WIKIPÉDIA

Teste de Wilcoxon

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

O **teste de Wilcoxon** ou **teste dos postos sinalizados de Wilcoxon** é um teste de hipóteses não paramétrico utilizado quando se deseja comparar duas amostras relacionadas, amostras emparelhadas ou medidas repetidas em uma única amostra para avaliar se os postos médios populacionais diferem (i.e. é um teste de diferenças pareadas). Pode ser usado como uma alternativa ao teste t de Student, teste t para pares correspondentes ou o teste t para amostras dependentes quando não se pode assumir que a população é normalmente distribuída.[1] Um teste dos postos sinalizados de Wilcoxon é um teste não paramétrico que pode ser usado para determinar se duas amostras dependentes foram selecionadas a partir de populações que têm a mesma distribuição. Um teste da soma dos postos de Wilcoxon é um teste não paramétrico que pode ser usado para determinar se duas amostras independentes foram selecionadas a partir de populações que têm a mesma distribuição.

Índice

História

O teste é nomeado para Frank Wilcoxon (1892-1965), que em um único artigo propôs o teste de soma dos postos para duas amostras independentes (Wilcoxon, 1945).[2] O teste foi popularizado por Sidney Siegel (1956) em seu influente livro sobre estatística não-paramétrica.[3] Siegel usou o símbolo T para um valor relacionado, mas não igual a W. Em consequência, o teste é por vezes referido como o **teste T de Wilcoxon** e o teste estatístico é relatado como um valor de T.

Pressupostos

1. Os dados são pareados e provêm da mesma população;
2. Cada par é escolhido aleatoriamente e de forma independente;
3. Os dados são medidos pelo menos em uma escala ordinal (i.e., eles não podem ser nominais).

Procedimentos do teste

Seja N o tamanho da amostra, i.e., o número de pares. Assim, há um total de $2N$ pontos de dados. Para os pares $i = 1, \ldots, N$, $x_{1,i}$ e $x_{2,i}$ indicam as medidas.

> H_0: A diferença entre os pares segue uma distribuição simétrica em torno de zero;
> H_1: A diferença entre os pares não segue uma distribuição simétrica em torno de zero.

1. Para $i = 1, \ldots, N$, calcule $|x_{2,i} - x_{1,i}|$ e $\operatorname{sgn}(x_{2,i} - x_{1,i})$, onde sgn é a função sinal.
2. Exclua os pares com $|x_{2,i} - x_{1,i}| = 0$. Seja N_r o tamanho da amostra reduzida.
3. Ordene os N_r pares remanescentes da menor diferença absoluta para a maior diferença absoluta, $|x_{2,i} - x_{1,i}|$.
4. Atribua postos aos pares, começando com o menor como 1. Valores repetidos recebem um posto igual a média dos postos que eles abrangem. Seja R_i denotando o posto do par i.
5. Calcule o teste estatístico W

   $W = \sum_{i=1}^{N_r} [\operatorname{sgn}(x_{2,i} - x_{1,i}) \cdot R_i]$, a soma dos postos sinalizados.

6. Sob a hipótese nula, W segue uma distribuição específica sem uma expressão simples. Esta distribuição tem um valor esperado valor esperado de 0 e uma variância de $\frac{N_r(N_r+1)(2N_r+1)}{6}$.

   W pode ser comparado com um valor crítico da tabela de referência.[1]
   O teste bicaudal consiste em rejeitar H_0 se $|W| > W_{\text{crítico},N_r}$.

7. Conforme N_r aumenta, a distribuição amostral de W converge a uma distribuição normal. Portanto,

   Para $N_r \geq 10$, um valor-z pode ser calculado como
   $z = \frac{W}{\sigma_W}, \sigma_W = \sqrt{\frac{N_r(N_r+1)(2N_r+1)}{6}}$.
   Em um teste bicaudal, rejeita-se H_0 se $|z| > z_{\text{crítico}}$.
   Alternativamente, testes monocaudais podem ser feitos tanto com a distribuição exata quanto com a aproximada. p-valores também podem ser calculados.

Teste Original

A proposta original de Wilcoxon utilizava uma estatística diferente. Denotado por Siegel como a estatística T, é a menor das duas somas de postos de sinal dado; no exemplo dado abaixo, portanto, T será igual a $3 + 4 + 5 + 6 = 18$. Valores baixos de T são necessários para a significância. Como será óbvio a partir do exemplo abaixo, T é mais fácil de calcular a mão do que W e o teste é equivalente ao teste bicaudal descrito acima; no entanto, a distribuição da estatística sob H_0 tem de ser ajustada.

Exemplo

i	$x_{2,i}$	$x_{1,i}$	$x_{2,i} - x_{1,i}$	
			sgn	abs
1	125	110	1	15
2	115	122	–1	7
3	130	125	1	5
4	140	120	1	20
5	140	140		0
6	115	124	–1	9
7	140	123	1	17
8	125	137	–1	12
9	140	135	1	5
10	135	145	–1	10

ordene por diferenças absolutas

i	$x_{2,i}$	$x_{1,i}$	$x_{2,i} - x_{1,i}$			
			sgn	abs	R_i	$\text{sgn} \cdot R_i$
5	140	140		0		
3	130	125	1	5	1.5	1.5
9	140	135	1	5	1.5	1.5
2	115	122	–1	7	3	–3
6	115	124	–1	9	4	–4
10	135	145	–1	10	5	–5
8	125	137	–1	12	6	–6
1	125	110	1	15	7	7
7	140	123	1	17	8	8
4	140	120	1	20	9	9

sgn é a função sinal, abs é o valor absoluto e R_i é o posto. Observe que os pares 3 e 9 são iguais em valor absoluto. Eles estariam classificados como 1 e 2, então cada um recebe a média desses postos, 1.5.

$N_r = 10 - 1 = 9, \quad |W| = |1.5 + 1.5 - 3 - 4 - 5 - 6 + 7 + 8 + 9| = 9.$

$|W| > W_{\alpha=0.05,\ 9,\ \text{bicaudal}} = 6$

$\therefore$ Rejeita-se H_0.

Implementações

- ALGLIB (http://www.alglib.net/statistics/hypothesistesting/wilcoxonsignedrank.php) inclui a implementação do teste de Wilcoxon em C++, C#, Delphi, Visual Basic, etc;
- O software estatístico livre R inclui uma implementação de teste como `wilcox.test(x,y, paired=TRUE)`, onde x e y são vetores de mesmo comprimento;[4]
- GNU Octave implementa várias versões mono e bicaudais do teste na função `wilcoxon_test;`
- SciPy (http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.wilcoxon.html) inclui uma implementação do teste de Wilcoxon em Python;
- Acord.NET (http://accord-framework.net/docs/html/T_Accord_Statistics_Testing_WilcoxonSignedRankTest.htm) inclui uma implementação do teste de Wilcoxon em C# para aplicações .NET.

Veja também

- Teste de Mann–Whitney-Wilcoxon (o teste variante para duas amostras independentes)
- Teste de sinal (Como o teste de Wilcoxon, mas sem a suposição de distribuição simétrica das diferenças em torno da mediana, e sem usar a magnitude da diferença)

Referências

1. Lowry, Richard. «Concepts & Applications of Inferential Statistics» (https://web.archive.org/web/20170604093305/http://faculty.vassar.edu/lowry/ch12a.html). Consultado em 19 de

maio de 2017. Arquivado do original (http://faculty.vassar.edu/lowry/ch12a.html) em 4 de junho de 2017

2. Wilcoxon, Frank (1945). «Individual comparisons by ranking methods» (http://sci2s.ugr.es/keel/pdf/algorithm/articulo/wilcoxon1945.pdf) (PDF). *Biometrics Bulletin*. **1** (6): 80-83
3. Siegel, Sidney. *Non-parametric statistics for the behavioral sciences* (https://books.google.com/books?id=ebfRAAAAMAAJ&dq=Wilcoxon+statistics+for+the+behavioral+sciences+Non-parametric&q=Wilcoxon#search_anchor). Nova Iorque: McGraw-Hill. pp. 75–83
4. Dalgaard, Peter (2008). *Introductory Statistics with R* (https://books.google.com/books?id=YI0kT8cuiVUC&pg=PA99). [S.l.]: Springer Science & Business Media. pp. 99–100. ISBN 978-0-387-79053-4
