

LABORATORIJSKE VJEŽBE IZ ALGORITAMA I

STRUKTURA PODATAKA

Vježba 4

Binarna stabla

Za razliku od nizova, polja, lista, stoga i reda koji predstavljaju linearne strukture podataka, stablo je nelinearna struktura podataka.

Binarno stablo T definira se kao konačni skup elemenata, zvanih *čvorovi*, za koje vrijedi :

- (1) T je prazno (*prazno stablo* ili *null stablo*)
- (2) T sadržava posebni čvor R , koji se zove korijen stabla T , i preostale čvorove koji oblikuju uređeni par odvojenih binarnih podstabala T_1 i T_2 .

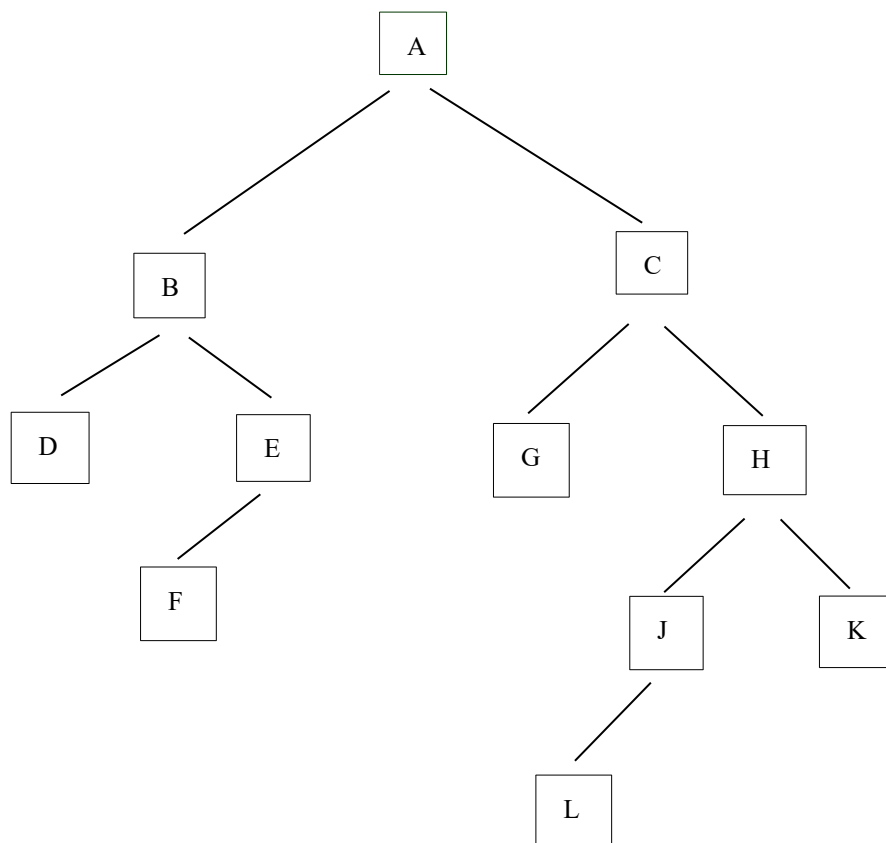
T_1 i T_2 nazivamo lijevo i desno podstablo, a čvorove T_1 i T_2 lijevi i desni naslijednik (dijete) čvora T .

Binarno stablo obično se prikazuje pomoću dijagrama. Dijagram na slici 4.1. prikazuje binarno stablo koje : (1) se sastoji od 11 čvorova, prikazanih slovima od A do L. (2) korijen stabla T je čvor A na vrhu dijagrama. (3) lijeva prema dolje usmjerena linija čvora i pokazuje na lijevog naslijednika od i , a desna na desnog naslijednika. Npr.

- (a) B je lijevi a C desni naslijednik čvora A.
- (b) lijevo podstablo čvora A sastoji se od čvorova B,D,E i F, a desno podstablo od čvorova C,G,H,J,K i L.

Svaki čvor i u binarnom stablu T ima 0, 1 ili 2 naslijednika. Čvorovi A, B, C i H imaju dva naslijednika, čvorovi E i J samo jednog, a čvorovi D, F, G i L nemaju naslijednika. Čvorovi bez naslijednika zovu se *krajnji čvorovi* (listovi).

Gornja definicija binarnog stabla je rekurzivna budući da je T definirano pomoću podstabla T_1 i T_2 .



Slika 4.1. Dijagram binarnog stabla

PRIKAZ BINARNIH STABLA U MEMORIJI

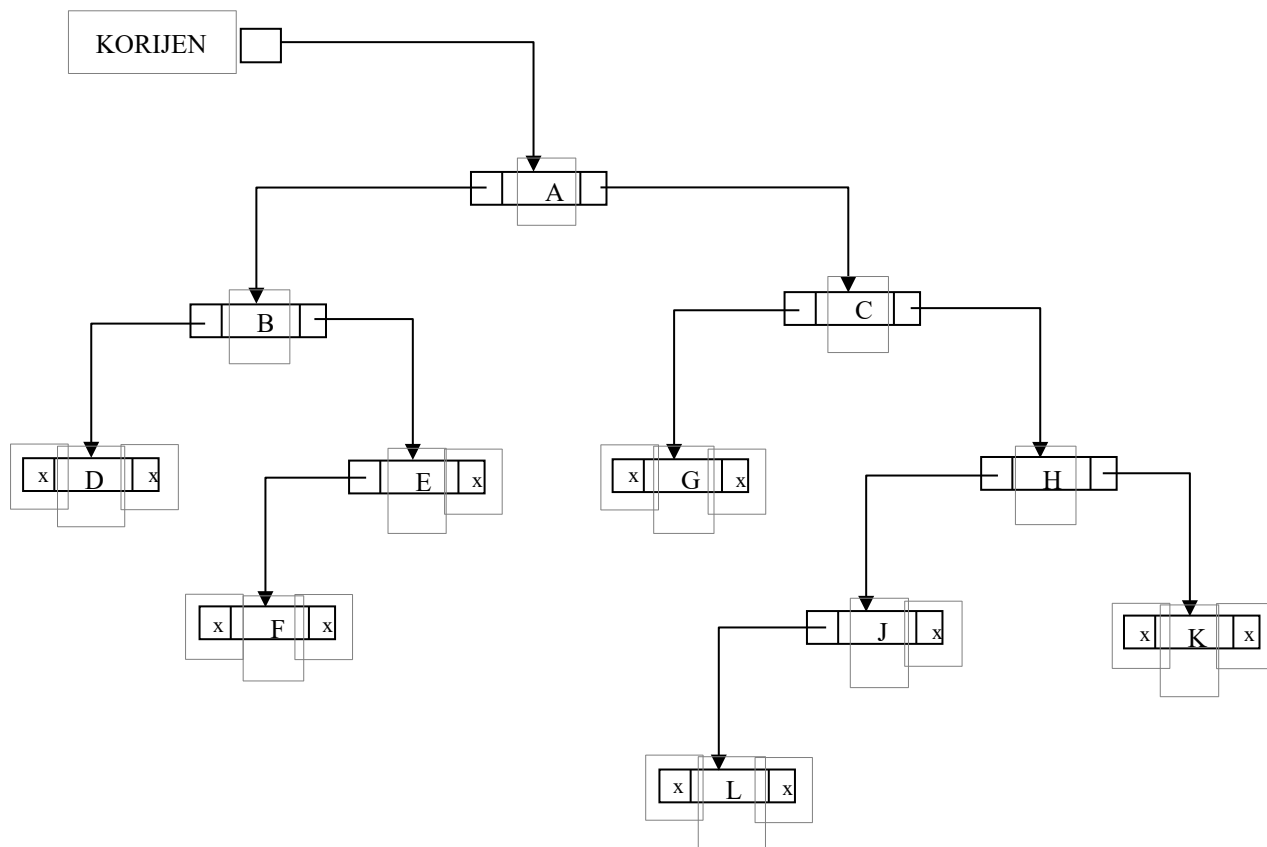
Neka je T binarno stablo. Postoje dva načina za zapis binarnog stabla u memoriji računala. Prvi način zove se *vezni prikaz* (eng. link representation) i on je analogan načinu prikaza linearnih lista. Drugi način, upotrebom *matrice s 3 stupca*. Glavni zahtjev kod bilo kojeg prikaza stabla T je da on omogućuje direktan pristup korijenu R i da za bilo koji čvor i omogućuje direktan pristup djeci od i .

Vezni prikaz binarnih stabala

Vezni prikaz koristi tri paralelna polja, X, LIJEVI i DESNI i pokazivačku varijablu KORIJEN na slijedeći način :

- (1) $X[i]$ sadrži podatak čvora i
- (2) $LIJEVI[i]$ sadrži adresu lijevog djeteta čvora i
- (3) $DESNI[i]$ sadrži adresu desnog djeteta čvora i

KORIJEN sadrži adresu korijena stabla. Ako je bilo koje podstablo prazno, tada odgovarajući pokazivač sadrži null vrijednost. Ako je stablo T prazno, KORIJEN sadrži null vrijednost.



Slika 4.2. Dijagram veznog prikaza liste

	X	LIJEVI	DESNI
1	A	7	2
2	C	3	5
3	G	0	0
4	K	0	0
5	H	10	4
6	L	0	0
7	B	11	9
8	F	0	0
9	E	8	0
10	J	6	0
11	D	0	0

Slika 4.3. Tablica prikaza u matrici s tri stupca

Na slici 4.2. prikazan je shematski dijagram veznog prikaza liste. Svaki čvor sastoji se od tri polja a prazno podstablo označeno je sa (x – stavljamo NULL, donosno u prikazu matricom s 3 stupca to je 0).

U praksi se za vezni prikaz ne koriste tri polja već **struktura s pokazivačem**,

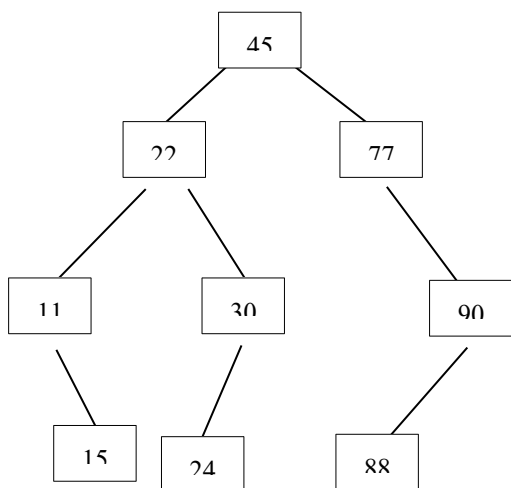
```
struct cvor {  
    tip x;  
    struct cvor *lijevi;  
    struct cvor *desni;  
}
```

Prikaz potpunog binarnog stabla pomoću niza

Pretpostavimo da je T potpuno ili gotovo potpuno stablo. Tada je *sekvencijalni prikaz* učinkovit način za spremanje stabla u memoriju računala. Taj prikaz koristi samo jedno polje STABLO:

- (a) korijen R stabla T sprema se u STABLO[1]
- (b) ako se čvor i nalazi na STABLO[i] tada je njegovo lijevo dijete na STABLO[$2*i$] a desno dijete na STABLO[$2*i+1$]

Sekvencijalni prikaz stabla T sa slike 4.4. dan je na slici 4.5. Primjetite da nam treba 14 lokacija polja STABLO iako T ima samo 9 čvorova. Općenito, sekvencijalni prikaz stabla dubine d zahtijevat će polje s približno 2^d elementa. Prema tome, sekvencijalni prikaz je obično neučinkovit osim za slučaj potpunog ili gotovo potpunog binarnog stabla.



	STABLO
1	45
2	22
3	77
4	11
5	30
6	
7	90
8	
9	15
10	25
11	
12	
13	
14	88
15	
16	
.	
.	
.	
29	

Slika 4.4. Sekvencijalni prikaz stabla

Slika 4.5. Prikaz stabla u memoriji

Obilazak stabla

Postoje tri načina obilaska binarnog stabla T s korijenom R . Ta tri algoritma se zovu *preorder*, *inorder* i *postorder*.

Preorder:

- (1) Obradi korijen R
- (2) Putuj lijevom podstablom R na preorder način
- (3) Putuj desnom podstablom R na preorder način

Inorder:

- (1) Putuj lijevom podstablom R na inorder način
- (2) Obradi korijen R
- (3) Putuj desnom podstablom R na inorder način

Postorder:

- (1) Putuj lijevom podstablom R na postorder način
- (2) Putuj desnom podstablom R na postorder način
- (3) Obradi korijen R

POREDANO (SORTIRANO) BINARNO STABLO

Poredano binarno stablo jedno je od najvažnijih struktura u računarstvu. Ta struktura omogućuje traženje elementa sa srednjim vremenom traženja $f(n) = O(\log_2 n)$. Pored toga, omogućuje i jednostavno brisanje i umetanje elemenata. Ta struktura razlikuje se od slijedećih struktura :

(a) *Poredana (sortirana) polja*. Kod te strukture srednje vrijeme traženja je također

$f(n) = O(\log_2 n)$, ali je umetanje i brisanje elemenata vremenski zahtjevno.

(b) *Linearne liste*. Ovdje je jednostavno umetanje i brisanje elemenata ali traženje elementa je vremenski zahtjevno sa srednjim vremenom traženja $f(n) = O(n)$ budući da trebamo čitati listu po redu sve dok ne dođemo do traženog elementa.

Pretpostavimo da je T binarno stablo. T se zove poredano binarno stablo (ili sortirano binarno stablo) ako svaki čvor N od T ima slijedeće svojstvo : Vrijednost u čvoru N nije manja od bilo koje od vrijednosti lijevog podstabla od N a niti veća od bilo koje od vrijednosti desnog podstabla od N .

PRIPREMA ZA VJEŽBU:

Zadatak 1.

Pretpostavite da je T binarno stablo prikazano statički u memoriji pomoću matrice s tri stupca (0 je vrijednost koja znači da nema nasljednika):

	X	LIJEVI	DESNI
1	90	5	2
2	30	8	13
3	40	0	0
4	50	0	0
5	60	9	6
6	70	0	7
7	80	0	0
8	20	0	0
9	10	10	14
10	65	0	0
11	35	0	12
12	45	3	4
13	55	11	0
14	95	0	0

Nacrtajte shemu ovog stabla.

Zadatak 2.

Potrebno je napraviti program u kojem dodajemo čvorove (podatke) u poredano binarno stablo (Koristiti algoritam DODAJ P s predavanja). Podaci u tom stablu biti će slova. Dodavati redom slova Vašeg imena i prezimena, a program ih mora redom dodavati u predano binarno stablo. Nacrtati kako ovakvo stablo izgleda.

Napraviti funkcije koje će raditi obilazak ovakvog stabla:

- preorder (NLD)
- inorder (LND)
- postorder (LDN)

Napisati redoljed obilaska čvorova za svaku od ovih funkcija, za stablo koje se dobije od Vašeg imena i prezimena.

Prezime i ime: _____

Broj indeksa: _____

Zadatak 1.

- Nacrtati stablo iz zadatka 1?

- Kao komentar napisati koje od posebnih vrsta stabala je stablo koje ste nacrtali (za veću ocjenu):

Zadatak 2.

- Nacrtati kako izgleda stablo iz zadatka 2

- Obilasci:

Preorder: _____

Inorder: _____

Postorder: _____

- Napišite vlastiti komentar
