Vorlesung
Deterministische Signale und Systeme

Marius Pesavento

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Copyright

- The presented material is part of a lecture taught at Technische Universität Darmstadt.
- The lecture material is only intended for the students of the class.
- All lecture material, figures and content is used under the legal framework of §60a UrhG.
- Dissemination or disclosure of material of this course (pdf documents, videos, animations, and others) in part of as a whole in not permitted.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Zusammenfassung WP 1 - Einheitsimpuls und Einheitssprung

Impulsfunktion

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0, \\ \text{undefiniert } (\infty), t = 0. \end{cases}$$

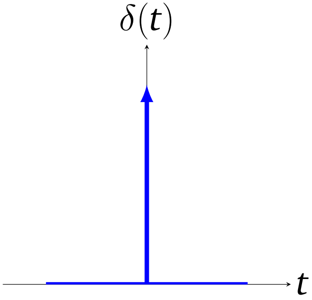
Definition über das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,\mathrm{d}t = 1.$$

Darstellung als Grenzwert einer in ε parametrisierten unendlichen Folge „konventioneller" Funktionen

$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} f_\varepsilon(t).$$

Die Impulsfunktion wird mit fallendem ε immer besser approximiert.

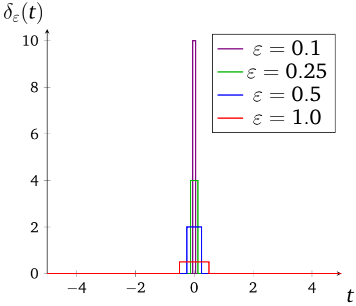


Wähle $\int_{-\infty}^{\infty} f_\varepsilon(t)\,\mathrm{d}t = 1$ und $\lim_{\varepsilon \to 0} f_\varepsilon(t) = 0$ für $t \neq 0$ und definiere:

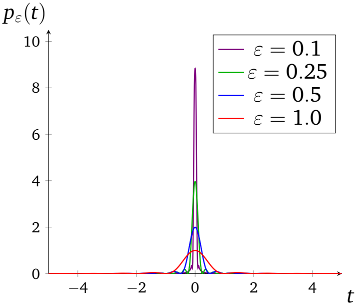
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,\mathrm{d}t = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{-\infty}^{\infty} f_\varepsilon(t)\,\mathrm{d}t = 1$$

Einheitsimpulsfunktion: Beispiele für Funktionsfolgen

$$\delta_\varepsilon(t) = \begin{cases} 1/\varepsilon, & |t| \leq \varepsilon/2 \\ 0, & |t| > \varepsilon/2 \end{cases}$$

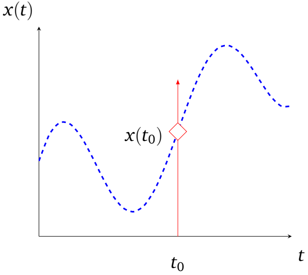


$$p_\varepsilon(t) = \varepsilon \cdot \left(\frac{1}{\pi t} \sin \frac{\pi t}{\varepsilon}\right)^2$$



Eigenschaften der Einheitsimpulsfunktion

1. Symmetrie: $\delta(-t) = \delta(t)$
2. Ausblendung: $x(t)\,\delta(t - t_0) = x(t_0)\,\delta(t - t_0)$
3. $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,\delta(t-t_0)\,\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)\,\delta(t-t_0)\,\mathrm{d}t = x(t_0)\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)\,\mathrm{d}t = x(t_0)$



Idealisierte Funktionen
Beispiel: Einheitssprung

$$\mathrm{u}(t) = \sigma(t) = 1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

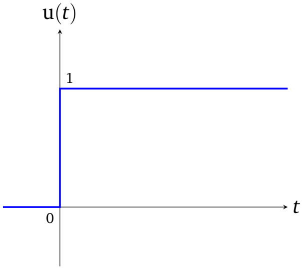


Abbildung: Einheitssprung.

Einheitssprung – Zusammenhang zwischen Einheitssprung und Impulsfunktion

Es esistiert eine Unstetigkeit an der Stelle $t = 0$. Dort wird die Funktion häufig mit dem Wert $u(0) = 1/2$ definiert (den Grund dafür sehen wir später im Zusammenhang mit der Konvergenz der Fourier-Transformation).

$$\mathrm{u}(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\, \mathrm{d}\tau$$