Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES

PRÁCTICA 5
RESTAURACIÓN DE LA IMAGEN

20 de noviembre de 2023

PROFESORA:
Dra. María Elena Martíiez Pérez
AYUDANTE:
Miguel Angel Veloz Lucas

ALUMNA:
Janet Illescas Coria

Objetivo

- Implementar el filtro promedio aritmético, goemétrico y adaptativo. Comparar su desempeño en presencia de ruido.
- Implementar el filtro mediana adaptativo y comparar su desempeño comparado con el filtro mediana simple, en presencia de ruido.
- De acuerdo al modelo de degradación que sufre una serie de imágenes, encontrar y aplicar el filtro de Wiener adecuado para la restauración óptima de cada imagen.

Introducción

Como en el realce de imágenes, la meta final de las técnicas de restauración es mejorar la imagen en un sentido predeterminado. A pesar de que existen áreas de sobrelape, el realce de una imagen es un proceso altamente subjetivo, mientras que la restauración de una imagen es parte de un proceso objetivo.

La restauración intenta reconstruir o recobrar una imagen que ha sido degradada utilizando conocimiento a priori del modelo de degradación y aplicando el proceso inverso a éste para poder recobrar así la imagen original.

Si H es lineal y es un proceso invariante a la posición, entonces la imagen degradada está dada, en el dominio espacial por:

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y)$$

donde $h(x, y)$ es la representación espacial de la función de degradación, el símbolo "$*$" indica convolución y $\eta(x, y)$ es ruido aditivo.

- Restauración en presencia de ruido (filtros espaciales). Las fuentes principales de ruido en las imágenes digitales son durante la adquisición (digitalización) y/o durante la transmisión. El desempeño de los sensores de imágenes es afectado por una variedad de factores, como son las condiciones ambientales durante la adquisición de la imagen y por la calidad de los elementos de sensor.

  Cuando la única fuente de degradación en una imagen es ruido, la ecuación anterior se reescribe:

  $$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

  Existen diversos filtros útiles para eliminar el ruido:

  1. El **filtro promedio aritmético** calcula el valor promedio de la imagen corrupta $g(x, y)$ en el área S_{xy}. El valor de la imagen restaurada en el punto (x, y) es simplemente el promedio aritmético calculado en esa vecindad:

     $$\widehat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)$$

  2. Una imagen restaurada utilizando un **filtro promedio geométrico** está dada por la expresión:

     $$\widehat{f}(x, y) = \left[\prod_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

     En este caso, cada pixel restaurado está dado por el producto de los pixeles en la subimagen (ventana), elevado a la potencia $1/mn$.

3. **Filtro adaptativo** cuyo comportamiento cambia según las características de la imagen dentro de la región del filtro definida por una ventana rectangular S_{xy} de tamaño $m \times n$.

   Una expresión adaptativa para obtener $\widehat{f}(x, y)$ basada en los supuestos anteriores, puede escribirse como:

$$\widehat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2}[g(x, y) - m_L]$$

   donde σ_η^2 es la varianza del ruido que corrompe a $f(x, y)$ para formar $g(x, y)$, y m_L y σ_L^2 son la media y la varianza locales de los pixeles en la vecindad S_{xy}, respectivamente.

   La única cantidad que se necesita conocer o estimar es la varianza del ruido general, σ_η^2. Los otros parámetros se calculan de los pixeles en S_{xy} en cada posición (x, y) en donde el filtro está centrado.

- El **filtro mediana adaptativo** también trabaja en una vecindad S_{xy}. Sin embargo, a diferencia de los demás filtros, el filtro mediana adaptativo cambia (incrementa) el tamaño de S_{xy} durante su operación, dependiendo en ciertas condiciones que veremos más adelante.

  Recuerde que la salida del filtro es un sólo valor que se utiliza para reemplazar el valor del pixel en la posición (x, y), del punto central particular de la vecindad S_{xy}. El algoritmo del filtro mediana adaptativo trabaja en dos niveles, denotados nivel A y nivel B como sigue:

  Nivel A: $A1 = z_{med} - z_{min}$
  $A1 = z_{med} - z_{max}$
  Si $A1 > 0$ AND $A2 < 0$, ve al nivel B
  si no incrementa el tamaño de la ventana
  Si el tamaño de la ventana $\leq S_{max}$ repita el nivel A
  si no salida $= z_{xy}$
  Nivel B: $B1 = z_{xy} - z_{min}$
  $B2 = z_{xy} - z_{max}$
  Si $B1 > 0$ AND $B2 < 0$, salida $= z_{xy}$
  si no salida $= z_{med}$

  donde z_{min}, z_{max} y z_{med} es valor mínimo, máximo y mediana de los niveles de gris de S_{xy}, respectivamente. z_{xy} es el nivel de gris en las coordenadas (x, y) y S_{max} es el valor de tamaño máximo permitido para la ventana S_{xy}.

- **Filtro Wiener**. Un método que incorpora ambos, la función de degradación y las características estadísticas del ruido, en el proceso de restauración es el llamado filtro Wiener. El método consiste en considerar imagen y ruido como un proceso aleatorio, y el objetivo es encontrar un estimador $\widehat{f}$ de la imagen no-corrupta f de tal manera que el error promedio al cuadrado entre ellas sea mínimo. Este error está dado por:

$$e^2 = E\{(f - \widehat{f})^2\}$$

  donde $E\{\cdot\}$ es el valor esperado (la esperanza) del argumento.

  Se asume que el ruido y la imagen no están correlacionados, que una o la otra tienen media igual a cero, y que los niveles de gris en la estimación son una función lineal de los niveles de la imagen degradada. Basados en estas condiciones, la función de error mínima está dada en el dominio de la frecuencia por:

$$\widehat{F}(u,v) = \left[\frac{1}{H(u,v}\frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\right] G(u,v)$$

donde $H(u,v) =$ función de degradación, $H*(u,v) =$ conjugado complejo de $H(u,v)$. $|H(u,v)|^2 = H*(u,v)H(u,v)$. $S_\eta(u,v) = |N(u,v)|^2 =$ espectro de potencia del ruido. $S_f(u,v) = |F(u,v)|^2 =$ espectro de potencia de la imagen no degradada.

El filtro que consiste en los términos dentro de los corchetes, también se conoce como **filtro de error promedio mínimo al cuadrado, o filtro de error de mínimos cuadrados**.

Desarrollo

Resuelve los problemas de la lista siguiente y describe tu solución en cada inciso. Los incisos en donde únicamente tengas que desplegar imágenes no requieren de ninguna descripción.

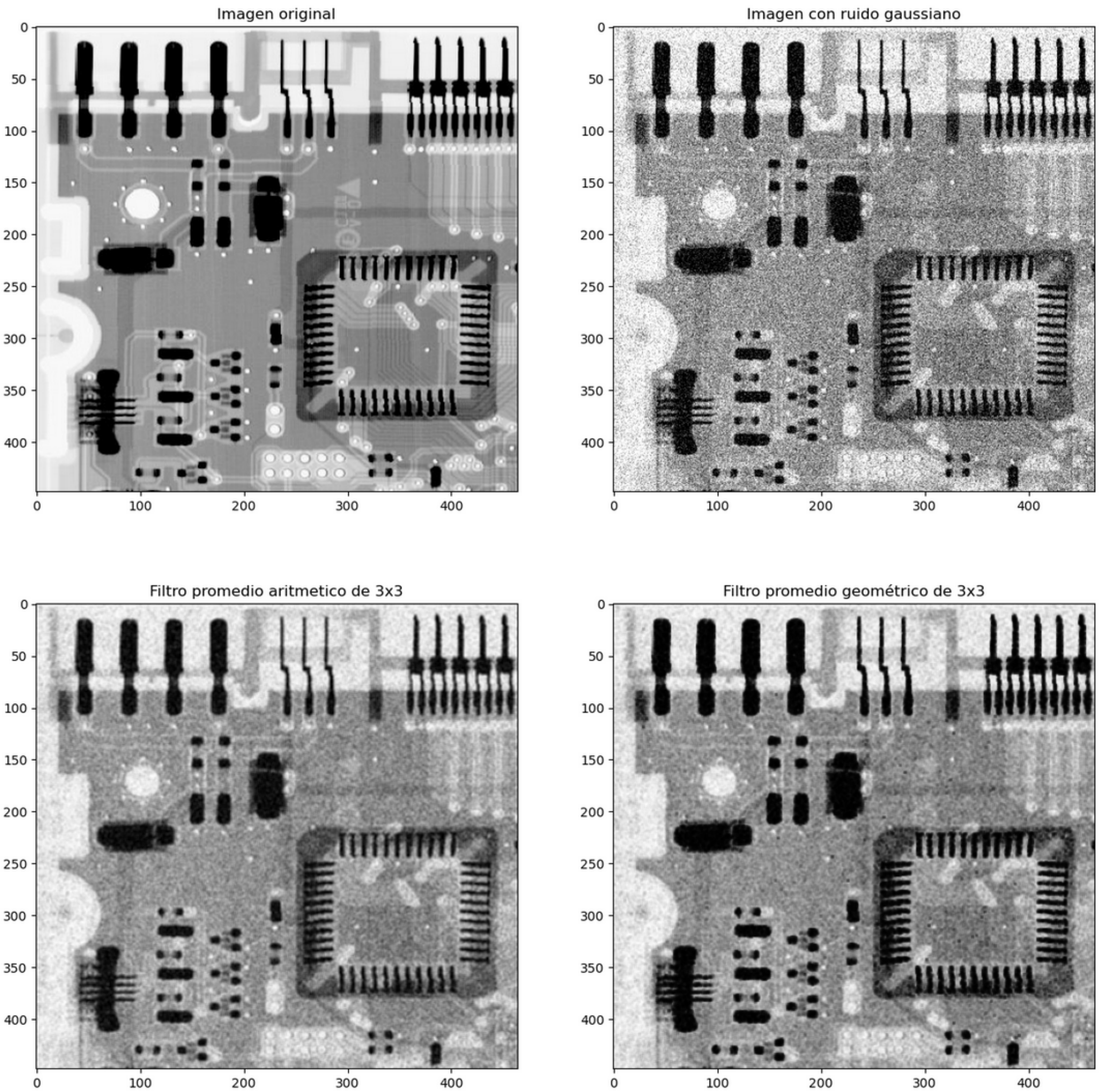
1. Utiliza la imagen del **circuito**, generale ruido gaussiano aditivo con media cero y desviación estándar de 0.04. Filtra la imagen primero con un filtro promedio aritmético de tamaño 3 × 3, y luego filtrala con un filtro promedio geométrico del mismo tamaño. Comparalos (genera así la figura 5.7 del libro de Gonzalez *et. al.*)

   Son utlilizadas funciones que se crearon en prácticas pasadas, como lo son las funciones que generan ruido gaussiano y ruido sal y pimienta, pero al ser creadas sin utilizar una función específica para ello se tuvieron que utilizar otros valores a los pedidos para generar el ruido, en este caso el valor de la desviación estándar.

   Para aplicar el filtro promedio aritmético utilizamos la función `promedio_aritmetico()`, que aplica una convolución a cada pixel de la imagen recibida con una máscara de unos de orden n (también recibido), para posteriormente obtener su promedio y asignar ese valor al pixel. Regresamos la imagen con filtro aplicado.

   Para el promedio geométrico se utilizó la función `promedio_geometrico()` que es similar a la anterior, solo que en lugar de obtener el promedio aritmético se obtiene el promedio geométrico, es decir, la raíz n del producto de los vecinos resultantes de la convolución (donde n representa el número de elementos). Para evitar pérdida de información, antes de realizar esto sustituimos los ceros por unos (ya que al hacer un producto si existe un cero este afectará todos los demás valores y al convertirlo a uno estos no se verán alterados). Regresamos la imagen con filtro aplicado.

   A continuación vemos la aplicación de estos filtros a una imagen con ruido gaussiano.



Notamos que ambos reducen el ruido gaussiano de forma similar, pero con el filtro promedio aritmético se pierde parte de los bordes haciendo que las figuras se vean ligeramente más pequeñas o delgadas, a diferencia del filtro promedio geométrico que preserva bien estos bordes.

2. Utiliza nuevamente la imagen circuito, generale ruido gaussiano aditivo de media cero y desviación estándar de 0.04. Filtrala primero con un filtro promedio aritmético de tamaño 7 × 7. Filtrala ahora con un filtro geométrico del mismo tamaño. Finalmente filtrala con un filtro adaptativo para reducción de ruido del mismo tamaño que los anteriores. Comparalos (genera así la figura 5.13 del libro de Gonzalez *et. al.*)

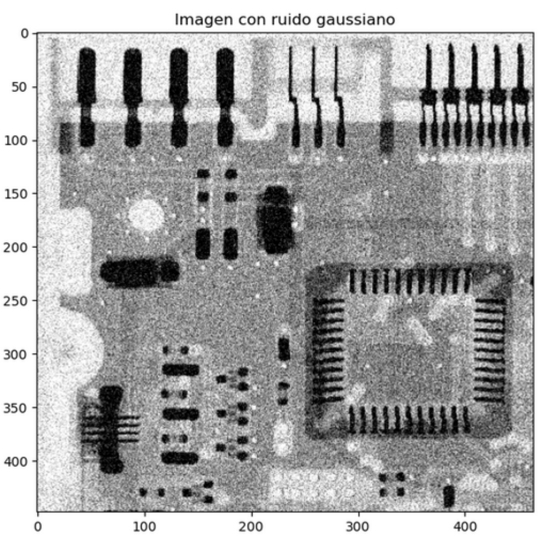
   Para el filtro adaptativo utilizamos la función `adaptativo()`, el cual para cada pixel $g(x, y)$ de la imagen recibida realiza una convolución, donde básicamente obtenemos sus vecinos de acuerdo al orden recibido para el tamaño de la máscara, calculamos la media de la convolución m_L, calculamos la varianza local σ_L^2, y usando la varianza σ_η^2 recibida, utilizamos la expresión adaptativa:

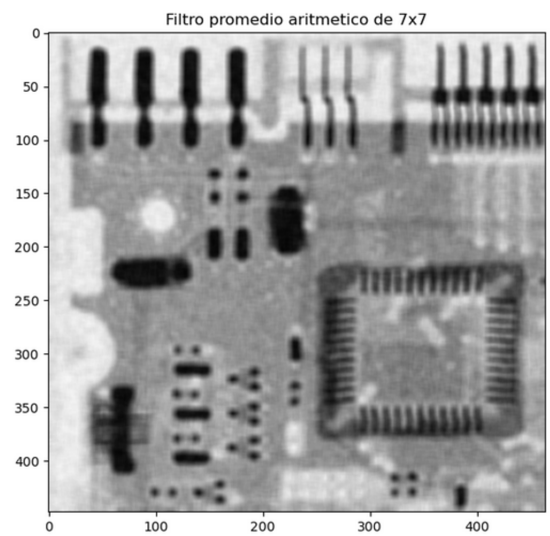
$$\widehat{f}(x,y) = g(x,y) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2}[g(x,y) - m_L]$$

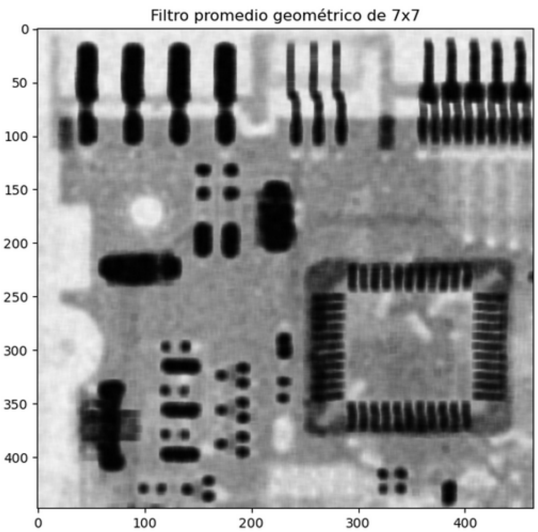
   para obtener el valor del nuevo pixel. Después de procesar todos los pixeles regresamos la imagen con el filtro aplicado.

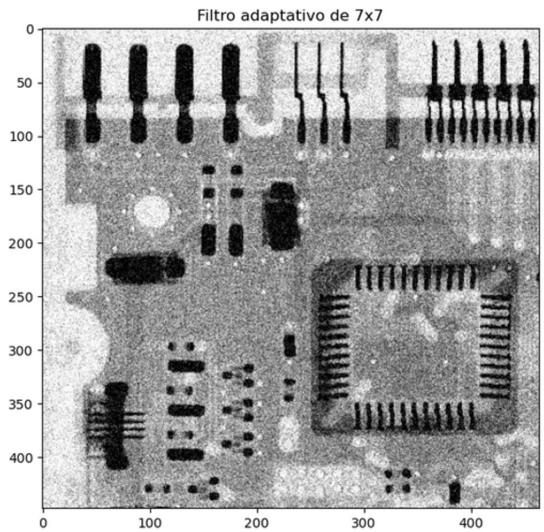
   (También tenemos una función auxiliar para calcular la varianza global de la imagen que pasamos como parámetro)

   A continuación vemos la aplicación de los filtros a una imagen con ruido gaussiano.







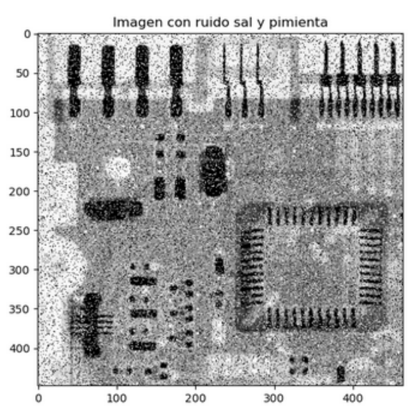


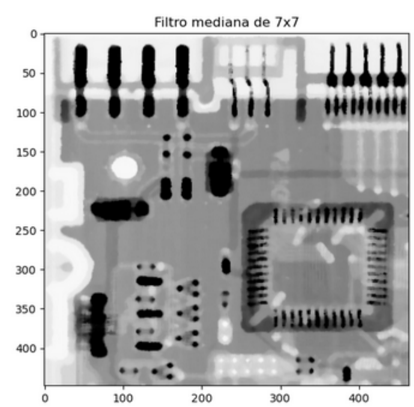
Notamos que al tratar con un orden mayor tanto el filtro aritmético y como el filtro geométrico generan una imagen bastante emborronada, a diferencia del filtro adaptativo que ajusta su comportamiento de acuerdo a las características locales y que ayuda a mantener los detalles finos y bordes.

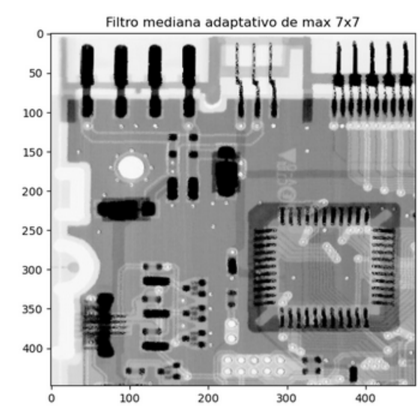
3. Utiliza la imagen **circuito**, generale un ruido sal y pimienta aditivo con coprobabilidades $P_a = P_b = 0.25$. Filtrala primero con un filtro mediana de tamaño 7 × 7. Filtrala ahora con un filtro mediana adaptativo con $S_{max} = 7$. Comparalos (genera así la figura 5.14 del libro de Gonzalez *et. al.*).

   Para el filtro mediana adaptativo utilizamos la función `mediana_adaptativo()` que obtiene la vecindad de cada pixel mediante su convolución con una máscara del orden recibido, obtenemos la mediana de esta vecindad y si está entre el mínimo y máximo valor de la vecindad: si también el pixel está entre estos valores se mantiene su valor, pero si no es así se asigna el valor de la mediana; en otro caso si al incrementar el orden este sobrepasa el orden máximo asignamos el valor de la mediana, pero si no es así se debe aplicar el filtro con el nuevo orden.

   A continuación vemos la aplicación de los filtros mediana y mediana adaptativo a una imagen con ruido sal y pimienta.







Podemos notar que ambos filtros son muy buenos eliminando el ruido sal y pimienta, pero si observamos las partes más delgadas en ambos vemos que el filtro mediana adaptativo conserva más detalles, a diferencia del filtro mediana donde se empiezan a perder.

4. Para la imagen **lena** con ruido aditivo de tipo gausiano, encontrar el filtro de Wiener y restaurar la imagen. Para obtener una imagen con ruido gausiano se puede utilizar una imagen nítida y libre de ruido usando la siguiente función de MATLAB para agregar ruido, g=imnoise(Im,'gaussian',parametro1,parametro2).

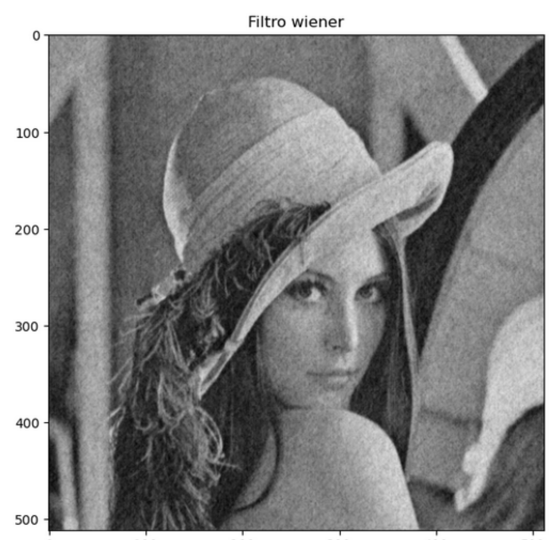
   Para aplicar el filtro Wiener utilizamos la función `wiener()` que recibe una imagen I, la misma imagen pero con pérdida de nitidez y/o ruido G de la que dependerá el tipo de caso con el que debe tratar el filtro. Primero obtenemos la resta R de la imagen G con la imagen original, se le saca la transformada de fourier F y su parte real r a ambas imágenes y su resta, con las que podemos obtener el filtro W con las funciones correspondientes a cada caso que puede manejarse:

   a) $G =$ imagen con ruido aditivo:
   $$W = \frac{I_{Fr}}{I_{Fr} + R_{Fr}}$$
   b) $G =$ imagen con ruido aditivo:
   $$W = \frac{1}{H}$$
   c) $G =$ imagen con ruido aditivo y pérdida de nitidez:
   $$W = \frac{I_{Fr}}{H(I_{Fr} + R_{Fr})}$$
   d) $G =$ imagen con pérdida de nitidez y ruido aditivo:
   $$W = \frac{I_{Fr}H^*}{(HI_{Fr}H^*) + R_{Fr})}$$

   donde $H = \frac{G_F}{I_F}$ y H^* es el conjugado de H.

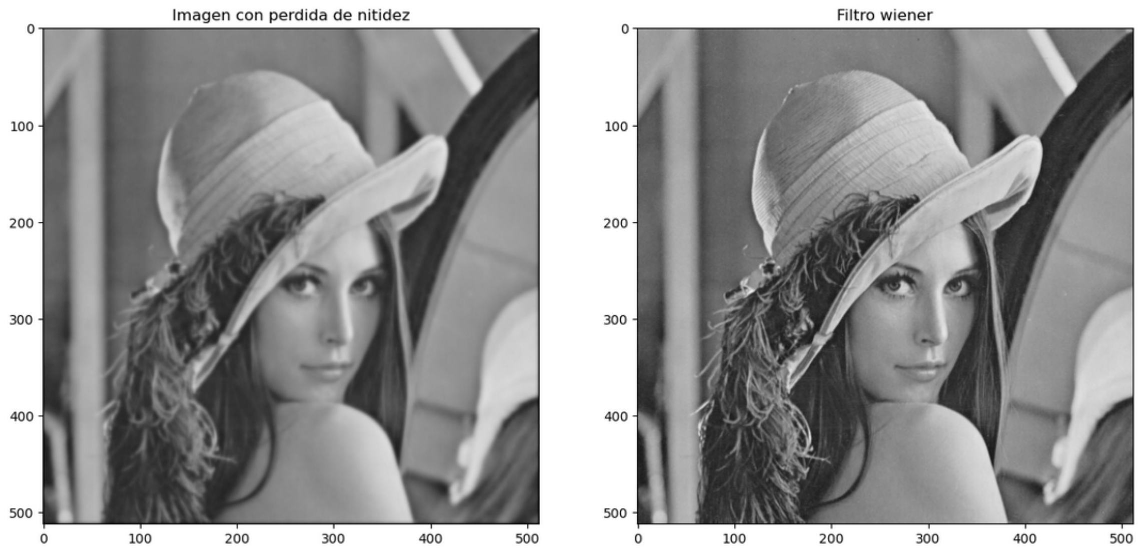
   Aplicamos el filtro multiplicando $W \cdot G_F$, obtenemos su transformada de Fourier inversa, la parte real y limitamos a que los pixeles tengan un valor entre 0 y 255. Finalmente podemos regresar la imagen resultante.

   A continuación vemos la aplicación del filtro Wiener a una imagen con ruido aditivo gaussiano para restaurar la imagen, es decir será tipo 1.



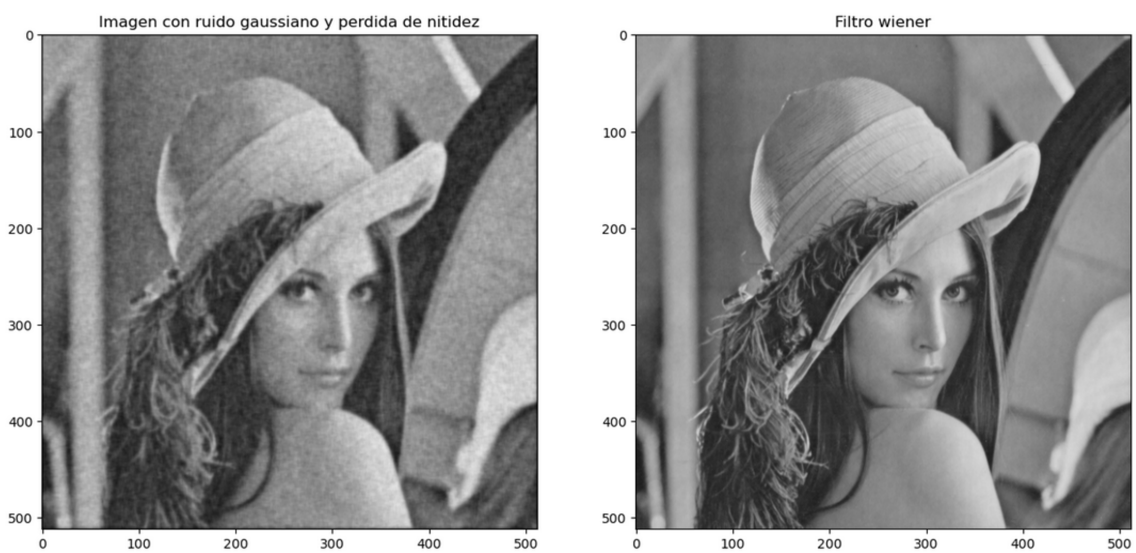
5. Encontrar el filtro de Wiener y restaurar una imagen lena que ha sido sometida a un proceso de pérdida de nitidez. La imagen con pérdida de nitidez se obtiene filtrando una imagen nítida y libre de ruido con un filtro paso bajas de tamaño 9x9 normalizado (filtro promedio ponderado).

   Aplicación del filtro Wiener a una imagen con pérdida de nitidez por aplicarle un filtro promedio ponderado de orden 9, es decir será de tipo 2.



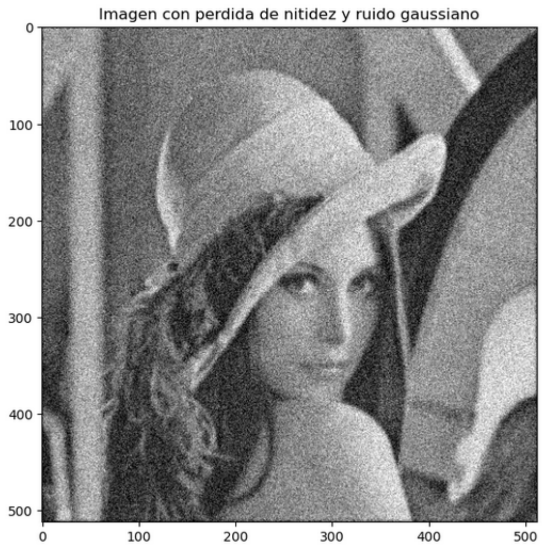
6. Para una imagen lena a la que se le ha agregado ruido de tipo gausiano y posteriormente ha perdido nitidez, encontrar el filtro de Wiener y restaurarla. Para obtener esta imagen degradada, primero se agrega el ruido de tipo gausiano la imagen original y luego se filtra con el mismo filtro paso bajas descrito en el punto 5.

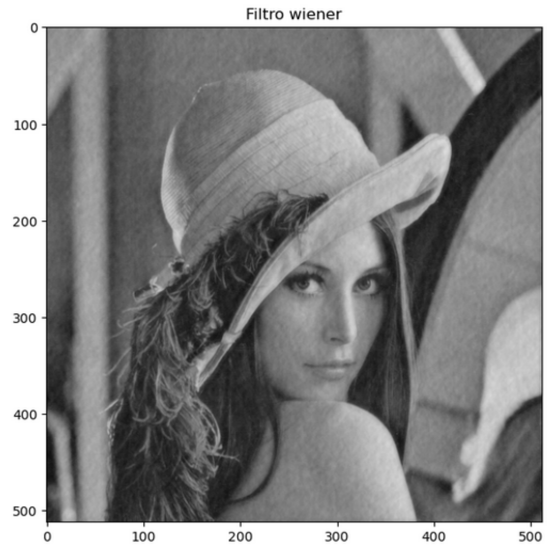
   Aplicación del filtro Wiener a una imagen con ruido gaussiano y posteriormente pasar por una pérdida de nitidez por aplicarle un filtro promedio ponderado de orden 9, es decir será de tipo 3.



7. Encontrar el filtro de Wiener y restaurar una imagen lena que ha sido degrada por pérdida nitidez y posteriormente se le ha agregado ruido de tipo gausiano. Para obtener esta imagen degradada se utiliza el filtro paso bajas descrito en el punto 5 y posteriormente se le agrega ruido.

Aplicación del filtro Wiener a una imagen con pérdida de nitidez por aplicarle un filtro promedio ponderado de orden 9 y posteriormente agregarle ruido gaussiano, es decir será de tipo 4.





Conclusiones

A través de esta práctica pude entender mejor y aplicar diferentes filtros usados para la restauración de la imagen. Algo fundamental fue el entender lo que implica el término restauración de una imagen, donde no es solo buscar eliminar ruido, si no que se busca recuperar la imagen original o mejorar la calidad de una imagen que ha perdido nitidez y/o tiene ruido.

Al aplicar todos los filtros y compararlos se pudo concluir que:

- El promedio aritmético es bueno para reducir el ruido gausiano de forma simple y rápida, pero no preserva detalles finos.
- El filtro promedio geométrico resulta más efectivo que el aritmético, ya que preserva mejor los detalles finos, aunque se realizan operaciones más complejas.
- El filtro adaptativo resulta más efectivo que los dos anteriores debido a que ajusta el suavizado de acuerdo a la variación local, evitando así perder nitidez.
- El filtro mediana adaptativo es notablemente bueno eliminando el ruido sal y pimienta, al igual que el mediana, pero al realizar un ajuste del orden puede adaptarse mejor a la variación local, ayudando a conservar más detalles.
- El filtro Wiener maneja varios casos en los que podemos ver la diferencia e importancia del orden en que fueron aplicados el ruido y la pérdida de nitidez para poder tener una mejor restauración de la imagen. Podemos en general notar que para el caso 2 y 3 se obtienen mejores resultados de restauración que para el caso 1 y 4, donde aún es perceptible el ruido en mayor y menor medida.

Referencias

1. Gonzalez, R., Woods, R., Digital Image Processing, Prentice Hall, Second edition, 2002.