

Zápočtová práce 1

Jméno a příjmení: Jan

Fakulta, ročník: FAV4

Rozhodování podle maximální aposteriorní pravděpodobnosti

Zadání:

Uvažujeme diskretní systém v čase, mající 4 stavové hodnoty x_1, x_2, x_3 a x_4 . Z dlouhodobějšího pozorování víme, že pravděpodobnost výskytu jednotlivých hodnot stavové proměnné X jsou známé a dány hodnotami $P(x_1)=0.34$, $P(x_2)=0.21$, $P(x_3)=0.05$ a $P(x_4)=0.40$. Na systému je možno pozorovat binární výstup Y s hodnotami 0 či 1. Předpokládáme, že v průběhu pozorování se v okamžicích $t_0, \dots, t_{k-1}, t_k, \dots$ hodnota stavové proměnné X nemění. Tedy, že

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) = x(t_0) = x.$$

Předpokládáme dále, že hodnoty y výstupní proměnné Y jsou v jednotlivých okamžicích t_k závislé jen na hodnotě stavové proměnné X systému, nikoli na minulých hodnotách výstupu $y(t_k)$. Platí

$$P(y(t_k)=0 | x, y(t_{k-1}), \dots, y(t_0)) = P(y(t_k) | x) \quad \forall k.$$

Považujeme tyto pravděpodobnosti za známé, přičemž $P(y(t_k)=0 | X=x_k)=**$, pro $k=1,2,3,4$ viz tabulka

| $p(y(t_k)=0 x_1)$ | $p(y(t_k)=0 x_2)$ | $p(y(t_k)=0 x_3)$ | $p(y(t_k)=0 x_4)$ |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 0.15 | 0.34 | 0.28 | 0.23 |

Úkoly

1. Metodou maximální aposteriorní pravděpodobnosti (Bayssovský přístup) určete optimální rozhodovací pravidlo pro odhad neznámé hodnoty x stavové proměnné X systému ze tří po sobě jdoucích pozorování hodnot $y(t_0)$, $y(t_1)$ a $y(t_2)$ výstupní proměnné Y .
2. Stanovte pravděpodobnost správného a chybného rozhodnutí.

Pomůcky:

Platí

$$\begin{aligned} P(y(t_0), y(t_1), y(t_2) | x) &= \\ &= P(y(t_2) | y(t_1), y(t_0), x) P(y(t_1) | y(t_0), x) P(y(t_0) | x) \end{aligned}$$