Prof. Dr.-Ing. Hofmann
Integrated Electronic Systems Lab (IES)
Merckstr. 25, D-64283 Darmstadt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Elektronik Musterlösung zur 3. Übung

Vorbereitung

Die Vorbereitung ist hilfreich um die Übung zu verstehen und soll das grundlegende Verständnis für die Übung darstellen. Teilweise werden auch einige Konzepte aus der Vorlesung vertieft. Wir empfehlen die Durchführung der Vorbereitung besonders, um Lücken im Verständnis durch zusätzliches Material zu beseitigen.

Hinweis: Sollten Sie Fragen oder Probleme bei der Durchführung des Übungsmaterials haben oder Verständnisfragen zur Vorlesung, so können Sie diese im Forum des Moodle Übungs Kurses stellen oder in den Sprechstunden. Die Termine der Sprechstunden sind in Moodle zu finden.

1. Lesen Sie in *R. Jaeger, Microelectronic Circuit Design 4th Edition*
   (a) Kapitel 11: Nonideal Operational Amplifiers And Feedback Amplifier Stability
   (b) Kapitel 12: Operational Amplifier Applications
      (a) 12.6 Circuits Using Positive Feedback
      (b) 12.6.1 The Comparator And Schmitt Trigger
2. Skizzieren Sie das Ersatzmodell des Operationsverstärkers und prägen Sie es sich ein. Berücksichtigen Sie:
   (a) den differentiellen Eingangswiderstand (differential input resistance)
   (b) den Ausgangswiderstand (output resistance)
   (c) die Leerlaufverstärkung (open loop gain) bestehend aus:
      - differentielle Leerlaufverstärkung (A)
      - Gleichtaktverstärkung (A_{CM})

Lösung:

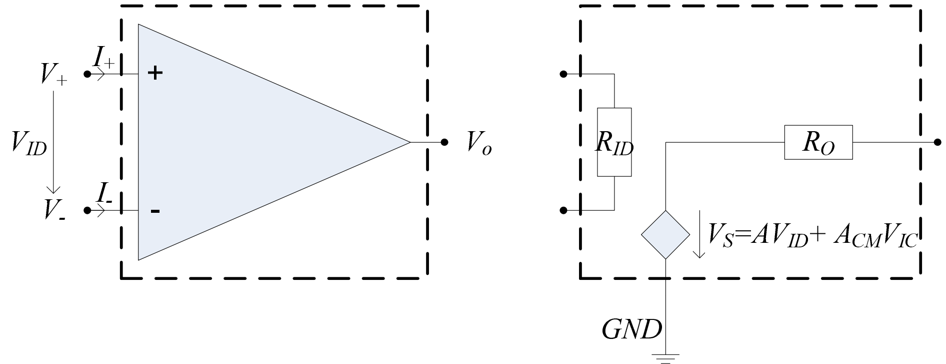


Abb. 1: Operationsverstärker: Symbol (links) und Ersatzschaltbild (rechts)

3. Machen Sie sich den Unterschied zwischen idealer Annahme und realer Annahme eines Parameters klar und prägen Sie sich die Eigenschaften eines idealen Operationsverstärkers ein.

Lösung: Allgemeingültige Definition:

$$V_{ID} = V_+ - V_- \qquad V_{IC} = \frac{V_+ + V_-}{2} \qquad CMRR = \left|\frac{A}{A_{CM}}\right|$$

Für den idealen Operationsverstärker gilt:

open-loop gain	$A \to \infty$	
input resistance	$R_{ID} \to \infty$	$\Rightarrow I_+ = I_- = 0$
output resistance	$R_O = 0$	$\Rightarrow \lvert I_o^{max}\rvert \to \infty$
common-mode rejection ratio	$CMRR \to \infty$	

Für den idealen **gegengekoppelten** Operationsverstärker gilt zusätzlich:

differntial input voltage $V_{ID} = 0 \quad \Rightarrow V_+ = V_-$

Für reale Operationsverstärker kann ein beliebig komplexes Verhalten modelliert werden, es kann aber grundsätzlich folgendes angenommen werden:

open-loop gain	$0 << A << \infty$
input resistance	$R_{ID} << \infty$
output resistance	$R_O > 0$
common-mode rejection ratio	$CMRR << \infty$

Des weiteren ist immer ein Limit der Versorgungsspannung und des Ausgangsstroms gegeben.

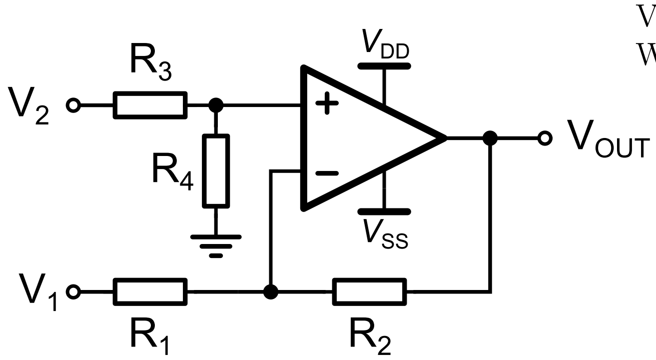
Wir können wenn wir uns dieser Einschränkungen bewusst sind ein ideales Verhalten für alle für unseren Schaltungsfall nicht interessanten Werte annehmen, um so die Komplexität zu verringern. So ist beispielsweise die Annahme eines unendlichen Eingangswiderstands bei Anschluss einer niederohmigen Quelle ein sehr geringer Fehler. Haben wir hingegen eine sehr hochohmige Quelle sollten wir den Eingangswiderstand des Operationsverstärkers natürlich berücksichtigen, da es sonst zu großen Abweichungen kommen kann.

Tutorium

Das Tutorium behandelt Aufgaben, welche als Vorrechnung verfügbar sind (e.g. Tafelübung oder Videomaterial). Wir empfehlen Ihnen immer die Aufgaben selbständig bereits vorher zu versuchen, ohne die Musterlösung zu verwenden und anschließend sich die Musterlösung / Vorrechnung anzusehen. Nur so können Sie wirklich erkennen, ob Sie Schwierigkeiten bei den Ansätzen oder im Durchführen der Rechnung haben.

Hinweis: Alle Spannungen sind auf Ground (GND) referenziert.

4. Differenzverstärker



Verwenden Sie für die Simulation folgende Werte:

- $R_{1/2/3/4} = 1\,\mathrm{k\Omega}$
- $V_{DD} = 12\,\mathrm{V}$
- $V_{SS} = -12\,\mathrm{V}$
- V_1=$-3\,\mathrm{V}$ bis $3\,\mathrm{V}$
- V_2=$-3\,\mathrm{V}$ bis $3\,\mathrm{V}$
- OPAMP: z.B. AD823

(a) Welche Form der Rückkopplung liegt vor und welche Annahmen sind hierdurch in Verbindung mit dem idealen Operationsverstärker möglich?

Lösung: Es liegt eine Gegenkopplung vor. Eine Erhöhung der v_2 Spannung und somit v_+ erhöht durch V_{out} und das Widerstandsnetzwerk R_1 und R_2 die Spannung an v_-, wodurch v_{id} sinkt. Zeitgleich gilt für v_1 eine Erhöhung würde v_- erhöhen, v_{id} verringern, wodurch V_{out} geringer wird und die Änderung ausgleicht.

Durch die Gegenkopplung können wir bei einem idealen Operationsverstärker annehmen, dass $v_{id} = 0\,\mathrm{V}$ ist. Über $v_{id} = v_+ - v_-$ folgt somit auch $v_+ = v_-$.

Was ist eine Rückkopplung und wie unterscheiden wir sie?

Eine Rückkopplung ist, wie der Name suggeriert eine Auswirkung des Ausgangssignals auf ein Eingangssignal. Liegt keine Rückkopplung vor, nennen wir dies open loop oder auch eine offene Regelschleife.

Im Fall einer vorhandenen Rückkopplung unterscheiden wir zwischen einer **Mitkopplung** (positive feedback) und einer **Gegenkopplung** (negative feedback). Der Unterschied liegt darin, dass bei einer Mitkopplung das Ausgangssignal selbst verstärkend wirkt, wohingegen die Gegenkopplung der Eingangsänderung entgegenwirkt.

Hinweis: Viele Internetresourcen vereinfachen dieses Thema zu stark! Insbesondere die inhaltlich häufig zu findende Aussage *Negatives Feedback heißt, das Feedback geht an den invertierenden Eingang des Operationsverstärkers* ist nicht Allgemeingültig! Wenn Internetresourcen zu diesem Thema herangezogen werden, hinterfragen Sie die Quelle doppelt. Für die Vertiefung der Theorie empfehlen wir das empfohlene Kursbuch oder bekannte Werke der Regelungstechnik.

Wenn wir nicht bereits über die bekannten Grundschaltungen wissen, welche Art der Rückkopplung vorliegt, so können wir folgende Methoden verwenden:

(1) v_{out} verändern und die Auswirkung auf den Eingang bzw. v_{id} betrachten: $v_{out} = Av_{id}$

- negative feedback (Gegenkopplung): Steigerung v_{out} verringert Av_{id}
- positive feedback (Mitkopplung): Steigerung v_{out} erhöht Av_{id}

(2) Übertragungsfunktion mit begrenztem Gain (A) berechnen und in folgende Form bringen:

$A_V = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{A}{1 + A\beta}$ (ein Eingang)

$A_V = \frac{v_{out}}{v_2 - v_1} = \frac{A}{1 + A\beta}$ (zwei Eingänge)

- negative feedback (Gegenkopplung): $A\beta > 0$
- positive feedback (Mitkopplung): $A\beta < 0$

Überprüfung der Gegenkopplung **(Methode 1):**

Bei der dargestellten Schaltung gilt, je größer v_{out}, desto größer v_-, desto kleiner v_{id} bei konstantem v_1 / v_2

Dies ist hier sehr einfach zu sehen, weil das Feedbacknetz nur aus einfachen ohmschen Widerständen besteht. Ein komplizierteres Feedbacknetz kann auch aus nichtlinearen Elementen (Diode, Transistoren etc.), Impedanzen oder mehreren Stufen bestehen, wodurch die Betrachtung komplizierter wird.

Überprüfung der Gegenkopplung **(Methode 2):**

Wir nutzen $A_V = \frac{v_{out}}{v_2 - v_1}$ aufgrund der zwei Eingänge und vereinfachen für das Beispiel die Widerstandswerte mit $R_1 = R_3$ und $R_2 = R_4$.

$$A_V = \frac{v_{out}}{v_2 - v_1} = \frac{A\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{A\frac{R_1}{R_1 + R_2} + 1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{A}{1 + A\frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

Mit $A\beta = A\frac{R_1}{R_1 + R_2} > 0$ ist die Bedingung für Gegenkopplung erfüllt, der Vorfaktor $\frac{R_2}{R_1 + R_2}$ ist hierbei unwichtig.

Hinweis: Wir können die Übertragungsfunktion durch Bildung des Grenzwert $A \to \infty$ in die Übertragungsfunktion des Differenzverstärkers mit idealen Operationsverstärkers umwandeln und so zur bekannten Formel vereinfachen:

$$\lim_{A\to\infty} v_{out} = \lim_{A\to\infty} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{A}{1 + A\frac{R_1}{R_1 + R_2}}(v_2 - v_1) \tag{1}$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}(v_2 - v_1) \tag{2}$$

$$= \frac{R_2}{R_1}(v_2 - v_1) = -\frac{R_2}{R_1}(v_1 - v_2) \tag{3}$$

(b) Berechnen Sie die Ausgangsspannung v_o bzw. v_{out} für einen idealen Operationsverstärker mit unbegrenztem open-loop gain $A \to \infty$ mit Hilfe des Superpositionsprinzip. D.h. Teilen Sie die Berechnung in zwei Teile und berechnen $v_1 = 0\,\text{V} \to$ nicht invertierender Verstärker und $v_2 = 0\,\text{V} \to$ invertierender Verstärker.
Hinweis: Beachten Sie, dass GND als 0 Potential definiert ist.

Lösung: Hinweis: Das Superpositionsprinzip soll berücksichtigt werden. D.h. wir finden die Einzellösungen und bilden am Ende die Summe für,
$v_1 = 0 \to$ nicht invertierender Verstärker mit Spannungsteiler am Eingang
$v_2 = 0 \to$ invertierender Verstärker

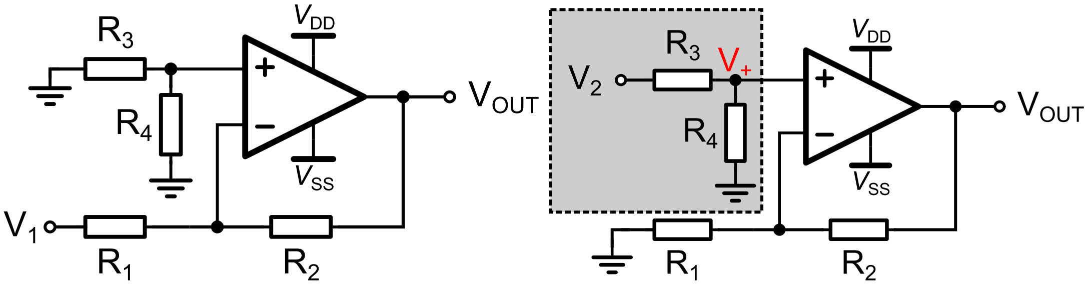
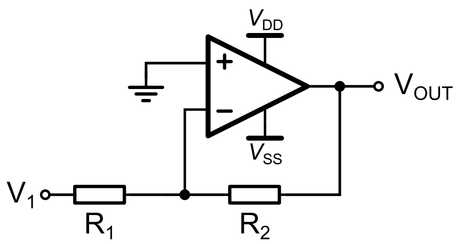


Abb. 2: Ersatzschaltbilder für $v_2 = 0$ (links) und $v_1 = 0$ (rechts)

Fall $v_2 = 0\,\mathrm{V}$ (invertierender Verstärker):

Wie einfach zu erkennen, handelt es sich um die Grundschaltung des inv. Verstärkers, da aufgrund des idealen Verhaltens gilt $I_+ = I_- = 0\,\mathrm{A}$, woraus folgt, dass $V_{R3} = V_{R4} = 0\,\mathrm{V}$ ist. Hieraus folgt $v_- = 0\,\mathrm{V}$ bzw. GND und aus $v_{id} = 0$ folgt $v_+ = v_-$. Zusammengefasst ergibt sich somit die bekannte Grundformel:



$$v_{out}^{inv.} = v_1 \cdot \underbrace{\left(-\frac{R_2}{R_1}\right)}_{inverting\ amplifier} \tag{4}$$

Abb. 3: Vereinfachte Version für $v_2 = 0$

Fall $v_1 = 0\,\mathrm{V}$ (nicht invertierender Verstärker):

Der nicht invertierende Verstärker entspricht auch fast der Grundschaltung aber die Eingangsspannung v_2 ist über einen Spannungsteiler ($R3$ und R_4) mit v_+ verbunden:

$$v_+ = v_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \tag{5}$$

$$v_- = v_{out}^{n.inv.} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tag{6}$$

$$v_+ = v_- \Rightarrow v_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} = v_{out}^{n.inv.} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tag{7}$$

$$\Rightarrow v_{out}^{n.inv.} = v_2 \cdot \underbrace{\frac{R_4}{R_3 + R_4}}_{voltage\ divider} \cdot \underbrace{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}_{noninverting\ amplifier} \tag{8}$$

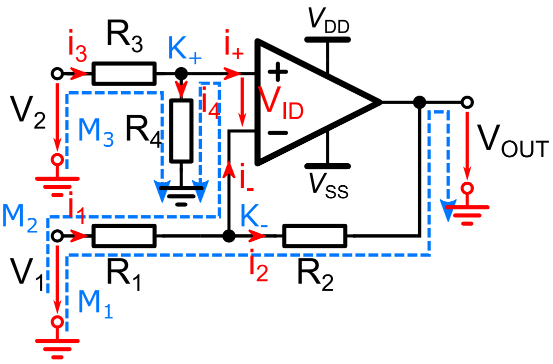
Wir können jetzt beide Lösungen zusammenführen und erhalten:

$$\Rightarrow \quad v_{out} = v_{out}^{inv.} + v_{out}^{n.inv.} = \frac{R_4}{R_3 + R_4}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$

Kontrolle: Grenzwertbetrachtung $A \to \infty$ des nicht idealen Falles (Aufgabenteil (c)) bestätigt dieses Ergebnis.

(c) Berechnen Sie die Ausgangsspannung v_o für einen idealen Operationsverstärker mit begrenztem open-loop gain A. Alle **anderen** Parameter seien ideal.

Lösung: In der Aufgabenstellung wird v_o für v_{out} verwendet. Für eine eindeutiger verständliche Version werden wir im folgenden v_{out} verwenden. Beide Versionen für den Ausgang sind üblich, sie sollten jedoch innerhalb einer Aufgabe nicht vermischt werden. Für einen Opamp mit $A \neq \infty$ können wir nicht mehr annehmen, dass $v_{id} = 0\,\mathrm{V}$ ist und wir müssen mit $V_{out} = Av_{id}$ rechnen. Wir stellen wieder die Maschen- und Knotengleichungen auf und lösen die Gleichungen nach v_{out} auf. Da wir weiterhin einen teilweise idealen Opamp annehmen folgt aus $R_{id} \to \infty$, dass $i_+ = i_- = 0$ gilt. Hiermit lassen sich die Knotengleichungen direkt vereinfachen:



$$
\begin{aligned}
i_1 &= i_2 + \overbrace{i_-}^{0\,\mathrm{A}} \Rightarrow i_1 = i_2 \quad (K_-)\\
i_3 &= i_4 + \underbrace{i_+}_{0\,\mathrm{A}} \Rightarrow i_3 = i_4 \quad (K_+)\\
v_1 - v_{out} &= \overbrace{i_1 R_1}^{V_{R1}} + \overbrace{i_2 R_2}^{V_{R2}} \quad (M_1)\\
v_1 &= i_1 R_1 - v_{id} + i_4 R_4 \quad (M_2)\\
v_2 &= \underbrace{i_3 R_3}_{V_{R3}} + \underbrace{i_4 R_4}_{V_{R4}} \quad (M_3)
\end{aligned}
$$

Masche (M_1) und (M_3) lassen sich mit den Knoten (K_-) und (K_+) vereinfachen:

$$v_1 - v_{out} = i_1(R_1 + R_2) \quad \Rightarrow \quad i_1 = i_2 = \frac{v_1 - v_{out}}{R_1 + R_2} \qquad (M_1')$$

$$v_2 = i_3(R_3 + R_4) \quad \Rightarrow \quad i_3 = i_4 = \frac{v_2}{R_3 + R_4} \qquad (M_3')$$

Wir können diese Gleichungen (M_1') und (M_3') jetzt in (M_2) einsetzen, wodurch wir folgende Gleichung erhalten:

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v_1 - v_{out}) - v_{id} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 \qquad (M_2')$$

Unter Zuhilfenahme der Beziehung $v_{out} = Av_{id} \Rightarrow v_{id} = \frac{v_{out}}{A}$ lässt sich Gleichung (M_2') umschreiben:

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v_1 - v_{out}) - \frac{v_{out}}{A} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 \qquad (M_2')$$

Diese Gleichung müssen wir jetzt nach v_{out} auflösen:

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2}v_1 - \left(\frac{R_1}{R_1+R_2} + \frac{1}{A}\right) v_{out} + \frac{R_4}{R_3+R_4}v_2 \tag{9}$$

$$v_{out}\left(\frac{R_1}{R_1+R_2} + \frac{1}{A}\right) = \frac{R_4}{R_3+R_4}\,v_2 - \frac{R_2}{R_1+R_2}v_1 \tag{10}$$

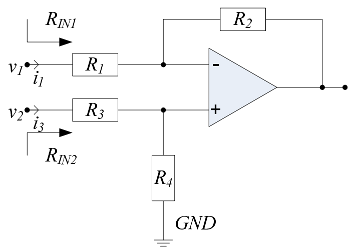
$$v_{out} = \frac{R_1+R_2}{R_1 + \dfrac{R_1+R_2}{A}}\left(\frac{R_4}{R_3+R_4}\,v_2 - \frac{R_2}{R_1+R_2}\,v_1\right) \tag{11}$$

Es kann berechnet werden, dass in dieser Schaltung im Grenzfall $A \to \infty$ die Eingangsdifferenzspannung $v_{id} = 0$ ist. Dies ist allgemeingültig für alle gegengekoppelten Schaltungen und erleichtert die Schaltungsanalyse erheblich.

Hinweis: Wie bereits in Aufgabenteil a können wir die erhaltene Gleichung durch Grenzwertbildung $A \to \infty$ auf die bekannte ideale Version überführen.

(d) Berechnen Sie die Eingangswiderstände der Schaltung unter Annahme eines idealen Operationsverstärkers.

Lösung:



Den Eingangswiderstand können wir über das rechnerische anlegen einer Testspannung v_x und eines dadurch auftretenden Teststroms i_x über den Zusammenhang $R_{in} = \frac{v_x}{i_x}$ bestimmen. Alternativ können wir direkt die vorhandenen Spannungs- und Strombezeichnungen für den Eingang verwenden:

<u>R_{IN1}</u>

$$R_{IN1} = \frac{v_{x1}}{i_{x1}} = \frac{v_1}{i_1} \qquad \text{(Def: } R_{IN}\text{)}$$

$$v_1 = i_1 R_1 + v_2\frac{R_4}{R_3+R_4} \qquad (M_2 \text{ mit } v_{ID} = 0)$$

$$R_{IN1} = \frac{v_1}{i_1} = R_1 + \frac{v_2}{i_1}\frac{R_4}{R_3+R_4} \tag{12}$$

$$i_1 = v_1/R_{IN1} \Rightarrow \tag{13}$$

$$R_{IN1} = \frac{R_1}{1 - \dfrac{v_2}{v_1}\cdot\dfrac{R_4}{R_3+R_4}} \tag{14}$$

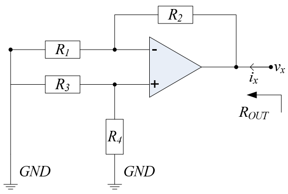
R_{IN1} ist abhängig von den Eingangsspannungen und deswegen keine Konstante. Nur für $v_2 = 0$ ist $R_{IN1} = R_1 = \text{const.}$

$\underline{R_{IN2}}$
Wegen $R_{ID} \to \infty$ gilt:

$$R_{IN2} = \frac{v_2}{i_3} = R_3 + R_4$$

(e) Berechnen Sie den Ausgangswiderstand der Schaltung unter Annahme eines idealen Operationsverstärkers.

Lösung:



Zum berechnen von R_{out} werden die Eingänge auf 0 gesetzt und die Testspannung an den Ausgang angelegt:

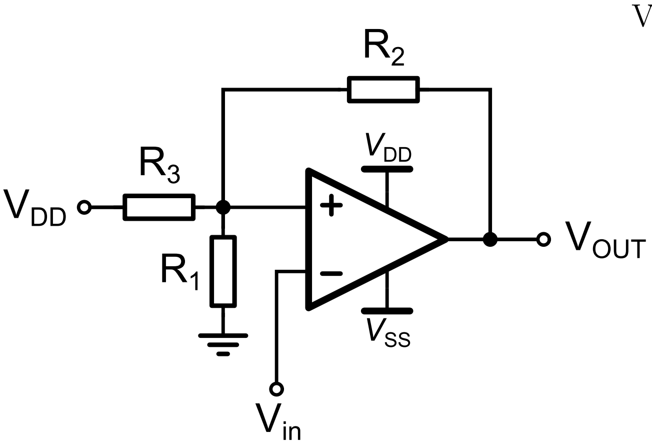
$\underline{R_{OUT}}$

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x} \qquad \text{(Def: } R_{OUT}\text{)}$$

$$v_x = \frac{R_4}{R_3 + R_4}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1 = 0 \qquad (15)$$

$$R_{OUT} = \frac{0}{i_x} = 0 \qquad (16)$$

5. Schmitt-Trigger



Verwenden Sie folgende Werte:

- $R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$
- $R_2 = 100\,\mathrm{k\Omega}$
- $R_3 = 10\,\mathrm{k\Omega}$
- $V_{DD} = 5\,\mathrm{V}$
- $V_{SS} = 0\,\mathrm{V}$
- V_{IN}=0 V bis 5 V
- OPAMP: z.B. AD823 (für Simulation)

(a) Welche Form der Rückkopplung liegt vor und wie wirkt sich diese auf die Ausgangsspannung V_{OUT} aus.

Lösung: Es liegt eine Mitkopplung vor. Hieraus folgt, dass v_{id} nicht als 0 angenommen werden kann und der Ausgang des Operationsverstärkers entweder V_{DD} (maximale Versorgungsspannung) oder V_{SS} (minimale Versorgungsspannung) ist. Andere Werte werden erwarten wir nur während des Umschaltvorgangs.

(b) Was ist eine Hysterese?

Lösung: Eine Hysterese kann allgemein als eine vom Zustand der Schaltung abhängige Veränderung beschrieben werden. Bei einem Schmitt-Trigger bewirkt die Hysterese eine Veränderung der Schaltschwelle in Abhängigkeit des momentanen Ausgangswerts.

(c) Leiten Sie die Hysterese des Schmitt-Triggers aus der gegeben Schaltung her und berechnen Sie numerisch die markanten Punkte mit den gegebenen Werten.

Lösung:

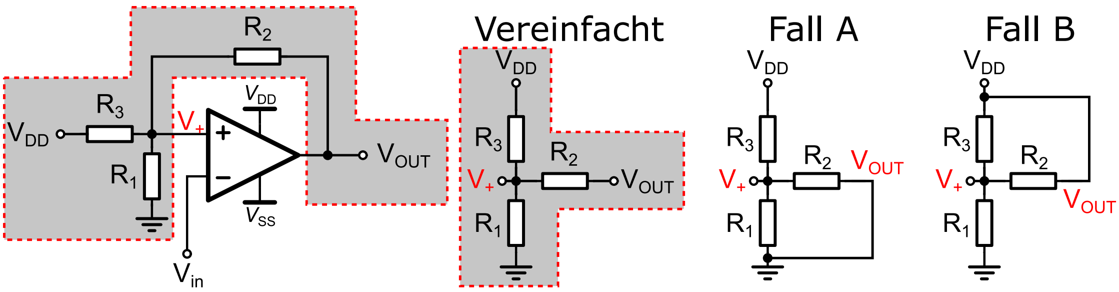


Abb. 4: Von links nach rechts: Schaltbild mit markiertem Rückkopplungsnetzwerk, vereinfachtes Netzwerk, Netzwerk für Fall A ($V_{OUT} = V_{SS} = 0\,\mathrm{V}$) und Netzwerk für Fall B ($V_{OUT} = V_{DD} = 5\,\mathrm{V}$)

Die Schaltung in Aufg. 4 ist kein gegengekoppelter Verstärker, sondern ein mitgekoppelter Verstärker. Damit wird v_+ nicht mehr gleich v_- geregelt. Da wir einen mitgekoppelten Verstärker betrachten, ist die Ausgangsspannung entweder gleich der negativen Versorgungsspannung, also bei uns 0V (Fall A) oder gleich der positiven Versorgungsspannung, hier 5V (Fall B).
Fall A:

$$v_{id} < 0 \Rightarrow v_{out} = V_{SS} = 0\,\mathrm{V} \tag{17}$$
$$v_+ - v_- < 0 \tag{18}$$
$$v_+ < v_- \quad \text{mit } v_- = v_{in} \tag{19}$$
$$v_{in} > v_+ \tag{20}$$
$$v_+ = \frac{(R_1||R_2)}{(R_1||R_2) + R_3}(V_{DD} - V_{SS}) + V_{SS} \tag{21}$$
$$= \frac{(10\,\mathrm{k\Omega}||100\,\mathrm{k\Omega})}{10\,\mathrm{k\Omega} + (10\,\mathrm{k\Omega}||100\,\mathrm{k\Omega})}(5\,\mathrm{V} - 0\,\mathrm{V}) + 0\,\mathrm{V} = 2.38\,\mathrm{V} \tag{22}$$
$$v_{in} > 2.38\,\mathrm{V} \Rightarrow v_{out} = V_{SS} = 0\,\mathrm{V} \tag{23}$$

Das heißt, dass der Ausgang von $V_{SS} = 0\,\mathrm{V}$ auf $V_{DD} = 5\,\mathrm{V}$ springt, wenn der Eingang kleiner als die errechnete Schwelle von $2.38\,\mathrm{V}$ wird, wodurch Fall B eintritt und sich die Schwelle ändert.

Fall B:

$$v_{id} > 0 \Rightarrow v_{out} = V_{DD} = 5V \tag{24}$$
$$v_+ - v_- > 0 \tag{25}$$
$$v_+ > v_- = v_{in} \tag{26}$$
$$v_{in} < v_+ \tag{27}$$
$$v_+ = \frac{R_1}{R_1 + (R_2||R_3)}(V_{DD} - V_{SS}) + V_{SS} \tag{28}$$
$$= \frac{10k}{10k + (10k||100k)}(5\,\mathrm{V} + 0\,\mathrm{V}) + 0\,\mathrm{V} = 2.62\,\mathrm{V} \tag{29}$$
$$v_{in} < 2.62V \Rightarrow v_{out} = 5V \tag{30}$$

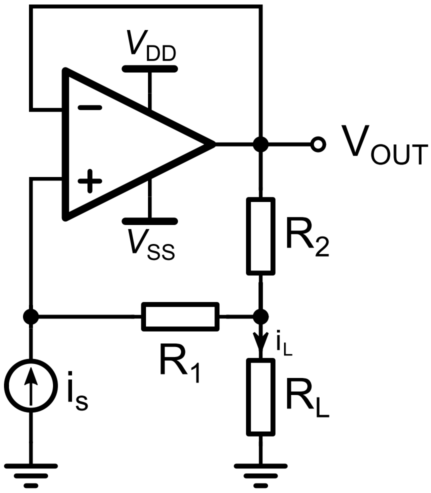
Das bedeutet, dass v_{out} von $V_{DD} = 5\,\mathrm{V}$ auf $V_{SS} = 0\,\mathrm{V}$ springt, wenn v_{in} größer als $2.62\,\mathrm{V}$ wird, wodurch wieder der bereits berechnete Fall A eintritt.

Schaltschwelle:

$$v_{trigger} = \frac{v_+^{v_{id}>0} + v_+^{v_{id}<0}}{2} = \frac{2.38\,\mathrm{V} + 2.62\,\mathrm{V}}{2} = 2.5\,\mathrm{V} \tag{31}$$
$$v_{hys} = |v_+^{v_{id}>0} - v_+^{v_{id}<0}| = |2.38\,\mathrm{V} - 2.62\,\mathrm{V}| = 0.24\,\mathrm{V} \tag{32}$$

Damit liegt die Schaltschwelle bei $2.5\,\mathrm{V}$ und die Hysterese ist $0.24\,\mathrm{V}$. Alternativ wird dies oft auch als $2.5\,\mathrm{V} \pm 0.12\,\mathrm{V}$ angegeben.

6. Stromverstärker

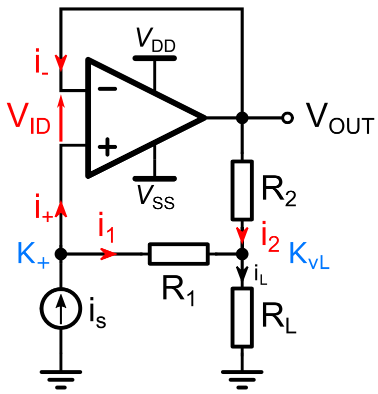


Verwenden Sie folgende Werte:

- $R_1 = 30\,\Omega$
- $R_2 = 10\,\Omega$
- $R_L = 50\,\Omega$
- $V_{DD} = 15\,\text{V}$
- $V_{SS} = -15\,\text{V}$
- $I_S = -10\,\text{mA}$ bis $10\,\text{mA}$
- OPAMP: z.B. AD823 (für Simulation)

(a) Berechnen Sie den Strom I_L Symbolisch in Abhängigkeit von I_S , R_1 und R_2 für einen idealen Operationsverstärker.

Lösung: Unter der Annahme des idealen Operationsverstärkers folgt, dass der Eingangswiderstand des Operationsverstärkers unendlich ist ($R_{id} \to \text{inf}$) woraus auch folgt, dass ($i_+ = i_- = 0$) ist. Somit lässt sich der Knoten an v_+ direkt vereinfachen zu:



$$I_S = \underbrace{i_+}_{0\,\text{V}} + i_1 \quad \Rightarrow \quad I_S = i_1 \qquad (K_{v_+})$$

$$i_L = i_1 + i_2 \qquad (K_{v_L})$$

Mit den unabhängigen Maschengleichungen:

$$v_{out} = \overbrace{i_2 R_2}^{V_{R_2}} + v_L \qquad (M_1)$$

$$v_{out} + v_{id} = \underbrace{i_1 R_1}_{V_{R_1}} + v_L \qquad (M_2)$$

Da die Leerlaufverstärkung unendlich ist und der Operationsverstärker gegengekoppelt ist, können wir $v_{id} = 0$ ($v_+ = v_-$) annehmen. Damit folgt für die zweite Masche:

$$v_{out} = i_1 R_1 + v_L \qquad (M_2')$$

Setzt man beide Maschen gleich, erhält man:

$$i_1 R_1 = i_2 R_2 \qquad (33)$$

$$i_2 = i_1 \frac{R_1}{R_2} \qquad (34)$$

Setzen wir das errechnete Stromverhältnis in die Gleichung des Ausgangskonten ein:

$$i_L = i_1 + i_2 \tag{K_{v_L}}$$

$$i_L = i_1 + i_1 \frac{R_1}{R_2} \tag{35}$$

$$i_L = I_S \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right). \tag{36}$$

Dies ist unsere Lösung und wir können ablesen, dass es sich um einen Stromverstärker handelt. Der Eingangsstrom I_s wird um ein mit dem Widerstandsverhältnis einstellbaren Wert verstärkt. Die minimale Verstärkung ist 1.

(b) Berechnen Sie jetzt den Strom numerisch für die angegebenen Werte. Nehmen Sie für den Strom I_S die Werte $-10\,\text{mA}$, $0\,\text{mA}$ und $10\,\text{mA}$.

Lösung:

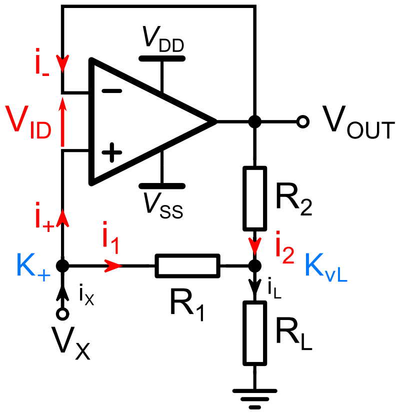
$$i_L(-10\,\text{mA}) = -10\,\text{mA} \cdot \left(1 + \frac{30\,\Omega}{10\,\Omega}\right) = -40\,\text{mA} \tag{37}$$

$$i_L(0\,\text{mA}) = 0\,\text{mA} \cdot \left(1 + \frac{30\,\Omega}{10\,\Omega}\right) = 0\,\text{mA} \tag{38}$$

$$i_L(10\,\text{mA}) = 10\,\text{mA} \cdot \left(1 + \frac{30\,\Omega}{10\,\Omega}\right) = 40\,\text{mA} \tag{39}$$

(c) Berechnen Sie den Eingangswiderstand der Schaltung symbolisch und numerisch.

Lösung: Die Schaltung setzt sich aus Signalquelle (I_S=0 für R_{in}), Last (R_L) und Verstärker (restliche Elemente) zusammen. Damit lässt sich folgendes Ersatzschaltbild für R_{IN} zeichnen:



Es gilt weiterhin $v_{id} = 0 \Rightarrow v_{out} = v_x$ und $i_+ = i_- = 0 \Rightarrow i_1 = i_x$

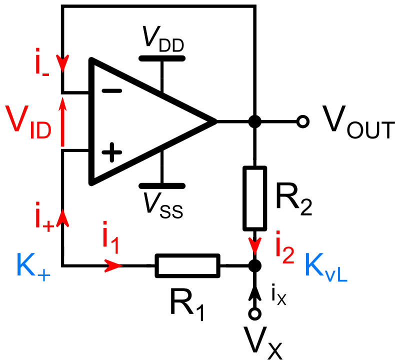
$$R_{IN} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{i_x R_1 + I_L R_L}{i_x} = R_1 + R_L \frac{I_L}{i_x}$$

Da $I_L = i_x \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$ folgt:

$$R_{IN} = R_1 + \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot R_L = 230\,\Omega$$

(d) Berechnen Sie den Ausgangswiderstand der Schaltung.

Lösung: Die Schaltung setzt sich aus Signalquelle ($I_S = 0$ für R_{out}), Last (R_L) und Verstärker (restliche Elemente) zusammen. Damit lassen sich folgendes Ersatzschaltbild für R_{OUT} zeichnen:



Es gilt $i_x = i_1 + i_2$. Da der Operationsverstärker ideal und gegengekoppelt ist ($i_+ = i_- = 0$, und $v_+ = v_-$), folgt $i_1 = 0$ und $v_{out} = v_x$. Daraus folgt $i_2 = 0$, und:

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x} \tag{40}$$

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{0} \tag{41}$$

$$R_{OUT} \to \infty. \tag{42}$$

Nachbereitung

7. Rechnen Sie die in der Übung vorgestellten Aufgaben selbständig nach, wenn Sie die Aufgaben nicht bereits erfolgreich selbst berechnet hatten.

8. Simulieren Sie die in der Übung vorgestellten Aufgaben mit LTSpice (oder einem anderen Simulator Ihrer Wahl). LTSpice ist kostenlos verfügbar von Analog Devices.

9. Schreiben Sie auf, was Sie nicht verstanden haben.
   (a) Suchen Sie im Kurs-Moodle nach Antworten auf Ihre Fragen.
   (b) Wenn Sie nicht fündig werden, eröffnen Sie eine neue Diskussion und stellen Ihre Fragen.
   (c) Festigen Sie Ihr Verständnis, indem Sie anderen helfen.