

1 Mengen und Relationen

1.1 Naive Mengenlehre

- Georg Cantor 1845 -1918

Menge: "Sammlung" von Objekten

Diese Objekte heissen Elemente.

Notation: $x \in M \rightarrow x$ ist Element von M

Eine Menge ist durch ihre Elemente eindeutig bestimmt.

Bsp: $M = \{1,2,3\}$, $M = N \rightarrow N = \{3,1,2\}$

Beschreibung von Mengen

1. Durch Aufzählung: $M = \{1,2,3\}$

2. Durch Prädikate: $M = \{x | P(x)\}$ "Menge aller x , die das Prädikat P erfüllen"

3. grafische Darstellung (Venn-Diagramme)

Bsp. $a \in A, d \in B, c \in A, c \in B$

1.1.1 Notation

$\forall x \in G$: "Für alle x aus der Menge G ..."

$\exists x \in G$: "Es existiert ein Element x in der Menge G ..."

Beispiele:

1. $G := \mathbb{N} = \{0,1,2,3,\dots\}$

$A := \{1,2\}$

$B := \{3,4\}$

$A \cap B = \emptyset$

1.1.2 Satz 1

1. G Grundmenge

2. A, B, C Teilmengen von G

1.2 weitere Mengen-Konstruktionen

1.2.1 Potenzmenge

Definition: $P(M) := \{x | x \subseteq M\}$ Potenzmenge von M

Die Menge aller Teilmengen von M

Beispiele

a) $M := \{1\} \rightarrow P(M) = \{\emptyset, \{1\}\}$

- b) $M := 1, 2, 3 \rightarrow P(M) = \emptyset, 1, 2, 3, 1, 2, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 3$
 c) $M := \emptyset \rightarrow P(M) = \emptyset$

1.2.2 das kartesische Produkt

Seien A, B Mengen, $a \in A, b \in B$

Definition: Das Symbol (a, b) heisst das geordnete Paar von a und b .

Bemerkung: $(a, b) = (c, d) \rightarrow a=c$ und $b=d$

Definition: Seien A, B Mengen

$A \times B := \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$ heisst das kartesische Produkt von A und B .

Beispiel:

- a) $1, 2, 3 \times 4, 5 //$ i.a. $A \times B \neq B \times A$
 $= (1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5)$
 b) $1, 2 \times 1, 2 = (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)$
 c) $A = \{a, b\}$
 $A \times \emptyset = (a, \emptyset), (b, \emptyset)$

1.2.3 Partitionen

Gegeben eine Menge M

Definition: Eine Partition von M ist eine Menge π

$\pi := \{A_i | i \in I\}$

mit

- 1.) $A_i \neq \emptyset$
- 2.) $A_i \subset M$
- 3.) $A_i \cap A_j = \emptyset$
- 4.) $\bigcup A_i = M = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots$