1 Messtechnik

1.1 Grundlagen Drehspulmesser

1.1.1 Windungen im Wickelraum

$$\boxed{A_W = N \cdot d^2}$$

A_W	Wickelraum	
N	Anzahl der Windungen	
d^2	Drahtdurchmesser	m^2

1.1.2 Elektrisches Moment

$$\boxed{M_{el} = A \cdot N \cdot B \cdot I}$$

N	Anzahl der Windungen	
I	Stromstärke	A
A	Fläche	m^2
B	Feldstärke	T

1.1.3 Mechanisches Moment

$$\boxed{M_{mech} = \alpha \cdot D}$$

D	Federkonstante	N m/90°
α	Ausschlagwinkel	°

1.1.4 Zeigerausschlag

$$\boxed{\alpha = I \cdot \frac{A \cdot N \cdot B}{D}}$$

N	Anzahl der Windungen	
I	Stromstärke	A
A	Fläche	m^2
D	Federkonstante	N m

1.1.5 Strommessung mit Nebenwiderstand

$$\boxed{(I - I_M)R_N = I_M(R_M + R_V)}$$

$$R_N = \frac{I_M(R_M + R_V)}{I - I_M}$$

I_M	Messwerkstrom 1mA oder 100µA	A
I	Stromstärke	A
R_M	Spulenwiederstand (Kupfer*)	Ω
R_N		Ω
R_V		Ω

*Temperaturkoeffizient Kupfer: 4%/10K

1.1.6 Güteklasse mit Temperaturkoeffizient

$$\boxed{G = \frac{R_M}{R_M + R_V} \cdot 4\%/10\mathrm{K}}$$

G	Güteklasse	
R_M	Spulenwiederstand (Kupfer*)	Ω
R_N		Ω
R_V		Ω

1.1.7 Rückwirkungsfehler Strommessung

$$\boxed{F_I = \frac{I_M - I_0}{I_0} = -\frac{R_M}{R_0 + R_L + R_M}}$$

F_I	systemischer Fehler	
I_0		A
I_M		A
R_0		Ω
R_L	Lastwiderstand	Ω
R_M	Spulenwiederstand (Kupfer*)	Ω

1.1.8 Spannungsmesser

$$\boxed{R_V = \frac{U}{I_M} - R_M}$$

I_M		A
R_M	Spulenwiederstand (Kupfer*)	Ω
R_V	Vorwiderstand	Ω
U	Spannung	V

1.1.9 Rückwirkungsfehler Spannungsmessung

$$\boxed{F_U = \frac{U_M - U_0}{U_0} = -\frac{R_0}{R_0 + R_i}}$$

$$U_M = \frac{U_0}{R_0 + R_i} R_i$$
$$R_i = R_M + R_V$$

F_U	systemischer Fehler	
U_0		V
U_M		V
R_0		Ω
R_i		Ω
R_M	Spulenwiederstand (Kupfer*)	Ω
R_V	Vorwiderstand	Ω

1.2 Grundlagen DVN

1.2.1 DVN Genauigkeit Bit

$$\boxed{B(n) = \frac{\log(2 \cdot 10^n)}{\log(2)}}$$

n	Stellen der Anzeige	$\mathbb{N}$

1.2.2 DVN Genauigkeit %

$$\boxed{e_r = \frac{1}{2 \cdot 10^n - 1}}$$

$$e_r = \frac{1}{2^{B(n)} - 1}$$

n	Stellen der Anzeige	$\mathbb{N}$

1.2.3 Anzeigen Auflösung

Bestimmung durch den Kehrwert der Anzeige. Beispiel für $3\frac{1}{2}$

$$\boxed{0.5 \cdot 10^{-3}}$$

1.2.4 Spannung pro Digit

$$\boxed{I_{Dig} = I \cdot n}$$

n	Kehrwert der Anzeige
$Mess_{max}$	Max Wert Messbereich

1.2.5 Rückwirkungsfehler

Dieser ist größer als bei Analogen Messverfahren denn $R_P \geq R_M$.

$$\boxed{F_I = \frac{I_M - I_0}{I_0} = -\frac{R_P}{R_0 + R_L + R_P}}$$

F_I	systemischer Fehler	
I_0		A
I_M		A
R_0		Ω
R_L	Lastwiderstand	Ω
R_P		Ω

1.2.6 Rückwirkungsfehler Spannungsmessung

$$\boxed{F_U = \frac{\frac{R_i R_P}{R_i + R_P} - R_P}{R_P} = -\frac{R_P}{R_i + R_P}}$$

F_U	systemischer Fehler	
U_0		V
U_M		V
R_0		Ω
R_i		Ω
R_M	Spulenwiederstand (Kupfer*)	Ω
R_V	Vorwiderstand	Ω

2 Regelungstechnik

2.1 Stabilität von Regelkreisen

Es gilt:

$$\boxed{F_G = \frac{F_o}{1+F_o}}$$

$$\boxed{F_G = \frac{Z_o}{Z_o+N_o}}$$

$$\boxed{F_o = F_R \cdot F_S}$$

F_G	geschlossener Kreis
Z_o	Zähler offener Kreis
N_o	Nenner offener Kreis
F_o	offener Kreis
F_G	geschlossener Kreis

2.1.1 Hurwitz-Kriterium

charakteristische Gleichung des geschl. Regelkreises:

$$a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + ... + a_1 p + a_0 = 0$$

notwendige Bedingung: alle Koeffizienten der charakteristischen Gleichung des geschlossenen Regelkreises müssen vorhanden und positives Vorzeichen haben.

hinreichende Bedingung: Alle Hauptabschnitssdeterminanten D_i der Hurwitzdeterminantte H müssen positiven Wert haben.

$$\boxed{D_2 = a_1 \cdot a_2 - a_3 \cdot a_0}$$

D_2	Determinante rel. für System 3.Ord.

2.1.2 Niquist-Kriterium

Der geschlossene Regelkreis ist stabil, wenn der kritische Punkt (-1,0) links der Ortskurve $F_o(j\omega)$ seines offenen Kreises liegt.

$$\boxed{F_o(j\omega) = \frac{K}{A(j\omega)+jB(j\omega)}}$$
$\omega_k \Rightarrow B(\omega) = 0$
$\frac{K}{A(\omega_k)} > -1$

$F_o(j\omega)$	Übertragungsfkt. offenen Kreis Berechnungen zum Prüfen d. Stabilität

2.2 Regelgüte

$F_z(p) = \frac{x(p)}{Z(p)} = \frac{-F_s}{1+F_o} = 0$
$F_W(p) = \frac{x(p)}{w(p)} = \frac{F_o}{1+F_o} = 1$

$F_z(p)$	ideales Störverhalten
$F_W(p)$	ideales Führungsverhalten

2.2.1 Bleibende Regelabweichung Führungsverhalten

$$\boxed{R_{1W} = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1+F_o(p)}}$$
$R_{1WP} = \frac{1}{1+V_o}$
$R_{1WI} = 0$

R_{1W}	bleibende Regelabweichung Führungsverhalten allgemein
R_{1WP}	P-Regelkreis (ohne I-Glied)
R_{1WI}	I-Regelkreis

2.2.2 Bleibende Regelabweichung Störverhalten

$$\boxed{R_{1Z} = \lim_{p \to 0} \frac{F_s(p)}{1+F_o(p)}}$$
$R_{1ZP} = \lim_{p \to 0} \frac{F_s}{1+F_R F_S} = \frac{V_S}{1+V_R V_S} \approx \frac{1}{V_R}$
$R_{1ZIS} = \lim_{p \to 0} \frac{1}{pT_{IS}+V_R} = \frac{1}{V_R}$
$$\boxed{R_{1ZIR} = \lim_{p \to 0} \frac{pT_{IR} * V_S}{pT_{IR}+V_S} = 0}$$

R_{1Z}	bleibende Regelabweichung Störverhalten allgemein
R_{1ZP}	P-Regelkreis (ohne I-Glied) für $V_R V_S >> 1$
R_{1ZIS}	I-Regelkreis, Strecke mit I-Glied
R_{1ZIR}	I-Regelkreis, Strecke ohne I-Glied

2.2.3 Geschwindigkeitsfehler

Führungsgröße als Rampenfunktion
$w(t) = a \cdot t \Rightarrow w(p) = \frac{a}{p^2}$

$$\boxed{R_2 = \lim_{p \to 0} p \cdot w(p) \frac{1}{1+F_o(p)} = \lim_{p \to 0} \frac{a}{p} \cdot \frac{1}{1+F_o(p)}}$$
$R_{2P} = \lim_{p \to 0} \frac{a}{p} \cdot \frac{1}{1+V_o} = \infty$
$R_{2I} = \frac{aT_o}{V_o}$

R_2	Geschwindigkeitsfehler allgemein
R_{2P}	P-Regelkreis (ohne I-Glied)
R_{2I}	I-Regelkreis

2.2.4 Integralkriterien

Um die Regelgüte zu bestimmen wird aus der Sprungantwort berechnet

$$\boxed{R_2 = \lim_{p\to 0} p \cdot w(p) \frac{1}{1+F_o(p)} = \lim_{p\to 0} \frac{a}{p} \cdot \frac{1}{1+F_o(p)}}$$

$IE = \int_0^\infty (x_\infty) - x(t))dt = \int_0^\infty \Delta x dt$
$IAE = \int_0^\infty |x_\infty - x(t)|dt$
$ISE = \int_0^\infty (x_\infty - x(t))^2 dt = \int_0^\infty (e(t))^2 dt$

$ISE_1 = \frac{c_0^2}{2d_0d_1}$
$ISE_2 = \frac{c_1^2 d_0 + c_0^2 d_2}{2d_0d_1d_2}$
$ISE_3 = \frac{c_2^2 d_0 d_1 + c_0^2 d_2 d_3 + (c_1^2 - 2c_0c_2)d_0d_3}{2d_0d_3(d_1d_2 - d_0d_3)}$

$ITAE = \int_0^\infty t|\Delta x|dt$
$ITSE = \int_0^\infty t(\Delta x)^2 dt$

IE	lineare Regelfläche
IAE	betragslineare Regelfläche
ISE	quadratische Regelfläche
$ITAE$	zeitbewertete
$ITSE$	zeitbewertete

2.3 Optimierung einschl Regelkreise

- Strukturoptimierung
- Parameteroptimierung
- Verifikation

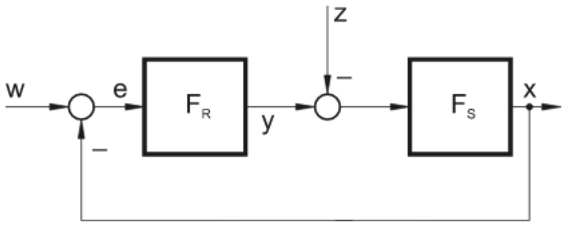

Abb. 1.2: *Signalflussplan des Standardregelkreises*

2.3.1 Enstellregel nach Ziegler/Nichols

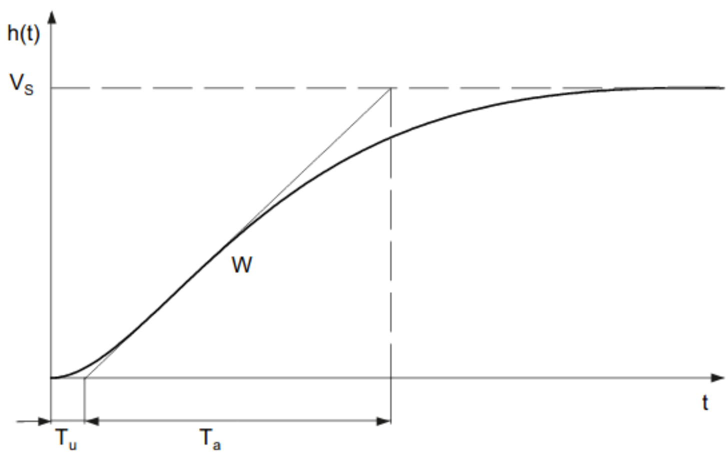

Abb. 2.1: *Wendetangentenkonstruktion für Verzögerungsglieder höherer Ordnung*

Zur Messung an der Stabilitätsgrenze sind folgende Schritte nötig:

1. Man schaltet in den Regelkreis einen P-Regler ein:

$$F_R(p) = V_R \tag{2.1}$$

2. Die Verstärkung des Reglers wird so lange erhöht, bis man an die Stabilitätsgrenze gelangt und der Regelkreis eine stabile Dauerschwingung ausführt. Die dabei eingestellte Verstärkung ist die kritische Verstärkung V_{Rk}.
3. Die Schwingungsdauer τ_k der Dauerschwingung wird gemessen.
4. Soll der Regelkreis mit einem P-Regler betrieben werden, wird eingestellt:

$$V = 0{,}5\ V_{Rk} \tag{2.2}$$

5. Für einen PI-Regler gelten folgende Einstellwerte:

$$F_R = V\left(1 + \frac{1}{pT_N}\right) \qquad V = 0{,}45 V_{Rk} \quad T_N = 0{,}85\tau_k \tag{2.3}$$

6. Für einen PID-Regler gelten folgende Einstellwerte:

$$F_R = V\left(1 + \frac{1}{pT_N} + pT_V\right) \qquad V = 0{,}6 V_{Rk} \quad T_N = 0{,}5\tau_k \quad T_V = 0{,}12\tau_k \tag{2.4}$$

Wenn die Messung an der Stabilitätsgrenze nich möglich ist, wird die Sprungantwort gemessen.

1. Es wird eine Sprungantwort der Regelstrecke gemessen.
2. Aus der gemessenen Sprungantwort werden nach dem Wendetangentenverfahren entsprechend Abb. 2.1 die Zeitkonstanten T_a und T_u ermittelt.
3. Aus der gemessenen Sprungantwort wird die Streckenverstärkung V_S ermittelt.
4. Soll der Regelkreis mit einem P-Regler betrieben werden, wird eingestellt:

$$V = \frac{1}{V_s}\frac{T_a}{T_a} \tag{2.7}$$

5. Für einen PI-Regler gelten folgende Einstellwerte:

$$F_R = V\left(1 + \frac{1}{pT_N}\right) \qquad V = \frac{0{,}9T_a}{V_S\, T_u} \quad T_N = 3{,}33T_u \tag{2.8}$$

6. Für einen PID-Regler gelten folgende Einstellwerte:

$$F_R = V\left(1 + \frac{1}{pT_N} + pT_V\right) \qquad V = \frac{1{,}2}{V_S}\frac{T_a}{T_u} \quad T_N = 2T_u \quad T_V = 0{,}5T_u \tag{2.9}$$

2.3.2 Einstellregel nach Chien/Hrones/Reswick

unterscheidet zwischen Einstellung nach optimalem Führungsverhalten oder Störverhalten, jeweils ohne und mit 20% Überschwingung.

Tabelle 2.1: Reglereinstellung nach Chien/Hrones/Reswick für optimales Führungsverhalten

Regler	Parameter	$\ddot{u}$ = 0 %	$\ddot{u}$ = 20 %
P	K_R	$\frac{0,3T_a}{V_S\ T_u}$	$\frac{0,7T_a}{V_S\ T_u}$
PI	K_R	$\frac{0,3T_a}{V_S\ T_u}$	$\frac{0,6T_a}{V_S\ T_u}$
	T_N	$1,2\ T_a$	T_a
PID	K_R	$\frac{0,6T_a}{V_S\ T_u}$	$\frac{0,95T_a}{V_S\ T_u}$
	T_N	T_a	$1,35\ T_a$
	T_V	$0,5\ T_u$	$0,47\ T_u$

Tabelle 2.2: Reglereinstellung nach Chien/Hrones/Reswick für optimales Störungsverhalten

Regler	Parameter	$\ddot{u}$ = 0 %	$\ddot{u}$ = 20 %
P	K_R	$\frac{0,3T_a}{V_S\ T_u}$	$\frac{0,7T_a}{V_S\ T_u}$
PI	K_R	$\frac{0,6T_a}{V_S\ T_u}$	$\frac{0,7T_a}{V_S\ T_u}$
	T_N	$4\ T_u$	$2,3\ T_u$
PID	K_R	$\frac{0,95T_a}{V_S\ T_u}$	$\frac{1,2T_a}{V_S\ T_u}$
	T_N	$2,4\ T_u$	$2\ T_u$
	T_V	$0,42\ T_u$	$0,42\ T_u$

Einstellwerte sind für ideale PID-Regler. Um sie realisierbar zu machen braucht es noch ein Verzögerungsglied. Zeitkonstante $T_d = 3 \ldots 50 T_v$. Experimentell bestimmt, beginnend bei $T_d = 4T_v$

2.3.3 Quadratisches Optimum

$\frac{dISE_3}{dV} = \frac{1}{2} \frac{a(bV-cV^2)-(aV+b)(b-2cV)}{(bV-cV^2)^2} = 0$
$V^2 + 2 \cdot \frac{b}{a} \cdot V - \frac{b^2}{ac} = 0$ aufgeläst ergibt sich:
$T_0 = V_s \cdot \frac{(T_1+T_2)\sqrt{T_1T_2}+T_1T_2}{T_1+T_2}$
Mit zusätzlichem Verzögerungsglied wird Führungsverhalten verbessert (weniger Überschwingen)
$F_V(p) = \frac{1}{1+pT_V}$
mit $T_{VQO} = 1,2T_\Sigma$

Ziel: Quadratische Regelfläche ISE wird minimal, allerdings großer Rechenaufwand

$\frac{dISE_3}{dV}$ Ableitung nach V

2.3.4 Betragsoptimum

vereinfachte Regelstrecke
$F_s = \frac{V_s}{\prod_{i=1}^{k}(1+pT_i)(1+pT_\Sigma)}$
PID-Regler:
$F_R = \frac{\prod_{s=1}^{r}(1+pT_{RS})}{pT_0}$
offener Kreis ist damit:
$F_0 = \frac{V_s \cdot \prod_{s=1}^{r}(1+pT_{RS})}{\prod_{i=1}^{k}(1+pT_i)(1+pT_\Sigma) \cdot pT_0}$

einfache, übersichtliche Einstellregeln
für Standardregelkreis
geeignet zur Ausregelung von Störgrößen,
die am Ausgang der Regelstrecke angreifen.

Schritte zum Betragsoptimum:

1. Anzahl der Zählerzeitkonstanten des Reglers ist gleid der Anzahl k der großen Zeitkonstanten der Regelstrecke.
2. Je eine Zählerzeitkonstante des REglers sei einer der großen Zeitkonstaten der Strecke gleich. $T_{Rs} = T_i$
3. Einstellregel für die Integrierzeitkonstante:
   $T_0 = 2T_\Sigma \cdot V_S$

Damit folgt: typische Übertragungsfunktion für den offenen Kreis $F_o = \frac{1}{p2T_\Sigma(1+pT_\Sigma)}$
Führungsverhalten geschlossener Kreis: $F_w = \frac{1}{1+p2T_\Sigma(1+pT_\Sigma)}$

typische Werte:
$\omega_d \approx \frac{1}{2T_\Sigma}$
$\gamma = 65,5°$ (Aplitudengang)
$\gamma = 63°$ (Asyptotenzug)

$T_a n \approx 5T_\Sigma$; ü $\approx 5\%$

Tabelle 2.3: Regeln zur vollständig bzw. näherungsweise betragsoptimalen Reglereinstellung

	$F_R =$		
$F_S =$	$\frac{1}{pT_0}$	$\frac{1+pT_{R1}}{pT_0}$	$\frac{(1+pT_{R1})(1+pT_{R2})}{pT_0}$
$\frac{V_S}{1+pT_1}$	$T_0 = 2V_S\ T_1$ $T_{an} \approx 5T_1$	—	—
$\frac{V_S}{(1+pT_1)(1+pT_\Sigma)}$	$T_0 = 2V_S\ T_1$ $T_{an} \approx 5T_1$	$T_0 = 2V_S\ T_\Sigma$ $T_{R1} = T_1$ $T_{an} \approx 5T_\Sigma$	—
$\frac{V_S}{(1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_\Sigma)}$	$T_0 = 2V_S(T_1 + T_2)$ $T_{an} \approx 5(T_1 + T_2)$	$T_0 = \frac{2V_S T_1 T_2 (T_1+T_2)}{T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2}$ $T_{R1} = \frac{(T_1^2+T_2^2)(T_1+T_2)}{T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2}$	$T_0 = 2V_S\ T_\Sigma$ $T_{R1} = T_1$ $T_{R2} = T_2$ $T_{an} \approx 5T_\Sigma$

2.3.5 Symmetrisches Optimum, Einstellregel nach Kessler

Einstellregeln PI-Regler:

$$\boxed{T_R = 4T_\Sigma\ ; T_0 = 2V_S \frac{T_\Sigma T_R}{T_S} = 8V_S \frac{T_\Sigma^2}{T_s}}$$

Anwendung in elektrischer Antriebstechnik

Einstellregel PID-Regler:

$$\boxed{F_R = \frac{(1+pT_R)^2}{pT_0}\ ; T_R = 8T_\Sigma\ ; T_0 = \frac{128 T_\Sigma^3 V_S}{T_2 T_3}}$$

2.3.6 Stochastisches Optimum

$$\boxed{T_R = T_S;\ T_0 = \frac{1}{2} V_S T_\Sigma}$$

$\omega_d = \frac{\sqrt{2}}{T_\Sigma};\ \gamma = 35°$

Mit zusätzlichem Verzögerungsglied wird Führungsverhalten verbessert (weniger Überschwingen)

$F_V(p) = \frac{1}{1+pT_V}$

mit $T_{V\,StO} = 1,2T_\Sigma$

Verbesserung des Störverhaltens
Erhöhung der Reglergeschwindigkeit

2.3.7 Einstellregel nach Naslin

Sei $F_w(p) = \frac{b_0}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2} = \frac{\frac{b_0}{a_0}}{1 + \frac{a_1}{a_0} p + \frac{a_2}{a_0} p^2}$

Übertragungsfunktion des Schwingungsglieds:

$F_s(p) = \frac{1}{1 + p2DT_0 + p^2 T_0^2}$

Koeffizientenvergleich: $4D^2 = \frac{a_1^2}{a_0 a_2}$

und allg: $\alpha = \frac{a_i^2}{a_{i-1} a_{i+1}}$

anwendbar, wenn Übertragungsfunktion der Strecke bekannt
günstiges Führungsverhalten aber ohne kurze Ausregelzeiten
nur für Zählerpolynom nullter Ordnung und geradzahliges Nennenpolynom

günstige Verhältnisse: $1,5 \leq \alpha \leq 2,5$