

Zadanie numeryczne 3
@Author: Jan Jochymczyk.

Zgodnie z poleceniem zaprojektowałem algorytm samodzielnie.

- Celem zadania było EFEKTYWNE wyznaczenie $y = A^{-1}x$. Macierz A jest macierzą rzadką trójdagonalną. Rozwiązując zadanie najpierw przekształciłem równanie mnożąc obustronnie przez macierz A. Wtedy równanie miało postać: $Ay = x$. Mając takie równanie można skorzystać z rozkładu LU macierzy A.

Wykorzystałem rozkład LU macierzy A ze względu na jego efektywność, bo dla macierzy trójdagonalnej można go zastosować z mniejszym kosztem obliczeniowym. Rozwiązując zadanie obliczyłem rozkład LU macierzy A, zastosowałem podstawianie w przód oraz w tył, oraz obliczyłem wyznacznik macierzy A. Wybierając algorytm do rozwiązywania tego typu równań trzeba brać pod uwagę strukturę macierzy, ponieważ niektóre algorytmy dla pewnych struktur macierzy są efektywne, a inne nie. Rozkład LU na ogół ma złożoność $O(n^3)$, ale ze względu na to, że jest to macierz rzadka, która jest trójdagonalna, złożoność rozkładu LU wynosi $O(n)$. Rozwiązaniem zadania jest wektor:

```
[0.448700827728733, 1.4132732869357947, 2.1348778535462736, 2.8690132654396248, 3.5914885705595205,
4.311604959915503, 5.029827173723323, 5.747011462584994, 6.463503693914558, 7.179525964548697,
7.8952125968955915, 8.610651859797315, 9.325903619364162, 10.041009954626537, 10.756001271894783,
11.470900080737994, 12.185723394049369, 12.900484305313817, 13.615193053266005, 14.329857758065131,
15.044484941235352, 15.759079899902147, 16.473646980766127, 17.18818978377055, 17.902711315621058,
18.617214106977666, 19.331700302956037, 20.046171733762908, 20.76062997036838, 21.47507636878333,
22.189512105570603, 22.903938206548368, 23.6183555701598, 24.332764986629712, 25.047167153767735,
25.761562690082965, 26.475952145728595, 27.190336011683936, 27.904714727496145, 28.61908868783829,
29.33345824808956, 30.047823729103516, 30.762185421298863, 31.476543588182352, 32.19089846939369,
32.90525028334641, 33.61959922952588, 34.33394549049516, 35.048289233651346, 35.762630612767495,
36.4769697693505, 37.19130683383959, 37.90564192666726, 38.6199751592003, 39.33430663457682, 40.04863644845216,
40.762964689665075, 41.47729144083417, 42.19161677889273, 42.905940775569235, 43.62026349782013,
44.33458500822004, 45.04890536531427, 45.763224623938, 46.47754283550541, 47.19186004827236, 47.90617630757509,
48.62049165604775, 49.334806133820685, 50.04911977870149, 50.76343262634067, 51.47774471038327,
52.192056062607854, 52.9063667130542, 53.62067669014054, 54.33498602077156, 55.04929473043772,
55.76360284330703, 56.47791038230969, 57.192217369216245, 57.906523824710035, 58.62082976845425,
59.335135219153926, 60.049440194613666, 60.763744711791205, 61.47804878684707, 62.192352435190934,
62.90665567152471, 63.62095850988271, 64.3352609636691, 65.04956304569288, 65.76386476820053,
66.47816614290662, 67.19246718102224, 67.90676789328191, 68.62106828996849, 69.33536838093679,
70.0496681756356, 70.76396768312829, 71.47826691211242, 72.19256587093781, 72.90686456762393,
73.62116300987596, 74.33546120510012, 75.04975916041795, 75.76405688267984, 76.47835437847795,
77.19265165415811, 77.90694871583132, 78.62124556938441, 79.33554222049035, 80.04983867461782,
80.76413493704023, 81.47843101284448, 82.19272690693916, 82.90702262406211, 83.62131816878798,
84.33561354553508, 85.04990875857204, 85.76420381203626, 86.47849870460276, 87.19279247126808,
87.90778524137869, 88.68203579310355]
```

Wektor obliczony z biblioteki numpy (tylko do sprawdzenia):

```
Rozwiązanie numpy: [ 0.44870083  1.41327329  2.13487785  2.86901327  3.59148857  4.31160496
 5.02982717  5.74701146  6.46350369  7.17952596  7.8952126  8.61065186
 9.32590362 10.04100995 10.75600127 11.47090008 12.18572339 12.90048431
13.61519305 14.32985776 15.04448494 15.7590799 16.47364698 17.18818978
17.90271132 18.61721411 19.3317003 20.04617173 20.76062997 21.47507637
22.18951211 22.90393821 23.61835557 24.33276499 25.04716715 25.76156269
26.47595215 27.19033601 27.90471473 28.61908869 29.33345825 30.04782373
30.76218542 31.47654359 32.19089847 32.90525028 33.61959923 34.33394549
35.04828923 35.76263061 36.47696977 37.19130683 37.90564193 38.61997516
39.33430663 40.04863645 40.76296469 41.47729144 42.19161678 42.90594078
43.6202635 44.33458501 45.04890537 45.76322462 46.47754284 47.19186005
47.90617631 48.62049166 49.33480613 50.04911978 50.76343263 51.47774471
52.19205606 52.90636671 53.62067669 54.33498602 55.04929473 55.76360284
56.47791038 57.19221737 57.90652382 58.62082977 59.33513522 60.04944019
60.76374471 61.47804879 62.19235244 62.90665567 63.62095851 64.33526096
65.04956305 65.76386477 66.47816614 67.19246718 67.90676789 68.62106829]
```

69.33536838 70.04966818 70.76396768 71.47826691 72.19256587 72.90686457
73.62116301 74.33546121 75.04975916 75.76405688 76.47835438 77.19265165
77.90694872 78.62124557 79.33554222 80.04983867 80.76413494 81.47843101
82.19272691 82.90702262 83.62131817 84.33561355 85.04990876 85.76420381
86.4784987 87.19279247 87.90778524 88.68203579]

Wyznacznik macierzy $A = 6141973498.857843$

Czas programu dla $N = 124$ wynosi ~ 0.0001 sekundy.

Odpowiadając na pytanie: Jakiej zależności się spodziewamy: Liniowej.

Dla losowo wygenerowanych N czas działania programu
przedstawiłem na wykresie w pliku wykres.jpeg.

Czas wykonania dla N wykonan rośnie około liniowo.

