33	5.46		
Messdaten von Jana				
6.58	6.45	5.36	2.40	8.86
6.36	6.16	5.16	2.53	8.02
6.22	6.13	5.32	2.26	8.23
6.10	6.18	5.38	2.23	7.93
6.46	6.01	5.56	2.30	9.00
6.23	6.13	5.30		
6.20	6.13	5.35		
6.22	6.18	5.32		
6.22	6.32	5.32		
6.22	6.49	5.36		

Damit ist die experimentell ermittelte Schwingungsdauer der gleichsinnigen Schwingung $T_+ = (1{,}260 \pm 0{,}005)\,\mathrm{s}$.
Der Theoriewert der gleichsinnigen Schwingung berechnet sich durch die Formel (1). Der Wert ergibt sich zu

$$T_{\text{theo, +}} = 1{,}187\,\mathrm{s}.$$

Die Dauer der gegensinnigen Schwingung wird über den Mittelwert $\bar{T}_{\text{gegen}}$ zu

$$T_- = \bar{T}_{\text{gegen}} = (1{,}087 \pm 0{,}006)\,\mathrm{s}$$

bestimmt.
Mit den Werten T_+ und T_- lässt sich nun die Kopplungskonstante κ über die Gleichung (5) berechnen. Der Fehler ergibt sich über die Gauss'sche Fehlerfortpflanzung, welche für eine beliebige Funktion $f(x, y)$

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + (\Delta y)^2 \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \tag{8}$$

lautet. Für κ folgt dementsprechend

$$\Delta\kappa = \sqrt{(\Delta T_+)^2 \cdot \left(\frac{4T_+T_-^2}{(T_+^2 + T_-^2)^2}\right)^2 (\Delta T_-)^2 \cdot \left(\frac{-4T_-T_+^2}{(T_+^2 + T_-^2)^2}\right)^2}. \tag{9}$$

Somit ist die Kopplungskonstante

$$\kappa = 0{,}147 \pm 0{,}007.$$

Nun lässt sich der Theoriewert der gegensinnigen Schwingung nach der Formel (2) berechnen. Er ergibt sich zu

$$T_{\text{theo, -}} = (1{,}1696 \pm 0{,}0008)\,\mathrm{s},$$

wobei sich die Unsicherheit hier durch $\Delta T_- = \Delta\kappa \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+2\kappa}^2}$ berechnet.

Bei der gekoppelten Schwingung werden die Schwingungdauer und die Schwebungsdauer gemessen. Die Werte berechnen sich als Mittelwert von zehn Messwerten. Es ergibt sich

$$\bar{T}_{\text{schwing}} = (1{,}204 \pm 0{,}027)\,\mathrm{s}$$

und

$$\bar{T}_{\text{schweb}} = (8{,}50 \pm 0{,}14)\,\mathrm{s}.$$

Der Theoriewert der Schwebungsdauer berechnet sich über die Gleichung (3) $T_\mathrm{s} = \frac{T_+ \cdot T_-}{T_+ - T_-}$, es werden die Theoriewerte genutzt. Der Fehler ergibt durch den Fehler des Theoriewertes der gegensinnigen Schwingung. Nach der Gauss'schen Fehlerfortpflanzung (8) errechnet sich der Fehler durch

$$\Delta T_\mathrm{s} = \Delta T_{\text{theo, -}} \cdot \left(\frac{T_+^2}{(T_+ - T_-)^2} \right). \tag{10}$$

Somit lautet der Theoriewert der Schwebungsdauer

$$T_{\text{theo, s}} = (80 \pm 4)\,\mathrm{s}.$$

Die Kreisfrequenzen ω berechnen sich aus den jeweiligen Schwingungsdauern, es ergibt sich der Fehler nach der Gauss'schen Fehlerrechnung (8). Es gilt somit

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \pm \Delta T \cdot \frac{2\pi}{T^2}. \tag{11}$$

Dementsprechend lauten die Werte:

$$\begin{aligned} \omega_+ &= (4{,}985 \pm 0{,}022)\,\mathrm{Hz} & \omega_{\text{theo},+} &= 5{,}293\,\mathrm{Hz} \\ \omega_- &= (5{,}780 \pm 0{,}034)\,\mathrm{Hz} & \omega_{\text{theo},-} &= (5{,}372 \pm 0{,}004)\,\mathrm{Hz} \\ \omega_\mathrm{s} &= (0{,}739 \pm 0{,}012)\,\mathrm{Hz} & \omega_{\text{theo, s}} &= (-0{,}079 \pm 0{,}004)\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

Da die Kreisfrequenz von der Schwebung über $\omega_+ - \omega_-$ (4) berechnet wird, ist hier der Fehler durch die Formel

$$\Delta\omega_\mathrm{s} = \sqrt{(\Delta\omega_+)^2 + (\Delta\omega_-)^2} \tag{12}$$

zu rechnen.

4.2 Lange Pendellänge

Es wird eine Pendellänge von $l = 1{,}02\,\mathrm{m}$ genutzt. Es wurde analog zur kurzen Pendellänge für die einzelnen Pendel und die gegensinnige Schwingung jeweils 5 Schwingungsdauern gemessen, zwei Schwingungsdauern beim gekoppelten Pendel und eine Schwebungsdauer. Die Messdaten werden in der Tabelle 2 eintragen.
Analog zur kurzen Pendellänge werden die Mittelwerte nach den Formeln (6) und (7) ermittelt. Für das rechte Pendel ergibt sich der Wert

$$\bar{T}_\text{rechts} = (1{,}949 \pm 0{,}007)\,\mathrm{s},$$

für das linke Pendel eine von

$$\bar{T}_\text{links} = (1{,}972 \pm 0{,}007)\,\mathrm{s}.$$

Tabelle 2: Die Messdaten von der Messung der Pendellänge $l = 102\,\mathrm{cm}$.

$5 \cdot T_{\text{rechts}}$ / s	$5 \cdot T_{\text{links}}$ / s	$5 \cdot T_{\text{gegen}}$ / s	$2 \cdot T_{\text{schwing}}$ / s	T_{schweb} / s
Messdaten von Sonia				
9.66	10.06	9.44	3.46	26.33
10.02	9.99	9.46	3.79	26.52
9.69	9.49	9.37	3.70	26.51
9.40	9.73	9.40	3.85	26.20
9.76	9.72	9.29	3.92	26.37
9.66	10.04	9.33		
9.83	9.96	9.33		
9.82	9.94	9.37		
9.46	9.87	9.26		
9.82	10.13	9.30		
Messdaten von Jana				
9.58	10.03	8.96	3.86	25.72
9.86	9.88	9.14	3.55	27.57
9.92	9.90	9.03	3.35	26.58
9.65	9.88	9.02	3.41	25.26
9.89	9.92	9.16	3.54	26.10
9.68	9.69	9.10		
9.51	9.60	9.04		
9.80	9.83	9.31		
9.92	9.75	9.42		
9.93	9.76	9.11		

Damit ist die experimentell ermittelte Schwingungsdauer der gleichsinnigen Schwingung $T_+ = (1{,}960 \pm 0{,}005)\,\mathrm{s}$.
Der Theoriewert der gleichsinnigen Schwingung berechnet sich über (1) und lautet

$$T_{\text{theo, +}} = 2{,}026\,\mathrm{s}.$$

Die Schwingungsdauer der gegensinnigen Schwingung ergibt sich zu

$$T_- = \bar{T}_{\text{gegen}} = (1{,}848 \pm 0{,}007)\,\mathrm{s}.$$

Somit kann nun die Kopplungskonstante κ nach (5) bestimmt werden. Die Fehlerrechnung erfolgt analog zu kurzen Pendellänge nach (9). Die Kopplungskonstante κ lautet

$$\kappa = 0{,}059 \pm 0{,}005.$$

Der Theoriewert der gegensinnigen Schwingung lässt sich nun zu

$$T_{\text{theo, -}} = (2{,}0144 \pm 0{,}0009)\,\mathrm{s},$$

wobei sich der Fehler gemäß der Gauss'schen Fehlerfortpflanzung (8) über die Formel $\Delta T_- = \Delta\kappa \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+2\kappa}^2}$ berechnet.

Für die gekoppelte Schwingung berechnen sich die Schwingungsdauer und die Schwebungsdauer über die Mittelwerte gemäß der Formel (6) und (7). Die Schwingungsdauer ist

$$\bar{T}_{\text{schwing}} = (1{,}821 \pm 0{,}031)\,\mathrm{s},$$

die Schwebungsdauer

$$\bar{T}_{\text{schweb}} = (26{,}32 \pm 0{,}18)\,\mathrm{s}.$$

Der Theoriewert für die Schwebungsdauer wird mit der Formel (3) berechnet, der Fehler nach (10). Es ergibt sich

$$T_{\text{theo, s}} = (340 \pm 26)\,\mathrm{s}.$$

Die Kreisfrequenzen berechnen sich nach der Formel (11) aus den gemessenen Schwingungsdauern. Die Werte lauten:

$$\begin{aligned} \omega_+ &= (3{,}205 \pm 0{,}008)\,\mathrm{Hz} & \omega_{\text{theo,+}} &= 3{,}100\,\mathrm{Hz} \\ \omega_- &= (3{,}399 \pm 0{,}013)\,\mathrm{Hz} & \omega_{\text{theo,}-} &= (3{,}1192 \pm 0{,}0014)\,\mathrm{Hz} \\ \omega_{\mathrm{s}} &= (0{,}2388 \pm 0{,}0016)\,\mathrm{Hz} & \omega_{\text{theo, s}} &= (-0{,}0185 \pm 0{,}0014)\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

Hierbei wird die Kreisfrequenz der Schwebung über die Formel (4) gerechnet und der Fehler über die Gleichung (12).

5 Diskussion

In der Tabelle 3 sind die ermittelten Werte neben den theoretisch errechnenten Werten zu sehen.

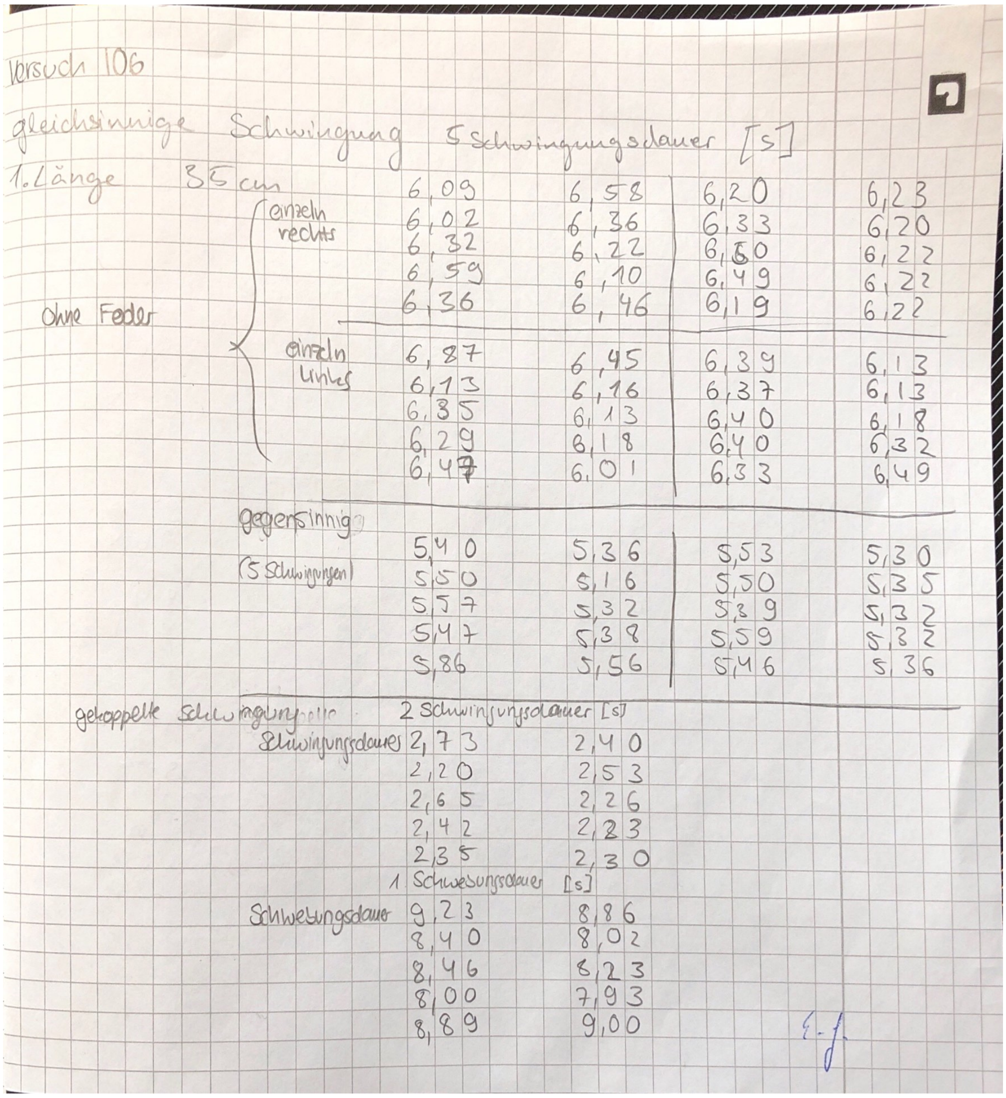
Tabelle 3: Der Vergleich der experimentell ermittelten und theoretisch errechneten Werte.

Art	T / s		ΔT/ %	ω / Hz		$\Delta\omega$/ %
	exp	theo		exp	theo	
Kurze Pendellänge ($l = 0{,}35\,\mathrm{m}$)						
gleichsinnig	1.260 ± 0.005	1.187	6.2	4.985 ± 0.022	5.293	5.8
gegensinnig	1.087 ± 0.006	1.169	7.1	5.780 ± 0.034	5.372	7.6
Schwebung	8.500 ± 0.140	80	89.3	0.739 ± 0.012	-0.079	1040
Lange Pendellänge ($l = 1{,}02\,\mathrm{m}$)						
gleichsinnig	1.969 ± 0.005	2.026	3.2	3.205 ± 0.008	3.100	3.4
gegensinnig	1.848 ± 0.007	2.014	8.2	3.399 ± 0.013	3.119	9.0
Schwebung	26.320 ± 0.180	340	92.3	0.238 ± 0.001	-0.018	1390

Es ist zu sehen, dass die Abweichung für die gleichsinnige Schwingung sowohl bei der kurzen, als auch bei der langen Pendellänge recht klein ist, das gemessene Ergebnis liegt somit sehr nah am Theoriewert. Die Werte für die gegensinnige Schwingung haben eine größere Abweichung, welche jedoch unter 10 % liegt. Dies ist damit zu erklären, dass die Theoriewerte mit der experimentell ermittelten Kopplungskonstante berechnet werden, wodurch sich die Fehler fortpflanzen können. Außerdem wurde der Mittelwert über weniger Werte gebildet, wodurch einzelne Fehler einen größeren Einfluss haben. Die Schwebungsdauer hat sehr große Abweichungen. Dies kann einerseits daran liegen, dass nur eine Schwebungsdauer gemessen wird, andererseits wird der Mittelwert auch über weniger Werte gebildet. Die Messung der Schwebungsdauer ist auch die komplizierteste, da es einen größeren Spielraum gibt, in dem eine Schwebungsdauer für einen Zeitmesser durch sein kann. Analog kann man das Beschriebene bei den Frequenzen sehen, da die Werte hier besonders für die Schwebung sehr klein sind, ist die prozentualen Abweichungen nocheinmal deutlich höher. Zwischen den verschiedenen Pendellängen lässt sich keine andere Entwicklung feststellen, die Unterschiede haben ein normales Maß.

Das Experiment hat relativ viele Fehlerquellen. Erstmal werden die Längen der Pendel mit einem Maßband gemessen, der Mittelpunkt der Masse und der Mittelpunkt der Aufhägung sind nicht klar zu sehen, sondern müssen erahnt werden. Für die ganzen Rechnungen wird die Kleinwinkelnäherung angenommen, jedoch ist in dem Versuchsaufbau kein Winkelmesser dabei, sodass dies nicht genau überprüft werden kann. Selbstverständlich kommt es durch Reibung an der Aufhängung und Luftwiderstand zu Energieverlusten, welche theoretisch auch nicht einberechnet werden. Durch das Messen von zwei Leuten gleichzeitig werden Abweichungen, die durch die Perspektive und die Schnelligkeit des Zeitmessers kommen, minimiert. Durch das Aufnehmen von mehr Werten kann die Messung verbessert werden, jedoch verbessert die Messung über mehr Schwingungsperioden das Ergebnis nicht.

6 Anhang


Versuch 106

gleichsinnige Schwingung — 5 Schwingungsdauer [s]

1. Länge 35 cm

Ohne Feder

einzeln rechts	6,09	6,58	6,20	6,23
	6,02	6,36	6,33	6,20
	6,32	6,22	6,50	6,22
	6,59	6,10	6,49	6,22
	6,36	6,46	6,19	6,22
einzeln links	6,87	6,45	6,39	6,13
	6,13	6,16	6,37	6,13
	6,35	6,13	6,40	6,18
	6,29	6,18	6,40	6,32
	6,47	6,01	6,33	6,49
gegensinnig (5 Schwingungen)	5,40	5,36	5,53	5,30
	5,50	5,16	5,50	5,35
	5,57	5,32	5,39	5,32
	5,47	5,38	5,59	5,32
	5,86	5,56	5,46	5,36

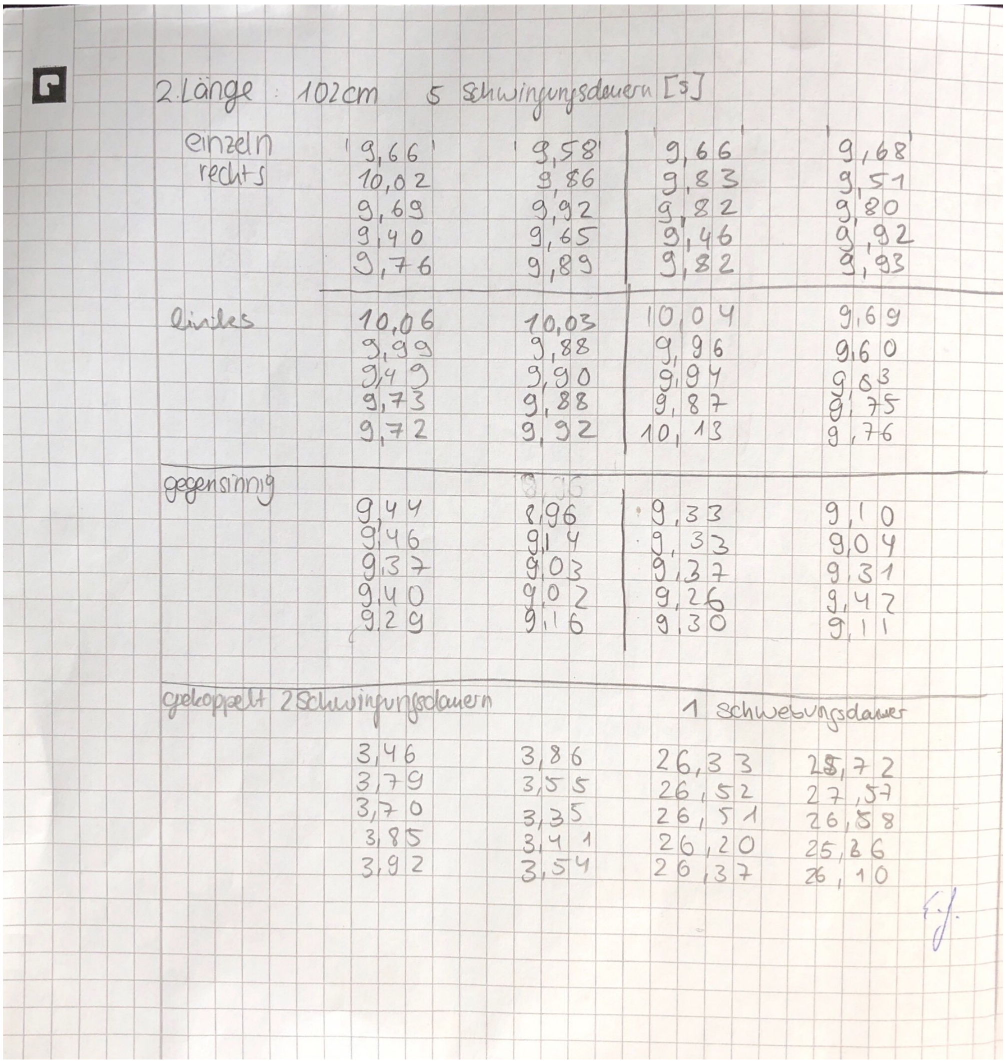
gekoppelte Schwingung — 2 Schwingungsdauer [s]

Schwingungsdauer	2,73	2,40
	2,20	2,53
	2,65	2,26
	2,42	2,23
	2,35	2,30

1 Schwebungsdauer [s]

Schwebungsdauer	9,23	8,86
	8,40	8,02
	8,46	8,23
	8,00	7,93
	8,89	9,00

Abbildung 2: Die Originaldaten von der Versuchsdurchführung der Länge $l = 35\,\text{cm}$.



2.Länge : 102cm 5 Schwingungsdauern [s]

einzeln rechts	9,66	9,58	9,66	9,68
	10,02	9,86	9,83	9,51
	9,69	9,92	9,82	9,80
	9,40	9,65	9,46	9,92
	9,76	9,89	9,82	9,93
links	10,06	10,03	10,04	9,69
	9,99	9,88	9,96	9,60
	9,49	9,90	9,94	9,83
	9,73	9,88	9,87	9,75
	9,72	9,92	10,13	9,76
gegensinnig	9,44	8,96	9,33	9,10
	9,46	9,14	9,33	9,04
	9,37	9,03	9,37	9,31
	9,40	9,02	9,26	9,42
	9,29	9,16	9,30	9,11
gekoppelt	2 Schwingungsdauern		1 Schwebungsdauer	
	3,46	3,86	26,33	25,72
	3,79	3,55	26,52	27,57
	3,70	3,35	26,51	26,58
	3,85	3,41	26,20	25,36
	3,92	3,54	26,37	26,10

Abbildung 3: Die Originaldaten von der Versuchsdurchführung der Länge $l = 102\,\mathrm{cm}$.

Literatur

[1] TU Dortmund. *V106: Gekoppelte Pendel*. 2021.