

Jan Doniec

A=5, B=1, C=2, D=5

.....

-----

---

(Imię i nazwisko)

(A, B, C, D)

Parametry:

M = 10

N = 14

norma = 1

## **Raport z Pracowni nr 2**

### **Zadanie 1.**

#### 1. Cel zadania

Celem zadania było zbadanie jak zbieżność Iteracji Prostej jest zależna od parametru  $n$  (Parametr  $n$  - wielkość macierzy), przy normie macierzowej równej 1, wykorzystując metodę `iteruj_roznica()`.

#### 2. Metody

Do przeprowadzenia doświadczenia wykorzystano komputer MacBook Air z procesorem Apple M1 ze zainstalowanym środowiskiem Visual Studio Code, wykorzystując pliki zawierające klasy napisane w języku Python, udostępnione studentom podczas kursu Metody Numeryczne. Część analizy danych odbyła się również w programie Microsoft Excel.

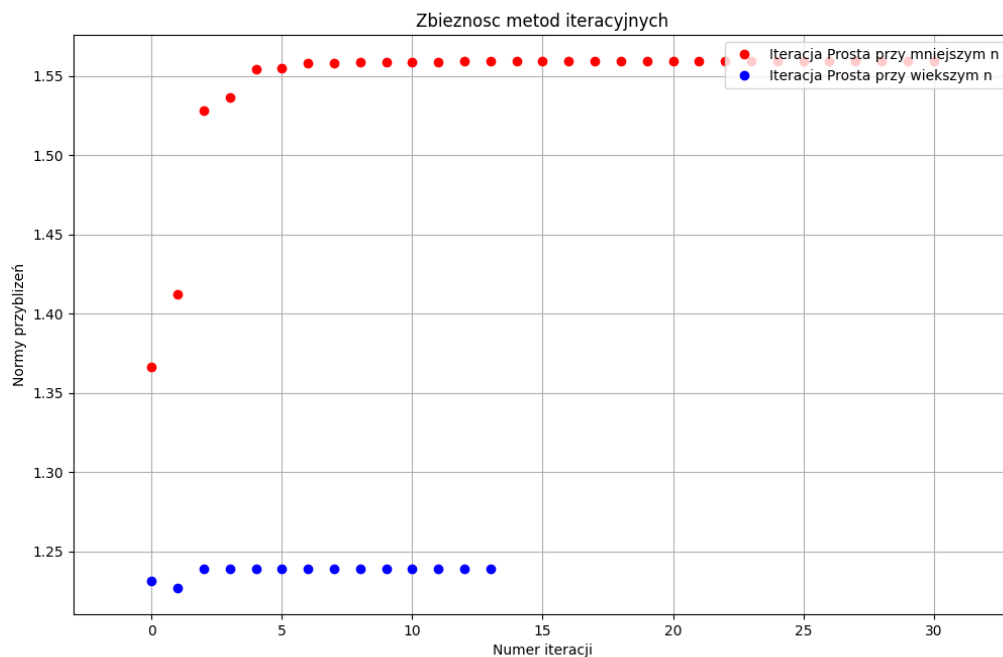
#### 3. Przyjęte parametry

Do wykonania zadania przyjęto poniższe parametry:

- $eps=1.0E-10$  – parametr stopu
- $alfa=0.3$  – parametr zmiennej losującej układ
- $k=5$  – liczba pomiarów dla jednej wartości parametru
- $norma=1$

#### 4. Przebieg doświadczenia i wyniki

W zgodzie z wybranymi parametrami, przeprowadzone zostało kilka testów kontrolnych. Podczas sesji testowej rozważono dwie różne macierze o różnych wartościach parametru  $n$  należących od 10 do 140.



Rys.1 – Przedstawia normy kolejnych przybliżeń dla dwóch różnych parametrów  $n$  ( $n=10$ ,  $n=140$ ).

Uzyskano następujące wyniki:

Dla  $n=10$ :

Norma macierzy: 1.017589

Niedokładność rozwiązania: 6.619938e-11

Dla  $n=140$ :

Norma macierzy: 1.012952

Niedokładność rozwiązania: 1.355744e-10

Na podstawie powyższych wyników można sformułować następującą hipotezę:  
 Niezależnie od wzrostu rozmiaru macierzy norma oscyluje w zbliżonych wartościach.

W eksperymencie wykorzystano następujące wartości  
 $n=[10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140]$

Wykorzystano również funkcję `badaj_zbieznosc()`:

```

def badaj_zbieznosc(self):
    param = [10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140]
    sr_norma_macierzy = []

    sr_niedokladnosc = []
    sr_liczba_iteracji = []
    for n in param :
        u1 = uklad.Uklad(wymiar=self.n)
        norma_macierzy = 0.0
        liczba_iteracji=0.0
        niedokladnosc = 0.0
        iteracje = 0

        while iteracje < self.k:
            u1.losuj_uklad_symetryczny_dodatnio_okreslony()
            test1 = iteracjaprosta.IteracjaProsta(ukl=u1)
            test1.przygotuj()
            norma_D = u1.norma_macierzy(
                typ=self.norma,
                macierz=test1.D
            )
            iter=test1.iteruj_roznica(
                norma = self.norma,
                eps= self.eps
            )
            niedokl = test1.sprawdz_rozwiazanie(norma=self.norma)
            if iter == 0:
                continue
            else:
                norma_macierzy += norma_D
                niedokladnosc += niedokl
                liczba_iteracji += iter
                iteracje += 1

        sr_liczba_iteracji.append(liczba_iteracji/self.k)
        sr_norma_macierzy.append(norma_macierzy / self.k)
        sr_niedokladnosc.append(niedokl / self.k)
    print("Wielkosc \nmacierzy \t \t ||D|| \t Iteracje \t  Niedokladnosc")
    print("-----" * 9)
    for i in range(len(param)):

```

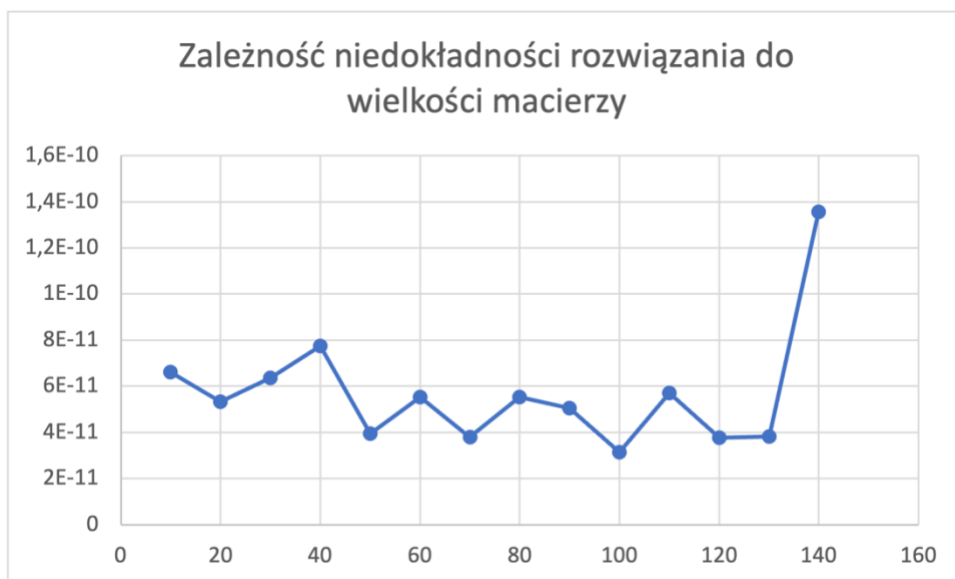
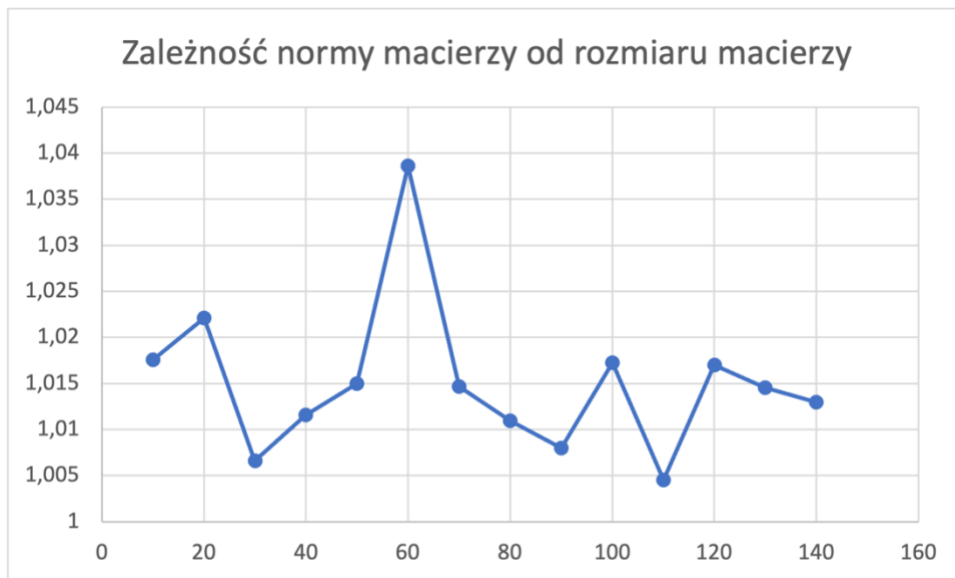
```
wyniki = f"{param[i]} \t\t\t"
wyniki += f"{sr_norma_macierzy[i]:.6f} \t\t"
wyniki += f"{sr_liczba_iteracji[i]:.2f} \t"
wyniki += f"{sr_niedokladnosc[i]:.6e} \n"
print(wyniki)
```

Wynikiem jej działania dla wcześniejszych parametrów jest zwrócenie w konsoli następującej sekwencji danych:

| Wielkosc<br>macierzy | D        | Iteracje | Niedokladnosc |
|----------------------|----------|----------|---------------|
| 10                   | 1.017589 | 14.00    | 6.619938e-11  |
| 20                   | 1.022122 | 13.80    | 5.337707e-11  |
| 30                   | 1.006595 | 13.60    | 6.349509e-11  |
| 40                   | 1.011566 | 13.80    | 7.751698e-11  |
| 50                   | 1.014971 | 14.00    | 3.949318e-11  |
| 60                   | 1.038630 | 13.80    | 5.534426e-11  |
| 70                   | 1.014687 | 14.00    | 3.800554e-11  |
| 80                   | 1.010966 | 14.00    | 5.530306e-11  |
| 90                   | 1.007955 | 13.80    | 5.043926e-11  |
| 100                  | 1.017232 | 14.00    | 3.133300e-11  |
| 110                  | 1.004543 | 13.80    | 5.700721e-11  |
| 120                  | 1.017006 | 14.00    | 3.759572e-11  |
| 130                  | 1.014551 | 13.80    | 3.825631e-11  |
| 140                  | 1.012952 | 13.80    | 1.355744e-10  |

Zauważmy, że:

- Wartości norm niewiele się zmieniają wraz ze wzrostem rozmiaru macierzy
- Im większy rozmiar macierzy tym mniejsza niedokładność



## 5. Wnioski

Przy wzroście rozmiaru macierzy n:

- Nie wydaje się, aby rozmiar macierzy miał wpływ na normę macierzy
- Wydaje się, że średnio im większa macierzy tym mniejsza niedokładność

## Zadanie 2.

### 1. Cel zadania

Celem zadania było zbadanie wpływu wartości gamma na efektywność uzyskiwania rankingu PageRank metodą Iteracji Seidla oraz Metodą Potęgową przy normie równej 0. Wykorzystano do tego metodę iteruj\_roznica().

## 2. Metody

Do przeprowadzenia doświadczenia wykorzystano komputer MacBook Air z procesorem Apple M1 ze zainstalowanym środowiskiem Visual Studio Code, wykorzystując pliki zawierające klasy napisane w języku Python, udostępnione studentom podczas kursu Metody Numeryczne. Część analizy danych odbyła się również w programie Microsoft Excel.

## 3. Przyjęte parametry

Do wykonania zadania przyjęto poniższe parametry:

- $\text{eps}=1.0\text{E}-10$  – parametr stopu
- $k=5$  – liczba pomiarów dla jednej wartości parametru
- $\text{norma}=0$
- $n=30$  – rozmiar macierzy

## 4. Przebieg doświadczenia i wyniki

Dla wybranych wartości parametru gamma przeprowadzono kilka testów kontrolnych. Rozważono macierz na której zastosowano dwie metody – Iteracji Seidela oraz Metodę Potęgową. Przyjęto następujące wartości parametru gamma: 0.99 oraz 0.01.

- Dla 0.99:

Średnia liczba linkow: 29.733333333333334

### **Iteracja Seidela**

-Liczba iteracji: 147

-Niedokładność:  $7.547418939823913\text{e}-11$

### **Metoda Potęgowa**

-Liczba iteracji: 7

-Niedokładność: 0.035522854386918365

- Dla 0.01:

Średnia liczba linkow: 0.3333333333333333

### **Iteracja Seidela**

-Liczba iteracji: 136

-Niedokładność:  $6.886611420009459\text{e}-11$

### **Metoda Potęgowa**

- Liczba iteracji: 18
- Niedokładność: 1.6999999998748558

Teraz można sformułować hipotezę: Wraz ze wzrostem wartości parametru gamma rośnie efektywność Metody Potęgowej.

Do badań wybrano następujące wartości gamma:  
[0.01,0.1,0.2,0.25,0.3,0.4,0.5,0.55,0.6,0.7,0.8,0.9,0.95,0.99]

Dla każdej z wartości zostało przeprowadzonych pięć testów w obydwu iteracjach – Iteracji Seidela oraz Metodzie Potęgowej.

Oto ciało metody badaj\_zbieznosc(), która odpowiada za przygotowanie i przeprowadzenie testów.

```
def badaj_zbieznosc(self):  
    gammy=[0.01,0.1,0.2,0.25,0.3,0.4,0.5,0.55,0.6,0.7,0.8,0.9,0.95,0.99]  
  
    u1 = ukklad.Uklad(wymiar = self.n)  
  
    sr_gamma1 = []  
    sr_niedokladnosc1 = []  
    sr_liczba_iteracji1 = []  
    sr_norma_macierzy1 = []  
    sr_liczba_iteracji2 = []  
    sr_norma_macierzy2 = []  
    sr_gamma2 = []  
    sr_niedokladnosc2 = []  
  
    for gamma in gammy:  
        norma_macierzy1 = 0.0  
        niedokladnosc1 = 0.0  
        iteracje1 = 0  
        liczba_iteracji1 = 0.0  
        gamma1 = 0.0  
        norma_macierzy2 = 0.0  
        liczba_iteracji2 = 0.0  
        gamma2 = 0.0  
        niedokladnosc2 = 0.0  
  
        while iteracje1 < self.k:
```

```

pgr = pagerank.PageRank(nn=30)
pgr.losuj(gamma)
pgr.srednia_liczba_linkow()
print("Metoda potegowa")

test1 = potegowa.Potegowa(ukl=pgr.u)

iter1 = test1.iteruj_roznica(
    eps = self.eps
)
test1.wypisz_rozwiazanie(iter1)
pgr.ranking(test1.y)
niedokl1 = test1.sprawdz_rozwiazanie(self.norma)
if iter1 == 0:
    continue
else:
    norma_macierzy1 += uklad.Uklad.norma_macierzy(pgr.u,typ=self.norma)
    gamma1 += gamma
    niedokladnosc1 += niedokl1
    liczba_iteracji1 += iter1
    iteracje1 += 1
print("Metoda Seidela")

pgr.przygotuj_do_iteracji()
test2 = iteracjaseidela.IteracjaSeidela(ukl=pgr.v)
test2.przygotuj()
iter2 = test2.iteruj_roznica(
    eps = self.eps,
    norma = self.norma
)
test2.wypisz_rozwiazanie(iter2)
pgr.ranking_po_iteracji(test2.X)
niedokl2 = test2.sprawdz_rozwiazanie(self.norma)
if iter2 == 0:
    continue
else:
    norma_macierzy2 += uklad.Uklad.norma_macierzy(pgr.u,typ=self.norma)
    gamma2 += gamma
    niedokladnosc2 += niedokl2
    liczba_iteracji2 += iter2

```



```

sr_norma_macierzy1.append(norma_macierzy1/self.k)
sr_gamma1.append(gamma1/self.k)
sr_liczba_iteracji1.append(liczba_iteracji1/self.k)
sr_niedokladnosc1.append(niedokladnosc1/self.k)
sr_norma_macierzy2.append(norma_macierzy2/self.k)
sr_gamma2.append(gamma2/self.k)
sr_liczba_iteracji2.append(liczba_iteracji2/self.k)
sr_niedokladnosc2.append(niedokladnosc2/self.k)

print("Metoda Potegowa")
print("Gamma \t \t ||D|| \t \t Iteracje \t \t Niedokladnosc")
print("-----"*9)
for i in range(len(gammy)):
    wyniki = f"{sr_gamma1[i]} \t"
    wyniki += f"{sr_norma_macierzy1[i]:.6f} \t"
    wyniki += f"{sr_liczba_iteracji1[i]:.2f} \t"
    wyniki += f"{sr_niedokladnosc1[i]:.6e} \n"
    print(wyniki)

print("Metoda Seidela")
print("Gamma \t \t ||D|| \t \t Iteracje \t \t Niedokladnosc")
print("-----"*9)
for i in range(len(gammy)):
    wyniki = f"{sr_gamma2[i]} \t"
    wyniki += f"{sr_norma_macierzy2[i]:.6f} \t"
    wyniki += f"{sr_liczba_iteracji2[i]:.2f} \t"
    wyniki += f"{sr_niedokladnosc2[i]:.6e} \n"
    print(wyniki)

```

Poniżej znajdują się wyniki testów dla obu metod:

### Metoda Potęgowa

| Gamma | D        | Iteracje | Niedokladnosc |
|-------|----------|----------|---------------|
| 0.01  | 2.446667 | 17.00    | 9.016667e-01  |
| 0.1   | 2.290000 | 186.60   | 8.848159e-01  |
| 0.2   | 1.877063 | 24.20    | 5.309395e-01  |
| 0.25  | 1.738268 | 20.00    | 5.137208e-01  |

|      |          |       |              |
|------|----------|-------|--------------|
| 0.3  | 1.730088 | 18.80 | 4.508544e-01 |
| 0.4  | 1.534355 | 15.20 | 4.599518e-01 |
| 0.5  | 1.432270 | 13.40 | 3.781356e-01 |
| 0.55 | 1.339407 | 12.00 | 3.170948e-01 |
| 0.6  | 1.271511 | 11.40 | 3.206489e-01 |
| 0.7  | 1.287942 | 10.00 | 3.168111e-01 |
| 0.8  | 1.167588 | 9.20  | 2.406856e-01 |
| 0.9  | 1.102763 | 7.80  | 1.503479e-01 |
| 0.95 | 1.052362 | 7.00  | 9.786271e-02 |
| 0.99 | 1.010640 | 5.80  | 3.897587e-02 |

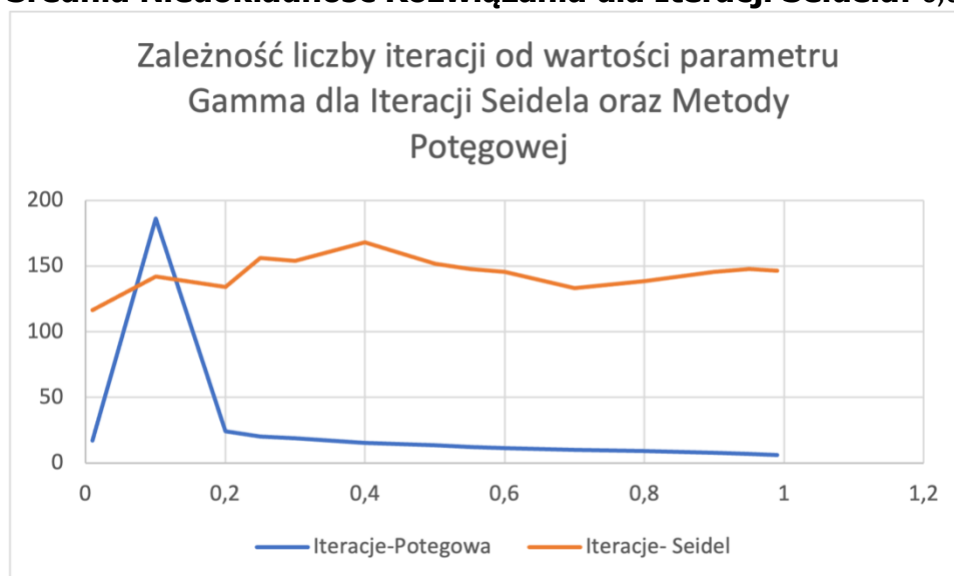
### Iteracja Seidela

| Gamma | $  D  $  | Iteracje | Niedokladnosc |
|-------|----------|----------|---------------|
| 0.01  | 2.446667 | 116.60   | 5.080476e-11  |
| 0.1   | 2.290000 | 142.00   | 1.000000e-01  |
| 0.2   | 1.877063 | 134.40   | 6.756213e-11  |
| 0.25  | 1.738268 | 156.20   | 6.486115e-11  |
| 0.3   | 1.730088 | 154.00   | 6.589118e-11  |
| 0.4   | 1.534355 | 168.40   | 7.127794e-11  |
| 0.5   | 1.432270 | 152.00   | 7.037886e-11  |
| 0.55  | 1.339407 | 147.80   | 7.071342e-11  |
| 0.6   | 1.271511 | 145.60   | 7.345058e-11  |
| 0.7   | 1.287942 | 133.40   | 7.709446e-11  |

|      |          |        |              |
|------|----------|--------|--------------|
| 0.8  | 1.167588 | 138.80 | 7.803019e-11 |
| 0.9  | 1.102763 | 145.80 | 7.697077e-11 |
| 0.95 | 1.052362 | 147.80 | 7.539689e-11 |
| 0.99 | 1.010640 | 146.60 | 8.053303e-11 |

**Średnia liczba iteracji dla Metody Potęgowej:** 25,6  
**Średnia liczba iteracji dla Iteracji Seidela:** 144,9571429

**Średnia Niedokładność Rozwiązania dla Metody Potęgowej:** 4,00E-01  
**Średnia Niedokładność Rozwiązania dla Iteracji Seidela:** 0,00714286



### Z powyższych danych możemy wywnioskować:

- Generalny trend mówi, że wraz ze wzrostem parametru Gamma liczba iteracji dla metody potęgowej maleje, a dla Iteracji Seidela liczba iteracji utrzymuje się na podobnym poziomie.
- Iteracja Potęgowa potrzebuje znacznie mniej iteracji
- Średnio niedokładność jest mniejsza dla Iteracji Seidela

## 5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonego eksperymentu można stwierdzić, że Metoda Potęgowa jest o wiele bardziej efektywna od Iteracji Seidela w określaniu rankingu Google PageRank. Jednak Iteracji Seidela cechuje się większą dokładnością. Wraz ze wzrostem parametru gamma efektywność Metody Potęgowej rośnie, natomiast efektywność Metody Iteracyjnej wydaje się utrzymywać na podobnym poziomie.