

Sinussignal:

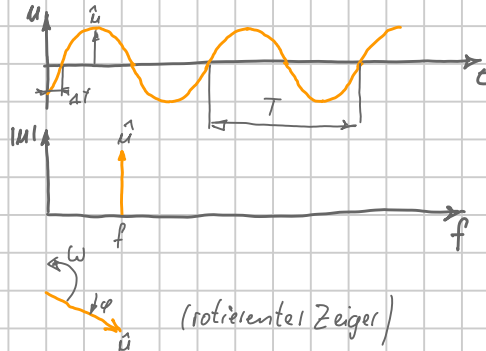
- Formel

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi) + u_{oc}$$

- Zeitlicher Verlauf

- Frequenzdarstellung

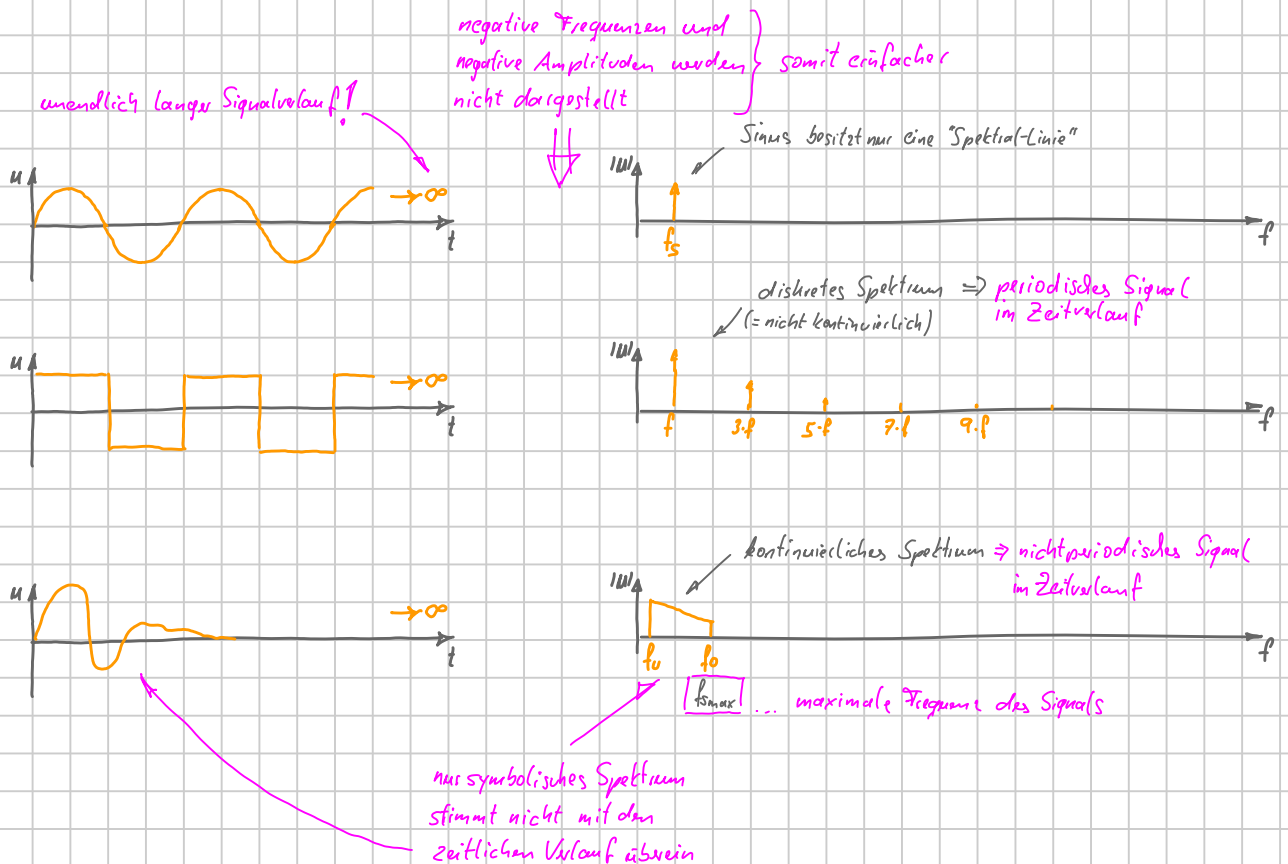
- Zeigendiagramm

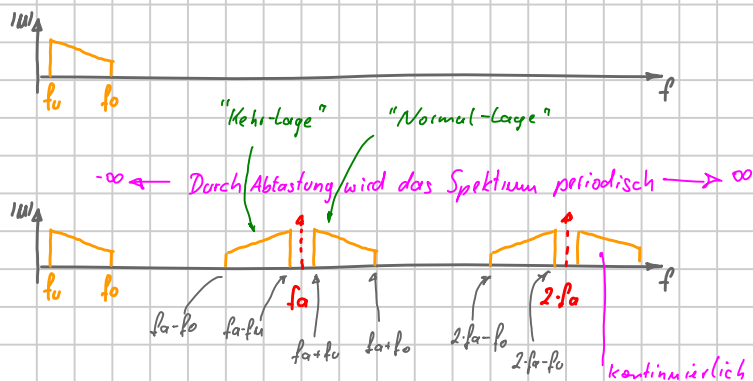
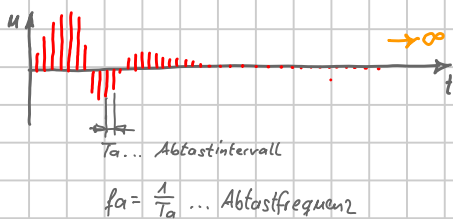
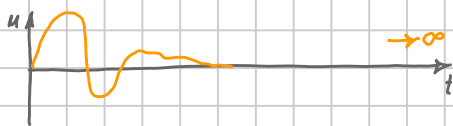


$$f = \frac{1}{T} \quad \varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi \quad \left(\varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360^\circ \right)$$

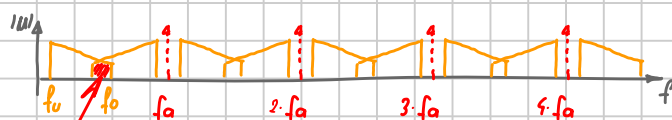
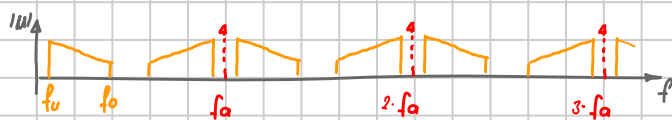
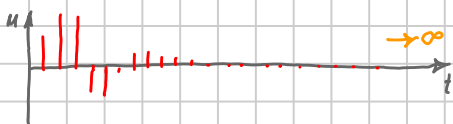
Zeitlicher Verlauf

Frequenzspektrum





Durch die Abtastung entsteht ein Informationsverlust \Rightarrow Dies zeigt sich durch das periodische Spektrum



Abtasttheorem nach Shannon

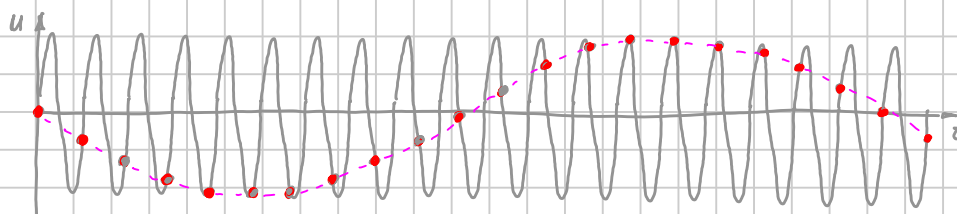
$$\boxed{f_a > 2 \cdot f_{smax}}$$

Überlappung des Spektrums

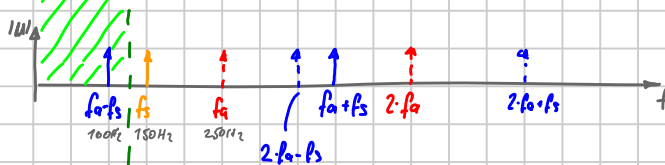
Ursprüngliches (zeitliches Signal) kann nicht mehr zurückgewonnen werden!

\Rightarrow Informationsverfälschung

Aliasing



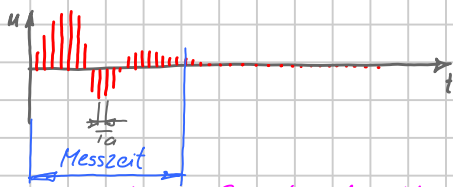
physikalischer Bereich



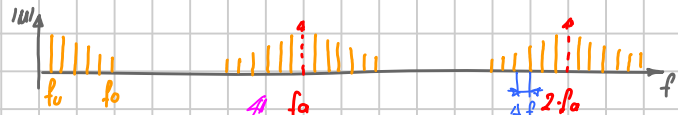
$$\frac{f_a}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_a = 250 \text{ Hz} \\ f_s = 150 \text{ Hz} \end{array} \right\} \Rightarrow f_a - f_s = 250 \text{ Hz} - 150 \text{ Hz} = 100 \text{ Hz}$$

nicht physikalisches Signal



Signal wird nicht unendlich lange gemessen
 \Rightarrow Informationsverlust



Spektrum wird diskret, es können nur mehr bestimmte Frequenzen dargestellt werden

$$\Delta f = \frac{1}{\text{Messzeit}} \quad \Delta f \dots \text{Frequenzauflösung}$$

$T_a \dots$ Abtastintervall (sample periode)

$f_a \dots$ Abtastfrequenz (sample rate)

$n \dots$ Anzahl der Abtastwerte (number of samples)

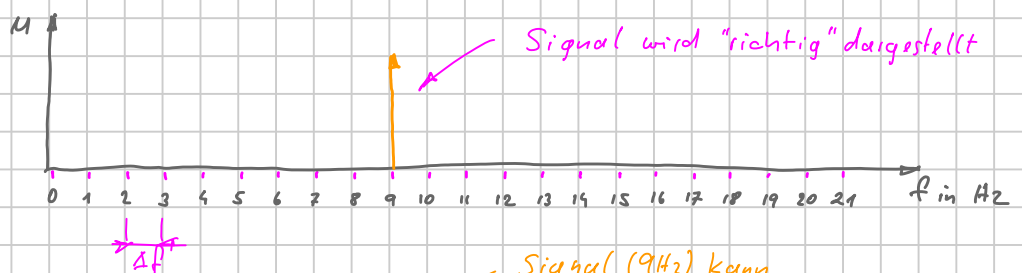
$$\text{Messzeit} = T_a \cdot n = \frac{n}{f_a}$$

$$\Rightarrow \Delta f = \frac{1}{T_a \cdot n} = \frac{f_a}{n}$$

Leakage-Effekt

$$\begin{aligned} f_s &= 9 \text{ Hz} \\ f_a &= 100 \text{ Hz} \\ n &= 100 \end{aligned}$$

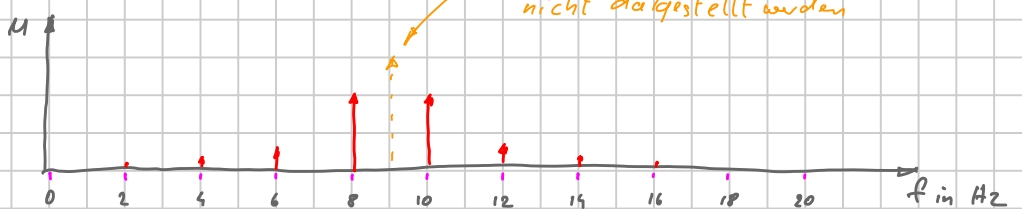
$f_a > 2 \cdot f_s$
 $\Delta f = \frac{f_a}{n}$
 $\Delta f = \frac{100 \text{ Hz}}{100} = 1 \text{ Hz}$



Signal wird "richtig" dargestellt

$$\begin{aligned} f_s &= 9 \text{ Hz} \\ f_a &= 100 \text{ Hz} \\ n &= 50 \end{aligned}$$

$f_a > 2 \cdot f_s$
 $\Delta f = \frac{f_a}{n}$
 $\Delta f = \frac{100 \text{ Hz}}{50} = 2 \text{ Hz}$



Signal (9 Hz) kann nicht dargestellt werden

Spektrum "zerfließt"
 \Rightarrow Signal teilt sich auf darstellbare Frequenzen auf! (Leck-Effekt)