Vaje 1

1. Narišite grafe naslednjih funkcij:

   (a) $f(x) = \sin(x)e^{\sqrt{x}}, \quad x \in [1,3]$,

   (b) $g(t) = [\cos(t), \sin(t)], \quad t \in [0, 2\pi]$,

   (c) $h(t) = [\cos(t), \sin(t), t], \quad t \in [0, 10\pi]$,

   (d) $k(x,y) = \frac{x^2+y^2}{1+x+y}, \quad x \in [0,1],\ y \in [0,1]$.

2. Sprogramirajte metode za zvezni in diskretni skalarni produkt, ter za drugo in neskonočno normo.

   (a) Implementirajte metodo za diskretno neskonočno normo

   $$\|f\|_\infty = \max_{x_i \in X} |f(x_i)|$$

   na kjer je množica X sestavljena iz enakomerno izbranih točk x_i, $i = 0, 1, \ldots, n$, na danem intervalu $[a, b]$.

   (b) Implementirajte metodo za zvezni skalarni produkt

   $$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

   na intervalu $[a, b]$. Uporabite lahko vgrajeno metodo `integral`. Definirajte še pripadajočo 2-normo, porojeno iz tega skalarnega produkta.

   (c) Implementirajte metodo za diskretni (semi-)skalarni produkt

   $$\langle f, g \rangle = \frac{b-a}{n+1} \sum_{x_i \in X} f(x_i)g(x_i)$$

   na intervalu$[a, b]$. Množica X je ista kot pri (a). Definirajte še pripadajočo 2-semi-normo, porojeno iz tega produkta.

   Tesirajte metode za $f(x) = x^3 - 2x + 4$ in $g(x) = \cos(x)$ na intervalu $[-1, 3]$. Preverite, da se diskretna 2-semi-norma približuje zvezni normi, ko gre n proti neskončnosti.

3. (a) Definirajte bazo Bernsteinovih baznih polinomov stopnje n na intervalu $[0, 1]$,

$$B_i^n(x) = \binom{n}{i}(1-x)^{n-i}x^i, \qquad i = 0, 1, \ldots, n, \quad x \in [0, 1],$$

s pomočjo celičnih tabel (ukaz `cell`). Narišite bazne funkcije.

(b) Preko linearne transformacije posplošite bazo, da bo delovala za splošen interval $[a, b]$. Narišite bazne funkcije na intervalu $[-1, 3]$.

(c) Na intervalu $[-\pi, \pi]$ aproksimirajte funkcijo $f(x) = \sin(x)$ z Bernsteinovim aproksimantom $B_n(f)(x)$ stopnje n. Koliko mora biti stopnja n, da bo $\|f - B_n(f)\|_2$ manjša od 0.5?

(d) Numerično preverite, da Bernsteinov aproksimant stopnje 1 reproducira funkciji 1 in x.

Dodatne naloge

....da vadite programiranje v Matlabu

1. Sestavite funkcijo `postevanka(a,m)`, ki vrne poštevanko števila a od a do ma.

2. Sestavite funkcijo `postevanka2(a,b)`, ki tabelira poštevanko, tako da izpiše matriko velikosti $a \times b$.

3. Za dana vektorja x in y napišite funkcijo `matrikaA(x,y)`, ki vrne matriko A z elementi

$$A(i,j) = \begin{cases} \dfrac{x(i)}{y(j)}, & y(j) \neq 0, \\ 1, & y(j) = 0. \end{cases}$$

   Če je vhodni podatek samo x, naj privzame $y = x$.

4. Sestavite funkcijo `hornerAlg(a,x)`, ki po Hornerjevem algoritmu izračuna vrednost polinoma $p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$ v dani točki x. Pri tem je vektor $a = (a_n, a_{n-1}, \ldots, a_0)$, vektor koeficientov polinoma.

   Algorithm 1: Hornerjev algoritem

   $b = a_n$;
   for $i = n - 1 : 0$ **do**
   | $b = xb + a_i$;
   end
   Dobljeni b je enak vrednosti polinoma p v točki x;

   Dobljeni rezultat preverite z vgrajeno funkcijo `polyval(a,x)`.

5. Sestavite funkcijo `odvod(p)`, ki vrne vektor koeficientov odvoda polinoma, podanega z vektorjem koeficientov p. Dobljeni rezultat preverite z vgrajeno funkcijo `polyder(p)`;