

Nachrichtentechnik

Übung 2



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Rauschen / Störungsarme Übertragung

1 Kurzfragen

Verstärkerekaskade

Gegeben ist ein Empfangssystem mit zwei Verstärkern und einem Kabel. Der Verstärker V1 hat eine Verstärkung von $g_1 = 10 \text{ dB}$ und eine Rauschzahl von $F_1 = 4$. Die Verstärkung des Verstärkers V2 ist 20 dB mit der Rauschzahl $F_2 = 6$. Beide Rauschzahlen sind auf die Temperatur $T_0 = 300 \text{ K}$ bezogen. Das Kabel ist 10 m lang mit einem Dämpfungsbelag von 4 dB/m . Welche Reihenfolge der Verstärker und des Kabels ist bezüglich des SNR am Ausgang am sinnvollsten?

- ☐ Verstärker V1 → Verstärker V2 → Kabel
- ☐ Kabel → Verstärker V2 → Verstärker V1
- ☐ Verstärker V2 → Verstärker V1 → Kabel
- ☐ Verstärker V1 → Kabel → Verstärker V2
- ☐ Die Reihenfolge ist egal

- erst Verst. dann Kabel, sonst Rausch. mit Verst.

- erst Rauschzahl (kleiner besser) dann Verstärk. (gr. besser)

Systemrauschtemperatur

Welche Aussage über die Systemrauschtemperatur ist richtig?

- ☐ Sie beschreibt alle Rauschquellen eines Systems. Sie ist für alle Positionen innerhalb des Systems gleich.
- ☐ Sie ist die Summe der physikalisch bedingten Rauschtemperaturen.
- ☐ Sie ist eine nicht direkt messbare Größe, welche alle Rauschquellen im System an einer Position beschreibt.
- ☐ Sie dient der Analyse rauschender Baugruppen, welche durch ihre Verwendung aus dem System entfernt werden können.
- ☐ Sie beschreibt die Auswirkungen der über die Antenne eingefangener Störungen auf das Empfangssystem.

Antennenrauschtemperatur

Welche der folgenden Aussagen trifft auf die äquivalente Antennenrauschtemperatur zu?

- ☐ Sie hängt ausschließlich von der Umgebungstemperatur der Antenne ab.
- ☒ Sie steigt, wenn die Antenne auf die Sonne ausgerichtet wird.
- ☐ Sie beträgt bei einer idealen Antenne 0 K.
- ☐ Sie kann für digitale Übertragungssysteme vernachlässigt werden.
- ☐ Für Antennen in Satelliten beträgt die äquivalente Antennenrauschtemperatur -10 K .

2 Zusammenfassung Rauschen

Störungen in nachrichtentechnischen Systemen werden als „Rauschen“ bezeichnet. Man unterscheidet zwischen verschiedenen Klassen von Störungen. Dabei sind in der Regel statistische Störungen wie thermisches Rauschen wesentliche Störquellen. Rauschquellen treten dabei im gesamten Übertragungssystem auf, also im Sender, im Empfänger und auf dem Übertragungskanal. Rauschen entsteht in Widerständen, verlustbehafteten Komponenten (wie Leitungen), Halbleiterbauelementen und Elektronenröhren oder wird mit der Empfangsantenne aufgefangen. Man unterscheidet zwischen der von äußeren Rauschquellen (external noise sources) hervorgerufenen, bereits am Empfängereingang auftretenden Rauschleistung und der im Empfänger selbst von inneren Rauschquellen (internal noise sources) erzeugten Rauschleistung.

- a) Wie groß ist die Leistungsdichte von thermischem Rauschen für die in der Nachrichtentechnik üblichen Funksysteme? Wie lässt sich die Rauschleistung aus der Rauschleistungsdichte bestimmen?
- b) Zeichnen Sie die Ersatzschaltbilder eines rauschenden Widerstandes und geben Sie die charakteristischen Werte an.
- c) Welche Rauschleistung kann ein rauschender Widerstand maximal abgeben?
- d) In der Nachrichtentechnik ist die Angabe der Rauschleistung bei Raumtemperatur ($T = 20^\circ\text{C} \approx 293,15\text{ K}$) bezogen auf die Bandbreite $\Delta f = B = 1\text{ Hz}$ üblich, wie groß ist diese in dBm^1 ? Geben Sie die Formel an, mit der man aus der auf 1 Hz normierten Rauschleistung die Rauschleistung für eine (fast) beliebige Bandbreite berechnen kann.
- e) Wie groß ist die Rauschleistung in dBm für die Bandbreiten 1 MHz, 1 GHz und 100 GHz bei Raumtemperatur?
- f) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild eines rauschenden Verstärkers. Die Rauschzahl des Verstärkers F ist dabei definiert als das Verhältnis der (linearen) Signal-zu-Rauschabstände vor und nach dem Verstärker. Stellen Sie die Formel zur Berechnung der Rauschzahl aus den Signal- und Rauschleistungen auf.
- g) Wie groß ist die Rauschtemperatur eines Verstärkers und einer verlustbehafteten Leitung?
- h) Ein Verstärker (Verstärkungsfaktor $G = 30\text{ dB}$) soll bei der Temperatur $T = 290\text{ K}$ ein Signal verstärken, dem weißes Rauschen überlagert ist. Am Eingang des Verstärkers beträgt die Rauschleistung $P_{n1} = 1\text{ pW}$, der Verstärker selbst erzeugt zusätzlich eine Rauschleistung $P_{nv} = 3\text{ nW}$. Wie groß ist die Rauschzahl des Verstärkers in dB?

¹ Üblicherweise wird für diese Leistung die Pseudo-Dimension dBm/Hz verwendet, um anzuzeigen, dass es sich um die auf 1 Hz normierte Rauschleistung handelt.

a) Leistungsdichte = $N(f) = \frac{h \cdot f}{e^{\frac{h \cdot f}{k \cdot T}} - 1}$

h : Plancksches Wirkungsquantum
 k : Boltzmannkonstante
 T : absolute Temp.

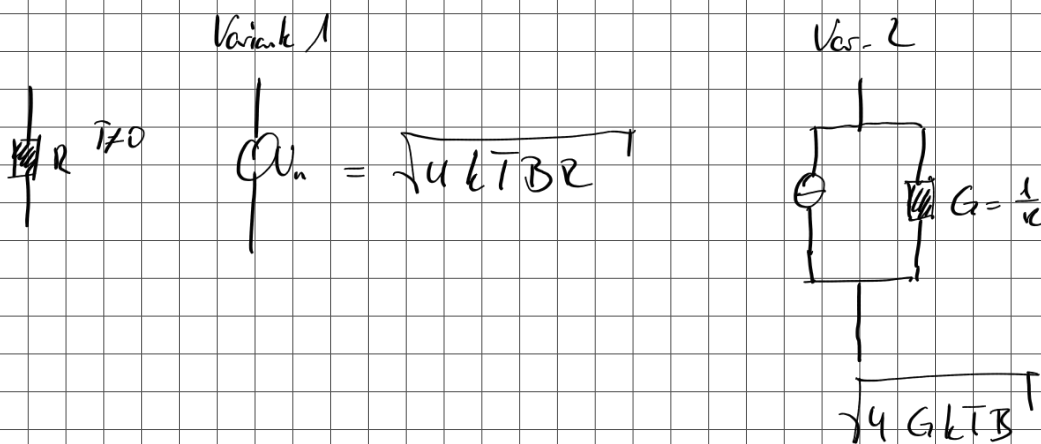
$N_0 = k \cdot T \Rightarrow$ weißes Rauschen

Rauschleistungsdichte:

$$P_n = \int_{f_0}^{f_0 + \Delta f} N(f) df = N_0 \cdot \int_{f_0}^{f_0 + \Delta f} 1 df = N_0 \cdot \Delta f = k \cdot T \cdot \Delta f$$

B: rauschen: k

b)



c)

Leistungsanpassung: Wenn rein reelle R von Last- ℓ Innenwiderst. gleich

\Leftrightarrow Dann kann höchste Leistung an Last abgegeben werden.

$$U_L = \frac{1}{2} U_s = \frac{1}{2} \sqrt{4 k T B R} = \sqrt{k T B R}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{U^2}{R} = \frac{k T B R}{R} = k T B$$

d)

Leistungspegel: $10 \log \left(\frac{\text{zu betrachtende Leistung}}{\text{Bezugsgröße}} \right)$

$J = W \cdot s$!

$$\Leftrightarrow 10 \log \left(\frac{k T B}{1 \text{ mW}} \right) = 10 \log \left(\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot 253,5 \text{ K} \cdot 1 \text{ Hz}}{1 \text{ mW}} \right)$$

$$= -174 \text{ dBm}$$

Rauschleistung
(für fast belieb.
Bandbreite)

$$L = 10 \log \left(\frac{kTB \cdot \frac{\text{Hz}}{\text{Hz}}}{1 \text{ mW}} \right) = -174 \text{ dBm} + 10 \log \left(\frac{B}{\text{Hz}} \right)$$

1) T_{eqv} : für komplexe Bauteile

3 Pegelrauschen

Ein Sender besteht aus einer Spannungsquelle $U_{S,\text{eff}} = 1\text{ V}$ mit dem rauschenden Innenwiderstand $R_i = 50\ \Omega$, bei der Temperatur $T_1 = 300\text{ K}$, wie in Abbildung 3.1 dargestellt. Der Sender arbeitet in einem Frequenzbereich $\Delta f = 1\text{ GHz}$. An allen Punkten herrsche Leistungsanpassung.

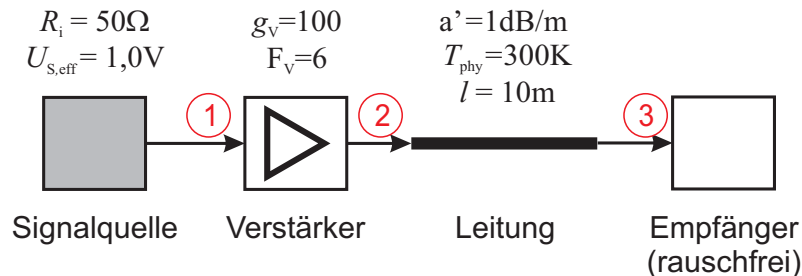


Abbildung 3.1: Übertragungsstrecke

- Was ist Leistungsanpassung? Erklären Sie kurz den Unterschied zur Impedanzanpassung. Kann man Leistungs- und Impedanzanpassung gleichzeitig erreichen? Wenn ja, unter welchen Bedingungen?
- Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild der Signalquelle.
- Berechnen Sie die von der Signalquelle an die Last abgegebene Leistung P_{s1} . Wie groß ist der Signalleistungspegel L_{s1} in dBm?
- Berechnen Sie die Rauschspannung, die abgegebene Rauschleistung und den zugehörigen Rauschleistungspegel der Signalquelle.
- Wie groß ist der Signal-zu-Rauschabstand SNR_1 an Punkt 1?

An die Klemmen an Punkt 1 werden nun ein Verstärker, mit der Rauschzahl $F_V = 6$ (Bezugstemperatur $T_0 = 300\text{ K}$) und dem Verstärkungsfaktor $g_v = 100$, eine Leitung der Länge $l = 10\text{ m}$ und dem Dämpfungsbelag $a' = 1\text{ dB/m}$ (Umgebungstemperatur der Leitung $T_{\text{phy}} = 300\text{ K}$) sowie ein rauschfreier Empfänger angeschlossen.

- Welche Rauschtemperatur T_E hat der Empfänger?
- Berechnen Sie den Signal-zu-Rauschabstand SNR_3 an Punkt 3.
- Berechnen Sie die Systemrauschtemperatur $T_{\text{sys}1}$ an Punkt 1.
- Berechnen Sie aus der Systemrauschtemperatur $T_{\text{sys}1}$ den Signal-zu-Rauschabstand SNR_3 an Punkt 3.

4 Übertragungsstrecke

Betrachtet wird die in Abb. 4.1 dargestellte Übertragungsstrecke bestehend aus einem Mikrofon, einem Vorverstärker V , einem Kabel der Länge l mit dem Dämpfungsbelag α' , einer Verstärkerkaskade sowie einem rauschfreien Receiver. Das Mikrofon kann als Spannungsquelle (Amplitude \hat{U}_0) mit rauschendem Innenwiderstand R_i aufgefasst werden. Alle Elemente besitzen eine Übertragungsbandbreite $B = 20 \text{ kHz}$. An allen Punkten herrscht Leistungsanpassung.

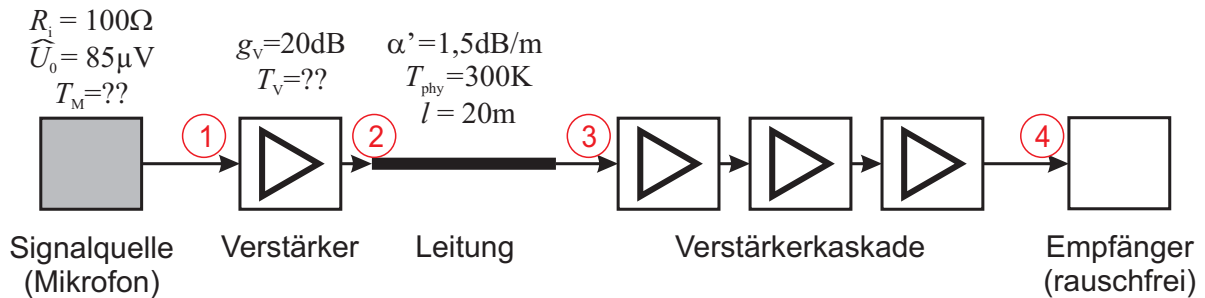


Abbildung 4.1: Übertragungsstrecke

- Bei welcher maximalen Temperatur T_M darf das Mikrofon betrieben werden, wenn ein Signal-Rauschabstand SNR_1 von 50 dB an Punkt 1 nicht unterschritten werden darf?
- Bestimmen Sie die Rauschtemperatur T_v des Vorverstärkers V , wenn sich das Mikrofon auf der in Aufgabenteil (a) berechneten Temperatur T_M befindet und der Signal-Rauschabstand am Punkt 2 $\text{SNR}_2 = 44 \text{ dB}$ beträgt. Nehmen Sie für den rauschenden Verstärker einen idealen Verstärker mit dahinter geschalteter Rauschquelle an.
- Für die Verstärkerkaskade stehen 3 Verstärker (A, B und C) mit den folgenden Daten zur Verfügung:

Verstärker A: $F_{pA} = 10 \text{ dB}$; $g_{pA} = 30 \text{ dB}$

Verstärker B: $F_{pB} = 6 \text{ dB}$; $g_{pB} = 20 \text{ dB}$

Verstärker C: $F_{pC} = 6 \text{ dB}$; $g_{pC} = 10 \text{ dB}$

Dabei sind die Rauschzahlen auf die Temperatur $T_0 = 300 \text{ K}$ bezogen. Bestimmen Sie die in Bezug auf den Signal-zu-Rauschabstand optimale Verstärkerreihenfolge. Wie groß ist die Gesamtverstärkung g_{vK} und die Rauschzahl F_{vK} im optimalen Fall?

- Bestimmen Sie die Systemrauschtemperatur T_{sys} an Punkt 1. Berechnen Sie aus dieser den Signal-zu-Rauschabstand SNR_4 am Ausgang der Verstärkerkaskade?
- Wie groß ist der Signal-Rauschabstand SNR_4 , wenn das Mikrofon eine Leistungsübertragungsfunktion $|H(f)|^2$ gemäß Abb. 4.2 besitzt? (Signalfrequenz $\leq 14 \text{ kHz}$ vorausgesetzt.)

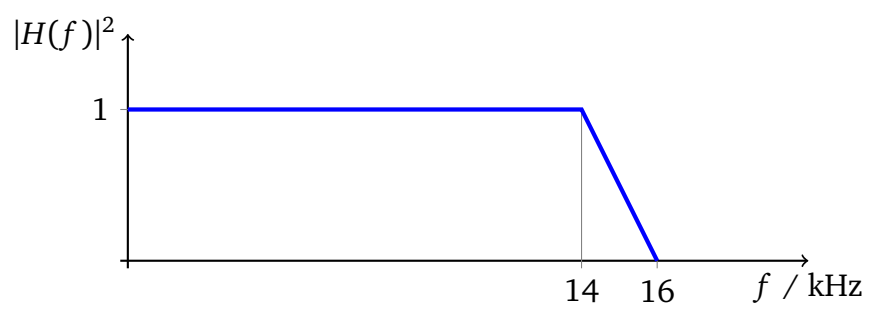


Abbildung 4.2: Leistungsübertragungsfunktion des Mikrofons

5 Serienschaltung rauschender Widerstände

Gegeben ist das in Abb. 5.1 angegebene Widerstandsnetzwerk mit den rauschenden Widerständen R_1 , R_2 und R_3 . Berechnen Sie die Rauschspannung U_n sowie die maximal verfügbare Rauschleistung P_n allgemein, so dass die Widerstände unterschiedliche Temperaturen haben können.

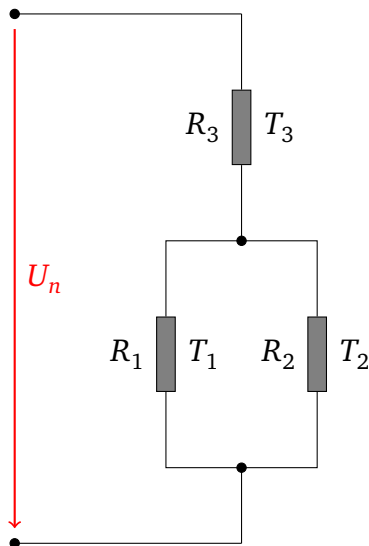


Abbildung 5.1: Widerstandsnetzwerk mit rauschenden Widerständen

Gegeben ist die in Abbildung 6.1 dargestellte Richtfunkstrecke mit einer Bandbreite von $\Delta f = 1$ GHz. Das System arbeitet mit der Trägerfrequenz $f = 40$ GHz. Das zu übertragende Signal wird auf der Sendeseite durch einen Verstärker mit der Verstärkung $V_S = 10$ dB verstärkt und über ein 4 m langes Kabel mit dem Dämpfungsbelag $a'_S = 1$ dB/m an die rauschfreie Sendeanenne mit einem Gewinn von $G_S = 50$ dB angeschlossen. Es hat an Punkt 1 die Leistung $P_G = 1$ mW. Das Signal wird nun über eine 10 km lange Richtfunkstrecke übertragen.

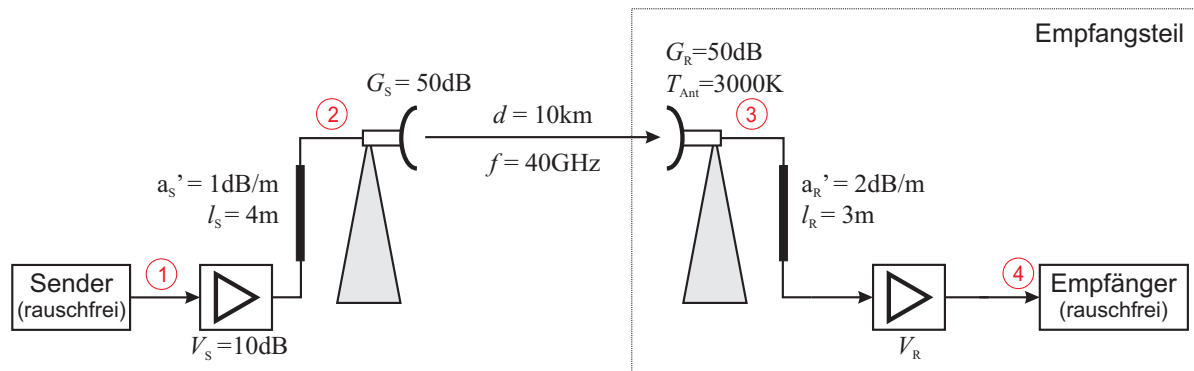


Abbildung 6.1: Übertragungssystem

- Berechnen Sie die Signalleistungspegel L_S in dBm am Punkt 2. Geben Sie auch die Signalleistung P_S in W an.
- Geben Sie die Freiraumdämpfung a_{fs} der Richtfunkstrecke in dB an.
- Geben Sie den an Punkt 3 empfangenen Signalleistungspegel L_3 in dBm an.

Der Empfänger besteht aus einer Antenne mit einem Gewinn $G_R = 50$ dB, die über ein 3 m langes Kabel mit dem Dämpfungsbelag $a'_R = 2$ dB/m an einen Verstärker mit der Verstärkung $V_R = 30$ dB angeschlossen ist. Die Rauschzahl des Verstärkers auf der Sendeseite ist $F_S = 4$, die des Verstärkers auf der Empfangsseite ist $F_R = 6$. Die Umgebungstemperatur T_0 beträgt 300 K. Die Rauschzahlen sind auf die Temperatur T_0 normiert.

- Berechnen Sie die Systemrauschktemperatur T_{sys} für den *Empfangsteil* (ohne Sender und ohne Funkstrecke) am Punkt 3.
- Geben Sie das Signal-zu-Rausch Verhältnis SNR_4 am Ausgangspunkt des Empfängers (Punkt 4) an.
- Die Half-Power-Beamwidth (HPBW) der Empfangsantenne beträgt 3° . Durch starken Wind wird die Empfangsantenne um $1,5^\circ$ aus der Hauptstrahlrichtung verdreht. Geben Sie das resultierende SNR'_4 am Ausgangspunkt (Punkt 4) an.

Ein Signal soll über eine lange Leitung übertragen werden. Damit die Signalamplitude nicht zu klein wird, werden in unterschiedlichen Abständen Zwischenverstärker eingesetzt (siehe Abbildung 7.1). Die Signalquelle wird als Spannungsquelle mit rauschendem Innenwiderstand R_i und der Ausgangsamplitude \hat{U}_0 (an Punkt 1) aufgefasst. Alle Elemente besitzen eine Übertragungsbandbreite B von 300 MHz. Außerdem herrscht an allen Punkten Leistungsanpassung. Die angegebenen Rauschzahlen sind auf eine Temperatur von $T_0 = 300$ K genormt.

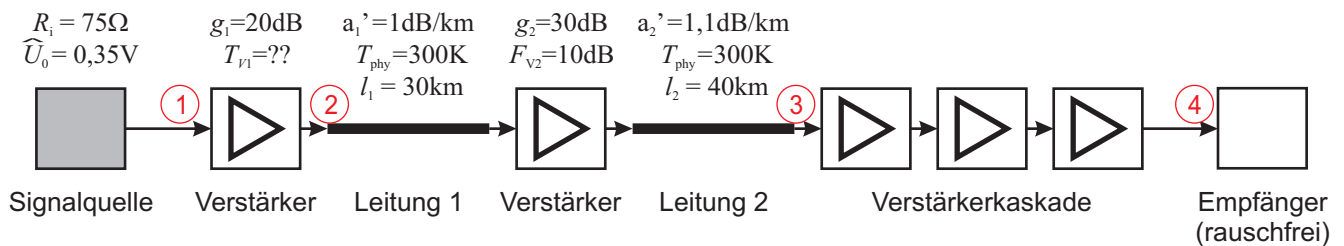


Abbildung 7.1: Übertragungsstrecke

- Skizzieren Sie das Pegeldiagramm des Signals in dBm für die Übertragungsstrecke zwischen den Punkten 1 und 3.
- Bei welcher maximalen Temperatur T_S darf die Signalquelle betrieben werden, wenn ein Signal-Rauschabstand SNR_1 von 80 dB an Punkt 1 nicht unterschritten werden darf und alle anderen Rauschquellen vernachlässigt werden?
- Bestimmen Sie die äquivalente Rauschtemperatur T_1 des ersten Verstärkers V1, wenn sich die Signalquelle auf der Temperatur $T = 1500$ K befindet und der Signal-Rauschabstand am Punkt 2 $\text{SNR}_2 = 76$ dB beträgt.
- Für die Verstärkerkaskade stehen fünf Verstärker (A, B, C, D und E) mit den folgenden Daten zur Verfügung:

Verstärker A: $F_{pA} = 10$ dB; $g_{pA} = 30$ dB

Verstärker B: $F_{pB} = 10$ dB; $g_{pB} = 20$ dB

Verstärker C: $F_{pC} = 6$ dB; $g_{pC} = 20$ dB

Verstärker D: $F_{pD} = 6$ dB; $g_{pD} = 10$ dB

Verstärker E: $F_{pE} = 3$ dB; $g_{pE} = 5$ dB

Wählen Sie aus den gegebenen Verstärkern drei Verstärker aus, die zu einer minimalen Rauschzahl führen. Beschreiben Sie das verwendete Auswahlverfahren. Bestimmen Sie die gesamte Rauschzahl F_{Kask} der Verstärkerkaskade für die optimale Verstärkerreihenfolge.

- Bestimmen Sie die Systemrauschtemperatur T_{sys} an Punkt 1.
- Wie groß ist der Signal-Rauschabstand SNR_4 am Ausgang der Verstärkerkaskade?