

Sterowanie Procesami Ciągłymi i Dyskretnymi

Politechnika Poznańska
Instytut Automatyki i Robotyki

ĆWICZENIE 5

UKŁADY REGULACJI DLA RÓŻNYCH ZADAŃ STEROWANIA.

Celem ćwiczenia jest jakościowa analiza działania układów regulacji automatycznej projektowanych z wykorzystaniem technik sprzężenia wyprzedzającego oraz zwiększania astatyzmu toru otwartego dla różnych zadań sterowania: śledzenia trajektorii wielomianowych i wielomianowych oraz nadążania za trajektorią nieznana a priori. Podczas realizacji ćwiczenia szczególną uwagę należy zwrócić na kwestie jakości realizacji zadania sterowania, stabilności układów regulacji, prostotę syntezy regulatorów oraz praktyczną realizowalność proponowanych schematów.

W ramach przygotowania do ćwiczenia należy:

→ Przypomnieć wiadomości z zakresu:

- obiekty statyczne i astatyczne,
- transmitancja obiektu oscylacyjnego,
- transmitancja i realizacja toru sprzężenia wyprzedzającego,
- transmitancja regulatora PID i bloku izodromowego.

1 Model obiektu regulacji

W niniejszym ćwiczeniu rozważany będzie uproszczony fizyczny model pojedynczego ogniwa manipulatora (rys.1). Ogniwo o masie m skupionej w środku masy belki w punkcie oddalonym o długość l od osi obrotu napędzane jest silnikiem, za pośrednictwem skrętnej sprężyny o sztywności c . Silnik wytwarza moment napędowy u_m . W przegubie ogniwa występuje zjawisko tarcia wiskotycznego (współczynnik b). Kąt obrotu ogniwa oznaczono jako θ_o , a kąt obrotu wału silnika jako θ_m . Na ogniwo oddziałuje przyspieszenie grawitacyjne g . System ten stanowi obiekt sterowania, dla którego zaprojektowane zostaną układy regulacji. Przyjęto ponadto, że sygnałem wyjściowym będzie kąt obrotu ogniwa $\theta_o(t)$, a wymuszeniem kąt obrotu silnika $\theta_m(t)$.

Korzystając z zasady d'Alemberta można wyprowadzić równania równowagi momentów sił występujących w systemie w następującej postaci¹:

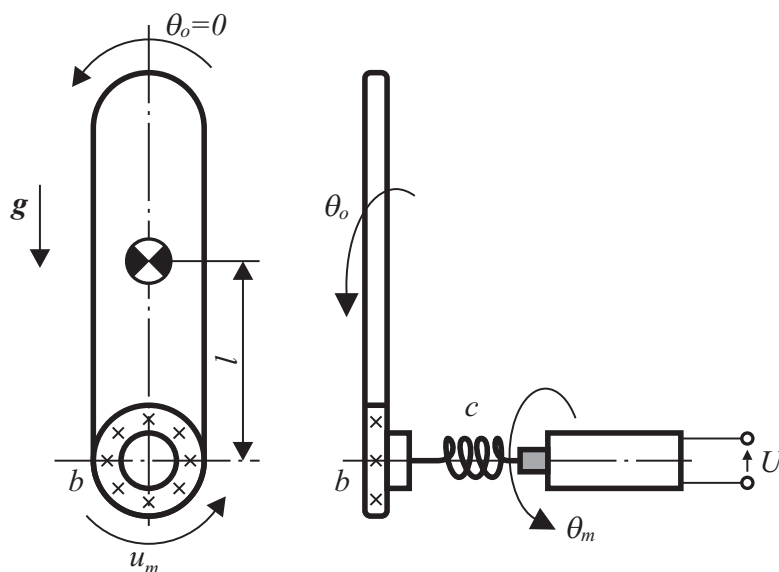
$$\begin{aligned} J\ddot{\theta}_o + b\dot{\theta}_o + mgl \sin \theta_o &= c(\theta_m - \theta_o) \\ c(\theta_o - \theta_m) &= u_m, \end{aligned}$$

gdzie $J = ml^2$. Zakładając niewielkie ruchy ogniwa wokół pozycji $\theta_o = 0$ przyjmuje się następujący uproszczony model liniowy ($\sin \theta_o \approx \theta_o$):

$$J\ddot{\theta}_o + b\dot{\theta}_o + mgl\theta_o = c(\theta_m - \theta_o) \quad (1)$$

$$c(\theta_o - \theta_m) = u_m. \quad (2)$$

¹Dla uproszczenia pomijana jest dynamika silnika.



Rysunek 1: Schemat pojedynczego ogniwa manipulatora z podatnością w przegubie.

Korzystając z równania (1) i zakładając zerowe warunki początkowe można wyprowadzić transmitancję rozważanego obiektu sterowania:

$$G(s) = \frac{\Theta_o(s)}{\Theta_m(s)} = \frac{\frac{c}{J}}{s^2 + \frac{b}{J}s + \frac{mgl+c}{J}}. \quad (3)$$

Do celów symulacyjnych przyjęto następujące wartości odpowiednich parametrów fizycznych: $m = 1, l = 1, c = 1, b = 1.5, g = 10$, co daje szczególną postać transmitancji obiektu sterowania:

$$G(s) = \frac{\Theta_o(s)}{\Theta_m(s)} = \frac{1}{s^2 + 1.5s + 11}. \quad (4)$$

- 1.1 Zamodelować obiekt opisany transmitancją (4) w środowisku Simulink.
- 1.2 Porównując (4) ze standardową postacią transmitancji układów oscylacyjnych obliczyć wartości wszystkich parametrów charakterystycznych: k, ω_n, ζ .
- 1.3 Przeprowadzić symulację odpowiedzi obiektu (4) na wymuszenie $x(t) = 0.1 \cdot \mathbf{1}(t)$.
 - Czy obiekt sterowania odtwarza sygnał zadany w torze otwartym? Dlaczego?

2 Odtwarzanie poprzez zwiększanie rzędu astatyzmu

Technika związana ze zwiększaniem rzędu astatyzmu toru otwartego pozwala na eliminację ustalonego uchybu odtwarzania dla klasy sygnałów wielomianowych postaci:

$$x_0(t) = X_0 \cdot \mathbf{1}(t) \quad (5)$$

$$x_1(t) = (X_0 + X_1 t) \cdot \mathbf{1}(t) \quad (6)$$

$$x_2(t) = (X_0 + X_1 t + X_2 t^2) \cdot \mathbf{1}(t) \quad (7)$$

$$\vdots$$

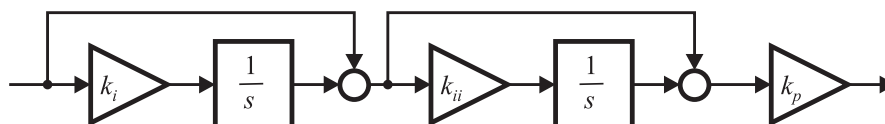
$$x_N(t) = (X_0 + X_1 t + X_2 t^2 + X_3 t^3 + \dots + X_N t^N) \cdot \mathbf{1}(t). \quad (8)$$

N -ty rząd astatyzmu występujący w torze otwartym układu regulacji gwarantuje śledzenie sygnałów zadanych z zerowym błędem ustalonym tylko w przypadku, gdy są one wielomianami co

najwyżej stopnia $N - 1$. Zwiększanie rzędu astatyzmu realizuje się poprzez szeregowe włączanie w torze głównym tzw. elementów izodromowych (idealnych regulatorów PI) o transmitancji danej równaniem

$$G_{izd}(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right), \quad (9)$$

co przedstawiono na rys. 2. Operacja zwiększania rzędu astatyzmu wymaga łączenia pełnych obiektów danych transmitancją (9). Szeregowe łączenie obiektów całkujących prowadzi do niestabilności systemu. Również poprawne zwiększanie rzędu astatyzmu niesie ze sobą ryzyko utraty stabilności w układzie regulacji oraz zwiększenie wrażliwości układu na szумы pomiarowe i występowanie zjawiska *wind-up* w układach rzeczywistych.



Rysunek 2: Schemat blokowy szeregowego połączenia dwóch elementów izodromowych.

- 2.1** W środowisku Simulink otworzyć schemat `LabSPCiD_cw5.mdl`¹. W środowisku Matlab uruchomić skrypt inicjujący wartości zmiennych `LabSPCiDinit_cw5.m`. Jeżeli pliki zostały otwarte poprawnie, wówczas można pominąć zadania 2.2 - 2.3. **UWAGA: Upewnić się czy sprzężenie wyprzedzające jest odłączone oraz sygnały zakłócające są równe zero.**

- 2.2** Zamodelować generator sygnału zadanego z możliwością przełączenia pomiędzy sygnałami wejściowymi postaci:

$$x_0(t) = 0.1 \cdot \mathbf{1}(t) \quad (\text{wielomian stopnia zerowego}), \quad (10)$$

$$x_1(t) = 0.1t \cdot \mathbf{1}(t) \quad (\text{wielomian stopnia pierwszego}), \quad (11)$$

$$x_2(t) = 0.1t^2 \cdot \mathbf{1}(t) \quad (\text{wielomian stopnia drugiego}). \quad (12)$$

Wnętrze bloku generatora, będącego częścią schematu `LabSPCiD_cw5.mdl`, przedstawiono na rys. 6.

- 2.3** Zamodelować regulator, z możliwością przełączenia pomiędzy następującymi transmitancjami (zgodnie z oznaczeniami na rys. 2)²:

$$R_0(s) = k_p = 2, \quad (13)$$

$$R_1(s) = G_{izd}(s), \quad \text{dla } k_p = 2, \quad k_i = 1/T_i = 3, \quad (14)$$

$$R_2(s) = G_{izd}(s) \cdot G_{izd}(s), \quad \text{dla } k_p = 2, \quad k_i = 1/T_i = 3, \quad k_{ii} = 1/T_{ii} = 0.1. \quad (15)$$

Wnętrze bloku regulatora, będącego częścią schematu `LabSPCiD_cw5.mdl`, przedstawiono na rys. 7.a.

- 2.4** Przeprowadzić symulację działania URA z obiektem (4), regulatorem $R_0(s)$, $R_1(s)$ lub $R_2(s)$ oraz kolejno zadanymi sygnałami $x_0(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$, dla wszystkich możliwych kombinacji regulatora oraz sygnału zadanego. Na podstawie uzyskanych wyników wypełnić tabelę 1.

- Czy poszczególne obiekty sterowania odtwarzają sygnały zadane? Dlaczego?
- Czy występują problemy ze stabilnością URA?
- Jak zachowuje się uchyb śledzenia we wszystkich przypadkach?

¹Schematy zawarte w modelu zostały przedstawione w dodatku do ćwiczenia.

²Wartości parametrów regulatora dobrano na podstawie kryterium minimalizacji przeregulowania odpowiedzi czasowych.

	$R_0(s)$	$R_1(s)$	$R_2(s)$
$x_0(t)$			
$x_1(t)$			
$x_2(t)$			

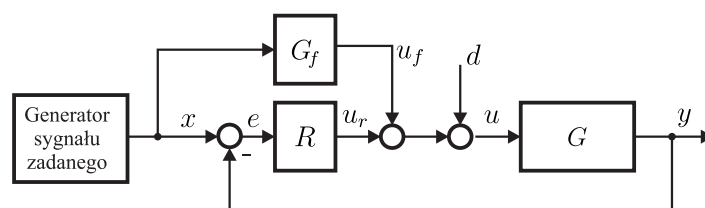
Tablica 1: Wartości uchybów ustalonych dla poszczególnych kombinacji regulatora i sygnału zadanego, do ćwiczenia 2.

3 Odtwarzanie oparte na sprzężeniu wyprzedzającym

Sprężenie wyprzedzające stosuje się do zadań śledzenia sygnałów zmiennych w czasie znanych a priori i posiadających ciągle pochodne do odpowiedniego rzędu włącznie. Wielkość rzędu zależy bezpośrednio od rzędu obiektu sterowania. Zastosowanie sprzężenia wyprzedzającego gwarantuje idealne śledzenie (z zerowym błędem ustalonym) dla szerszej klasy trajektorii niż zastosowanie metody zwiększania astatyzmu i dlatego odgrywa istotną rolę w realizacji zaawansowanych układów regulacji³. Analiza teoretyczna układów z pętlą wyprzedzającą (rys.3) dowodzi, iż transmitancja toru wyprzedzającego powinna wynosić

$$G_f(s) = \frac{1}{G(s)},$$

gdzie $G(s)$ jest transmitancją obiektu regulacji. Ze względu na to, że powyższa transmitancja jest *niewłaściwa* (tj. rząd licznika jest większy od rzędu mianownika), sprzężenie wyprzedzające należy zrealizować wykorzystując interpretację operatora s w dziedzinie czasu jako operatora różniczkowania.



Rysunek 3: Schemat URA z regulatorem i sprzężeniem wyprzedzającym.

Warto również wspomnieć, że zastosowanie sprzężenia wyprzedzającego może kompensować wpływ mierzalnych zakłóceń na wejściu obiektu w sytuacji, gdy nie jest możliwa ich redukcja innymi metodami.

- 3.1** Zmodyfikować generator z zadania 2.2 (lub schemat `LabSPCiD_cw5.mdl`) tak, aby zamodelowany był sygnał trajektorii sinusoidalnej $x_{sin}(t) = 0.1 \sin(0.5t) \cdot \mathbf{1}(t)$.
- 3.2** Zasymulować działanie URA (bez sprzężenia wyprzedzającego) kolejno z regulatorami $R_0(s)$ i $R_1(s)$ dla sygnału zadanego $x_{sin}(t)$.
 - Czy powyższy URA z regulatorami $R_0(s)$ i $R_1(s)$ gwarantuje odtwarzanie sygnału $x_{sin}(t)$? Dlaczego?

³W robotyce często wymaga się realizacji sygnałów wielomianowych stopnia trzeciego lub piątego, a układy regulacji projektuje się zwykle w oparciu o techniki sprzężenia wyprzedzającego.

- 3.3** Zaprojektować i zamodelować pętlę sprzężenia wyprzedzającego dla trajektorii $x_{sin}(t)$ wraz z regulatorem $R_0(s)$. Aby możliwa była realizacja sprzężenia, konieczne jest wyznaczenie pierwszej i drugiej pochodnej sygnału zadanego (ze względu na charakter sterowanego obiektu (4)).

Jeżeli wykorzystywany jest schemat `LabSPCiD_cw5.mdl` należy odpowiednio zmodyfikować blok realizujący sprzężenie wyprzedzające, przedstawiony na rys. 7.b. Konieczna jest również modyfikacja bloku wyznaczania pochodnej sygnału zadanego, przedstawionego na rys. 8.a tak, aby pochodne były wyznaczane analitycznie.

- *Jaką rolę spełnia teraz regulator? Jaka jest interpretacja sygnału wyprzedzającego?*

- 3.4** Przeprowadzić symulacje działania URA ze sprzężeniem wyprzedzającym oraz kolejno regulatorami $R_0(s)$ i $R_1(s)$ włączając dodatkowo sygnał zakłócający w torze sterowania od 20[s] czasu symulacji. Analizę przeprowadzić dla trzech rodzajów zakłóceń:

$$\begin{aligned}d_0(t) &= 0.5 \cdot \mathbf{1}(t - 20), \\d_1(t) &= 0.5t \cdot \mathbf{1}(t - 20), \\d_{sin}(t) &= [0.2 \sin(t) + 0.2 \sin(0.3t)] \cdot \mathbf{1}(t - 20).\end{aligned}$$

Jeżeli wykorzystywany jest schemat `LabSPCiD_cw5.mdl`, należy odpowiednio zmodyfikować blok przedstawiony na rys. 8.b.

- *Czy powyższy URA tłumi wpływ wszystkich rodzajów zakłóceń? Odpowiedź skomentować.*

- 3.5** Zaprojektować i zamodelować pętlę sprzężenia wyprzedzającego dla trajektorii $x_2(t)$ (konieczne wyznaczenie pierwszej i drugiej pochodnej sygnału zadanego lub odpowiednia modyfikacja schematu `LabSPCiD_cw5.mdl`). Przeprowadzić symulację działania URA ze sprzężeniem wyprzedzającym oraz regulatorem proporcjonalnym $R_0(s)$.

- *Czy możliwe jest odtwarzanie sygnału $x_2(t)$?*
- *Jakie są wady i zalety podejścia opartego o zwiększanie astatyzmu i podejścia ze sprzężeniem wyprzedzającym?*

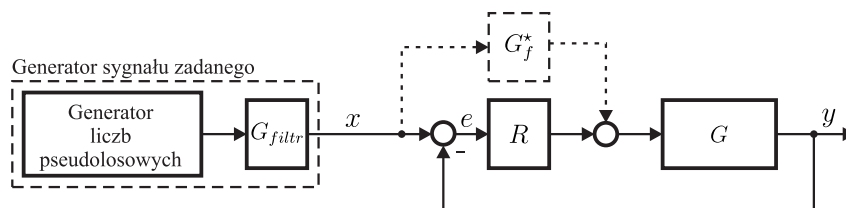
4 Nadążanie za sygnałami nieanalitycznymi

Do grupy sygnałów nieanalitycznych zaliczać można sygnały, które nie posiadają jawnego funkcyjnego opisu matematycznego znanego a priori. Przykładem takich sygnałów są np. czasowe przebiegi odpowiedzi systemów, których praca wynika między innymi z oddziaływania zmiennych losowych lub o pracy których wiedza jest ograniczona. Zadanie nadążania polega na jak najdokładniejszym *naśladowaniu* systemu referencyjnego poprzez śledzenie odpowiedzi tego systemu.

W ramach ćwiczenia rozważone będzie zadanie nadążania końcówki ogniwa manipulatora (4) za sygnałem pseudolosowym. W omawianym przypadku sygnał musi zostać poddany filtracji filtrem o transmitancji

$$G_{filtr}(s) = \frac{1}{s^2 + 1.5s + 3}. \quad (16)$$

Zastosowanie filtru zapewnia ciągłość pierwszych i drugich pochodnych sygnału zadanego. W przypadku konieczności zagwarantowania ciągłości pochodnych wyższych rzędów, należy odpowiednio zmodyfikować stopień mianownika filtru. Dla tak sformułowanego zadania, sygnał zadany dla URA z obiektem sterowania (4) jest nieznanym a priori. Również pochodne sygnału referencyjnego nie są znane a priori. Zatem nie można zrealizować pętli wyprzedzającej w klasycznym sensie. Należy wprowadzić modyfikację, w której pochodne sygnału referencyjnego są wyznaczane numerycznie.



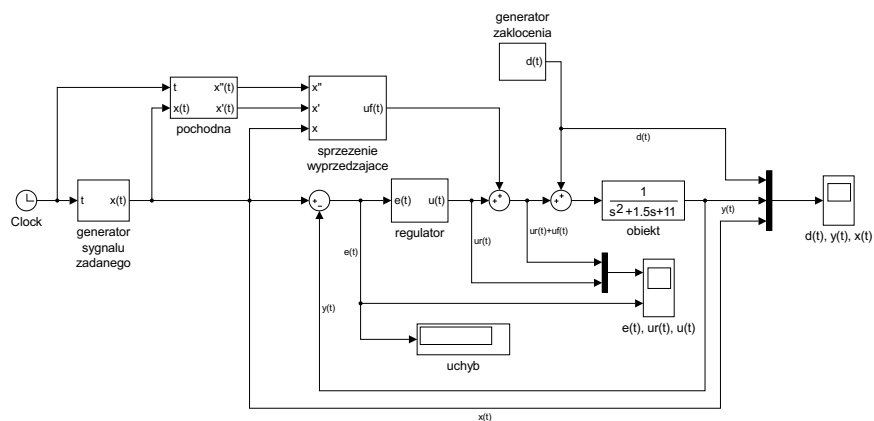
Rysunek 4: Schemat URA dla nieanalitycznych sygnałów zadanych.

- 4.1** Zmodyfikować generator z zadania 2.2, przez dodanie sygnału nieanalitycznego $x_{ps}(t)$, który stanowi wyjście filtru o transmitancji (16) pobudzanego sygnałem pseudolosowym (blok **Uniform Random Number** Simulink'a z parametrami: $-0.5; 0.5; 100; 5$). Wyznaczyć pierwszą i drugą pochodną sygnału $x_{ps}(t)$ **numerycznie** lub zmodyfikować odpowiednio schemat **LabSPCiD_cw5.mdl**, aby wykorzystane były bloki du/dt .
- 4.2** Przeprowadzić symulacje działania URA dla sygnału zadanego $x_{ps}(t)$ kolejno z regulatorami $R_0(s)$ i $R_1(s)$ (zgodnie ze schematem zamieszczonym na rys.4).
- Porównać działanie układu dla wszystkich powyższych typów regulatorów.
 - Czy układ nadążny gwarantuje dla jakiegokolwiek z regulatorów odtwarzanie sygnału referencyjnego? Odpowiedź skomentować.
- 4.3** Przeanalizować możliwość realizacji pętli wyrównującej z dynamiką $G_f^*(s)$ w przypadku sygnałów nieanalitycznych w inny sposób niż klasyczny. Zasymulować działanie i ocenić jakość nadążania takiego układu.

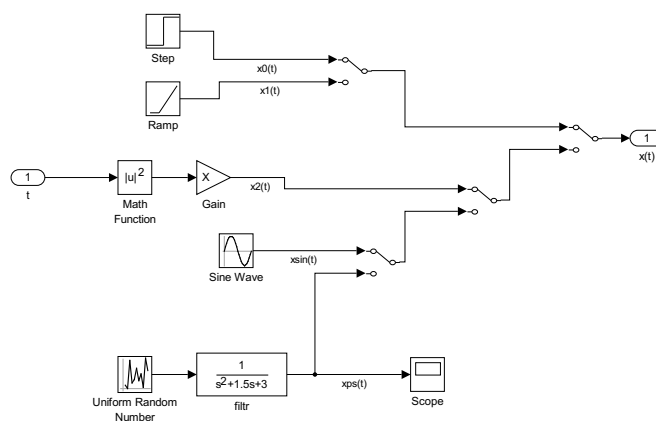
□

Dodatek

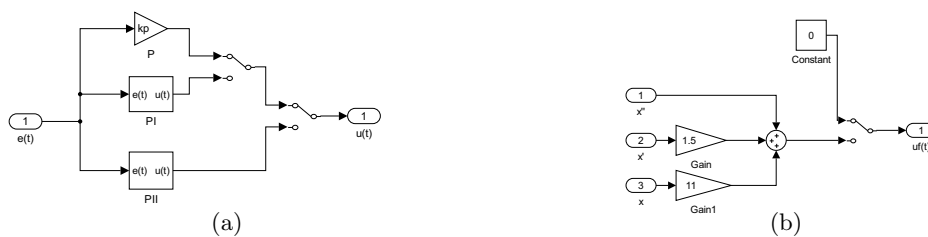
Schemat blokowy modelu wykorzystanego w niniejszym ćwiczeniu został przedstawiony na rys. 5. Wnętrze poszczególnych bloków modelu zostały przedstawione na rys. 6 - 8.



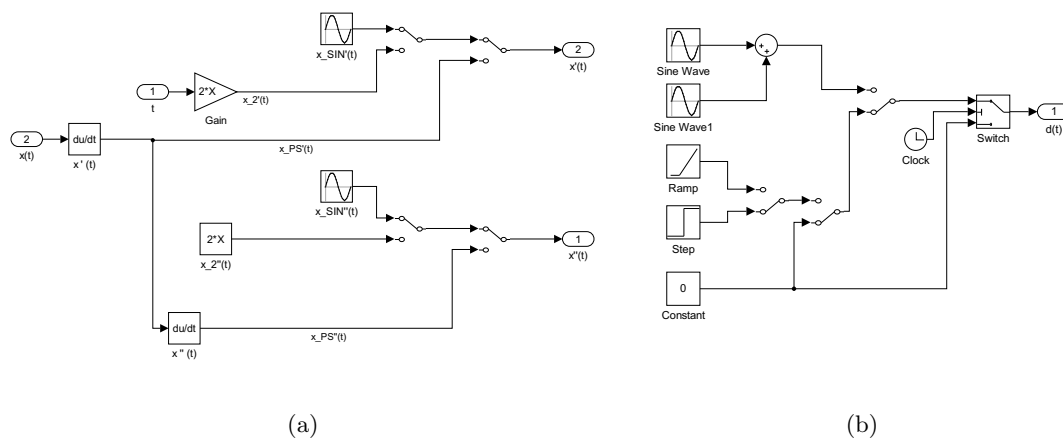
Rysunek 5: Schemat LabSPCiD_cw5.mdl.



Rysunek 6: Generator sygnału zadanego ze schematu LabSPCiD_cw5.mdl.



Rysunek 7: Blok (a) regulatora oraz (b) sprzężenia wyprzedzającego ze schematu LabSPCiD_cw5.mdl.



Rysunek 8: (a) Blok wyznaczający pochodne sygnału wejściowego oraz (b) blok wprowadzający zakłócenie ze schematu LabSPCiD_cw5.mdl.