

9-Digitale-Modulation



IMP
Institut für Mikrowellen-
technik und Photonik



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Nachrichtentechnik (NT)

Prof. Dr.-Ing. Rolf Jakoby

Technische Universität Darmstadt (TUD)
Fachbereich Elektro- und Informationstechnik (etit)
**Department of Electrical Engineer-
ing and Information Technology**
**Institute for Microwave Engi-
neering and Photonics (IMP)**

Merckstrasse 25, 64283 Darmstadt
 Tel.: +49 6151-16-28460
 E-Mail: jakoby@imp.tu-darmstadt.de
 Web: <http://www.imp.tu-darmstadt.de>





et:t
125
THE
FIRST
ELECTRICAL
ENGINEERS...

**1882 Technische Hoch-
schule Darmstadt**
**First chair of Electrical
Engineering worldwide**
Prof. Dr. Erasmus Kittler



22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

9-Digitale-Modulation

Inhalt der Nachrichtentechnik

Teil 3: Analoge Hochfrequenz-Signalverarbeitung

9 Digitale Modulation eines harmonischen Trägers

9.1 Harte, binäre Umtastung eines sinusförmigen Trägers

- 9.1.1 Binary Amplitude Shift Keying (BASK)
- 9.1.2 Binary Phase Shift Keying (BPSK)
- 9.1.3 Binary Frequency Shift Keying (BFSK)

9.2 Weiche Umtastung eines sinusförmigen Trägers


9.3 Höherstufige Modulationsverfahren

- 9.3.1 Quadratur-Phasenumtastung (QPSK)
- 9.3.2 Höherstufige Phasenumtastung (M-PSK)
- 9.3.3 Quadraturamplitudenmodulation (M-QAM)

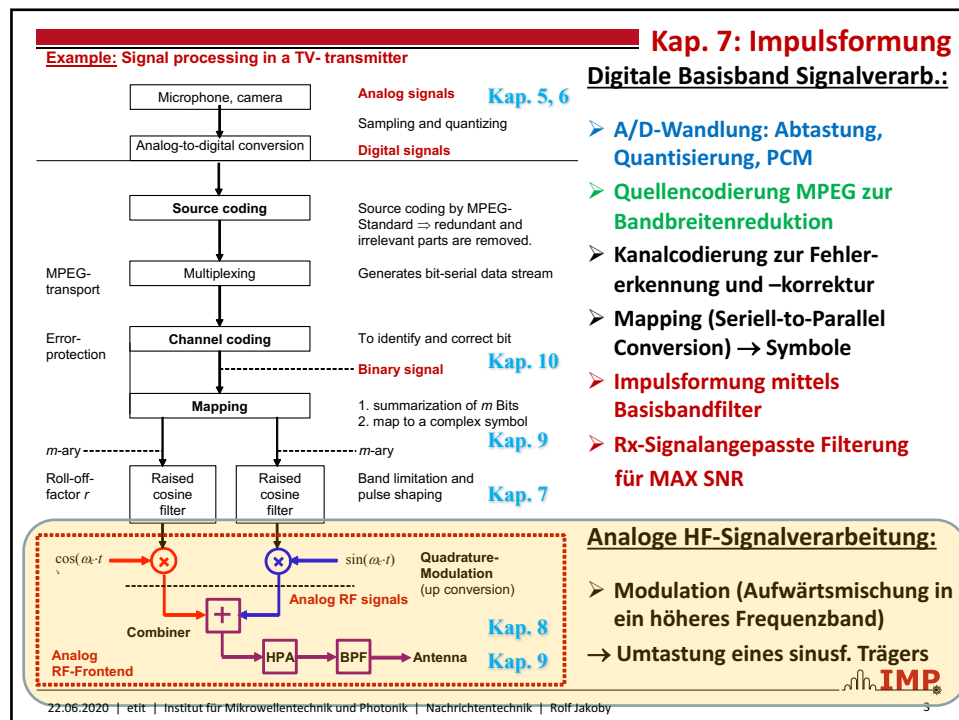
9.4 Vergleich der Bandbreite- und Leistungseffizienz

Einführung & Motivation

Was ist digitale Modulation?



22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby



Was ist Digitale Modulation ?

- ▶ Digital (von lat. *digitus*, "Finger")
- ▶ Mit den Fingern kann *digital* gezählt werden.

Bei einem digitalen Modulationsverfahren wird Information kodiert auf diskrete, digitale Signalzustände übertragen.

- ▶ Welche Signalzustände können dafür verwendet werden?

Was ist Digitale Modulation ?



Ausdruck für einen harmonischen Träger (monofrequente Sinus-Funktion):

$$s(t, A, f, \varphi) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi)$$

Die Signalzustände sind

- ▶ A: Amplitude des Signals
- ▶ f: Frequenz des Signals
- ▶ φ : Phase des Signals

Die Grundverfahren besitzen drei Merkmale

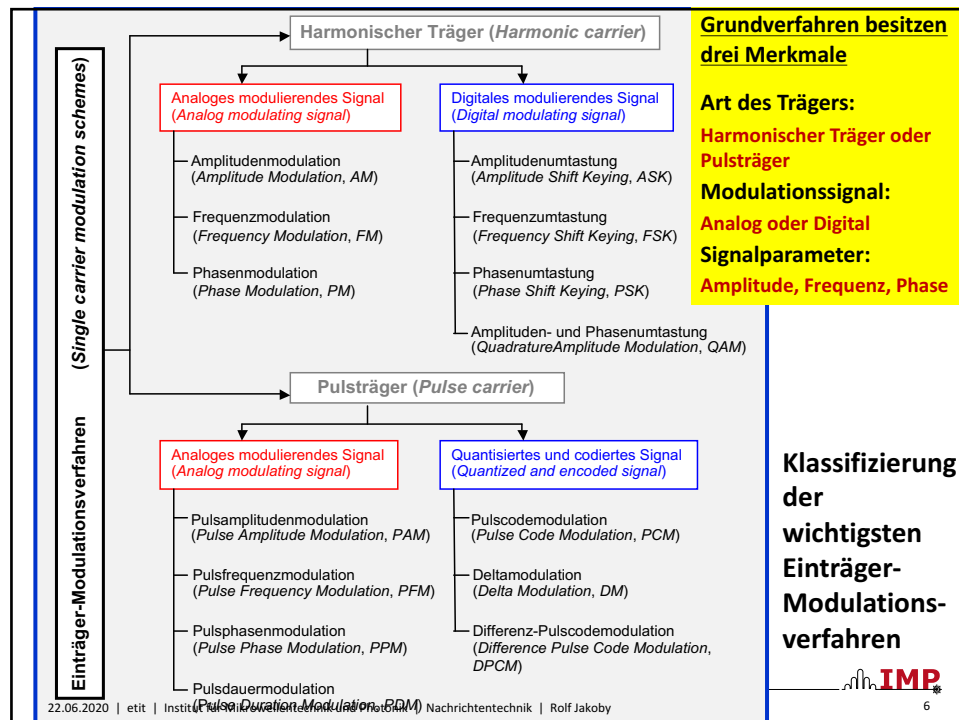
- **Art des Modulationsträgers:**
 - **Harmonischer Träger oder Pulsträger**
- **Art des Modulations- oder Nachrichtensignals:**
 - **Analog oder Digital**
- **Wahl des Signalparameters des Nachrichtensignals:**
 - **Amplitude, Frequenz oder Phase**

Was ist mit der Polarisation?

- ▶ Ja, Polarisation ist auch ein Signalzustand und könnte verwendet werden.
- ▶ Wir blenden diesen Zustand in dieser Vorlesung weitgehend aus, da er in "klassischen" nachrichtentechnischen Systemen nicht als Informationsträger verwendet wird!

22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

5



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Zeitbereich

Digitale Modulation zur Übertragung von Daten:



Aufwärtsmsichung

2ASK-moduliertes Signal s_{2ASK}

Licht
Ein/Aus

Abgestrahltes Hochfrequenzsignal (Welle)

Analoges hochfrequente Trägersignal

$\text{rect}(t/T_s)$

$\bullet \text{---} \circ \quad \text{si}(f \cdot T_s)$

$$\cos(2\pi f_c t)$$

Trägersignal $s_c(t)$

$$\cos(2\pi f_c \cdot t) \quad \bullet \text{---} \circ \quad \delta(f \pm f_c)$$

22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakob

0

1

22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

0

1

22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

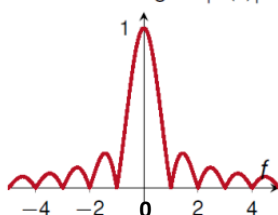
Teil 3: Analoge Hochfrequenz-Signalverarbeitung

Binary Amplitude Shift Keying (BASK) Operating Principle – Frequency Domain



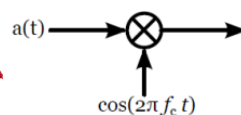
Frequenzbereich

Basisbandsignal $|A(f)|$

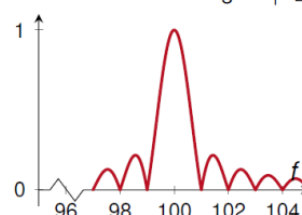


rect-geformtes Sendesignal

- si-Spektrum mit unendlicher Bandbreite
- NICHT übertragbar, aber einfache math. Behandlung (harte Tastung)

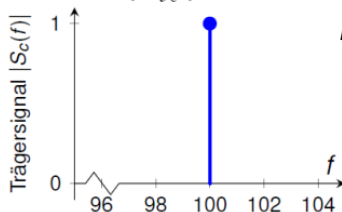


2ASK-moduliertes Signal $|S_{2ASK}|$



rc-geformtes Sendesignal

- Bandbegrenztes Spektrum mit endlicher Bandbreite
- übertragbar, keine einfache math. Behandlung (weiche Tastung) ⇒ Simulation



22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

12

Inhalt der Nachrichtentechnik

Teil 3: Analoge Hochfrequenz-Signalverarbeitung



9 Digitale Modulation eines harmonischen Trägers

9.1 Harte, binäre Umtastung eines sinusförmigen Trägers

9.1.1 Binary Amplitude Shift Keying (BASK)

9.1.2 Binary Phase Shift Keying (BPSK)

9.1.3 Binary Frequency Shift Keying (BFSK)

9.2 Weiche Umtastung eines sinusförmigen Trägers

9.3 Höherstufige Modulationsverfahren

9.3.1 Quadratur-Phasenumtastung (QPSK)

9.3.2 Höherstufige Phasenumtastung (M-PSK)

9.3.3 Quadraturamplitudenmodulation (M-QAM)

9.4 Vergleich der Bandbreite- und Leistungseffizienz

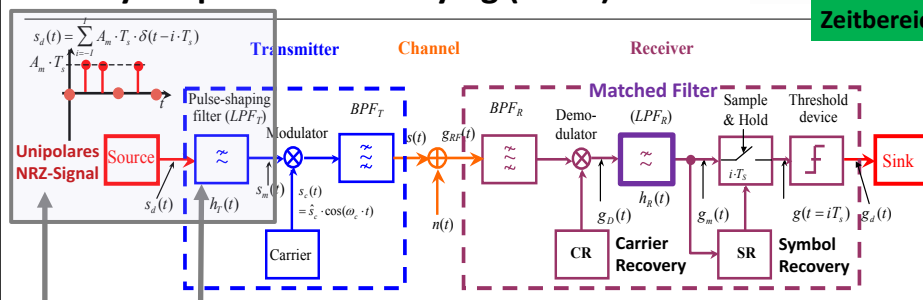
Mathematische Herleitung

Kap. 7: Impulsformung

Digitales Kommunikationssystem Binary Amplitude Shift Keying (BASK)



Zeitbereich

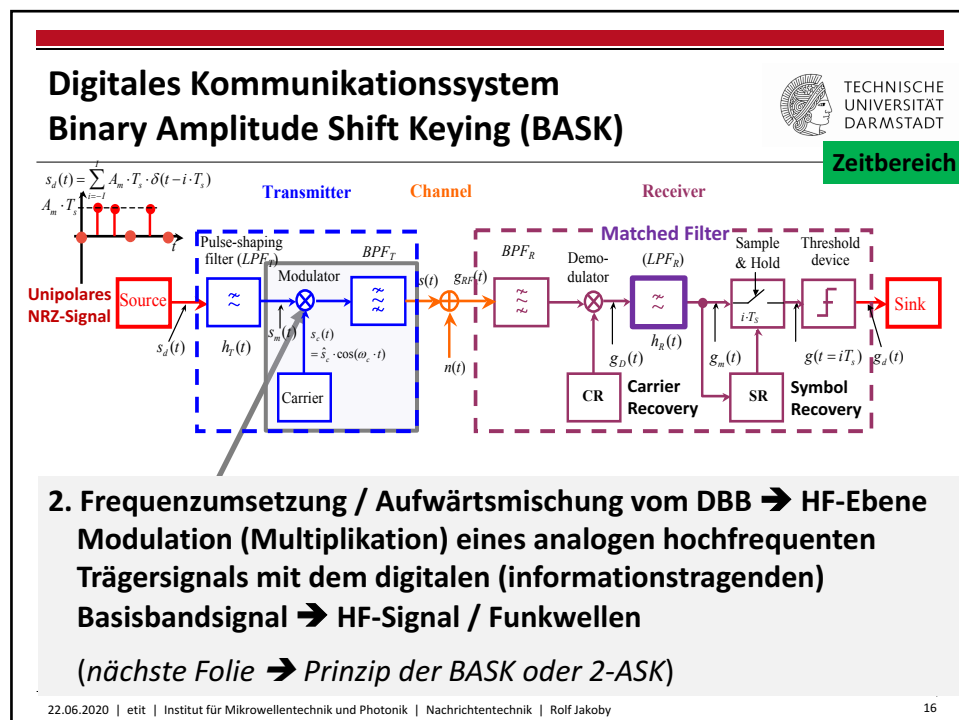
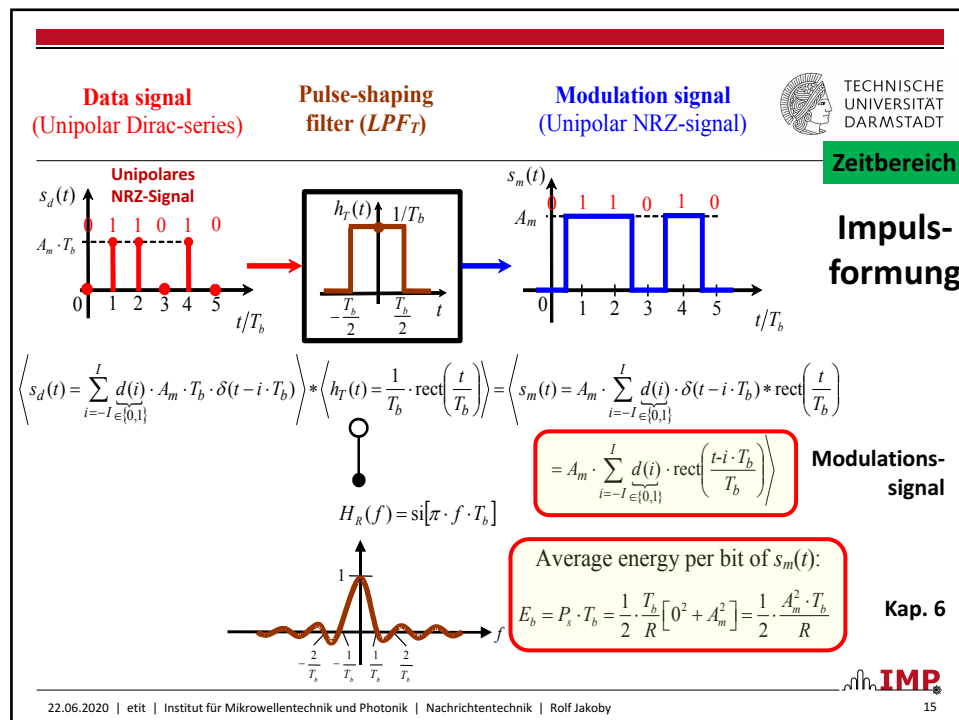


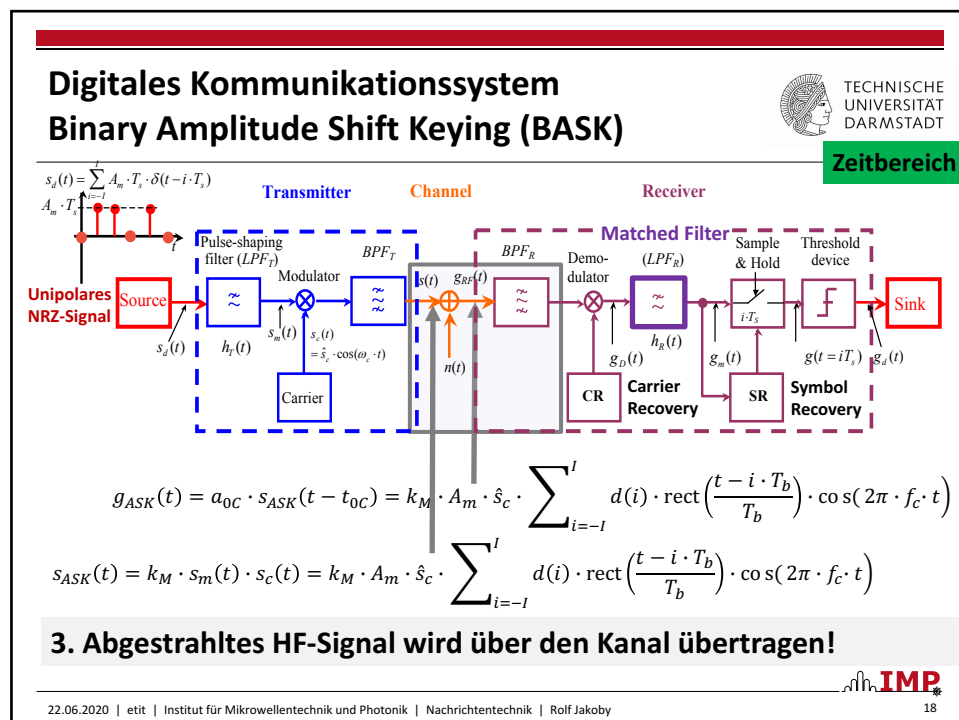
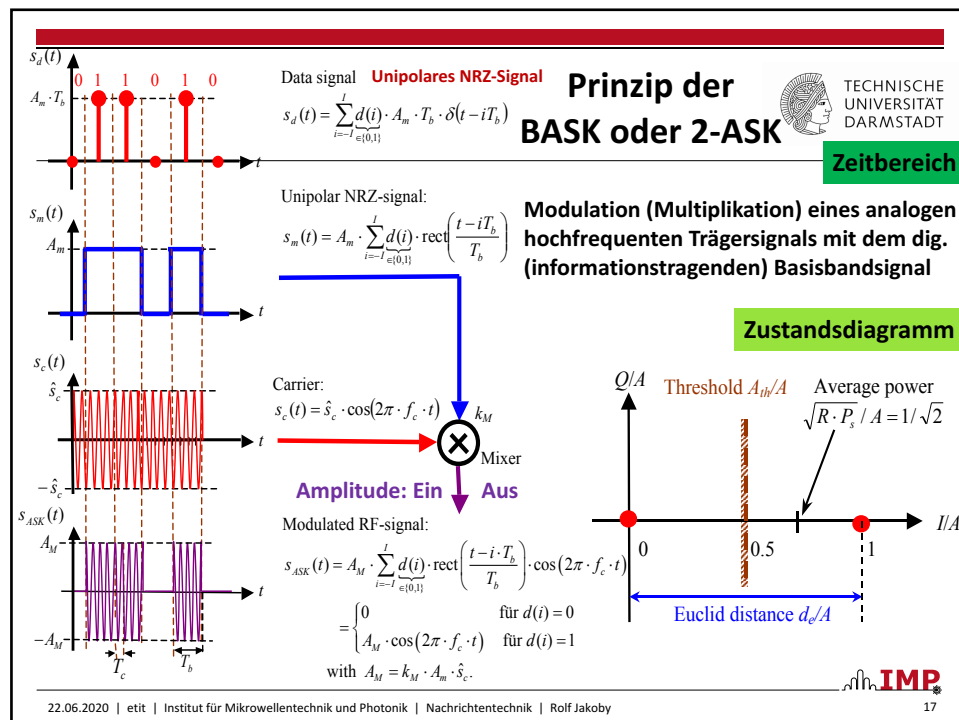
1. Impulsformung im Basisband (nächste Folie)

mit Tiefpass (rect-IR → harte Tastung)

→ Einfache mathematische Behandlung möglich

0. Eingangssignal (Source) → Unipolares NRZ-Signal

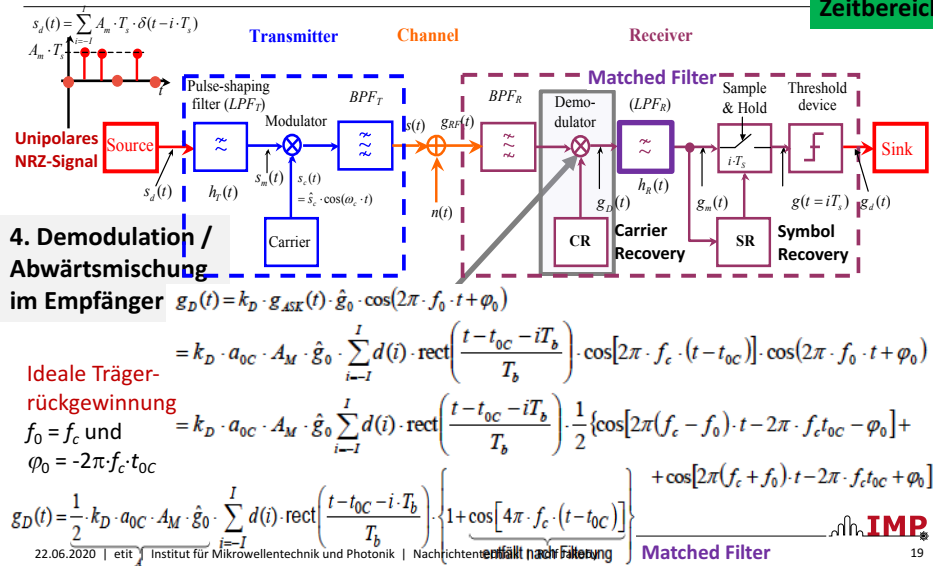




Digitales Kommunikationssystem Binary Amplitude Shift Keying (BASK)



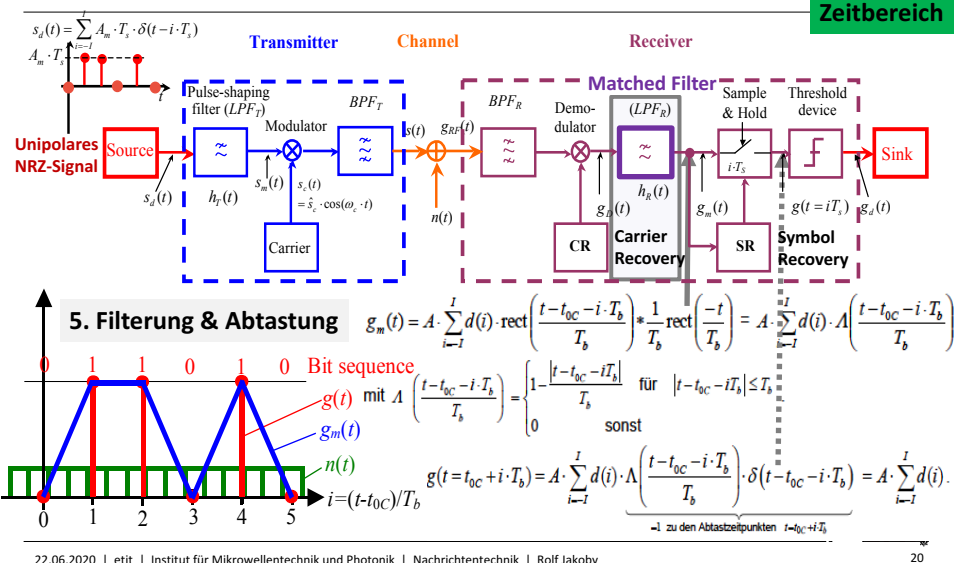
Zeitbereich




Digitales Kommunikationssystem Binary Amplitude Shift Keying (BASK)



Zeitbereich

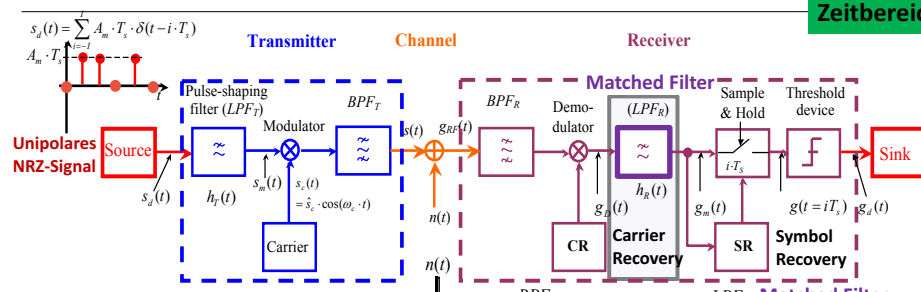


Digitales Kommunikationssystem Binary Amplitude Shift Keying (BASK)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Zeitbereich



Rauschleistung & Varianz

$a_{0C} \cdot s_{ASK}(t - t_{0C})$

$h_R(t) = \frac{1}{T_b} \text{rect}\left(\frac{-t}{T_b}\right)$ dieses Optimalfilters bestimmt werden.


1) $P_n = \frac{1}{2} N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |h_R(f)|^2 df = \frac{1}{2} N_0 \int_{-1/(2T_b)}^{1/(2T_b)} \frac{1}{T_b^2} df = \frac{N_0}{2T_b}$ $\Rightarrow \sigma_n^2 = R \cdot P_n = \frac{R \cdot N_0}{2 \cdot T_b}$ **Varianz**

2) $P_n = \frac{1}{2} N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H_R(f)|^2 df = N_0 \int_0^{\infty} \frac{\sin^2(\pi \cdot f \cdot T_b)}{(\pi \cdot f \cdot T_b)^2} df = \frac{N_0}{(\pi \cdot T_b)^2} \int_0^{\infty} \frac{\sin^2(\pi \cdot f \cdot T_b)}{f^2} df = \frac{N_0}{2 \cdot T_b}$ in W.

$H_R(f) = \text{sinc}[\pi \cdot T_b \cdot f]$

22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakob

Digitales Kommunikationssystem Binary Amplitude Shift Keying (BASK)

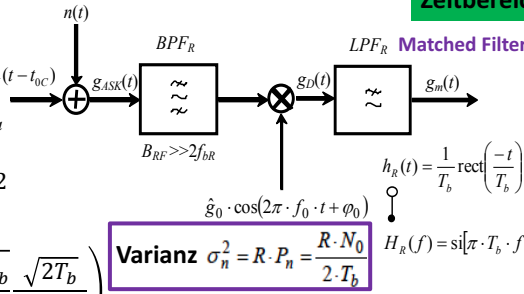


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Zeitbereich

6. Bitfehlerwahrscheinlichkeit Bitfehlerhäufigkeit (BER)

$a_{0C} \cdot s_{ASK}(t - t_{0C})$



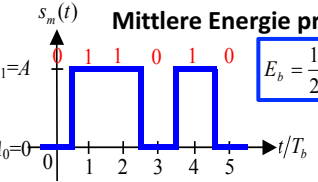
$BER = p_b = \text{Prob}(a > A_{th}) = \int_{A_{th}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{(a-A_0)^2}{2\sigma_n^2}} da$

$p_b = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{A_{th} - A_0}{\sqrt{2\sigma_n^2}}\right)$ $A_{th} = A/2$ $A_0 = 0$

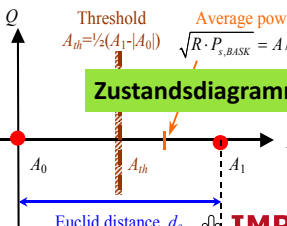
BASK $p_b = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{A/2}{\sqrt{2\sigma_n^2}}\right) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2RE_b}{T_b}} \sqrt{\frac{2T_b}{2RN_0}}\right)$

Mittlere Energie pro Bit $E_b = \frac{1}{2} \frac{A^2}{R} T_b$

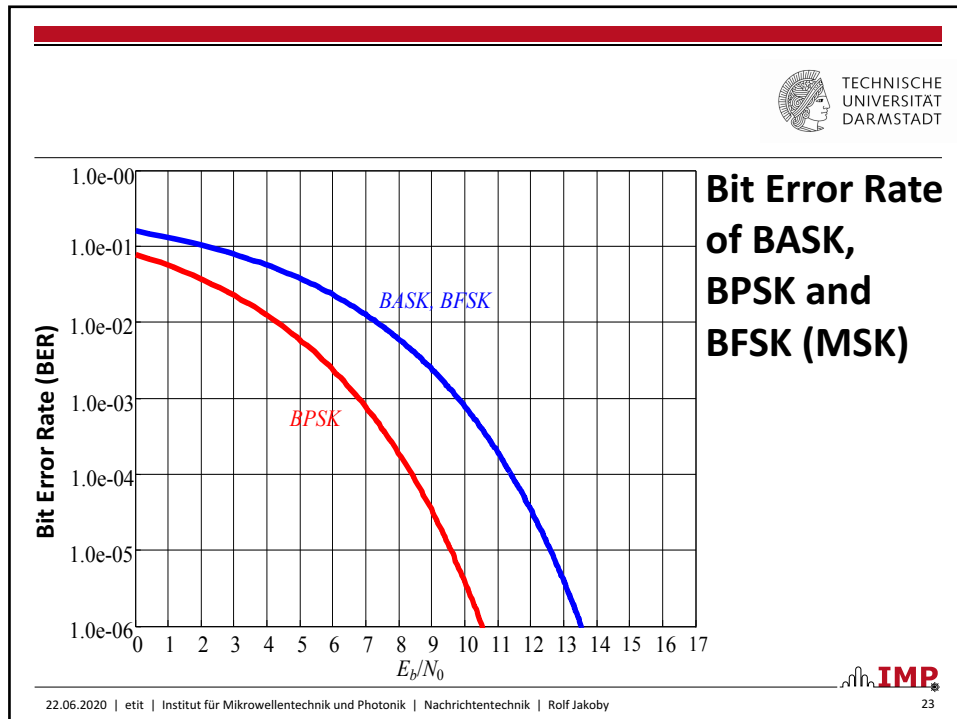
Ergebnis für unipolares NRZ-Signal



Zustandsdiagramm



22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakob



9-Digitale-Modulation

Inhalt der Nachrichtentechnik

Teil 3: Analoge Hochfrequenz-Signalverarbeitung

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

9 Digitale Modulation eines harmonischen Trägers

9.1 Harte, binäre Umtastung eines sinusförmigen Trägers

- 9.1.1 Binary Amplitude Shift Keying (BASK)
- 9.1.2 Binary Phase Shift Keying (BPSK)
- 9.1.3 Binary Frequency Shift Keying (BFSK)

9.2 Weiche Umtastung eines sinusförmigen Trägers

9.3 Höherstufige Modulationsverfahren

- 9.3.1 Quadratur-Phasenumtastung (QPSK)
- 9.3.2 Höherstufige Phasenumtastung (M-PSK)
- 9.3.3 Quadraturamplitudenmodulation (M-QAM)

9.4 Vergleich der Bandbreite- und Leistungseffizienz

Mathematische Herleitung

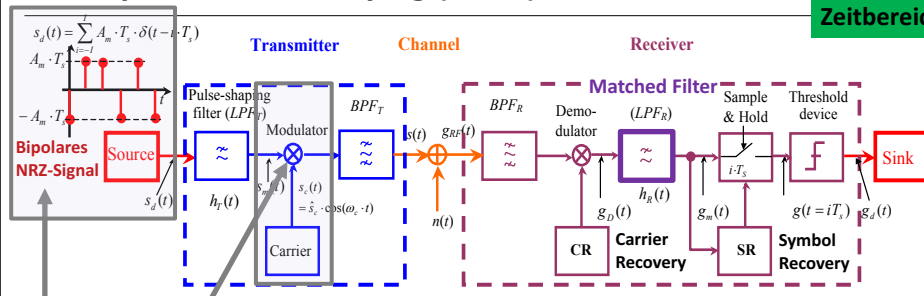
IMP

22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

24

Digitales Kommunikationssystem Binary Phase Shift Keying (BPSK)

Zeitbereich



2. Modulation (Multiplikation) eines analogen hochfrequenten Trägersignals mit dem digitalen (informationstragenden) Basisbandsignal → Prinzip der BPSK oder 2-PSK

0. Eingangssignal (Source) → Bipolares NRZ-Signal
Ansonsten gleiches Kommunikationssystem wie bei BASK

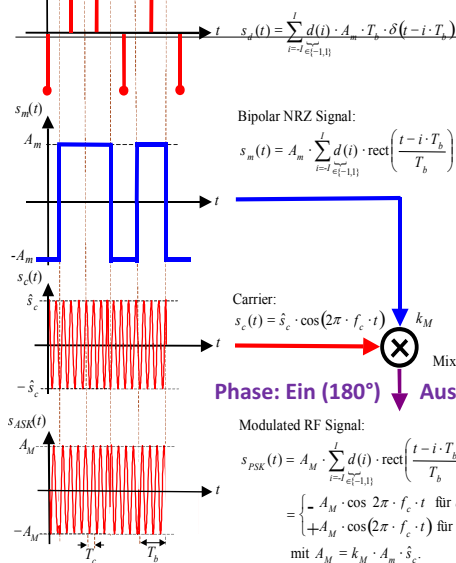
22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

25

Data Signal Bipolares NRZ-Signal

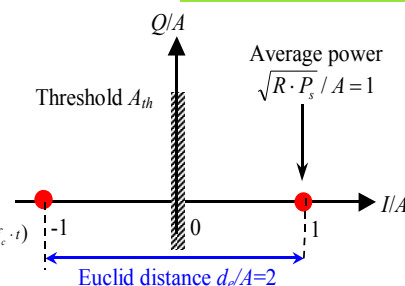
Binary Phase Shift Keying (BPSK)

Zeitbereich



Modulation (Multiplikation) eines analogen hochfrequenten Trägersignals mit dem dig. (informationstragenden) Basisbandsignal

Zustandsdiagramm



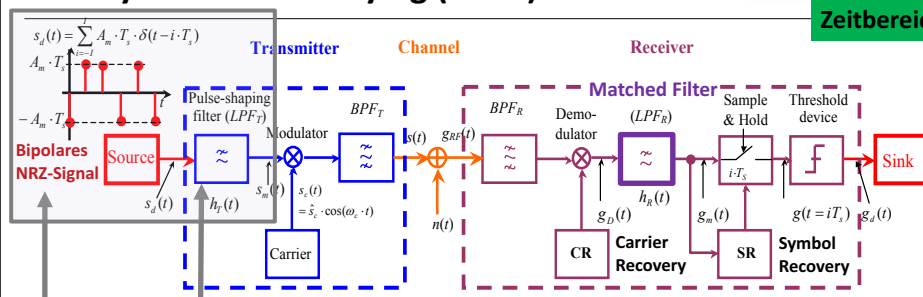
22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

26

Digitales Kommunikationssystem Binary Phase Shift Keying (BPSK)



Zeitbereich



1. Impulsformung im Basisband (nächste Folie)
mit Tiefpass (rect-IR \rightarrow harte Tastung)

\rightarrow Einfache mathematische Behandlung möglich

0. Eingangssignal (Source) \rightarrow Bipolares NRZ-Signal
Ansonsten gleiches Kommunikationssystem wie bei BASK

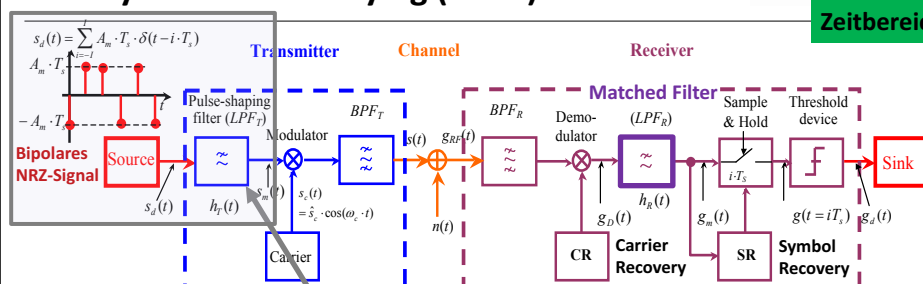
22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

27

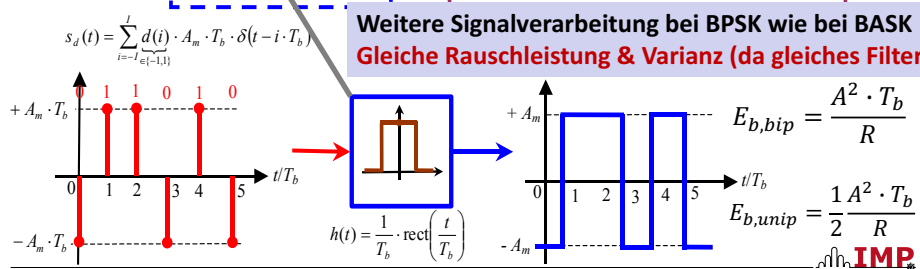
Digitales Kommunikationssystem Binary Phase Shift Keying (BPSK)



Zeitbereich



Weitere Signalverarbeitung bei BPSK wie bei BASK
Gleiche Rauschleistung & Varianz (da gleiches Filter)

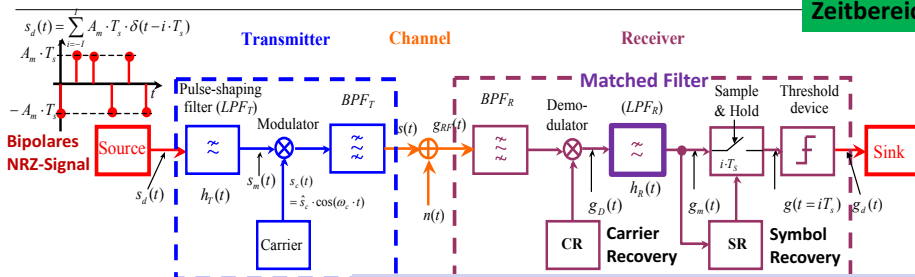


22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

28

Digitales Kommunikationssystem Binary Phase Shift Keying (BPSK)

Zeitbereich



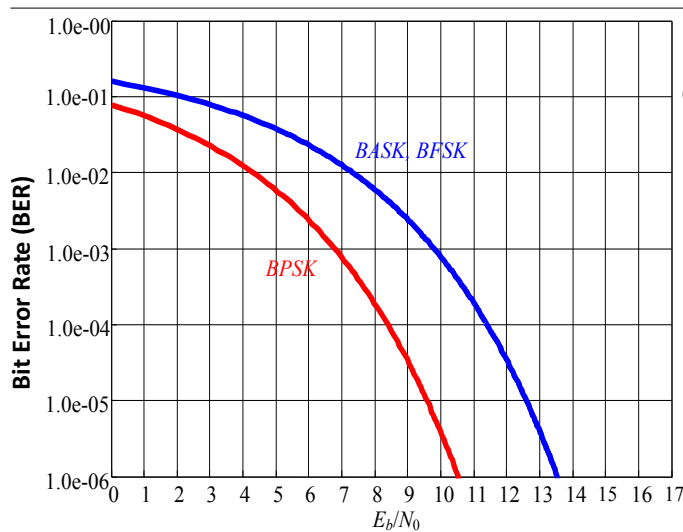
6. Bitfehlerwahrscheinlichkeit

Weitere Signalverarbeitung bei BPSK wie bei BASK
Gleiche Rauschleistung & Varianz (da gleiches Filter)

$$p_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_{th} - A_0}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \quad \begin{matrix} A_{th} = 0 \\ A_0 = -A \end{matrix}$$

$$E_{b,bip} = \frac{A^2 \cdot T_b}{R} \quad \sigma_n^2 = R \cdot P_n = \frac{R \cdot N_0}{2 \cdot T_b}$$

$$\text{BPSK} \quad p_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{RE_b}{T_b}} \frac{\sqrt{2T_b}}{\sqrt{2RN_0}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad \text{Ergebnis für bipolares NRZ-Signal}$$



Bit Error Rate
of BASK,
BPSK and
BFSK (MSK)

Inhalt der Nachrichtentechnik

Teil 3: Analoge Hochfrequenz-Signalverarbeitung



9 Digitale Modulation eines harmonischen Trägers

9.1 Harte, binäre Umtastung eines sinusförmigen Trägers

9.1.1 Binary Amplitude Shift Keying (BASK)

9.1.2 Binary Phase Shift Keying (BPSK)

9.1.3 Binary Frequency Shift Keying (BFSK)

9.2 Weiche Umtastung eines sinusförmigen Trägers

9.3 Höherstufige Modulationsverfahren

9.3.1 Quadratur-Phasenumtastung (QPSK)

9.3.2 Höherstufige Phasenumtastung (M-PSK)

9.3.3 Quadraturamplitudenmodulation (M-QAM)

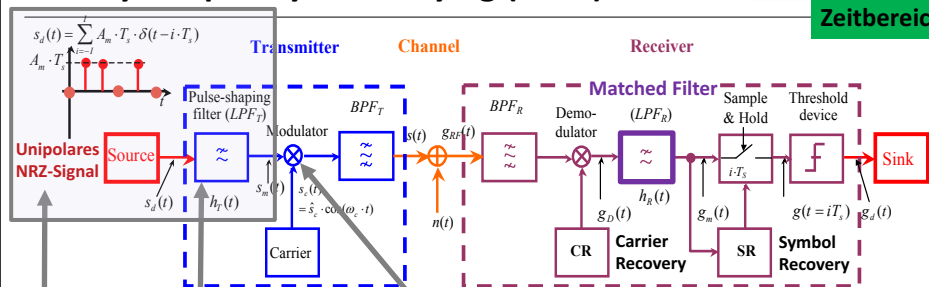
9.4 Vergleich der Bandbreite- und Leistungseffizienz

Mathematische Herleitung

Digitales Kommunikationssystem Binary Frequency Shift Keying (BFSK)



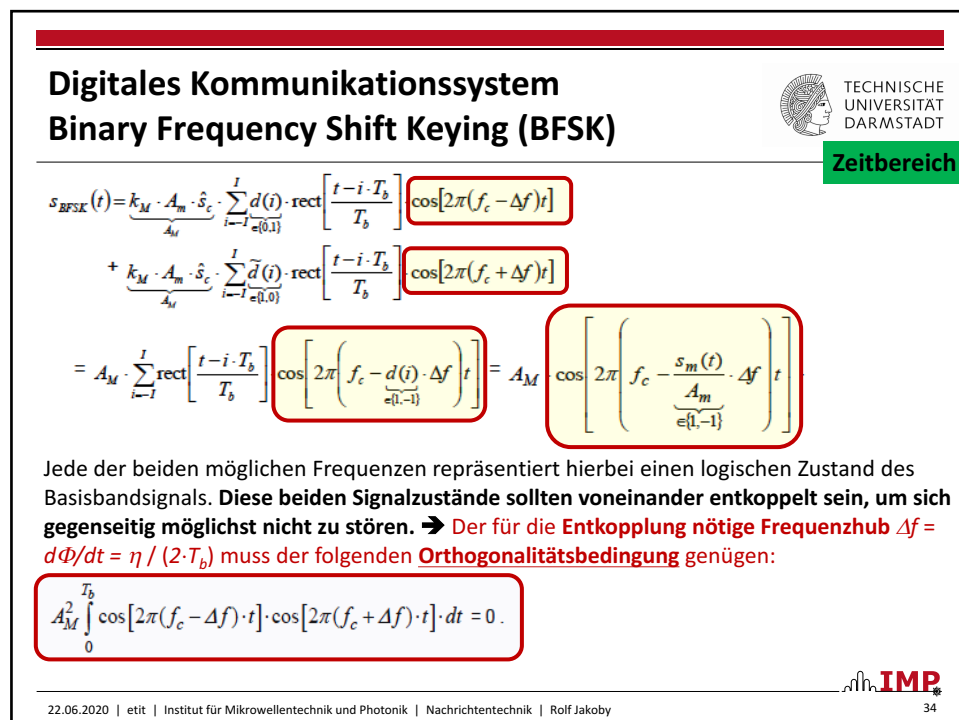
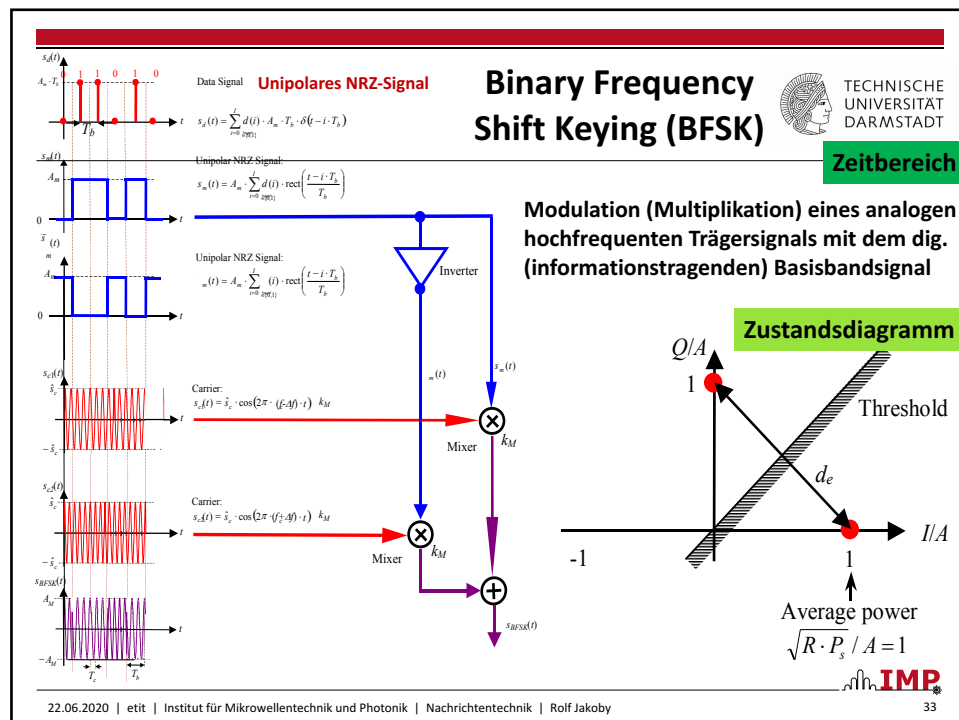
Zeitbereich



2. Modulation: Multiplikation des Trägers mit BB-signal
nächste Folie → Prinzip der BFSK oder 2-FSK

1. Impulsformung im DBB mit Tiefpass (rect-IR → harte Tastung)

0. Eingangssignal (Source) → Unipolares NRZ-Signal



Digitales Kommunikationssystem Binary Frequency Shift Keying (BFSK)



Zeitbereich

$$A_M^2 \int_0^{T_b} \cos[2\pi(f_c - \Delta f) \cdot t] \cdot \cos[2\pi(f_c + \Delta f) \cdot t] \cdot dt = 0.$$

Mit dem **Additionstheorem** $\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = 0.5 \cdot \{\cos[(\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)] + \cos[(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)]\}$
 $= 0.5 \cdot \{\cos(2\beta) + \cos(2\alpha)\}$ sowie $\alpha = 2\pi f_c \cdot t$ & $\beta = 2\pi \Delta f \cdot t \rightarrow$ **Orthogonalbedingung**:

$$\frac{1}{2} \cdot A_M^2 \int_0^{T_b} \cos[4\pi \cdot f_c \cdot t] \cdot dt + \frac{1}{2} \cdot A_M^2 \int_0^{T_b} \cos[4\pi \cdot \Delta f \cdot t] \cdot dt = 0$$

≈ 0 , da über viele Perioden

$$\Rightarrow \int_0^{T_b} \cos[4\pi \cdot \Delta f \cdot t] \cdot dt = \left[\frac{\sin(4\pi \cdot \Delta f \cdot t)}{4\pi \cdot \Delta f} \right]_0^{T_b} = \frac{\sin(4\pi \cdot \Delta f \cdot T_b)}{4\pi \cdot \Delta f} = 0.$$

Um eine möglichst **minimale**

Frequenzseparation zu erreichen, $4\pi \cdot \Delta f \cdot T_b = n \cdot \pi \Rightarrow \Delta f = \frac{n}{4T_b}$ mit $n = 1, 2, 3, \dots$

muss für orthogonale Umtastung der

Frequenzhub minimal sein $\rightarrow n = 1 \rightarrow \Delta f = 1/(4 \cdot T_b)$

\rightarrow **Minimum Shift Keying (MSK)**:

$$s_{MSK}(t) = A_M \cdot \cos \left[2\pi \left(f_c - d(i) \cdot \frac{1}{4T_b} \right) t \right]$$

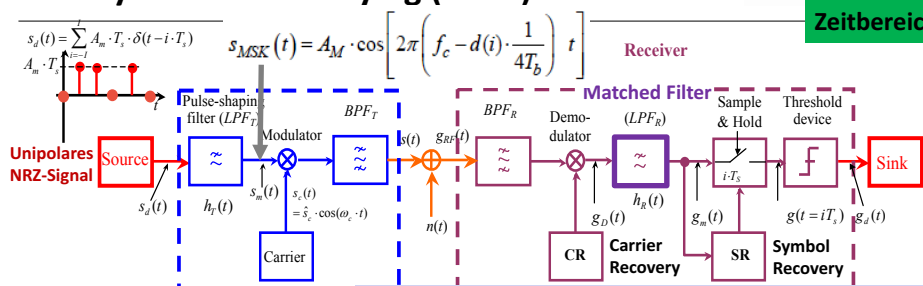
22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakob

35

Digitales Kommunikationssystem Binary Phase Shift Keying (BPSK)



Zeitbereich



6. Bitfehlerwahrscheinlichkeit

Weitere Signalverarbeitung bei MSK wie bei BASK
Gleiche Rauschleistung & Varianz (da gleiches Filter)

$$p_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_{th} - A_0}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \quad \begin{matrix} A_{th} = A/2 \\ A_0 = 0 \end{matrix}$$

$$E_{b,unip} = \frac{1}{2} \frac{A^2 \cdot T_b}{R} \quad \sigma_n^2 = R \cdot P_n = \frac{R \cdot N_0}{2 \cdot T_b}$$

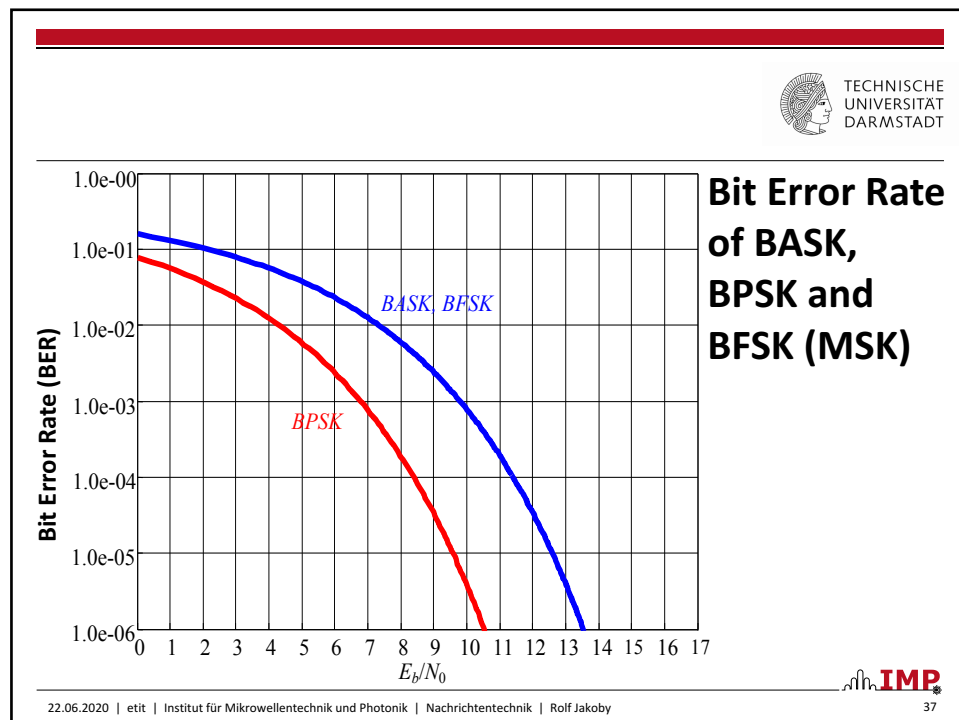
$$p_b^{MSK} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2RE_b}{T_b}} \sqrt{\frac{\sqrt{2T_b}}{\sqrt{2RN_0}}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right)$$

Ergebnis für unipolares NRZ-Signal

IMP

22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakob

36



9-Digitale-Modulation

Inhalt der Nachrichtentechnik

Teil 3: Analoge Hochfrequenz-Signalverarbeitung

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

9 Digitale Modulation eines harmonischen Trägers

9.1 Harte, binäre Umtastung eines sinusförmigen Trägers

- 9.1.1 Binary Amplitude Shift Keying (BASK)
- 9.1.2 Binary Phase Shift Keying (BPSK)
- 9.1.3 Binary Frequency Shift Keying (BFSK)

9.2 Weiche Umtastung eines sinusförmigen Trägers

9.3 Höherstufige Modulationsverfahren

- 9.3.1 Quadratur-Phasenumtastung (QPSK)
- 9.3.2 Höherstufige Phasenumtastung (M-PSK)
- 9.3.3 Quadraturamplitudenmodulation (M-QAM)

9.4 Vergleich der Bandbreite- und Leistungseffizienz

Simulation

IMP

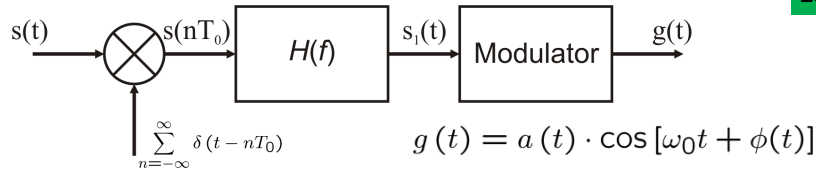
22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby

Digital Modulation: BASK, BPSK, BFSK

Simulation without / with raised-cosine filter $r=0.35$



Zeitbereich



- **Amplitude Shift Keying:** $g(t) = s_1(t) \cdot \cos[\omega_0 t]$
- **Phase Shift Keying:** $g(t) = g_0 \cdot \cos[\omega_0 t + m \cdot s_1(t)]$
- **Frequency Shift Keying:** $g(t) = g_0 \cdot \cos\left[\omega_0 t + m \cdot \int_{-\infty}^t s_1(\tau) d\tau\right]$

22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby



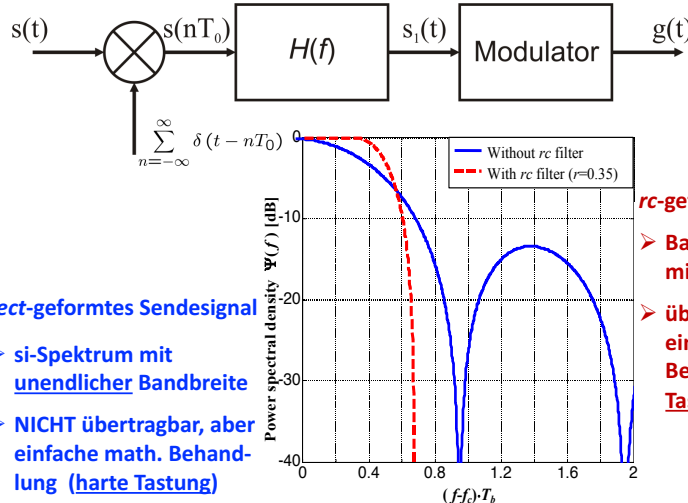
39

Digital Modulation: BASK, BPSK, BFSK

Simulation without / with raised-cosine filter $r=0.35$



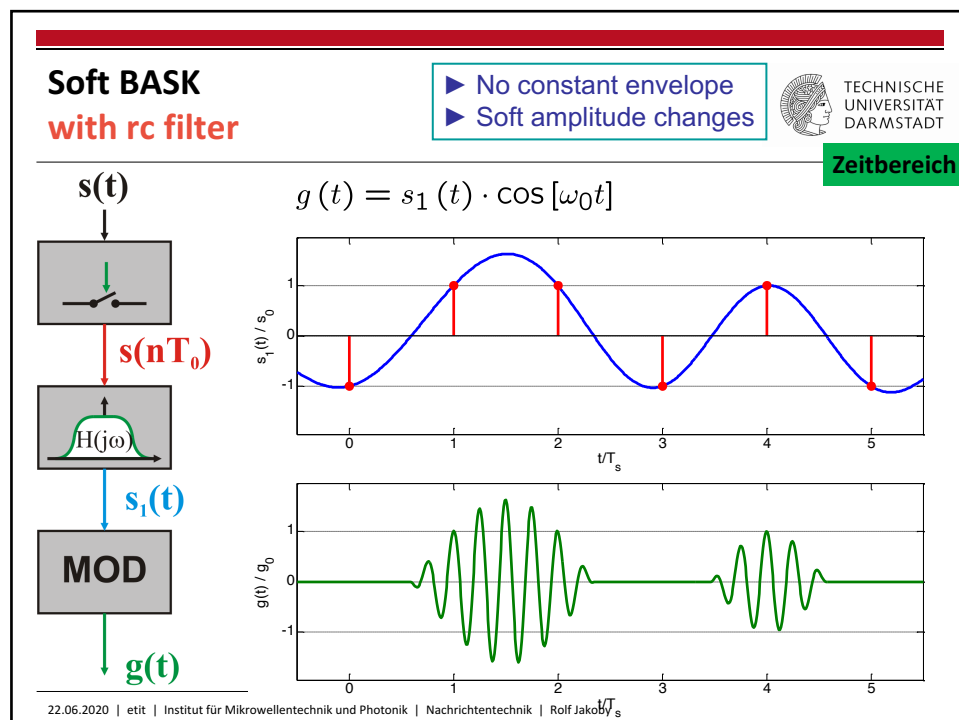
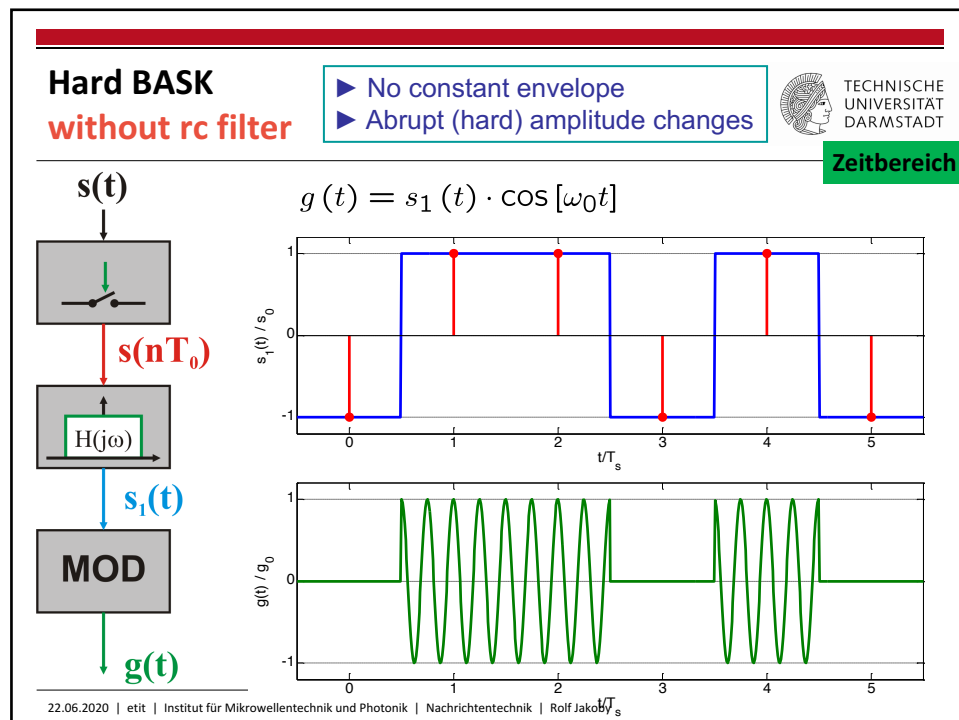
Frequenzbereich

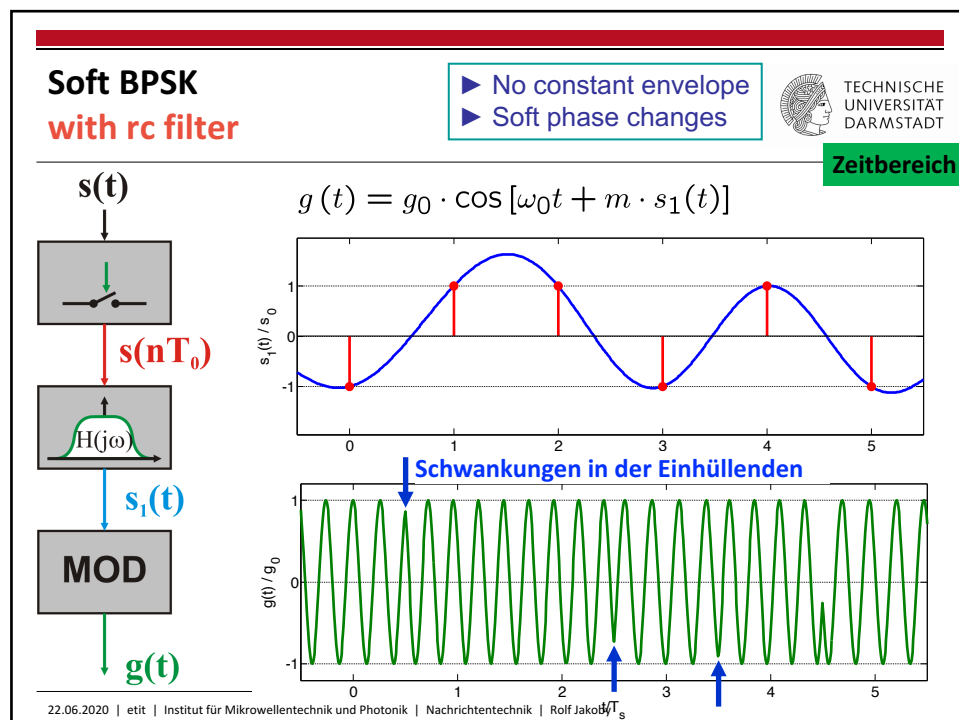
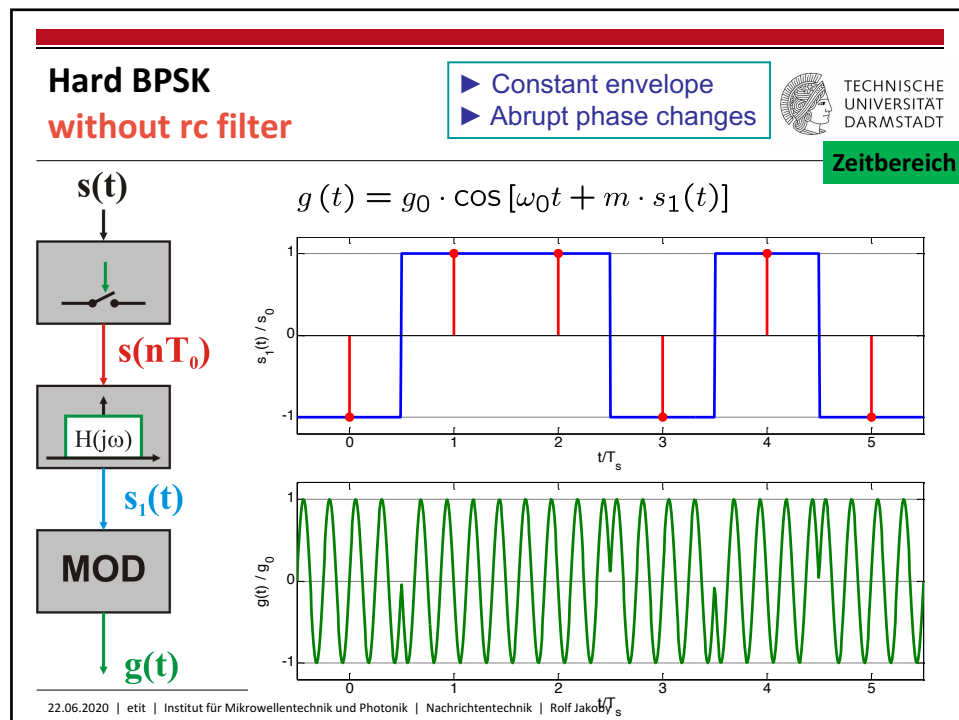


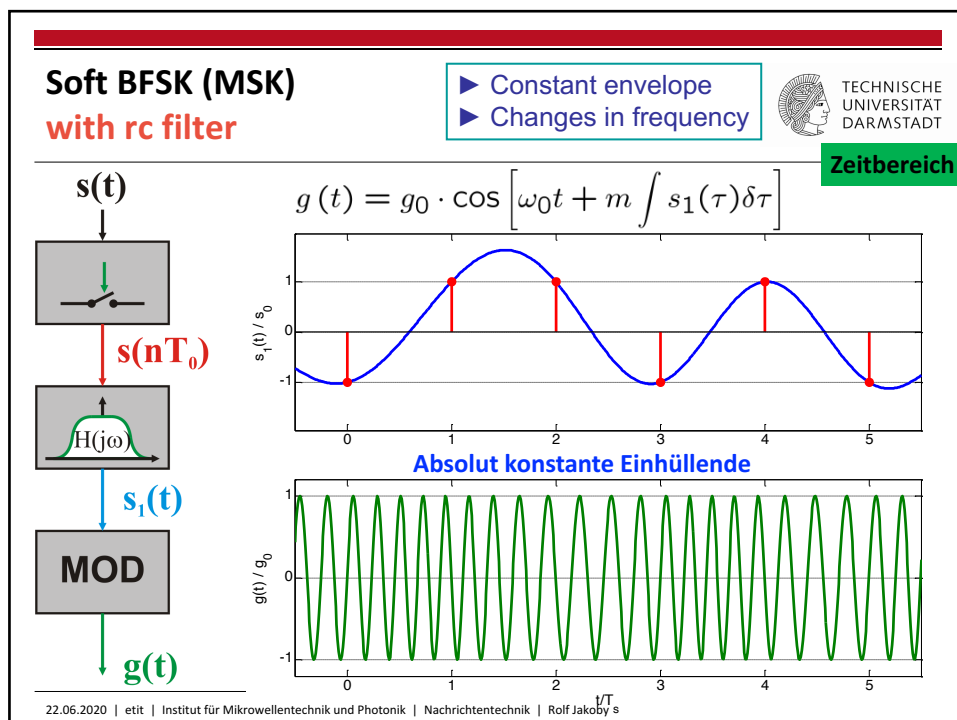
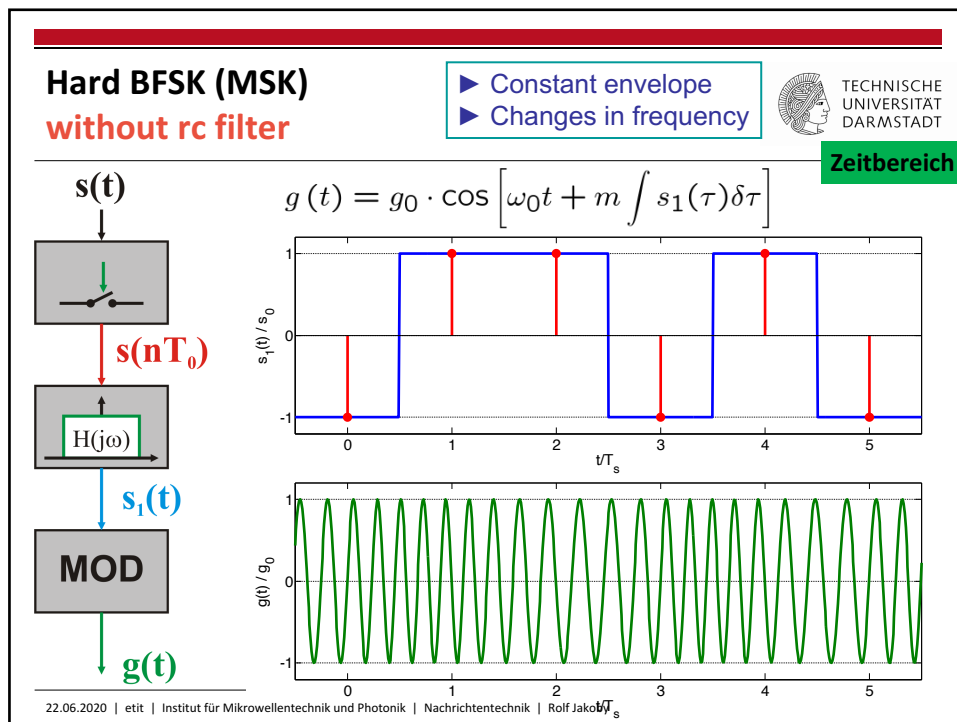
22.06.2020 | etit | Institut für Mikrowellentechnik und Photonik | Nachrichtentechnik | Rolf Jakoby



40







Inhalt der Nachrichtentechnik

Teil 3: Analoge Hochfrequenz-Signalverarbeitung



9 Digitale Modulation eines harmonischen Trägers

9.1 Harte, binäre Umtastung eines sinusförmigen Trägers

- 9.1.1 Binary Amplitude Shift Keying (BASK)
- 9.1.2 Binary Phase Shift Keying (BPSK)
- 9.1.3 Binary Frequency Shift Keying (BFSK)

9.2 Weiche Umtastung eines sinusförmigen Trägers

9.3 Höherstufige Modulationsverfahren

- 9.3.1 Quadratur-Phasenumtastung (QPSK)
- 9.3.2 Höherstufige Phasenumtastung (M-PSK)
- 9.3.3 Quadraturamplitudenmodulation (M-QAM)

9.4 Vergleich der Bandbreite- und Leistungseffizienz