

Sterowanie Procesami Ciągłymi i Dyskretnymi

Politechnika Poznańska
Instytut Automatyki i Robotyki

ĆWICZENIE 2

APROKSYMACJA LINIOWYCH UKŁADÓW DYNAMICZNYCH.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze skutkami aproksymacji układów dynamicznych modelami obiektów niższych rzędów lub ze zredukowaną liczbą zer. Aproksymację wykorzystuje się w celu uproszczenia struktury układu podczas syntezy układu regulacji. Wykonanie ćwiczenia powinno uzmysłwić stopień zmian wynikających z zastosowanego przybliżenia. W trakcie ćwiczenia stosowana będzie także popularna metoda aproksymacji układów wyższych rzędów układem inercyjnym pierwszego rzędu z opóźnieniem w celu porównania z efektami przybliżania poprzez pomijanie biegunów nieznaczących.

W ramach przygotowania do ćwiczenia należy:

→ Przypomnieć wiadomości z zakresu:

- rozróżnianie zer i biegunów dominujących oraz niedominujących, zasady pomijania zer i biegunów niedominujących,
- wzmocnienie statyczne, kanoniczna postać transmitancji, rząd obiektu,
- przeregulowanie i podregulowanie, zapasy stabilności,
- wyznaczanie parametrów obiektu aproksymującego w metodzie z członem opóźniającym.

1 Pomijanie zer niedominujących

Zera transmitancji układu, podobnie jak bieguny, mogą leżeć w lewej lub prawej półpłaszczyźnie zmiennej s (przez analogię do biegunów nazywane są czasami zerami stabilnymi lub niestabilnymi choć nie wpływają na stabilność układu). Zera pojawiające się w transmitancji mają wpływ na własności dynamiczne obiektów, a tym samym na charakter ich odpowiedzi czasowych i częstotliwościowych. Przykładowo, zero może spowodować pojawienie się w odpowiedzi skokowej przeregulowania lub podregulowania¹ (ang. undershoot).

Podczas redukcji modelu przez pominięcie zer niedominujących, ważne jest nie tylko wzajemne położenie zer, ale również położenie zer względem biegunów. Dlatego podczas analizy położenia zer należy także zwrócić uwagę na ich relację w stosunku do biegunów. Pominięcie tej relacji może skutkować znaczącą zmianą własności dynamicznych obiektu. Zera transmitancji mogą też kompensować wpływ biegunów, co może wystąpić dla szeregowego połączenia bloków w układzie. W takim przypadku możliwe jest pominięcie zera i bieguna jednocześnie (dopuszczalne dla zera i bieguna leżącego w lewej półpłaszczyźnie). Teoretycznie, w sensie matematycznym może dojść nawet do skasowania bieguna przez zero.

Przy pomijaniu zer i biegunów należy sprowadzić transmitancję obiektu do postaci kanonicznej w celu prawidłowej redukcji i uwzględnienia własności w stanie ustalonym.

¹W przypadku zera w prawej półpłaszczyźnie.

Badanie skutków pomijania zer niedominujących przeprowadzone będzie w oparciu o obiekty opisane następującymi transmitancjami:

$$G_1(s) = \frac{2(s+25)}{(s+2)(s+3)}, \quad (1)$$

$$G_2(s) = \frac{10(100s+1)}{(s+2)(s+3)}, \quad (2)$$

$$G_3(s) = \frac{10(s+1)(10s+1)}{(s+2)(s+3)}, \quad (3)$$

$$G_4(s) = \frac{10(s+1)(10s+1)}{(s+0.1)(s+0.2)}. \quad (4)$$

- 1.1 Dla podanych transmitancji (1)-(4) wskazać zera dominujące i niedominujące o ile takie występują.
- 1.2 W środowisku Matlab zamodelować transmitancje (1)-(4) korzystając z funkcji `zpk`. Przedstawić zera i bieguny na płaszczyźnie zespolonej wykorzystując funkcję `pzmap` oraz przeanalizować ich wzajemne położenie. Porównać z wynikami z punktu 1.1.
- 1.3 Dokonać uproszczenia transmitancji obiektów (1) i (2) poprzez pominięcie zer, natomiast obiektów (3) i (4) poprzez pominięcie zer niedominujących.
- 1.4 Wyznaczyć i porównać odpowiedzi skokowe oraz charakterystyki częstotliwościowe obiektów oryginalnych i zredukowanych (wykorzystać polecenie `ltiview`).
 - Jaki wpływ ma zastosowanie redukcji zer na charakter odpowiedzi skokowych? Porównać charakterystyki w stanie przejściowym oraz ustalonym.
 - Jaki wpływ ma zastosowanie redukcji zer na kształt charakterystyk częstotliwościowych? Jak redukcja wpływa na zapasy stabilności?
 - Czy w każdym przypadku pominięcie zera lub zera niedominującego jest zawsze uzasadnione niezależnie od położenia biegunów?

2 Pomijanie biegunów niedominujących

Zmniejszenie rzędu modelu obiektu można przeprowadzić przez pominięcie biegunów niedominujących². Redukcję rzędu przeprowadza się głównie w celu uproszczenia struktury systemu sterowania, co prowadzi do zmniejszenia złożoności obliczeniowej procedury doboru nastaw regulatorów. Synteza URA dla obiektów uproszczonych (tj. z pominięciem biegunów niedominujących) może nie dawać oczekiwanych rezultatów i skutkować np. niestabilnością układu zamkniętego. Dlatego po wykonaniu syntezy należy zweryfikować uzyskane wyniki dla pełnego modelu obiektu.

Badanie skutków wprowadzenia tego typu uproszczeń przeprowadzone będzie w oparciu o

²UWAGA: Pomijanie biegunów ma sens tylko dla biegunów stabilnych!

obiekty opisane następującymi transmitancjami:

$$G_5(s) = \frac{20}{(s+10)^2(s+0.2)(s+1)}, \quad (5)$$

$$G_6(s) = \frac{6.25}{(s+5)(s^2+s+1.25)}, \quad (6)$$

$$G_7(s) = \frac{0.0625}{(s+0.05)(s^2+s+1.25)}, \quad (7)$$

$$G_8(s) = \frac{5}{(s+10)(s^2+10.05s+0.5)}, \quad (8)$$

$$G_9(s) = \frac{5}{s(s+5)}, \quad (9)$$

$$G_{10}(s) = \frac{10000}{(s+10)^2(s-100)}. \quad (10)$$

- 2.1** Dla podanych transmitancji (5)-(10) wskazać bieguny dominujące i niedominujące.
- 2.2** W środowisku Matlab zamodelować transmitancje obiektów (5)-(10). Przedstawić rozkład biegunów na płaszczyźnie zespolonej oraz przeanalizować ich wzajemne położenie odnosząc się do wskazanych biegunów dominujących i niedominujących.
- 2.3** Dokonać uproszczenia transmitancji obiektów poprzez pominięcie biegunów niedominujących.
 - Czy możliwe jest przeprowadzenie redukcji więcej niż jednokrotnej?
- 2.4** Zamodelować transmitancje obiektów zredukowanych. Wyznaczyć i porównać odpowiedzi skokowe obiektów oryginalnych i zredukowanych.
 - Czy pominięcie biegunów nieznaczających zmienia charakter odpowiedzi czasowych obiektu (gdzie widoczne są różnice)? Czy takie uproszczenie jest dopuszczalne?
 - Czy charakter pomijanych biegunów (rzeczywiste/zespolone) ma wpływ na błąd aproksymacji i charakter odpowiedzi czasowych obiektów zredukowanych?
- 2.5** Wykreślić charakterystyki częstotliwościowe obiektów oryginalnych i zredukowanych.
 - Czy pominięcie bieguna niedominującego zmienia kształt charakterystyk częstotliwościowych? Czy jest to zmiana jakościowa czy tylko ilościowa?
 - Jak redukcja biegunów wpływa na zapasy stabilności?
- 2.6** Dla obiektu o transmitancji $G_6(s)$ zaprojektowano prosty układ regulacji z regulatorem proporcjonalnym. Syntezę układu wykonano dla modelu zredukowanego przez pominięcie bieguna niedominującego (dla $s = -5$) i przyjęto wzmocnienie regulatora $k_p = 20$ zapewniające stabilną pracę układu regulacji z modelem zredukowanym. Po syntezie URA dla pełnego modelu obiektu wzmocnienie regulatora ograniczono do wartości $k_p = 2$. Wykreślić odpowiedzi skokowe URA z obiektem oryginalnym $G_6(s)$ dla obu wartości wzmocnienia k_p regulatora.
 - Czy synteza regulatora uzyskana dla zredukowanego modelu obiektu gwarantuje stabilną pracę URA z oryginalnym obiektem $G_6(s)$ dla wzmocnienia $k_p = 20$? Odpowiedź uzasadnić w oparciu o charakterystyki Bode'go otwartego URA (z obiektem oryginalnym $G_6(s)$) dla obu wartości wzmocnienia k_p regulatora wynoszących odpowiednio 2 i 20.
 - Czy pomijanie biegunów niedominujących jest zawsze uzasadnione? Na co należy zwrócić uwagę przy projektowaniu URA z uproszczonym modelem obiektu?

3 Aproksymacja obiektem inercyjnym z opóźnieniem

Często stosowaną metodą aproksymacji obiektów inercyjnych wyższych rzędów (statycznych) jest zastępowanie ich obiektem inercyjnym pierwszego rzędu z opóźnieniem o transmitancji:

$$G_a = \frac{k_a}{1 + sT_a} e^{-sT_o}. \quad (11)$$

W przypadku obiektów inercyjnych wyższych rzędów z całkowaniem (astatycznych) stosuje się metodę aproksymacji obiektem całującym z opóźnieniem:

$$G_b = \frac{k_a}{s} e^{-sT_o}. \quad (12)$$

Taka metoda jest szczególnie użyteczna gdy model obiektu jest nieznany, ponieważ charakterystykę skokową można wyznaczyć doświadczalnie. Wówczas na podstawie parametrów obiektu aproksymującego można dobrać nastawy regulatora korzystając ze stabilizowanych reguł w zależności od wymagań i przyjętego kryterium jakości regulacji.

Metoda ta zostanie zastosowana do aproksymacji obiektu opisanego transmitancją (5) w celu jej jakościowego porównania z metodą aproksymacji polegającą na redukcji rzędu obiektu (pomijanie biegunów niedominujących).

- 3.1** Dokonać uproszczenia transmitancji obiektu (5) poprzez pominięcie biegunów niedominujących (z uwzględnieniem wszystkich poziomów uproszczeń).
- 3.2** W środowisku Matlab zamodelować transmitancję (5) oraz transmitancje odpowiadających jej obiektów zredukowanych.
- 3.3** Dokonać aproksymacji obiektu (5) obiektem inercyjnym pierwszego rzędu z opóźnieniem.
 - Czy sposób aproksymacji jest zależny od początkowego rzędu obiektu redukowanego?
 - Czy zasady stosowania tej metody są precyzyjnie określone? A jak jest w przypadku pomijania biegunów niedominujących?
- 3.4** Wprowadzić w Matlabie transmitancję aproksymującą z wykorzystaniem obiektu inercyjnego pierwszego rzędu z opóźnieniem (opóźnienie można zamodelować z użyciem parametru 'ioDelay' funkcji `tf`). Wyznaczyć i porównać odpowiedzi skokowe obiektu oryginalnego oraz wszystkich obiektów aproksymujących system (5).
 - Która metoda aproksymacji obiektu jest precyzyjniejsza? Jakie kryteria można wziąć tutaj pod uwagę?
 - Którą metodę aproksymacji można zastosować w praktyce bez konieczności modelowania obiektu (odpowiedź wyjaśnić)?

□