Sterowanie Procesami Ciągłymi i Dyskretnymi

Politechnika Poznańska
Instytut Automatyki i Robotyki

ĆWICZENIE 7 $\div$ 8

Liniowe układy impulsowe.

Celem ćwiczenia jest analiza procesu próbkowania i odtwarzania sygnałów ciągłych oraz ocena różnych metod dyskretyzacji ciągłych modeli układów dynamicznych. W trakcie ćwiczenia zbadany zostanie także wpływ szybkości próbkowania oraz efektu kwantyzacji sygnału sterującego na jakość działania i stabilność układów regulacji automatycznej z regulatorem cyfrowym. Ostatnia część ćwiczenia dotyczy realizacji regulatorów w układach cyfrowych.

W ramach przygotowania do ćwiczenia należy:

→ Przypomnieć wiadomości z zakresu:

- działanie impulsatora i ekstrapolatora
- zasada kwantyzacji sygnału
- sposoby wyznaczania dyskretnej transformacji obiektów ciągłych.

→ Obliczyć transmitancje dyskretne regulatora PID z zadań 6.2 oraz 6.6.

→ Obliczyć równanie różnicowe regulatorów PID z zadania 6.2.

1 Liniowe układy regulacji dyskretnej

Istnieją dwa rodzaje układów regulacji dyskretnej: układy regulacji cyfrowej i impulsowej. Cyfrowy układ regulacji składa się z części dyskretnej, zawierającej przetwornik analogowo-cyfrowy (A/C) i regulator cyfrowy oraz z elementów ciągłych, tj. obiektu regulacji oraz przetwornika cyfrowo-analogowego (C/A). Wszystkie elementy o działaniu dyskretnym przetwarzają sygnał ciągły w sygnał dyskretny. Warto dodać, że sygnały dyskretne mogą być sygnałami dyskretnymi w poziomie, wówczas proces przetwarzania sygnału ciągłego nazywa się kwantowaniem, lub sygnałami dyskretnymi w czasie, wówczas proces przetwarzania nazywa się próbkowaniem. Układy, w których występuje próbkowanie, nazywane są układami impulsowymi, z kolei te w których dodatkowo występuje kwantyzacja sygnału, nazywane są układami cyfrowymi.

W układach regulacji cyfrowej, regulator oblicza wartości sygnału sterującego $u(kT_p)$ w chwilach próbkowania T_p, a algorytm działania wyraża dyskretna forma równania regulatora o działaniu ciągłym (P, PI, PD lub PID). Często zachodzi zatem konieczność wyznaczenia dyskretnej aproksymacji ciągłego regulatora.

2 Próbkowanie i ekstrapolacja

Proces próbkowania sygnału ciągłego $x(t)$ w dziedzinie czasu polega na pomiarze wartości tego sygnału w dyskretnych chwilach czasu, równo oddalonych od siebie o okres T_p (zwany okresem próbkowania). Zbiór tych wartości można przedstawić jako ciąg impulsów $x(kT_p)$ o amplitudzie równej wartości sygnału ciągłego w danej k-tej próbce. Próbkowanie sygnału wymagane jest w impulsowych układach regulacji, gdzie ciągłym obiektem steruje regulator cyfrowy. Wartości próbek podlegają przetwarzaniu wewnątrz regulatora (zgodnie z algorytmem regulacji), a wynik przetwarzania stanowi wartość sterowania $u(kT_p)$, które po zamianie na sygnał analogowy *uciąglony*, należy w chwili k-tej podać na wejście obiektu regulacji.

Aby *uciąglić* pewien sygnał dyskretny[1] $x(kT_p)$ stosuje się elementy zwane ekstrapolatorami. Ogólnie ekstrapolator gwarantuje obecność sygnału ciągłego pomiędzy poszczególnymi próbkami sygnału dyskretnego, przy czym jego charakter zależy od typu zastosowanego ekstrapolatora w postaci generatora przebiegu wielomianowego n-tego rzędu:

$$\hat{x}(kT_p + \tau) = a_0 + a_1\tau + a_2\tau^2 + \ldots + a_n\tau_n, \qquad \tau \in [0, T_p),$$

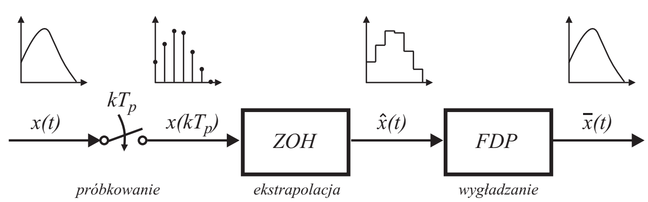
który podczas generowania sygnału wykorzystuje $n+1$ poprzednich wartości próbek sygnału dyskretnego $x(kT_p)$. W praktyce stosuje się ekstrapolatory rzędu zerowego *Zero Order Hold* (ewentualnie rzędu pierwszego *First Order Hold*) podtrzymujące przez cały okres próbkowania T_p stałą wartość sygnału odpowiadającą wartości próbki z chwili k-tej:

$$\hat{x}(kT_p + \tau) = a_0 = x(kT_p), \qquad \tau \in [0, T_p)$$

dając na wyjściu sygnał *schodkowy* (czyli odcinkami stały). Transmitancja operatorowa ekstrapolatora rzędu zerowego w dziedzinie zmiennej zespolonej s wynosi:

$$G_{zoh}(s) = \frac{1 - e^{-sT_p}}{s}. \tag{1}$$

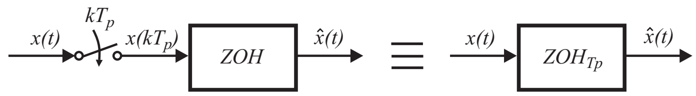
Gdyby istniała potrzeba odtworzenia oryginalnego sygnału ciągłego $x(t)$ z sygnału dyskretnego $x(kT_p)$, to poza spełnieniem twierdzenia o próbkowaniu (patrz dalej) szeregowo za ekstrapolatorem należałoby umieścić idealny filtr dolnoprzepustowy (FDP), który z widma sygnału schodkowego $\hat{x}(t)$ (na wyjściu ekstrapolatora zerowego rzędu) odfiltruje wszystkie niepożądane wyższe harmoniczne (rys. 1). W praktyce rolę ekstrapolatora pełni sam obiekt sterowania. Jest to jednak poprawne tylko, gdy ma on charakter dolnoprzepustowy.



Rysunek 1: Schemat blokowy ilustrujący procesy: próbkowania, ekstrapolacji (*uciąglania*) i wygładzania (w celu odtworzenia pierwotnego sygnału ciągłego $x(t)$).

Twierdzenie 1 (Shannona-Kotielnikowa) *Aby sygnał ciągły $x(t)$ można było odtworzyć z sygnału spróbkowanego $x(kT_p)$, częstotliwość próbkowania $f_p = 1/T_p$ musi być co najmniej dwa razy większa od maksymalnej częstotliwości f_g składowej harmonicznej w widmie sygnału ciągłego.*

[1]Termin *uciąglić* oznacza w tym przypadku określenie wartości sygnału także pomiędzy poszczególnymi chwilami próbkowania – nie należy tego terminu zatem utożsamiać z ciągłością sygnału w sensie matematycznym (!).



Rysunek 2: Ekstrapolator (tu: zerowego rzędu) stosowany w środowisku Simulink jako szeregowe połączenie idealnego impulsatora i ekstrapolatora.

Jeżeli powyższe twierdzenie nie będzie spełnione, to podczas procesu próbkowania wystąpi zjawisko *aliasingu* polegające na zniekształceniu oryginalnego sygnału ciągłego $x(t)$. Zafałszowanie i utrata informacji objawia się występowaniem w sygnale odtworzonym składowych o błędnych częstotliwościach, tzw. aliasów.

2.1 Korzystając ze środowiska Simulink oraz z modelu `LabSPCiD_cw7.mdl` przeprowadzić symulacje próbkowania oraz ekstrapolacji i wygładzania ciągłego sygnału sinusoidalnego $x(t) = \sin(2\pi 0.1t)$ dla ekstrapolatora zerowego rzędu (blok *Zero Order Hold*). Za ekstrapolatorem powinien być szeregowo dołączony ciągły wygładzający filtr dolnoprzepustowy o transmitancji:

$$G_{FDP}(s) = \frac{0.643}{(s+0.5)^2} \tag{2}$$

w celu odtworzenia sygnału oryginalnego $x(t)$ na wyjściu toru przetwarzania. Wzmocnienie statyczne filtru dobrano tak, aby zapewnić jednostkowe wzmocnienie amplitudy sygnału wejściowego przy częstotliwości $f = 0.1[Hz]$. Przeprowadzić symulacje próbkowania, ekstrapolacji i wygładzania dla następujących wartości okresu próbkowania:

$$T_p = \{7.5[s],\ 5[s],\ 4.9[s],\ 2.5[s],\ 1[s],\ 0.5[s],\ 0.05[s]\}.$$

UWAGA: W środowisku Simulink każdy ekstrapolator zawiera wbudowany impulsator pobierający próbki sygnału wejściowego w stałych odstępach czasowych równych T_p – rys. 2.

2.2 Po przeprowadzeniu symulacji z poprzedniego punktu wywołać skrypt `LabSPCiD_rms.m`, w celu porównania odchylenia sygnału schodkowego od sygnału ciągłego. Procedurę powtórzyć dla każdego czasu próbkowania wymienionego w poprzednim punkcie.

- *Jaki jest wpływ wartości okresu próbkowania T_p na dokładność aproksymacji sygnału ciągłego przez sygnał schodkowy? Które wartości okresu T_p spełniają twierdzenie Shannona-Kotielnikowa?*
- *Czy dla pewnych wartości okresu próbkowania T_p występuje zjawisko aliasingu (jeśli tak określić dla jakich)? W jaki sposób się ono objawia?*
- *Czy spełnienie twierdzenia o próbkowaniu dla dyskretyzowanego sygnału $x(t)$ zawsze gwarantuje wierne odtworzenie sygnału oryginalnego w układzie: impulsator–ekstrapolator–filtr(2)? Odpowiedź uzasadnić (wskazówka: wziąć pod uwagę charakterystykę częstotliwościową modułu filtru (2)).*
- *Czy w układach regulacji mamy do czynienia z koniecznością wygładzania sygnałów?*

3 Transformacje częstotliwościowe

W układach regulacji impulsowej istnieje konieczność posługiwania się dyskretnymi przybliżeniami ciągłych obiektów dynamicznych. Dyskretna postać dotyczy regulatorów, których działanie jest w dyskretnej dziedzinie czasu, jednak w pewnych sytuacjach konieczne jest również wyprowadzenie dyskretnej postaci obiektów regulacji.

Transmitancje dyskretne $G(z)$ można utworzyć bezpośrednio z równania różnicowego ułożonego dla danego systemu lub też z istniejącej już transmitancji operatorowej $G(s)$, utworzonej na bazie równania różniczkowego systemu ciągłego. Ten drugi sposób wymaga zastosowania transformacji częstotliwościowej odwzorowującej płaszczyznę zmiennej zespolonej s w płaszczyznę zmiennej zespolonej z. Istnieje kilka takich transformacji o różnych własnościach, które w ogólności dają różne wyniki aproksymacji transmitancji $G(s)$ przez transmitancję $G(z)$. Poniżej przedstawiono przykładowe transformacje:

A. **transformacja z ekstrapolacją zerowego rzędu** (*zoh*) – nazywana też transformacją **skokowo-inwariantną** – wynika z obliczenia transformaty $\mathcal{Z}$ szeregowego połączenia danej transmitancji $G(s)$ oraz transmitancji ekstrapolatora zerowego rzędu (wzór (1)):

$$G(z) \overset{zoh}{=} \mathcal{D}\left\{F(s)\right\} = (1-z^{-1})\mathcal{D}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}, \qquad F(s) = \frac{1-e^{-sT_p}}{s}\,G(s),$$

B. **transformacja z ekstrapolacją pierwszego rzędu** (*foh*) – niezwykle rzadko stosowana w praktyce, wynika z obliczenia transformaty $\mathcal{Z}$ z szeregowego połączenia danej transmitancji $G(s)$ oraz transmitancji ekstrapolatora pierwszego rzędu:

$$G(z) \overset{foh}{=} \mathcal{D}\left\{F(s)\right\} = (1-z^{-1})^2\mathcal{D}\left\{\frac{1+sT_p}{T_p s^2}\,G(s)\right\}, \qquad F(s) = \left(\frac{1-e^{-sT_p}}{s}\right)^2 \frac{1+sT_p}{T_p}\,G(s),$$

C. **transformacja impulsowo-inwariantna** (*imp*) – wynika z obliczenia transformaty $\mathcal{Z}$ zdyskretyzowanego sygnału odpowiedzi impulsowej $g(t)$ obiektu opisanego transmitancją $G(s)$:

$$G(z) \overset{imp}{=} \mathcal{D}\left\{F(s)\right\}, \qquad F(s) = G(s),$$

D. **transformacja Tustina** (*tust*) – ma źródło w metodzie całkowania poprzez sumowanie pól trapezów (dobrze przybliża elementy całkujące):

$$G(z) \overset{tust}{=} G(s)\bigg|_{s=\frac{2}{T_p}\frac{z-1}{z+1}},$$

E. **transformacja Eulera *backward*** (*eulB*) – ma źródło w aproksymacji równania różniczkowego systemu ciągłego równaniem różnicowym z różnicą definiowaną *w tył*: $\Delta f = f(k) - f(k-1)$ (odpowiada też metodzie całkowania poprzez sumowanie pól prostokątów):

$$G(z) \overset{eulB}{=} G(s)\bigg|_{s=\frac{z-1}{zT_p}},$$

F. **transformacja Eulera *forward*** (*eulF*) – ma źródło w aproksymacji równania różniczkowego systemu ciągłego równaniem różnicowym z różnicą definiowaną *w przód*: $\Delta f = f(k+1) - f(k)$ (odpowiada też metodzie całkowania poprzez sumowanie pól prostokątów):

$$G(z) \overset{eulF}{=} G(s)\bigg|_{s=\frac{z-1}{T_p}},$$

gdzie w powyższych definicjach:

$$\mathcal{D}\left\{F(s)\right\} = \mathcal{Z}\left[\mathcal{L}^{-1}\left\{F(s)\right\}\big|_{t=kT_p}\right].$$

Pierwsze trzy transformacje A-C przekształcają bieguny s_i transmitancji $G(s)$ w bieguny z_i transmitancji $G(z)$ zgodnie z następującą relacją:

$$z_i = e^{s_i T_p}, \qquad i = 1, 2, \ldots \tag{3}$$

Transformacje D-F natomiast przekształcają bieguny s_i transmitancji $G(s)$ w bieguny z_i transmitancji $G(z)$ zgodnie z następującymi relacjami:

$$\text{metoda D } (\textit{tust}): \qquad z = \frac{1 + \frac{T_p}{2} s}{1 - \frac{T_p}{2} s}, \tag{4}$$

$$\text{metoda E } (\textit{eulB}): \qquad z = \frac{1}{1 - T_p s}, \tag{5}$$

$$\text{metoda F } (\textit{eulF}): \qquad z = 1 + T_p s. \tag{6}$$

Transformacje A-C są stosowane w przypadku dyskretyzacji transmitancji obiektów regulacji (lub innych podsystemów ciągłych, na wejściu których występuje ekstrapolator). Przekształcenia D-F natomiast znajdują zastosowanie do realizacji regulatorów oraz filtrów (korektorów) cyfrowych. Najlepszą dokładność aproksymacji całkowania uzyskuje się w tym przypadku stosując transformację biliniową (Tustin'a) – definicja D, która odwzorowuje całą lewą półpłaszczyznę zmiennej zespolonej s we wnętrze okręgu jednostkowego na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z (dzięki temu daje najlepsze wyniki dyskretnej aproksymacji w dziedzinie częstotliwości).

3.1 W przestrzeni roboczej Matlaba zamodelować ciągły obiekt dynamiczny opisany transmitancją operatorową:

$$G(s) = \frac{1}{3s^2 + s + 1}. \tag{7}$$

3.2 Obliczyć dyskretną transmitancję operatorową $G(z)$ przybliżającą obiekt (7) dla podanych wartości okresu próbkowania:

$$T_p = \{2[s],\ 1[s],\ 0.5[s],\ 0.1[s]\}$$

stosując następujące transformacje częstotliwościowe:

(a) transformacja z ekstrapolacją zerowego rzędu (*zoh*): `c2d(G,Tp,'zoh')`,

(b) transformacja impulsowo-inwariantna (*imp*): `c2d(G,Tp,'imp')`,

(c) transformacja Tustin'a (biliniowa) (*tust*): `c2d(G,Tp,'tustin')`,

(d) transformacja Eulera wstecz (*eulB*): realizacja analityczna obliczeniowa (konieczność podstawienia do (7) formuły $s = \frac{1}{T_p}\frac{z-1}{z}$ oraz zadeklarowanie `z=tf('z',Tp)`).

3.3 Porównać postaci uzyskanych transmitancji dyskretnych oraz rozmieszczenie biegunów i zer tych transmitancji. Wykorzystać polecenie `pzmap`.

- *Czy wybór metody dyskretyzacji i wartości okresu próbkowania ma wpływ na położenie biegunów i zer otrzymanych transmitancji dyskretnych $G(z)$?*

3.4 Przeanalizować na wspólnym wykresie odpowiedzi skokowe i impulsowe wszystkich otrzymanych transmitancji dyskretnych (dla różnych wartości okresu próbkowania T_p) i porównać je z przebiegiem odpowiedzi obiektu ciągłego (7) – wykorzystać nakładkę *LTI Viewer*.

- *Jaki jest wpływ wartości okresu próbkowania na dokładność aproksymacji odpowiedzi obiektu ciągłego?*
- *Czym różnią się odpowiedzi czasowe obiektu powstałego w wyniku dyskretyzacji transformacją impulsowo-inwariantną (definicja C) od odpowiedzi pozostałych obiektów dyskretnych (skorzystać w nakładce LTI Viewer z polecenia* `Normalize`*)? Czy różnice te zanikają dla jakiejś konkretnej wartości okresu próbkowania* T_p*?*

4 Wpływ szybkości próbkowania na jakość pracy URA

W układach regulacji z regulatorami cyfrowymi kwestia szybkości próbkowania sygnałów ciągłych odgrywa istotną rolę z punktu widzenia jakości regulacji i stabilności całego URA. Dobór okresu próbkowania T_p powinien wynikać z twierdzenia o próbkowaniu oraz z możliwości obliczeniowych zastosowanego układu impulsowego. Najczęściej obliczenia regulatora realizuje się za pomocą mikrokontrolerów ogólnego przeznaczenia lub procesorów sygnałowych DSP. Wydłużanie wartości okresu próbkowania T_p można interpretować jako zwiększenie opóźnienia w reakcji regulatora na zmiany sygnału uchybu (lub innych sygnałów próbkowanych i wykorzystywanych podczas obliczeń). Taka interpretacja pozwala intuicyjnie zrozumieć wpływ szybkości próbkowania na stabilność systemu.

4.1 Przeprowadzić symulację odpowiedzi skokowej (sygnał zadany $x(t) = \mathbf{1}(t)$) URA z regulatorem proporcjonalnym o wzmocnieniu $k_p = 2$ i obiektem regulacji

$$G(s) = \frac{1}{(1+sT)(1+s)^2}\ , \tag{8}$$

ze stałą czasową $T = 1[s]$, zawartego w drugim modelu schematu `LabSPCiD_cw7.mdl`. Symulacje przeprowadzić w dwóch wersjach:

a) z regulatorem ciągłym (bez ekstrapolatora i impulsatora),

b) z regulatorem impulsowym – z ekstrapolatorem zerowego rzędu w torze głównym między wzmacniaczem a obiektem regulacji. Przyjąć następujące wartości okresu próbkowania w układzie impulsowym:

$$T_p = \{0.01[s],\ 1[s],\ 3[s],\ 3.5[s],\ 3.8[s],\ 4[s]\}.$$

Porównać położenie biegunów dla transmitancji zamkniętych obu modeli, wykorzystując blok `Pole-Zero Plot`.

4.2 Wykonać porównanie jakości pracy obu URA (rys. 3) na podstawie przebiegów sygnałów sterujących, sygnałów odpowiedzi i uchybu oraz w oparciu o wartość następującego wskaźnika jakości:

$$J = \int_0^{t_h} |y_2(t) - y_1(t)| dt, \tag{9}$$

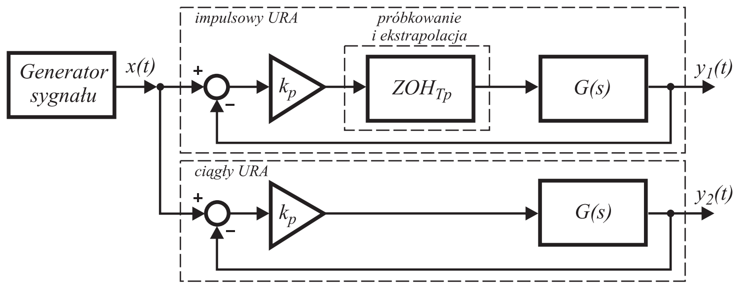
gdzie $t_h = 70[s]$ jest czasowym horyzontem symulacji.

- *Czy wartość okresu próbkowania* T_p *ma wpływ na stan przejściowy i ustalony oraz na stabilność impulsowego URA i położenie biegunów układu zamkniętego na płaszczyźnie zmiennej zespolonej* z*?*

4.3 Przyjmując stały okres próbkowania $T_p = 0.5[s]$ zbadać wpływ wartości wzmocnienia regulatora k_p na jakość pracy i stabilność impulsowego URA analizowanego w poprzednim punkcie. Przyjąć następujące wartości wzmocnienia[2]:

$$k_p = \{2,\ 3,\ 4,\ 5\}.$$

- *Czy wartość wzmocnienia k_p regulatora ma wpływ na jakość działania i stabilność impulsowego URA? Wyjaśnić zaobserwowany efekt.*
- *Czy zwiększając okres próbkowania T_p zmieni się również wartość wzmocnienia k_p, dla której układ impulsowy utraci stabilność?*



Rysunek 3: Schemat blokowy wykorzystany do porównania działania ciągłego i impulsowego URA z regulatorem proporcjonalnym.

4.4 Przyjmując stały okres próbkowania impulsatora $T_p = 3[s]$ oraz stałe wzmocnienie regulatora $k_p = 2$ zbadać wpływ wartości stałej czasowej inercji T obiektu sterowania na jakość pracy i stabilność impulsowego URA analizowanego w poprzednim punkcie. Przyjąć następujące wartości stałej czasowej inercji[3]:

$$T = \{4,\ 2,\ 1,\ 0.1\}.$$

Działanie impulsowego URA porównać z jakością pracy ciągłego URA (przeanalizować sygnały odpowiedzi, uchybu i sterowania oraz wartość wskaźnika (9)).

- *Czy wartość stałej czasowej inercji T obiektu sterowania ma wpływ na jakość działania i stabilność impulsowego URA (przy danych wartościach k_p i T_p)? Wyjaśnić zaobserwowany efekt.*

□

5 Wpływ kwantyzacji na jakość pracy URA

Proces kwantyzacji polega na wprowadzeniu skończonej reprezentacji wartości próbek sygnału. W układach cyfrowych reprezentacja ta wynika ze skończonej ilości bitów tworzących liczbę reprezentującą wartość danej próbki sygnału. Liczba bitów reprezentacji (w założonym zakresie zmienności wartości sygnału) decyduje o rozdzielczości układu cyfrowego, a tym samym o wielkości tzw. szumu kwantyzacji, który wprowadzany jest do układu przez układ cyfrowy[4]. Rozdzielczość w układzie

[2] UWAGA: Należy równolegle zmieniać wartości wzmocnienia regulatora ciągłego i impulsowego.

[3] UWAGA: Należy równolegle zmieniać wartości stałej czasowej obiektów z URA z regulatorem ciągłym i impulsowym.

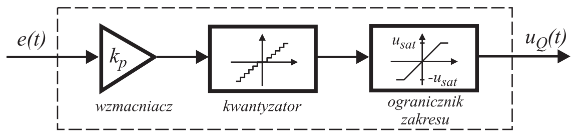
[4] Można pokazać, że odstęp mocy sygnału użytecznego od mocy szumu kwantyzacji określa zależność: $SNR = (6N - 7.3)[dB]$, gdzie N stanowi liczbę bitów reprezentacji sygnału skwantowanego.

cyfrowym określa się w następujący sposób:

$$Q = \frac{x_{max} - x_{min}}{2^N - 1}, \tag{10}$$

gdzie N jest liczbą bitów cyfrowej reprezentacji wartości sygnału (lub bitową rozdzielczością przetwornika A/C), a x_{min} oraz x_{max} stanowią założone odpowiednio minimalną i maksymalną wartość mierzonego i kwantyzowanego sygnału $x(t)$.

W tej części ćwiczenia należy zbadać wpływ procesu kwantyzacji sygnału sterującego na jakość działania URA. Analizowany układ będzie systemem ciągłym, aby wykluczyć efekt związany z procesem próbkowania sygnału w czasie, który był poruszany w poprzednim punkcie ćwiczenia. Dodatkowo pomija się tutaj kwantyzację innych sygnałów poza sterowaniem.



Rysunek 4: Schemat blokowy ciągłego w czasie regulatora proporcjonalnego z kwantyzacją sygnału sterującego.

5.1 Przyjmując stałe wzmocnienie regulatora $k_p = 2$, a w transmitancji obiektu (8) wartość stałej czasowej inercji $T = 1$, przeprowadzić analizę jakości pracy ciągłego URA z kwantyzatorem w torze sterowania (sygnał sterujący $u(t) = u_Q(t)$ może przyjmować tylko skończona liczbę wartości z założonego zakresu) dla skokowego sygnału zadanego $x_d = \mathbf{1}(t)$. Skorzystać z trzeciego modelu zawartego w pliku `LabSPCiD_cw7.mdl`. **W tej części ćwiczenia należy odłączyć blok** `Zero Order Hold`. Jeżeli schemat nie został poprawnie otwarty należy zrealizować kwantyzator jako szeregowe połączenie bloków *Quantizer* (z parametrem Q z równania (10), w którym $x \equiv u$) oraz *Saturation* (z parametrami u_{max}, u_{min}) – rys. 4. Symulacje działania URA wykonać dla następujących zestawów parametrów kwantyzatora i ogranicznika:

$$u_{min} = -4, \qquad u_{max} = 4, \qquad N = \{2,\ 3,\ 4,\ 8,\ 16\}.$$

5.2 Działanie URA z kwantyzatorem porównać z jakością pracy ciągłego URA bez kwantyzacji (przeanalizować sygnały odpowiedzi, uchybu i sterowania oraz wartość wskaźnika (9)).

- *Jaka jest rozdzielczość sygnału u_Q regulatora (wzmacniacz k_p + kwantyzator) w każdym z analizowanych przypadków (wykorzystać wzór (10), w którym $x \equiv u$ do przeprowadzenia obliczeń).*
- *Czy liczba bitów reprezentacji N ma znaczący wpływ na dynamiczną i statyczną jakość regulacji?*
- *Jaki kształt ma sygnał sterujący $u_Q(t)$? Czy chwile zmiany wartości sterowania są równo oddalone od siebie w dziedzinie czasu tak jak w przypadku układów impulsowych?*

5.3 Do URA z poprzedniego punktu dodać szeregowo za kwantyzatorem ektrapolator zerowego rzędu. Przeprowadzić symulacje działania cyfrowego URA z kwantyzatorem w regulatorze impulsowym dla następujących wartości parametrów:

$$u_{min} = -4, \qquad u_{max} = 4, \qquad N = \{4,\ 12\}, \qquad T_p = \{2,\ 0.5,\ 0.1\}.$$

- *Czy zmiana rozdzielczości kwantyzatora ($N = 4$ lub $N = 12$) wpływa znacząco na jakość działania URA dla dużych wartości okresu próbkowania $T_p \geqslant 1$?*
- *Które ze zjawisk: próbkowanie czy kwantyzacja mają podstawowe znaczenie dla jakości regulacji w impulsowym URA?*

6 Realizacja regulatorów w układach cyfrowych

W praktyce zwykle spotykane są ciągłe obiekty regulacji, które można opisać za pomocą transmitancji ciągłych $G(s)$. Jednak ze względu na rozwój techniki cyfrowej oraz liczne zalety układów cyfrowych[5] elementy regulacyjne (regulatory) i korekcyjne (korektory) realizuje się dzisiaj przeważnie w postaci cyfrowej (algorytmy regulacji i korekcji zaszyte są w postaci programów w pamięci mikrokontrolerów lub procesorów sygnałowych DSP). Aby zrealizować cyfrowy regulator opisywany dyskretną transmitancją $R(z)$ można postępować według następującej procedury:

1° przyjąć strukturę regulatora ciągłego poprzez wybór jego transmitancji $R(s)$,

2° dokonać syntezy parametrycznej regulatora $R(s)$ w oparciu o kryteria jakościowe w ciągłej dziedzinie czasu,

3° wykorzystać jedną z transformacji częstotliwościowych D-F (z punktu 3) do zaprojektowanego wcześniej regulatora $R(s)$, aby uzyskać przejście do transmitancji $R(z)$,

4° przejść z opisu transmitancyjnego $R(z)$ do postaci czasowej (równanie różnicowe w dyskretnej dziedzinie czasu) i zgodnie z czasową interpretacją uzyskanego równania zaimplementować algorytm regulacji na docelowym układzie cyfrowym z odpowiednio dobranym okresem próbkowania.

Celem tej części ćwiczenia będzie implementacja regulatorów cyfrowych i porównanie pracy układów regulacji z regulatorami ciągłymi i ich odpowiednikami impulsowymi.

6.1 Uruchomić skrypt inicjalizujący zmienne wykorzystywane w niniejszej części ćwiczenia `LabSPCiDinit_cw8.m`.

6.2 Uruchomić model `LabSPCiD_cw8.mdl` lub zamodelować URA z ciągłym liniowym obiektem regulacji opisanym transmitancją:

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \tag{11}$$

oraz ciągłym regulatorem PI,

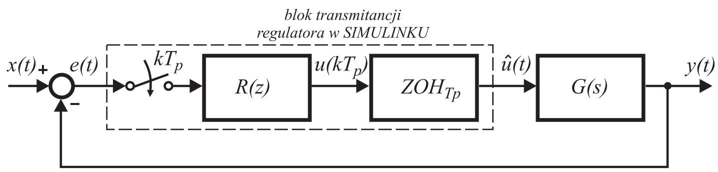
$$R(s) = k_p\left(1 + \frac{1}{sT_i}\right), \quad \text{oraz } k_p = 1,\ T_i = 0.1. \tag{12}$$

6.3 Dokonać dyskretyzacji regulatora ciągłego (12) dwoma metodami: poprzez transformację Euler'a (definicja E) oraz transformację Tustin'a (definicja D). Porównać uzyskane transmitancje $R(z)$. Przejść z postaci transmitancyjnej $R(z)$ na postać czasową i porównać uzyskane równania różnicowe dla obu transformacji.

[5] Oczywiście nie zawsze układy cyfrowe stanowią lepsze rozwiązanie z stosunku do analogowych – czasami elementy analogowe są nie do zastąpienia i stanowią jedyne słuszne rozwiązanie.

6.4 Na schemacie blokowym `LabSPCiD_cw8.mdl` uzupełnić bloki regulatorów zgodnie z wyznaczonymi transmitancjami. Jeżeli model nie został otwarty poprawnie należy zamodelować uzyskane regulatory w postaci odpowiednich transmitancji $R(z)$ na jednym schemacie blokowym[a] z ciągłym obiektem regulacji (11) – rys. 5.
UWAGA: we właściwościach bloku *Discrete Transfer Fcn* w polu *Sample Time* wprowadzić wartość okresu próbkowania T_p, dla której obliczona została dana transmitancja dyskretna regulatora.

[a]W środowisku SIMULINK transmitancja dyskretna $G(z)$ jest domyślnie wyposażona na wyjściu w ekstrapolator, zatem nie trzeba dodatkowo umieszczać jego bloku na schemacie regulacji – rys. 5.



Rysunek 5: Schemat blokowy URA z regulatorem impulsowym i ciągłym obiektem regulacji.

6.5 Przeprowadzić symulacje działania URA z obiektem (11) i wyprowadzonymi regulatorami (w postaci transmitancyjnej) dla następującego zestawu wartości okresu próbkowania:

$$T_p = \{1,\ 0.5,\ 0.1,\ 0.01\}.$$

Jakość działania URA z regulatorami cyfrowymi porównać z jakością pracy ciągłego URA (z ciągłym regulatorem (12)) – przeanalizować sygnały odpowiedzi, uchybu i sterowania.

- *Czy uzyskane dwa regulatory cyfrowe dają różne wyniki działania wynikowego URA? Jakie różnice daje się zauważyć najwyraźniej?*
- *Czy zamknięty układ ciągły (z regulatorem ciągłym) jest stabilny strukturalnie? Czy układ impulsowy jest strukturalnie stabilny (sprawdzić doświadczalnie)? Jak wyglądałaby implementacja każdego z regulatorów cyfrowych?*

W dalszej części ćwiczenia rozważany będzie URA z silnikiem prądu stałego i regulatorem dyskretnym. Jeżeli jako wejście dobrane będzie napięcie twornika u_a, a jako wyjście prędkość obrotowa silnika ω_s wówczas transmitancję operatorową silnika można opisać jako[6]:

$$G_{DC}(s) = \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{k_i}{(sJ_s + b)(sL_a + R_a) + k_i k_e}, \tag{13}$$

gdzie J_s jest zredukowanym momentem bezwładności po stronie wału silnika, L_a określa indukcyjność uzwojeń, R_a rezystancję uzwojeń, k_e oznacza stałą elektromagnetyczną silnika, k_i jest stałą momentową, a współczynnik tarcia wiskotycznego oznaczono jako b. Przyjęto następujące wartości stałych:

$$\begin{array}{lclclclclcl} J_s &=& 0.1[kg\cdot m^2], & b &=& 0.1[N\cdot m\cdot s], & k_e &=& 0.01[\frac{rad}{s\cdot V}], \\ k_i &=& 0.01[\frac{N\cdot n}{A}], & R_a &=& 1[\Omega], & L_a &=& 0.5[H]. \end{array} \tag{14}$$

6.6 W środowisku Matlab zamodelować silnik prądu stałego, opisany równaniem (13).

[6]Dokładne wyprowadzenie można odnaleźć w instrukcji do ćwiczenia 9.

6.7 W środowisku Matlab zamodelować regulator PID o transmitancji

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{sT + 1} \right). \tag{15}$$

Wyznaczyć parametry regulatora ciągłego stosując metodę strojenia regulatora, wbudowaną w środowisko Simulink (`Tune`). Wartości wprowadzić do pliku `LabSPCiD_reg.m`.

6.8 Wyznaczyć dyskretną aproksymację regulatora, stosując metodę Tustin'a (definicja D). Wpisać uzyskaną transmitancję do schematu `LabSPCiD_cw8.mdl`. Przeprowadzić symulację odpowiedzi skokowych zamkniętych układów, ciągłego i dyskretnego. Porównać położenie biegunów przy użyciu bloków `Pole-Zero Plot`.

- *Czy dyskretny układ jest stabilny? Dlaczego?*
- *Czy jest możliwe uzyskanie stabilności przez zmianę parametrów dyskretnego regulatora PID?*

□