**Naloga 4.** *Reševanje sistemov linearnih enačb.*

Datoteka `cryptomarket.csv`[1] vsebuje tabelo podatkov o menjalnih tečajih desetih kriptovalut 1. maja 2018 glede na ameriški dolar (USD). V $i$-ti vrstici, $i = 1, 2, \ldots, 24$, je podatek za ceno ob $i$-ti uri. V stolpcih si po vrsti sledijo podatki za valute BTC, ETH, XRP, LTC, BCH, ETC, NEO, XMR, DASH in OMG.

1. Portfelj je sestavljen tako, da vsebuje eno enoto vsake izmed kriptovalut. V Matlabu s pomočjo ukaza `load` naložite tabelo s podatki ter jo shranite v matriko $\boldsymbol{T} \in \mathbb{R}^{24\times 10}$, nato pa na podlagi teh podatkov izračunajte, kakšna je bila vrednost portfelja (izražena v USD) v posameznih urah dneva. Podatki naj bodo shranjeni v vektorju $\boldsymbol{c} \in \mathbb{R}^{24}$, v katerem $i$-ta koordinata določa ceno portfelja ob $i$-ti uri. Z vgrajeno funkcijo `norm` izračunajte $\|\boldsymbol{c}\|_1$, $\|\boldsymbol{c}\|_2$ in $\|\boldsymbol{c}\|_\infty$.

2. Naj bo $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{T}(1:10, 1:10)$ matrika, ki določa tečaje kriptovalut v prvih desetih urah dneva. Izračunajte $\|\boldsymbol{A}\|_1$, $\|\boldsymbol{A}\|_2$, $\|\boldsymbol{A}\|_\infty$ in $\|\boldsymbol{A}\|_F$ z in brez vgrajene funkcije `norm`. Preverite tudi, da veljajo ocene

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{10}}\|\boldsymbol{A}\|_F \le \|\boldsymbol{A}\|_2 &\le \|\boldsymbol{A}\|_F\,,\\
\frac{1}{\sqrt{10}}\|\boldsymbol{A}\|_1 \le \|\boldsymbol{A}\|_2 &\le \sqrt{10}\,\|\boldsymbol{A}\|_1\,,\\
\frac{1}{\sqrt{10}}\|\boldsymbol{A}\|_\infty \le \|\boldsymbol{A}\|_2 &\le \sqrt{10}\,\|\boldsymbol{A}\|_\infty\,,\\
\max_{i,j=1,\ldots,10}|\boldsymbol{A}(i,j)| \le \|\boldsymbol{A}\|_2 &\le 10\max_{i,j=1,\ldots,10}|\boldsymbol{A}(i,j)|\,,\\
\|\boldsymbol{A}\|_2 &\le \sqrt{\|\boldsymbol{A}\|_1\,\|\boldsymbol{A}\|_\infty}
\end{aligned}
$$

in z njimi določite najboljšo spodnjo in zgornjo mejo za $\|\boldsymbol{A}\|_2$.

3. Na podlagi vrednosti tečajev posameznih valut v prejšnjih urah bi radi napovedali vrednost tečajev in s tem portfelja v naslednji uri. Recimo, da poskušamo za valuto na mestu $j$, $j = 1, 2, \ldots, 10$, tečaj ob uri $i$, $i = 4, 5, \ldots, 24$, napovedati na podlagi vrednosti tečaja v prejšnjih treh urah, to je ob urah $i-1$, $i-2$ in $i-3$. Če poiščemo parabolo $p$ oblike $p(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, za katero velja

$$
p(0) = \boldsymbol{T}(i-3, j), \quad p(1) = \boldsymbol{T}(i-2, j), \quad p(2) = \boldsymbol{T}(i-1, j),
$$

se lahko nadejamo, da bo vrednost $p(3)$ približek za tečaj valute $j$ ob uri $i$. Koeficienti $a$, $b$, $c$ parabole $p$ so rešitve sistema linearnih enačb

$$
\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \boldsymbol{T}(i-3, j) \\ \boldsymbol{T}(i-2, j) \\ \boldsymbol{T}(i-1, j) \end{bmatrix}
$$

in jih lahko določimo s pomočjo vgrajene funkcije `linsolve` oziroma `\`. Izračunajte približke za vrednosti tečajev po tej metodi za vse valute od vključno četrte ure dalje ter narišite grafa dejanskih in ocenjenih vrednosti portfelja v odvisnosti od časa.

[1]https://www.fmf.uni-lj.si/~groseljj/fin-nm1/cryptomarket.csv

✉ jan.groselj@fmf.uni-lj.si