Sterowanie Procesami Ciągłymi i Dyskretnymi

Politechnika Poznańska
Instytut Automatyki i Robotyki

ĆWICZENIE 6

SYNTEZA CIĄGŁYCH LINIOWYCH URA.

Celem ćwiczenia jest synteza układu regulacji automatycznej dla danego obiektu regulacji, polegająca na doborze parametrów ciągłych regulatorów liniowych tak, aby spełnione zostały założone kryteria jakości regulacji. Kryteria strojenia regulatorów podzielone zostały na: kryteria związane z parametrami czasowymi odpowiedzi skokowej układu, kryteria całkowe oraz doświadczalne metody zaproponowane przez Zieglera i Nicholsa.

W ramach przygotowania do ćwiczenia należy:

→ Przypomnieć wiadomości z zakresu:

- transmitancja obiektu oscylacyjnego,
- kryteria jakościowe odpowiedzi skokowej,
- wskaźniki całkowe do oceny jakości układu regulacji,
- metody strojenia regulatorów PID.

→ Obliczyć ω_n, ζ, $G_z(s)$, k_p i k_d z zadań 2.4 - 2.7 oraz 2.9.

→ Obliczyć $k_{p_{KRYT}}$ z zadania 4.3.

1 Ocena jakości układu regulacji automatycznej

Podstawowym zadaniem stawianym układowi regulacji automatycznej jest uzyskanie na wyjściu sygnału $y(t)$ bliskiego sygnałowi wejściowemu $x(t)$. Dąży się zatem do minimalizacji wartości uchybu $e(t)$. W przebiegu uchybu można wydzielić dwie składowe, tj. $e(t) = e_p(t) + e_u(t)$. Pierwsza składowa $e_p(t)$ jest uchybem występującym w stanie przejściowym, zwanym uchybem dynamicznym. Dokładność dynamiczna określa zdolność układu do wiernego i szybkiego śledzenia zmiany wartości zadanej.

Druga składowa uchybu jest uchybem ustalonym $e_u(t)$ i występuje wtedy, gdy warunki pracy ustalają się, przy danym sygnale sterującym. Oceniana jest wówczas dokładność statyczna układu regulacji. Uchyb ustalony wyznacza się na podstawie twierdzenia o wartości granicznej

$$e_u = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s). \tag{1}$$

O ile uchyb ustalony łatwo zdefiniować i wyznaczyć jego wartość, o tyle dokładność dynamiczną można scharakteryzować na podstawie różnych kryteriów. Kryteria te można podzielić na następujące grupy: ocena parametrów odpowiedzi skokowej, kryteria całkowe, kryteria częstotliwościowe oraz kryteria rozkładu pierwiastków. W ramach niniejszego ćwiczenia zostaną przeanalizowane wybrane spośród tych kryteriów.

2 Synteza URA w oparciu o kryteria odpowiedzi skokowej

W wielu przypadkach żądana jakość układu sterowania jest określana na podstawie przebiegów czasowych. Najczęściej jest do tego celu wykorzystywana odpowiedź skokowa. Ten typ odpowiedzi czasowej często wykazuje wykładniczo tłumione oscylacje przed osiągnięciem stanu ustalonego. Dlatego niektóre wskaźniki czasowe jakości określa się dla odpowiedzi skokowych o takim charakterze. Dla standardowej postaci transmitancji obiektu oscylacyjnego

$$G_{osc}(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{2}$$

można wyrazić parametry czasowe jego odpowiedzi skokowej, m.in.

A. przeregulowanie bezwzględne M_p i przeregulowanie względne $\varkappa$. Jeżeli wartość odpowiedzi skokowej w stanie ustalonym oznaczy się jako $h(\infty)$, a w czasie osiągnięcia wartości maksymalnej jako $h(t_p)$, wówczas przeregulowania można opisać zależnościami:

$$M_p = h(t_p) - h(\infty) = k \cdot \exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right), \tag{3}$$

$$\varkappa = \frac{M_p}{h(\infty)} = \exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right), \tag{4}$$

B. czas regulacji (ustalania), dany jest równaniem:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}, \quad \text{dla} \quad \Delta = \pm 2\%. \tag{5}$$

2.1 Zamodelować w środowisku Matlab obiekt opisany transmitancją:

$$G_1(s) = \frac{2}{s^2 + s + 5}. \tag{6}$$

2.2 Przeprowadzić symulację odpowiedzi obiektu $G_1(s)$ na sygnał wejściowy: $x(t) = \mathbf{1}(t)$.

2.3 Odczytać czasowe parametry odpowiedzi skokowej obiektu (6), ze szczególnym uwzględnieniem wartości przeregulowania M_p oraz czasu regulacji (ustalania) t_s.

2.4 Wyznaczyć wartości pulsacji drgań własnych nietłumionych ω_n oraz współczynnika tłumienia ζ dla obiektu $G_1(s)$ z równania (6) przy wymuszeniu skokiem jednostkowym.

- *Czy obiekt w układzie otwartym odtwarza sygnał wejściowy?*

2.5 Wyprowadzić postać transmitancji $G_z(s)$ zamkniętego URA z obiektem (6) i regulatorem PD o transmitancji

$$G_{PD}(s) = k_p + sk_d. \tag{7}$$

Porównać $G_z(s)$ z ogólną postacią transmitancji obiektu oscylacyjnego (2).

- *Na które parametry uzyskanej transmitancji wpływ ma część proporcjonalna regulatora, a na które część różniczkująca?*

2.6 Obliczyć minimalną wartość wzmocnienia k_p części proporcjonalnej regulatora gwarantującą osiągnięcie uchybu ustalonego $|e_u| \leqslant 0.1$.

2.7 Mając wyznaczoną minimalną wartość wzmocnienia k_p obliczyć wartość stałej k_d regulatora, gwarantującą skrócenie czasu regulacji do $t_s < 2[s]$ (dla tunelu $\Delta = \pm 2\%$).

2.8 Zamodelować w środowisku Matlab układ zamknięty z regulatorem PD oraz obiektem $G_1(s)$ z wartościami nastaw obliczonych wyżej i przeprowadzić symulację odpowiedzi skokowej URA.

- *Czy odpowiedź skokowa zamkniętego URA spełnia założenia projektowe ($|e_u| \leqslant 0.1$ oraz $t_s < 2[s]$)?*
- *Jak obecność regulatora PD wpływa na odpowiedź układu w porównaniu z odpowiedzią układu zamkniętego bez regulatora?*

2.9 Korzystając z zależności (3) obliczyć wymagane wzmocnienie k_d regulatora, redukujące przeregulowanie w torze **zakłócenie–wyjście** do wartości $\kappa \leqslant 10\%$.

2.10 Zamodelować w środowisku Matlab zamknięty URA ze zmodyfikowaną wartością stałej k_d (obliczoną w poprzednim punkcie) i przeprowadzić symulację odpowiedzi URA na skok sygnału zakłócenia $d(t) = \mathbf{1}(t)$ oraz skok sygnału zadanego $x(t) = \mathbf{1}(t)$.

- *Czy odpowiedź skokowa w torze* **zakłócenie–wyjście** *URA spełnia postawione założenia projektowe ($|e_u| \leqslant 0.1$ oraz $\kappa \leqslant 10\%$)? Czy spełnia te założenia także odpowiedź skokowa w torze* **sygnał zadany–wyjście***? Odpowiedź uzasadnić.*
- *Jak zmiana parametru k_d regulatora PD wpływa na czas regulacji?*
- *Która wartość czasu wyprzedzenia k_d regulatora PD jest większa: ta, zapewniająca krótszy czas regulacji czy ta, zapewniająca mniejsze przeregulowanie?*
- *Czy przy użyciu regulatora PD możliwe jest jednoczesne spełnienie założeń projektowych co do maksymalnego dopuszczalnego przeregulowania i wymaganego czasu regulacji?*

3 Synteza URA w oparciu o wskaźniki całkowe

Zagadnienie syntezy układów regulacji oparte na całkowych wskaźnikach jakości regulacji polega na takim doborze parametrów regulatora (i ewentualnych bloków korekcyjnych), aby zapewnić ekstremalne (zwykle minimalne) wartości funkcjonałów całkowych, zawierających informację o procesach zachodzących w układzie regulacji. Zależnie od celu sterowania i nałożonych wymagań jakościowych wspomniane funkcjonały mogą odnosić się do kosztów energetycznych sterowania, kosztów ekonomicznych, dokładności dynamicznej i statycznej sterowania itp.

W niniejszym ćwiczeniu omówione zostaną funkcjonały nakładające wymogi jakościowe na stany przejściowe (dynamiczne) w rozważanym URA. Najczęściej stosowane kryteria całkowe podano poniżej:

$$I_0 = \int_0^T |e_p(t)|\, dt, \tag{8}$$

$$I_{t0} = \int_0^T t|e_p(t)|\, dt, \tag{9}$$

$$I_2 = \int_0^T e_p^2(t)\, dt, \tag{10}$$

$$I_{t2} = \int_0^T te_p^2(t)\, dt, \tag{11}$$

gdzie $e_p(t)$ jest uchybem przejściowym (dynamicznym).

Jeżeli całki w powyższych wzorach są obliczane dla horyzontu czasowego T dążącego do nieskończoności, warunkiem koniecznym zbieżności całek jest asymptotyczna zbieżność uchybu regulacji $e(t)$ w badanym URA do zera. Analityczne znalezienie wartości całek reprezentujących całkowe wskaźniki jakości regulacji nie zawsze jest możliwe, a w zdecydowanej większości przypadków żmudne i pracochłonne. Stąd też celowe jest wykorzystanie metod numerycznych i obliczeń przeprowadzonych z wykorzystaniem maszyn cyfrowych.

Zasada syntezy regulatora polega na takim doborze wartości parametrów poszczególnych jego bloków, aby wartości całek liczonych w całym horyzoncie czasowym T symulacji (lub rzeczywistej pracy) osiągały wartości minimalne. Dobrane w ten sposób wartości parametrów regulatora stanowią optymalny zbiór nastaw ze względu na wykorzystany całkowy wskaźnik jakości. Różne wskaźniki dają różne zestawy optymalnych wartości nastaw oraz różną jakość dynamiczną odpowiedzi danego URA. Przykładowo, wynikowe wartości wskaźników (9) oraz (11) są mniej uzależnione od uchybów dynamicznych w pierwszej sekundzie symulacji, ze względu na uwzględnienie wartości t przy wyznaczaniu funkcjonałów.

3.1 Zamodelować URA z obiektem regulacji $G_1(s)$ danego równaniem (6) i regulatorem PID:

$$G_{PID}(s) = k_p \left(1 + \frac{k_i}{s} + sk_d\right), \quad \text{gdzie } k_i = \frac{1}{T_i} \tag{12}$$

oraz zamodelować bloki obliczające wskaźniki (9), (10) oraz (11) lub skorzystać ze schematu w pliku `LabSPCiD_cw6.mdl`. W niniejszym zadaniu będzie wykorzystany jedynie schemat przedstawiony na rys. 1.

3.2 Przyjąć wartość nastawy bloku proporcjonalnego regulatora $k_p = 2$ (parametr ten nie będzie podczas ćwiczenia podlegał strojeniu).

3.3 Odłączyć blok D regulatora. Przyjąć początkową wartość nastawy $k_i = 0.1$. Wykorzystując kryterium całkowe (10) dobrać eksperymentalnie optymalną wartość nastawy $k_i = k_{iopt}$ zapewniającą minimalizację wskaźnika I_2 (przeprowadzać symulacje odpowiedzi URA na jednostkowy skok zadany $x(t) = \mathbf{1}(t)$ w horyzoncie czasowym symulacji $T = 50[s]$). Poszukiwania optymalnej wartości nastawy k_i wykonywać z rozdzielczością nie mniejszą niż 0.1.

3.4 Załączyć blok D regulatora z początkową wartością nastawy $k_d = 0.1$ (pozostałe nastawy przyjąć następująco: $k_p = 2$, oraz $k_i = k_{i_{opt}}$ znalezione w poprzednim punkcie). Wykorzystując kryterium całkowe (10) dobrać eksperymentalnie optymalną wartość nastawy $k_d = k_{d_{opt}}$ zapewniającą minimalizację wskaźnika I_2 (przeprowadzać symulacje odpowiedzi URA na jednostkowy skok zadany $x(t) = \mathbf{1}(t)$ w horyzoncie czasowym symulacji $T = 50[s]$). Poszukiwania optymalnej wartości nastawy k_d wykonywać z rozdzielczością nie mniejszą niż 0.1.

- *Jakie są uzyskane minimalne wartości wskaźników całkowych? Czy są one jednakowe dla wszystkich zastosowanych wskaźników?*
- *Jaki wpływ ma załączenie bloku D regulatora na minimalne wartości wskaźników całkowych, które można uzyskać w badanym układzie?*

3.5 Dla nastrojonego regulatora PID sprawdzić czy możliwe jest dodatkowe zmniejszanie wartości funkcjonału (10) poprzez ponowną korekcję nastaw k_i oraz k_d.

3.6 Wykorzystując całkowe wskaźniki jakości (9) oraz (11) powtórzyć całą procedurę strojenia bloków I oraz D regulatora PID.

- *Jakie są różnice w jakości dynamicznej odpowiedzi URA po wykonaniu procedury syntezy dla wszystkich trzech wybranych wskaźników całkowych? Odpowiedź uzasadnić w oparciu o analizę postaci funkcjonałów (9)-(11).*

4 Synteza URA metodą Zieglera-Nicholsa

Reguły doboru nastaw regulatorów zaproponowane przez Zieglera i Nicholsa (reguły ZN) są metodami emiprycznymi, wynikającymi z obserwacji i badań doświadczalnych przeprowadzonych w latach czterdziestych. Jak się później okazało reguły te prowadzą do minimalizacji całki z modułu uchybu przejściowego (kryterium całkowe (8)). Zasadniczą zaletą tych metod jest brak konieczności znajomości modelu dynamiki obiektu regulacji.

W jednej z wersji zasad ZN strojenia regulatorów, doboru nastaw dokonuje się w oparciu o uzyskane eksperymentalnie wartości następujących parametrów układu (uzyskanych w układzie zamkniętym regulacji): wzmocnienia krytycznego $k_{p_{KRYT}}$ oraz okresu drgań własnych nietłumionych T_{osc}. Na podstawie znajomości wartości tych parametrów wartości nastaw bloków P, I oraz D regulatora odczytuje się z tabeli.

Postępowanie przy strojeniu poszczególnych bloków ciągłego regulatora PID o transmitancji z równania (12) metodą ZN przebiega następująco:

1° jeżeli w zamkniętym URA pracuje regulator PID/PI/PD – wyłączyć bloki I oraz D lub nastroić regulator na działanie czysto proporcjonalne poprzez ustawienie $k_i = 0$ oraz $k_d = 0$,

2° w trakcie przeprowadzania próby skokowej zamkniętego URA (z aktywnym blokiem P regulatora) zwiększać stopniowo współczynnik wzmocnienia k_p części proporcjonalnej regulatora, aby doprowadzić zamknięty URA do granicy stabilności (niegasnące oscylacje o stałej amplitudzie w przebiegu wielkości regulowanej); wartość wzmocnienia $k_p = k_{p_{KRYT}}$, dla której wystąpiły oscylacje niegasnące zanotować,

3° zmierzyć okres T_{osc} występujących oscylacji niegasnących,

4° określić nastawy docelowego regulatora według poniższych zależności podanych przez Zielgera i Nicholsa:

- nastawy ZN dla regulatora P:

$$k_p = 0.5 \cdot k_{p_{KRYT}}, \tag{13}$$

- nastawy ZN dla regulatora PI:

$$\begin{aligned} k_p &= 0.45 \cdot k_{p_{KRYT}}, \\ k_i &= 1.2/_{T_{osc}}, \end{aligned} \tag{14}$$

- nastawy ZN dla regulatora PID:

$$\begin{aligned} k_p &= 0.6 \cdot k_{p_{KRYT}}, \\ k_i &= 2/_{T_{osc}}, \\ k_d &= 0.125 \cdot T_{osc}. \end{aligned} \tag{15}$$

W sytuacji gdy znany jest model matematyczny obiektu sterowania wartość wzmocnienia krytycznego $k_{p_{KRYT}}$ oraz okres oscylacji T_{osc} mogą zostać wyznaczone analitycznie.

Pewną wadą metody ZN jest konieczność doprowadzenia układu do granicy stabilności w celu wywołania oscylacji niegasnących, co może być niebezpieczne i niedopuszczalne w układzie rzeczywistym.

4.1 Zamodelować w Simulink'u URA z regulatorem (12) i obiektem danym transmitancją

$$G_2(s) = \frac{2}{(s+1)^3} \tag{16}$$

lub skorzystać ze schematu w pliku `LabSPCiD_cw6.mdl` przedstawionego na rys. 2.

4.2 Wyłączyć bloki I oraz D regulatora i znaleźć eksperymentalnie wartość wzmocnienia k_{pKRYT} dla analizowanego URA.

- *Czy eksperymentalne znajdowanie wartości $k_{p_{KRYT}}$ jest wygodne?*

4.3 Na podstawie transmitancji układu $G_o(s)$ otwartego (z regulatorem typu P) analitycznie wyznaczyć wartość wzmocnienia $k_{p_{KRYT}}$. Symulacyjnie sprawdzić uzyskany wynik. Odczytać z wykresu odpowiedzi skokowej okres T_{osc} oscylacji niegasnących.

4.4 Wyznaczyć parametry regulatorów P, PI oraz PID ze wzorów empirycznych (13) - (15).

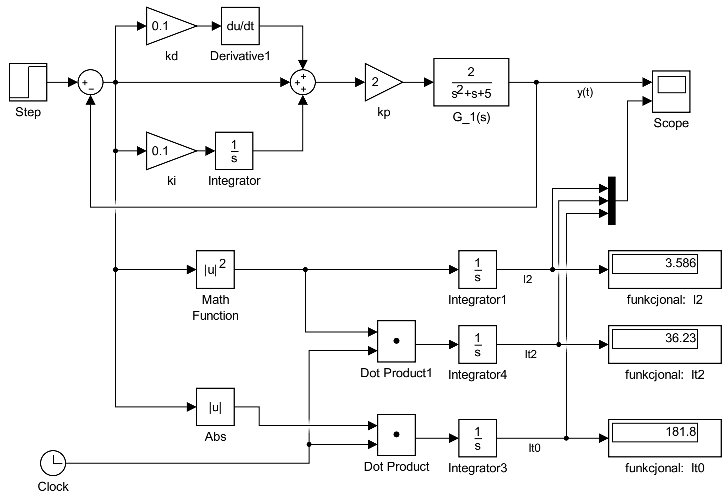
4.5 Przeprowadzić symulacje działania URA kolejno z nastrojonymi wg zasad ZN regulatorami P, PI i PID (przyjąć następujący sygnał zadany: $x(t) = \mathbf{1}(t)$).

- *Czy otrzymane URA są stabilne? Czy w otrzymanych URA występują przeregulowania? Ile wynoszą (szacunkowo) parametry czasowe odpowiedzi skokowych dla poszczególnych URA?*
- *Czy możliwa jest poprawa jakości dynamicznej przez zmianę nastaw regulatora PID?*
- *Czy poznaną metodę ZN można zastosować do obiektu o dowolnej transmitancji?*

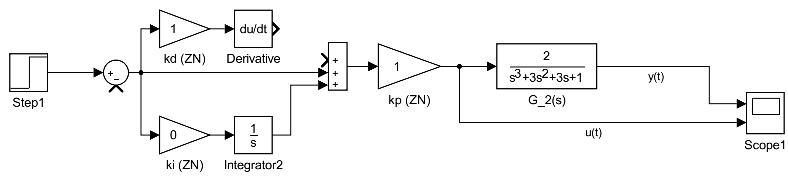
□

Dodatek

Schematy blokowe modeli wykorzystanych w niniejszym ćwiczeniu zostały przedstawione na rys. 1 oraz rys. 2.



Rysunek 1: Model wykorzystany do analizy kryteriów całkowych ze schematu `LabSPCiD_cw6.mdl`.



Rysunek 2: Model wykorzystany do strojenia regulatora metody ZN, fragment schematu `LabSPCiD_cw6.mdl`.