Zadanie numeryczne 2

@author: Jan Jochymczyk

Tresc zadania:

12. (**Zadanie numeryczne NUM2**) Zadane są macierze

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 2.554219275 & 0.871733993 & 0.052575899 & 0.240740262 & 0.316022841 \\ 0.871733993 & 0.553460938 & -0.070921727 & 0.255463951 & 0.707334556 \\ 0.052575899 & -0.070921727 & 3.409888776 & 0.293510439 & 0.847758171 \\ 0.240740262 & 0.255463951 & 0.293510439 & 1.108336850 & -0.206925123 \\ 0.316022841 & 0.707334556 & 0.847758171 & -0.206925123 & 2.374094162 \end{pmatrix}$$

oraz

$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 2.645152285 & 0.544589368 & 0.009976745 & 0.327869824 & 0.424193304 \\ 0.544589368 & 1.730410927 & 0.082334875 & -0.057997220 & 0.318175706 \\ 0.009976745 & 0.082334875 & 3.429845092 & 0.252693077 & 0.797083832 \\ 0.327869824 & -0.057997220 & 0.252693077 & 1.191822050 & -0.103279098 \\ 0.424193304 & 0.318175706 & 0.797083832 & -0.103279098 & 2.502769647 \end{pmatrix}.$$

Zdefiniujmy wektor

$$\mathbf{b} \equiv (-0.642912346, -1.408195475, 4.595622394, -5.073473196, 2.178020609)^T$$

Używając wybranego pakietu algebry komputerowej lub biblioteki numerycznej, rozwiąż równania macierzowe $\mathbf{A}_i\mathbf{y} = \mathbf{b}$ dla $i = 1, 2$. Ponadto, rozwiąż analogiczne równania z zaburzonym wektorem wyrazów wolnych, $\mathbf{A}_i\mathbf{y} = \mathbf{b} + \Delta\mathbf{b}$. Zaburzenie $\Delta\mathbf{b}$ wygeneruj jako losowy wektor o małej normie euklidesowej (np. $||\Delta\mathbf{b}||_2 \approx 10^{-6}$). Przeanalizuj jak wyniki dla macierzy $\mathbf{A}_1$ i $\mathbf{A}_2$ zależą od $\Delta\mathbf{b}$ i zinterpretuj zaobserwowane różnice.

Celem zadania było obliczenie rownan macierzowych i pokazanie, ze wspolczynniki uwarunkowania macierzy graja bardzo istotna role w obliczeniach numerycznych. Skorzystalem z biblioteki numpy w jezyku Python. Oprocz rozwiązania tych rownan obliczyłem wspolczynniki uwarunkowania macierzy A1 oraz A2.

```
Wspolczynnik uwarunkowania macierzy A1 wynosi 20545898888.823883
Wspolczynnik uwarunkowania macierzy A2 wynosi 4.0000000044219375
```

Macierz A1 posiada ogromny wspolczynnik uwarunkowania macierzy, czyli jest zle uwarunkowana. Drobna zmiana wartości wektora b po zaburzeniu tego wektora sprawila, ze rozwiązania istotnie roznia się od siebie i po zaburzeniu tego wektora rozwiązania sa istotnie większe od tych przed zaburzaniem.

Obliczone rozwiązania dla A1:

```
Rozwiązanie A1y1 = b:
[ 0.22508473 -0.00602157  1.84183191 -5.15344262 -0.21762273]

Rozwiązanie A1y1 = b + delta_b:
[-1429.61148583  5144.03733939   671.67369984 -1375.18434119
 -1701.09702449]
```

Wspolczynnik uwarunkowania macierzy A2 wynosi ~4, czyli ta macierz jest dobrze uwarunkowana. Mala zmiana dla wektora b -> b + Δb dla ||Δb|| = ~10^-6 malo wpływa na blad rozwiązania. To znaczy, ze gdy macierz ma maly wspolczynnik uwarunkowania zaburzając wektory o male liczby dostaniemy podobne rozwiązania do tych przed zaburzaniem, czyli jest maly blad numeryczny. Rozwiazania sa bardzo podobne do siebie.

```
Rozwiązanie A2y2 = b:
[ 0.57747172 -1.27378458  1.67675008 -4.8157949   0.20156347]

Rozwiązanie A2y2 = b + delta_b
[ 0.57747234 -1.27378206  1.67675083 -4.81579078  0.20156498]
```

Podsumowujac wspolczynnik uwarunkowania macierzy jest bardzo istotny i wazny w obliczeniach numerycznych, ponieważ zaleza od niego bledy numeryczne.