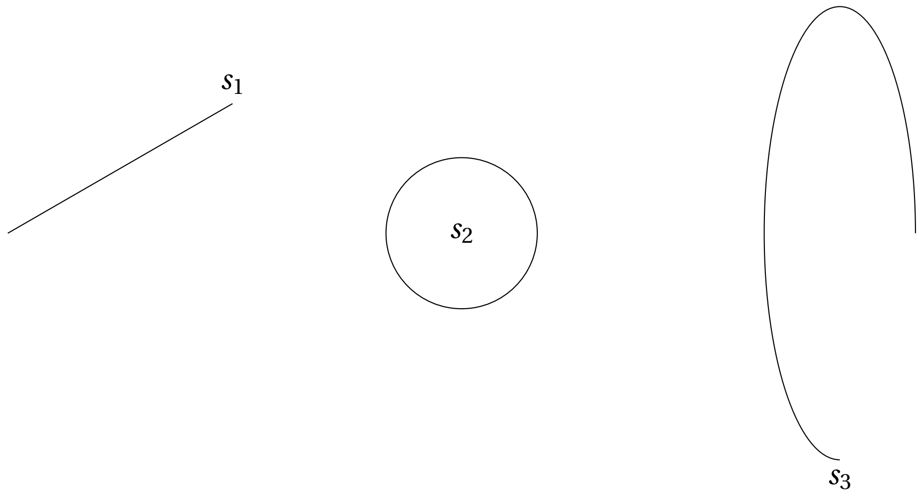
Mechanik

1 Grössen und Einheiten

1.1 Weg

Eine sehr wichtige Grösse in der gesamten Physik ist der Weg. Um die Länge eines Weges zu bestimmen muss man ihn messen. Messen bedeutet vergleichen mit einer Einheit. Das Formelzeichen für den Weg ist s. Die Grundeinheit (SI-Einheit, von französisch Système international d'unités) des Weges ist der Meter. Abgekürzt wird die Einheit mit m. Die Einheit einer physikalischen Grösse schreibt man in eckigen Klammern, also $[s] = \mathrm{m}$.

AUFGABE 1: Bestimmen Sie die Länge der Wege s_1, s_2 und s_3.



Lösung $s_1 = 3{,}43\,\mathrm{cm}$, $s_2 = 6{,}28\,\mathrm{cm}$, $s_3 \approx 10\,\mathrm{cm}$

AUFGABE 2: Die ursprüngliche Definition des Meters definiert ihn als das $4 \cdot 10^{-7}$-fache des Erdumfangs am Äquator.

a) Welchen Umfang hat die Erde am Äquator (nach dieser Definition)?

b) Wäre die Erde eine ideale Kugel, wie gross wäre ihr Radius?

c) Welches Volumen hätte die Erde?

Lösung a) 40 000 km, b) 6366,2 km, c) $1{,}08 \cdot 10^{21}$ m^3

AUFGABE 3: Ein Bildschirm hat eine Diagonale von 15,6″. Wie vielen Zentimetern entspricht das? Lösung 39,624 cm

AUFGABE 4: Ein Drucker hat eine Auflösung von 300 dpi (dots per inch). Wie viele Punkte druckt er pro Quadratzentimeter?
Lösung Etwa 13 900 Punkte.

AUFGABE 5: Ursprünglich wurde das Meter als der 40 000 000ste Teil des Erdumfangs definiert. Um wie viele Millimeter länger oder kürzer ist das heutige Meter im Vergleich? Tipp: Der Erdumfang ist nach heutiger Messung 40 075 km lang.

1.2 Zeit

Um die Zeit t zu messen, orientiert sich die Menschheit schon seit Jahrtausenden an den Gestirnen. Winter- und Sommersonnenwenden wurden schon in der Steinzeit gefeiert. Das Messgerät zur Zeitmessung ist die Uhr. Die SI-Einheit der Zeit ist die Sekunde (s). Traditionell ist die Sekunde der 86 400-ste Teil ($24 \cdot 60 \cdot 60$) eines Tages. Seit 1967 wird die Sekunde über eine atomare Anregung definiert. Daher auch der Name Atomuhr.

AUFGABE 6: Wie viele Sekunden hat eine Woche? Lösung 604 800

AUFGABE 7: Das Universum ist etwa $4{,}3 \cdot 10^{17}$ s alt. Wie viele Jahre sind das? Lösung 13,6 Milliarden Jahre

1.3 Masse

Eine weitere häufig gebrauchte Grösse ist die Masse m. Ihre SI-Einheit ist das Kilogramm (kg). Anders als bei den anderen Einheiten, hat das Kilogramm noch keine moderne, ausschliesslich auf Naturkonstanten basierende Definition. Das Urkilogramm besteht aus einer Platin-Iridium-Legierung und wird in Paris verwahrt.

AUFGABE 8: Ein Auto hat ein Gewicht von 1,6 T. Wie viele Gramm sind das? Lösung 1 600 000 g

AUFGABE 9: Eine Tintenpatrone mit 10 g Tinte kostet 30 Fr. Wie viel kostet es einen Buchstaben zu drucken, wenn dafür 3 μg Tinte verbraucht werden. Lösung $9 \cdot 10^{-6}$ Fr

AUFGABE 10: Eine Idee das Kilogramm neu zu definieren, besteht im Abzählen von Atomen. Jedes Atom hat eine bestimmte Masse. Gesucht ist nun die richtige Anzahl eines bestimmten Atomtyps. Wie viele Atome $^{28}_{14}Si$ (Silizium, mit atomarer Masse 28) benötigt man, für ein Kilogramm? Lösung $2{,}1500 \cdot 10^{25}$

2 Kinematik

AUFGABE 11: Was verstehen Sie unter Geschwindigkeit? Stellen Sie eine Definition für die Geschwindigkeit auf.

AUFGABE 12: Welche Geschwindigkeit haben Sie auf Ihrem morgendlichen Schulweg? Überlegen Sie für jeden Teilweg (Fussweg, Bus/Bahn, ...).

- Wie weit ist der Weg?
- Wie lange brauchen ich für den Weg?

Berechnen Sie daraus die Durchschnittsgeschwindigkeiten der Teilwege. Wie gross ist die höchste Geschwindigkeit auf Ihrem Weg?

Stellen Sie Ihren Schulweg in einem Koordinatensystem graphisch dar. Tragen Sie auf er x-Achse die Zeit auf und auf der y-Achse den Weg auf.

AUFGABE 13: Ein Velofahrer braucht für eine 18 km lange Strecke 45 min. Wie hoch ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit?

Lösung 24 km/h

AUFGABE 14: Ein Floss treibt mit konstanter Geschwindigkeit auf einem Fluss. Die Fliessgeschwindigkeit des Flusses ist 1 m/s. Wie weit ist das Floss nach einer Stunde gekommen?

Lösung 3600 m

AUFGABE 15: Wie lange braucht das Licht für die Entfernung von

a) der Sonne zur Erde (der mittlere Abstand ist $1{,}5 \cdot 10^{11}$m),

b) der Erde zum Mond (mittlerer Abstand $3{,}84 \cdot 10^{8}$m)?

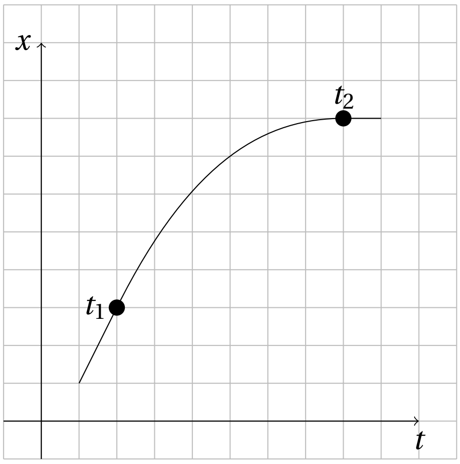
Lösung a) 500 s, b) 1,28 s

AUFGABE 16: Wie weit ist ein Lichtjahr (ein Lichtjahr ist die Strecke die das Licht in einem Jahr im Vakuum zurücklegt)?

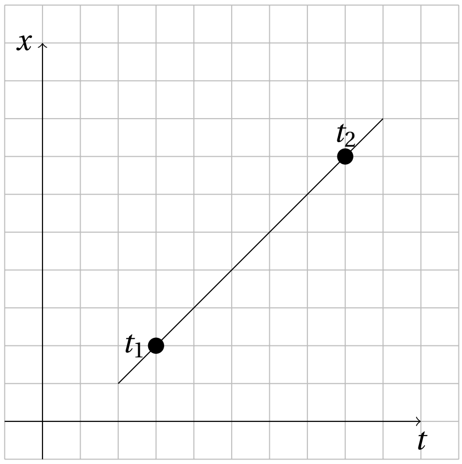
Lösung $9{,}4608 \cdot 10^{15}$ m

AUFGABE 17: Geben Sie für die vier folgenden Weg-Zeit-Diagramme an, ob die Geschwindigkeit v_1 zum Zeitpunkt t_1 grösser, kleiner oder gleich der Geschwindigkeit v_2 zum Zeitpunkt t_2 ist.

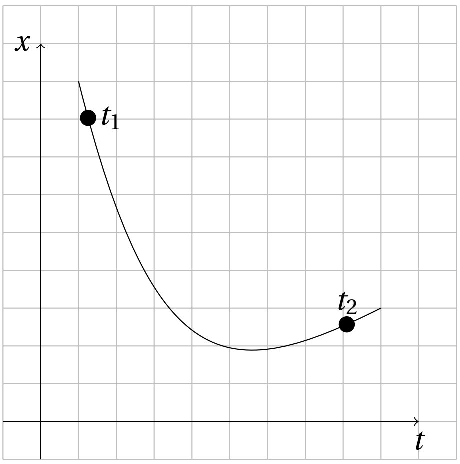
(a)



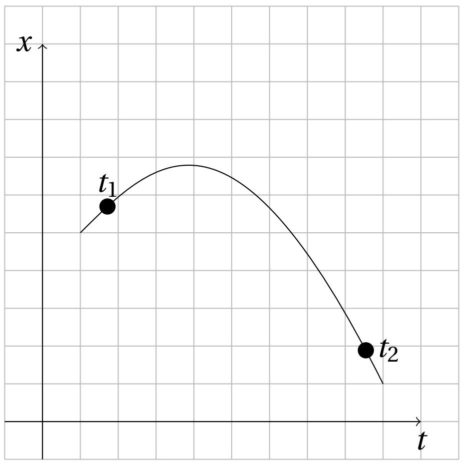
(b)



(c)



(d)



Lösung a) $v_1 > v_2$ $|v_1| > |v_2|$
b) $v_1 = v_2$ $|v_1| = |v_2|$
c) $v_1 < v_2$ $|v_1| > |v_2|$
d) $v_1 > v_2$ $|v_1| < |v_2|$

AUFGABE 18: Lassen Sie einen Gegenstand (Stein, Metallmutter oder etwas anderes kleines schweres) aus verschiedenen Höhen fallen und messen Sie die Zeit, die es zum Herunterfallen benötigt (Fallzeit).

Erstellen Sie eine Tabelle, in die Sie die Messwerte eintragen. Messen Sie für fünf verschiedene Höhen und wiederholen Sie die Messungen einige Male (Sie bekommen dadurch Übung und die Messwerte werden genauer). Berechnen Sie für jede Fallhöhe den Mittelwert der Fallzeit und tragen Sie diese in ein Weg-Zeit-Diagramm (x-Achse Zeit, y-Achse Weg) ein.

Können Sie einen Zusammenhang zwischen Fallhöhe und Fallzeit feststellen? Was müsste man in diesem Experiment verbessern?

AUFGABE 19: Schauen Sie sich das Video an und übernehmen Sie die Messwerte in eine Tabelle. Zwischen jedem Bild vergeht 0,1 Sekunden. Zeichnen Sie die Messwerte in ein Weg-Zeit-Diagramm ein.

Kennen Sie die Form dieser Kurve? Wie gross ist die Konstante?

AUFGABE 20: Ein Zug beschleunigt auf einer Hochgeschwindigkeitsstrecke aus dem Stand mit einer Beschleunigung von $2\,\mathrm{m/s^2}$.

a) Welche Geschwindigkeit hat er nach 1 min erreicht?

b) Welche Strecke hat er bis dahin zurückgelegt?

Lösung a) $120\,\mathrm{m/s}$, b) $3600\,\mathrm{m}$

AUFGABE 21: Ein Auto beschleunigt gradlinig gleichförmig in 5s von 0km/h auf 100km/h. Wie gross ist die Beschleunigung?

Lösung $5{,}56\,\mathrm{m/s^2}$

AUFGABE 22: Ein Auto fährt geradlinig gleichförmig mit einer Geschwindigkeit von 120km/h auf der Autobahn.

a) Wie weit kommt es in drei Sekunden?

b) Vor einem Tunnel bremst der Fahrer das Auto in zwei Sekunden auf $100\,\mathrm{km/h}$ ab. Wie gross ist die Beschleunigung?

c) Der Tunnel ist $140\,\mathrm{m}$ lang. Wie lange braucht das Auto durch den Tunnel?

d) Zeichnen Sie ein v-t-Diagramm und ein a-t-Diagramm der Aufgabe.

Lösung a) $100\,\mathrm{m}$, b) $-2{,}8\,\mathrm{m/s^2}$, c) $5\,\mathrm{s}$

AUFGABE 23: Sie sehen ein Experiment mit einem Wasserstrahl.

a) Schreiben Sie sich Fragen auf, die Ihnen zu diesem Experiment einfallen.

b) Diskutieren Sie Ihre Fragen mit Ihrem Nachbarn und versuchen Sie Antworten auf Ihre Fragen zu finden.

Tipp: Es ist immer gut eine Skizze des Experiments anzufertigen.

AUFGABE 24: Ein Tropfen Wasser fällt aus einer Höhe von 50 Zentimeter zu Boden. Wie lange braucht der Wassertropfen um die Erde zu erreichen? Lösung 0,32 s

AUFGABE 25: Nehmen Sie an, Sie leben in einer Welt ohne Schwerkraft. Was müssten Sie bei einer Wasserschlacht mit Wasserpistolen beachten?

AUFGABE 26: Nehmen Sie an, ein Tropfen eines Wasserstrahls kommt mit einer Geschwindigkeit von 2 m/s parallel zum Boden aus einem Schlauch.

Welche Strecke s_x legt der Tropfen in horizontaler Richtung zurück? Welche Strecke s_y legt der Tropfen in Richtung des Bodens zurück?

a) Füllen Sie die Tabelle:

Δt (s)	s_x (m)	s_y (m)
0,1		
0,2		
0,3		
0,4		
0,5		

b) Zeichen Sie den Wasserstrahl mit Hilfe der berechneten Werte.

AUFGABE 27: In Aufgabe 23 haben Sie einen Experiment mit einem Wasserstrahl gesehen. Beantworten Sie zu diesem Experiment folgende Fragen:

a) Wie lange fällt ein Wassertropfen des Wasserstrahls bis dieser den Boden erreicht.

b) Wie hoch ist die Geschwindigkeit des Wasserstrahls beim Austritt aus der Flasche.

AUFGABE 28: Ein Ball wird mit einer Geschwindigkeit von 30 m/s nach oben geworfen, und fällt durch die Fallbeschleunigung wieder zu Boden.

a) Zeichnen Sie ein Beschleunigungs-Zeit- und in ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm für diesen Wurf.

b) Wie lange braucht der Ball bis zum höchsten Punkt?

c) Wie hoch steigt der Ball insgesamt?

d) Der Ball soll 50 m hoch kommen. Mit welcher Geschwindigkeit v_0 muss er hochgeworfen werden?

e) Zeichnen Sie ein Weg-Zeit-Diagramm und erklären Sie es.

Lösung b) 3,06 s, c) 45,87 m, d) 31,3 m/s

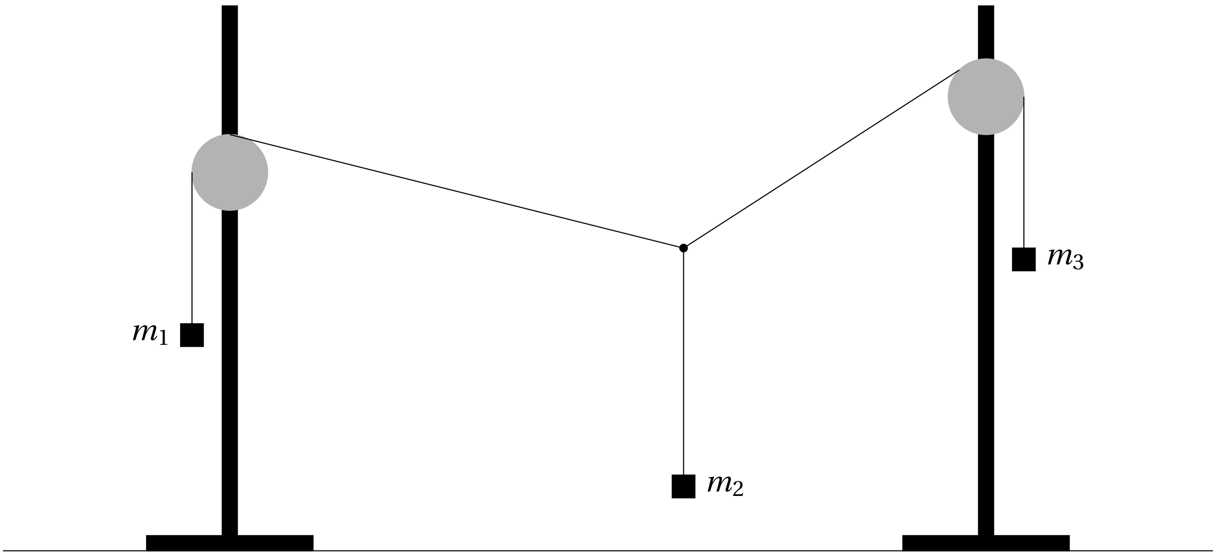
AUFGABE 29: Ein Kaugummi wird horizontal aus dem Fenster ($h = 3\,\mathrm{m}$) eines fahrenden Zuges ($v_{\mathrm{Zug}} = 120\,\mathrm{km/h}$) gespuckt. Die Spuckgeschwindigkeit ist 3 m/s.

a) Wo fällt das Kaugummi zu Boden?

b) Wohin fällt das Kaugummi aus der Sicht des Kaugummispuckes? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung $s_x = 26{,}07\,\mathrm{m}$ und $s_y = 2{,}3462\,\mathrm{m}$

3 Kräfte



AUFGABE 30:

a) Zeichnen Sie die Gewichtskräfte F_1', F_2' und F_3' der Massen m_1, m_2 und m_3 ein.

b) Zeichnen Sie die Fadenkräfte F_1, F_2 und F_3 ein, die am Knotenpunkt angreifen.

c) Konstruieren Sie ein Kräfteparallelogramm der Kräfte F_1 und F_3, so dass die resultierende Kraft senkrecht nach oben zeigt.

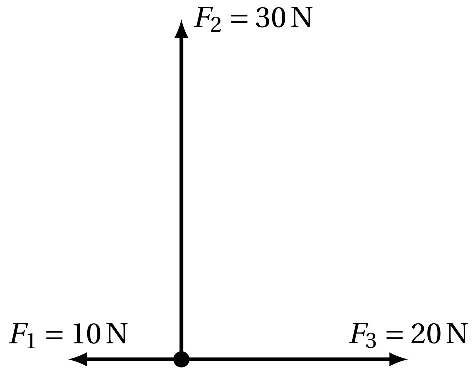
d) Die Kraft F_1 sei 4,5 N. Bestimmen Sie die Beträge der Kräfte F_2 und F_3.

AUFGABE 31:

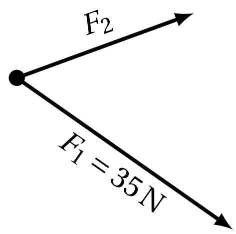
a) Bestimmen Sie die Richtung der resultierenden Kraft in der Abbildung.

b) Es gibt zwei Möglichkeiten den Betrag der resultierenden Kraft zu bestimmen. Welche sind das?

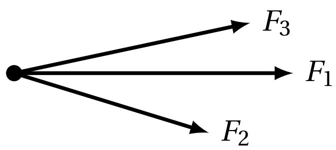
c) Wie gross ist der Betrag?



AUFGABE 32: Die Kräfte F_1 und F_2 haben den selben Angriffspunkt. Der Betrag der Kraft F_1 ist bekannt. Bestimmen Sie Betrag und Richtung jener dritten Kraft mit dem gleichen Angriffspunkt, welche das Gleichgewicht herstellt.



AUFGABE 33: Drei Hunde ziehen einen Hundeschlitten. Der erste Hund zieht mit 37 N, der zweite Hund mit 27 N unter einem Winkel von $-17°$. Der dritte Hund zieht mit einer Kraft von 32 N und einem Winkel von 12° (siehe Zeichnung). In welche Richtung und mit welcher Kraft wird der Schlitten gezogen. Lösen Sie graphisch.



AUFGABE 34: Sie sehen ein Experiment, bei dem zwei Ihrer Mitschüler ein Seil zwischen sich spannen. In die Mitte des Seils wird ein Gewicht gehängt.

a) Was beobachten Sie? Ist das Seil noch gerade oder wird das Seil durch das Gewicht geknickt?

b) Schätzen Sie ab, mit wie viel Kraft Ihre Mitschüler an dem Seil ziehen müssen, damit es maximal einen Zentimeter durch hängt.

c) Zeichnen Sie alle wirkenden Kräfte in einen Kräfteplan ein und bestimmen Sie die Zugkräfte im Seil (nehmen Sie an, das Seil ist sechs Meter lang). Die maximale Auslenkung soll wie bei b) sein.

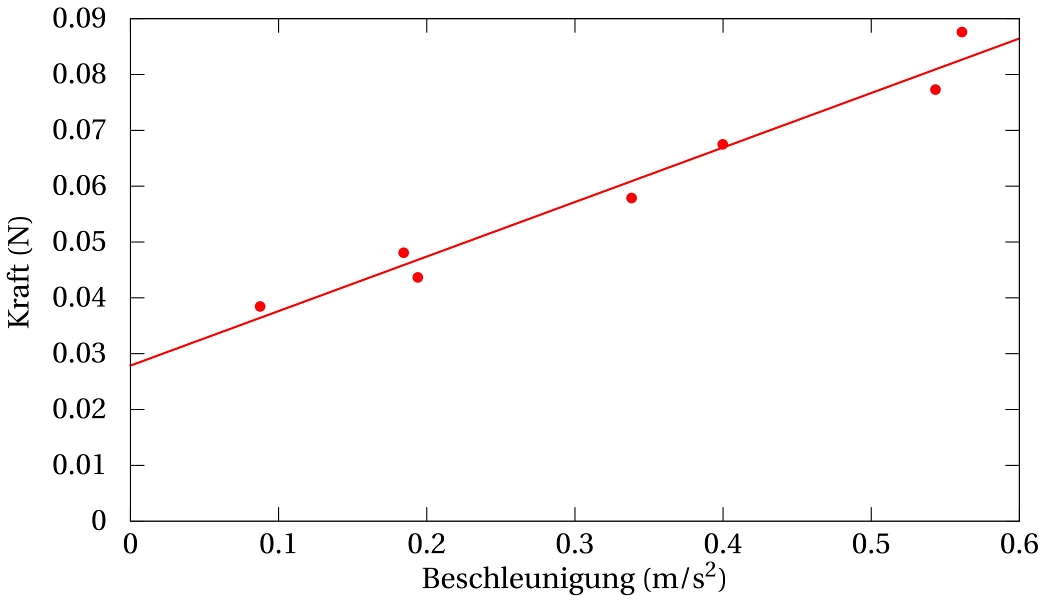
AUFGABE 35: Messen Sie in kleinen Gruppen (etwa vier Personen) wie ein Spielzeugauto durch das Anhängen eines Gewichtes beschleunigt wird.

Befestigen Sie dazu einen Faden am Auto. Am anderen Ende des Fadens befestigen Sie Gewichte, die Sie dann über die Tischkante rutschen lassen.

Tragen Sie die Messwerte in die Tabelle ein. Berechnen Sie die Gewichtskraft, die das Auto antreibt und die Beschleunigung des Autos. Messen Sie auch das Gewicht des Autos.

Tragen Sie Kraft und Beschleunigung in ein Koordinatensystem ein (x-Achse Beschleunigung, y-Achse Kraft).

Messwerte			Berechnete Grössen	
Δs (m)	Δt (s)	m (kg)	a (m/s^2)	F (N)



AUFGABE 36: Der Graph zeigt, wie ein Spielzeugauto durch eine Kraft F beschleunigt wurde. Die Gerade ist so zwischen die Messpunkte gelegt, dass die Summe der Abstände zu den Messpunkten möglichst klein ist.

a) Beschreiben Sie den Graphen.

b) Wie gross ist die Steigung der Geraden? Welche Einheit hat die Steigung?

c) Wie erklären Sie sich, dass die Gerade nicht im Ursprung des Koordinatensystems beginnt?

Die Masse der Autos beträt 40,5 g.

AUFGABE 37: Ein Velofahrer (70 kg) beschleunigt mit $2\,\mathrm{m/s^2}$. Das Velo hat eine Masse von 15 kg. Wie viel Kraft braucht er für die Beschleunigung? Lösung 170 N

AUFGABE 38: Eine Schachtel mit einer Masse von 100g wird über einen Tisch geschoben. Nachdem sie die Hand verlassen hat, hat sie eine Geschwindigkeit von 3 m/s. Nach 1,25m bleibt die Schachtel liegen.

a) Wie gross ist die Beschleunigung?

b) Wie gross ist die Bremskraft?

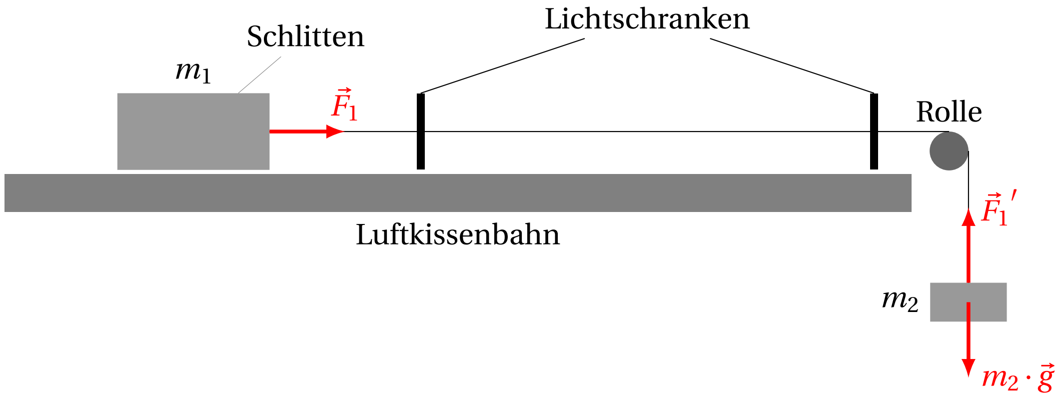


Abbildung 1: Ein Schlitten der Masse m_1 wird reibungsfrei auf einer Luftkissenbahn beschleunigt. Die Kraft F_1 entsteht durch die Gewichtskraft der Masse m_2, deren Richtung an einer Rolle umgelenkt wird.

Lösung a) = $a = -3{,}6\,\mathrm{m/s^2}$, b) $F = -0{,}36\,\mathrm{N}$

AUFGABE 39: Auf einer Luftkissenbahn steht ein Schlitten mit einer Masse von 5 kg (m_1). Über eine Schnur ist m_1 mit einer anderen Masse von 2 kg verbunden(siehe Abbildung 1). Durch die Luftkissenbahn kann Reibung vernachlässigt werden. Wie gross ist die Beschleunigung? Lösung $a = 2{,}8\,\mathrm{m/s^2}$

Materialien	Haftreibung	Gleitreibung
Holz auf Holz	0,6	0,4
Stahl auf Stahl	0,15	0,1
Stahl auf Eis	0,027	0,014

Tabelle 1: Haft- und Gleitreibungszahlen.

AUFGABE 40: Bestimmen Sie die Reibungszahl zwischen Tisch und Schachtel aus Aufgabe 38.

AUFGABE 41: Auf einen ruhenden Holzblock der Masse 500 g, der auf einer Tischplatte aus Holz liegt, greift eine horizontale Zugkraft von 2 N an. Bewegt sich der Körper? Begründen Sie ihre Antwort. Die Haftreibungszahl ist 0,6.

Lösung Der Klotz bewegt sich nicht. $F_R = 2{,}94\,\mathrm{N}$.

AUFGABE 42: Ein Schlitten hat eine Masse von 75 kg. Berechnen Sie

a) die Haftreibung.

b) die Gleitreibung.

Lösung a) 19,9 N, b) 10,3 N

AUFGABE 43: Ein Auto mit einer Masse von 1,5 T überträgt über die Pneus eine Kraft auf die Strasse. 60 % der Wagenmasse liegen auf der Antriebswelle (und damit auch auf den Antriebsrädern, der Wagen hat kein Allrad).

a) Was passiert, wenn diese Kraft überschritten wird?

b) Wie viel Kraft kann maximal auf die Strasse übertragen werden?

AUFGABE 44: Zwei Kinder werden mit dem Schlitten über eine schneebedeckte Wiese gezogen. Die Kinder wiegen zusammen 35 kg. Der Schlitten wiegt 5 kg. Am Schlitten ist ein Seil befestigt. Zwischen Boden und Seil ist ein Winkel von 40°. Bestimmen Sie die Reibungskraft, die vom Schnee auf den Schlitten wirkt wenn die Zugkraft im Seil 100 N beträgt. Wie gross ist die Beschleunigung des Schlittens für diesen Fall?

AUFGABE 45: Beantworten Sie die folgenden Fragen und zeichnen Sie die Lösungen in ein Mindmap ein (Sie benötigen sicher eine ganze A4 Seite).

a) Welche Kräfte kennen Sie aus dem Physikunterricht?

b) Nennen Sie mindestens zwei Beispiele für jede Kraft.

c) Beschreiben Sie jede Kraft mit eigenen Worten.

- Wo kommt diese Kraft vor?
- In welchem Zusammenhang benutzt man diese Kraft?
- Welche Formel benutzt man, um diese Kraft zu bestimmen?
- Wie heissen die physikalischen Grössen, die hinter den Formelbuchstaben stehen?
- Welche Bedeutung haben diese Grössen?
- Erstellen Sie zu jeder Kraft eine typische Skizze.

d) Welche allgemeinen Eigenschaften haben alle Kräfte?

AUFGABE 46: Wie gross war die Anfangsgeschwindigkeit eines Fahrzeugs, das längs einer waagerechten Strecke von 200 m infolge der Reibung ($\mu = 0{,}02$) zur Ruhe kommt?

Hilfestellungen:

a) Machen Sie sich eine Skizze und tragen Sie alle Kräfte ein.

b) Bestimmen Sie die resultierend Kraft.

c) Setzen Sie die resultierende Kraft mit dem zweiten Newtonschen Axiom gleich.

<++>

Die schiefe Ebene

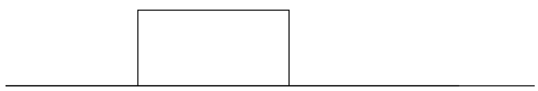
AUFGABE 47: Sie sehen in einem Experiment einen Holzklotz auf einer Ebene liegen. Die Ebene lässt sich schrägstellen. Die folgenden drei Skizzen zeigen drei typische Schieflagen der Ebene.

a) Machen Sie sich neben der Skizze Notizen, was mit dem Holzklotz im Experiment passiert.

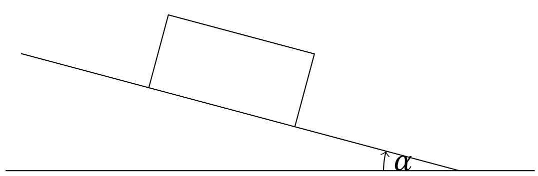
b) Zeichen Sie alle auftretenden Kräfte in die Skizzen ein (Gewichtskraft, Normalkraft, Reibungskraft).

c) Wie ändern sich die Kräfte mit der Änderung des Winkels?

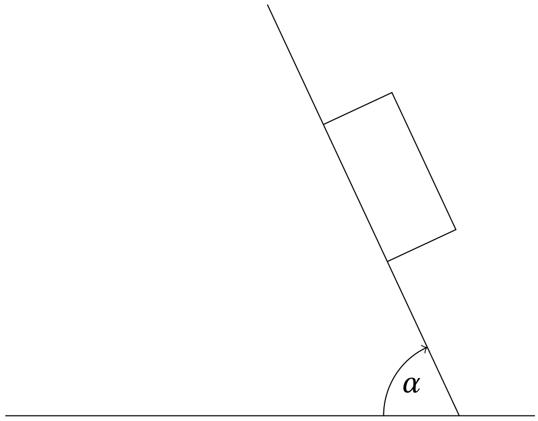
Keine Steigung der Ebene



Geringe Steigung der Ebene



Grosse Steigung der Ebene



AUFGABE 48: Ein Holzklotz mit dem Gewicht von 300 Gramm liegt auf einer schiefen Ebene. Bei einer Steigung von 35° beginnt der Block zu rutschen.

a) Machen Sie sich eine Skizze der Situation und vervollständigen sie diese mit den auftretenden Kräften.

b) Bestimmen Sie die Normalkraft und die Reibungskraft.

c) Wie gross ist die Haftreibungszahl?

Lösung c) $\mu = 0{,}7$

AUFGABE 49: Mit Ski ($\mu = 0.1$) fahren Sie einen um 20° geneigten Hang herunter.

a) Zeichnen Sie alle auftretenden Kräfte in einen Kräfteplan.

b) Stellen Sie die resultierende Kraft auf.

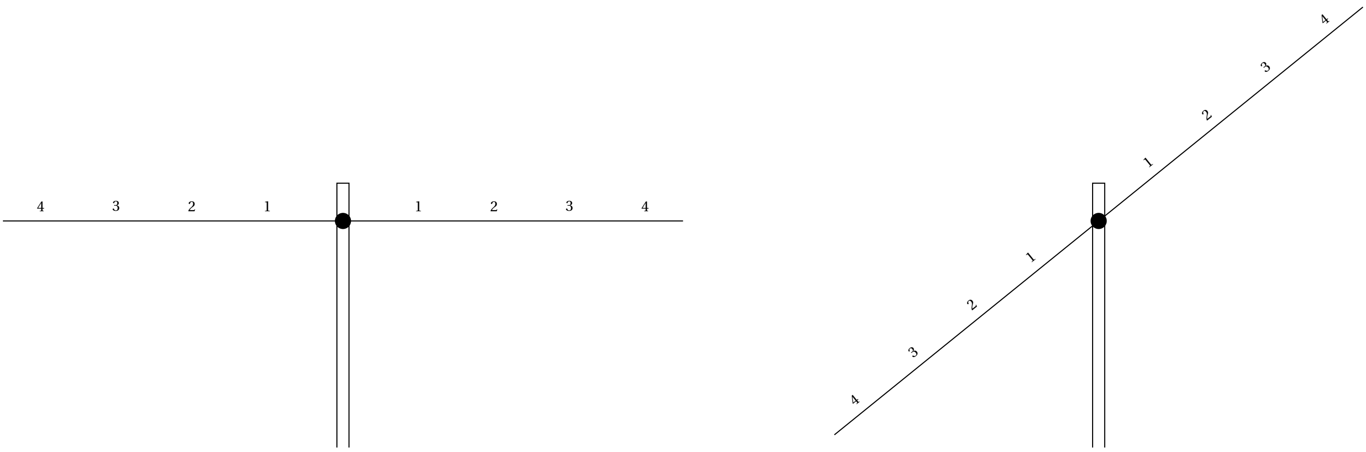
c) Welche Geschwindigkeit haben Sie nach 10 Sekunden?

leere Seite

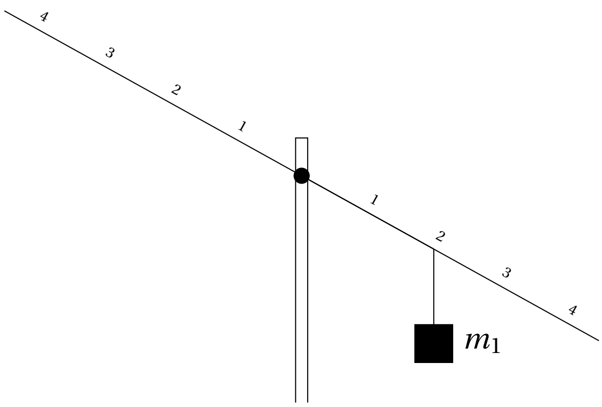
Das Hebelgesetz

Im vorigen Abschnitt haben wir uns mit Kräften beschäftigt, die in einem Punkt eines Körpers angreifen. Hat man es mit Kräften zu tun, die parallele verlaufen, gibt es keinen gemeinsamen Angriffspunkt mehr. Für diesen Fall muss die bisherige Theorie erweitert werden.

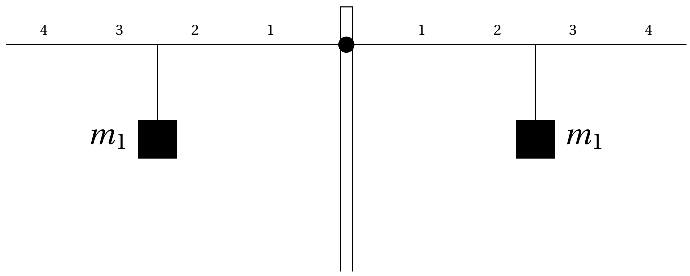
AUFGABE 50: Was beobachten Sie an diesen Wippen?



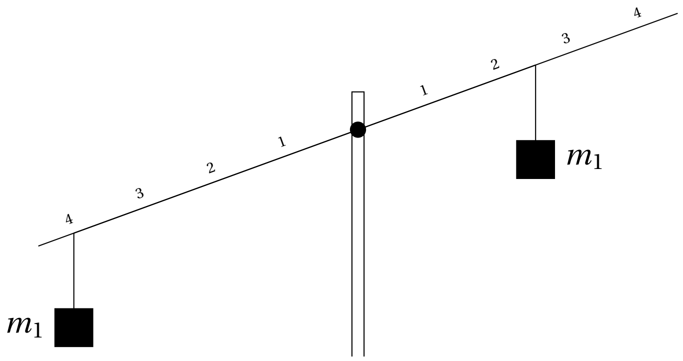
Warum verändert sich die Stellung der Wippe?



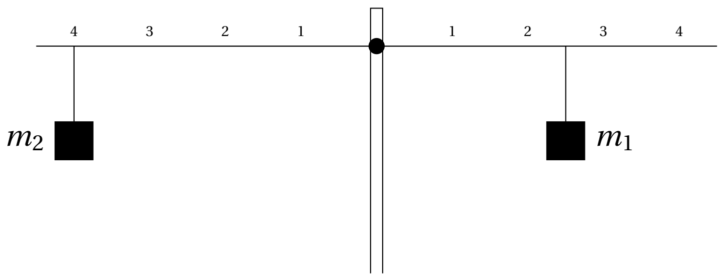
Was sieht man hier?



Was hat sich hier verändert?



Was hat sich hier verändert?



AUFGABE 51:

a) Finden Sie mindestens drei unterschiedliche Kombinationen aus Länge des Hebelarms und Gewichten, in denen die Wippe im Gleichgewicht ist.

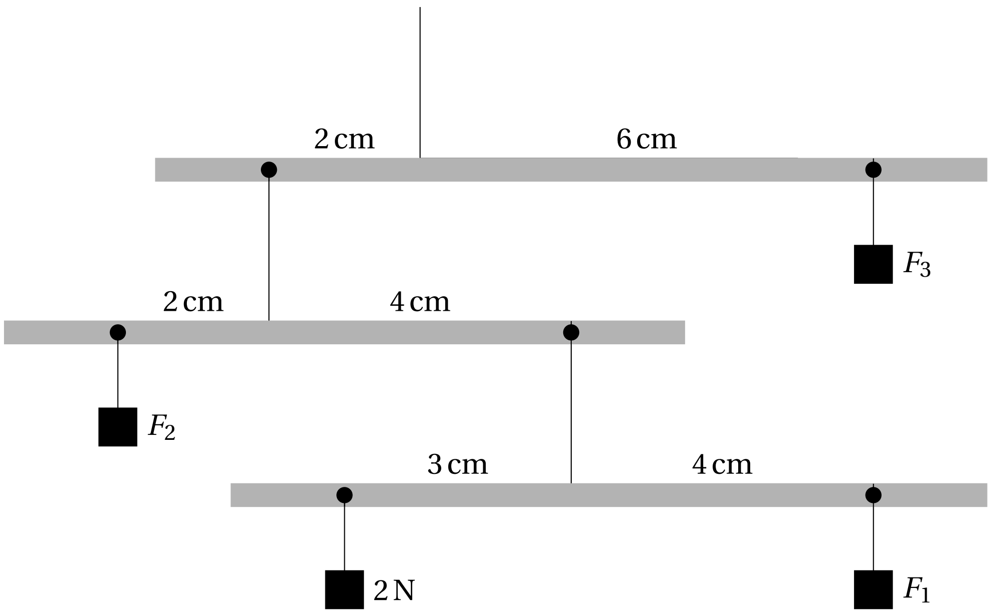
b) Bestimmen Sie das Verhältnis der Hebelarme und das Verhältnis der Massen für diese Gleichgewichtsstellungen. Was fällt Ihnen auf?

c) Formulieren Sie Ihr Hebelgesetz.

AUFGABE 52: Betrachen Sie die obige Abbildung. Wenn die Masse m_1 200 g gross ist, wie gross ist dann die Masse m_2?

AUFGABE 53: Eine Wippe besteht aus einem fünf Meter langem Rundholz, dass in der Mitte gelagert ist. Ein 25 kg schweres Kind sitzt an einem Ende der Wippe. Wo muss ein anderes Kind mit 37 kg Gewicht sitzen, damit die Wippe ausbalanciert ist?

AUFGABE 54: Bestimmen Sie die unbekannten Kräfte an diesem Mobile.



AUFGABE 55: Auf dem Foto ist ein Nussknacker zu sehen.

a) Finden Sie die Drehachse des Nussknackers sowie die zwei Hebelarme im Foto.

b) Beschreiben Sie warum man den Nussknacker zum Knacken von Nüssen verwendet.

c) Das Foto zeigt den Nussknacker nicht massstabsgetreu. Die Länge des Nussknackers ist etwa 15 Zentimeter. Warum ist diese Angabe für die Berechnung der Kraftverstärkung nicht wichtig?

d) Zum Knacken einer Wallnuss wird eine Kraft von etwa 1000 N benötigt. Wie viel Kraft brauchen Sie mit diesem Nussknacker um die Nuss zu knacken?

AUFGABE 56: Auf dem Foto ist eine Zange zu sehen.Eine Zange hat gewöhnlich einen Griff, ein Gelenk und einen Zangenkopf. Am Zangenkopf dieser Zange können Sie drei verschieden geformte Bereiche unterscheiden.

a) Kennen Sie die Funktionen dieser Bereiche? Gibt es einen Grund warum die drei Elemente so angeordnet sind?

b) Wie gross ist die Kraftverstärkung in den drei Bereichen des Zangenkopfes?

AUFGABE 57: An der Antriebsachse eines Autos erzeugt der Motor ein Drehmoment von 2000 Nm. Die Räder des Autos haben einen Radius von 33 cm.

Wie gross ist die Kraft die über die Reifen auf die Strasse wirkt um das Auto zu beschleunigen?

Lösung 6061 N

AUFGABE 58: Auf einer Achse stecken zwei Scheiben mit unterschiedlichen Durchmessern. An der ersten Scheibe mit 50 Zentimeter Durchmesser ist ein Schnur aufgewickelt. Am Ende der Schnur hängt eine Masse von einem Kilogramm frei zu Boden.

a) Wie gross ist das Drehmoment an der Achse, das von der herunter hängenden Masse erzeugt wird.

b) An der zweiten Scheibe (10 cm Durchmesser) ist ebenfalls ein Faden befestigt an dessen Ende ein zweites Gewicht hängt. Sinkt das erste Gewicht, steigt das zweite an. Wie schwer darf das zweite Gewicht maximal sein, damit es noch angehoben wird?

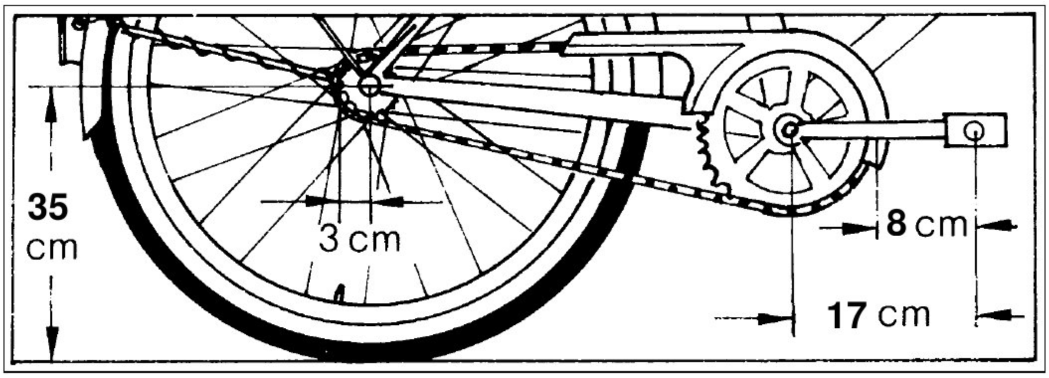
Lösung a) 2,45 Nm, b) 5 kg

AUFGABE 59: Welche Erfahrungen haben Sie mit dem Fahrrad fahren? Schreiben Sie einen kleinen Bericht über Ihre Erfahrungen. Betrachten Sie die folgenden Fragen als Hilfestellung.

- Sie wollen eine gerade flache Strasse befahren. Welchen Gang wählen Sie dafür? Warum nehmen Sie diesen Gang? Welche Zahnkränze gehören zu diesem Gang? Der vordere Zahnkranz (am Pedal) hat einen grossen oder kleinen Radius? Der hintere Zahnkranz hat einen kleinen oder grossen Radius?

- Sie wollen eine steile Bergstrasse hochfahren. Welchen Gang wählen Sie nun? Welche Zahnkränze kommen nun zum Einsatz? Erklären Sie.

- Sie üben eine Kraft von 100 N auf das Pedal aus. Berechnen Sie die Kraft, die am hinteren Rad auf die Strasse wirkt. Entnehmen Sie die nötigen Angaben aus der Zeichnung.



Der Schwerpunkt eines Körpers

AUFGABE 60: Bestimmen Sie den Schwerpunkt des Zweikörperproblems von Erde und Sonne. Die Erde hat eine Masse von $5{,}9722 \cdot 10^{24}$kg, die Masse der Sonne ist $1{,}9884 \cdot 10^{30}$kg. Der Abstand zwischen beiden beträgt im Mittel $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m.

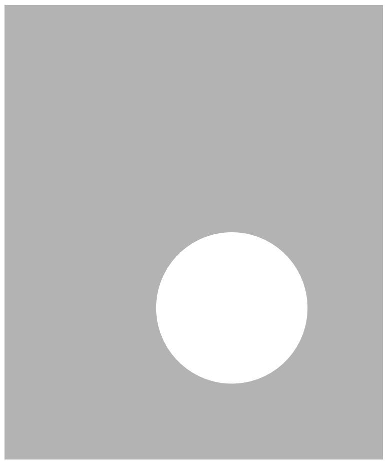
AUFGABE 61: Bestimmen Sie den Schwerpunkt der folgenden Körper.

a)

b)

c)

d)



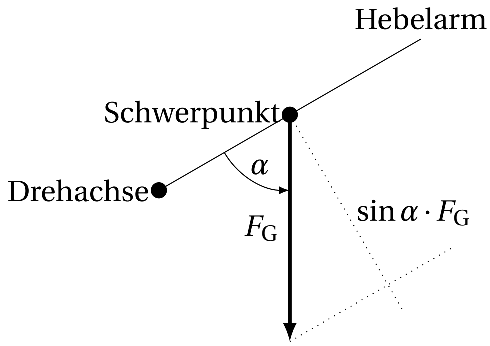
Drehmomente

Das Drehmoment ist allgemein als Kreuzprodukt zweier Vektoren definiert:

$$\text{Drehmoment} = \text{Kreuzprodukt von Hebelarm und Kraft} \quad \text{oder} \quad \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$\text{Einheit}: [\vec{M}] = \text{Meter} \cdot \text{Kraft} = \text{m} \cdot \text{N} = \text{Nm}$$

Das bedeutet, dass die Komponente der Kraft, die senkrecht auf dem Hebelarm steht mal dem Hebelarm gerechnet werden muss.

BEISPIEL: Ein realer Hebelarm hat immer auch ein Eigengewicht. Seine Gewichtskraft greift am Schwerpunkt an. Die Richtung der Gewichtskraft ist im allgemeinen nicht senkrecht zum Hebelarm. Deshalb muss man die Gewichtskraft zerlegen, in eine Komponente senkrecht zum Hebelarm und eine Komponente parallel zum Hebelarm. Rechnerisch ist dass hier $\sin\alpha \cdot F_G$. Damit ergibt sich für das Drehmoment



$$M = r \cdot F_G \cdot \sin\alpha.$$

Zum Lösen von Problemen aus der Statik kann man das Drehmoment auch benutzen. Im statischen Fall muss die Summe der Kräfte und die Summe der Drehmomente an jedem beliebigen Punkt Null sein.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n = 0$$
$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \cdots + \vec{M}_n = 0$$

AUFGABE 62: Zwei Arbeiter tragen auf ihren Schultern einen 12 m langen und 0,6 kN schweren Balken. Der eine trägt 2 m, der andere 1 m vom jeweiligen Ende des Balkens entfernt.

a) Machen Sie sich eine Skizze und zeichnen Sie alle Kräfte ein.

b) Wählen Sie eine Drehachse und stellen sie die Gleichgewichtsbedingungen auf.

c) Lösen Sie das Gleichungssystem. Welche Last trägt welcher Arbeiter?

Lösung c) 0,2667 kN und 0,333 kN.

AUFGABE 63: Ein 50 kg schwerer Junge steht im Schwimmbad auf dem Sprungbrett 20 cm vom Ende des Brettes entfernt. Das Sprungbrett ist drei Meter lang und hat eine Masse von 30 Kilogramm. Das Sprungbrett liegt vorne und bei einem Meter auf.

a) Machen Sie sich eine Skizze und zeichnen Sie alle Kräfte ein.

b) Wählen Sie eine Drehachse und stellen sie die Gleichgewichtsbedingungen auf.

c) Lösen Sie das Gleichungssystem. Welche Kräfte treten an den Auflagestellen auf?

Lösung c) −1050 N und 1850 N.

AUFGABE 64: Eine Person (75 kg) geht über einen zehn Meter langen Stahlträger. Der Stahlträger liegt vorne und hinten auf. Nehmen Sie den Stahlträger fürs erste als masselos an.

a) Skizzieren Sie die Situation.

b) Zeichnen Sie einen Kräfteplan.

c) Welche Bedingung muss für die Kräfte gelten?

d) Was gilt für die Drehmomente?

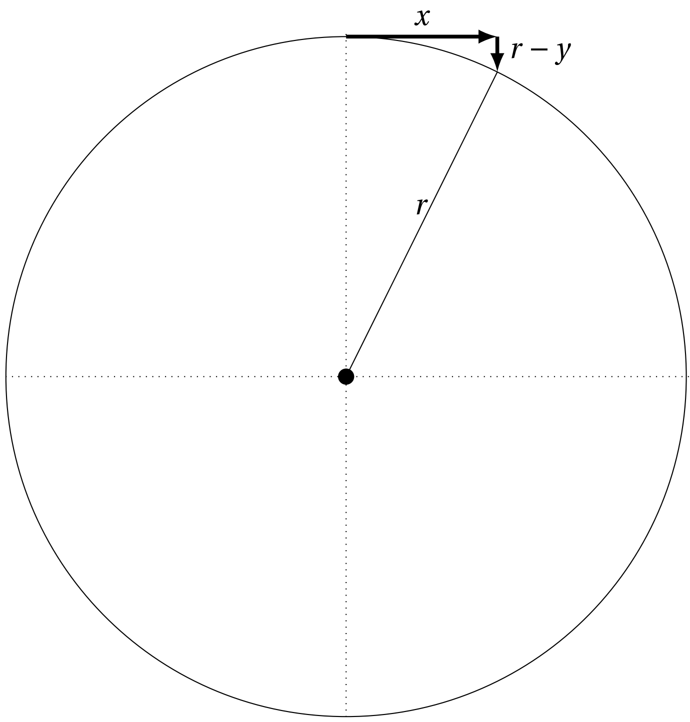
e) Wählen Sie einen der Auflagepunkte als Drehachse und berechnen Sie die Kraft auf den ersten Auflagepunkt wenn der Mensch direkt darauf steht.

f) Wie gross ist die Kraft auf den ersten Auflagepunkt, wenn der Mensch in der Mitte der Brücke steht?

g) Stellen Sie die Kraft auf den ersten Auflagepunkt für beliebige Positionen des Menschen graphisch dar.

h) Berücksichtigen Sie die Masse des Stahlträgers von 150 kg. Wie verläuft die Kraft nun in Abhängigkeit von der Position der Person?

Kreisbewegungen



An einem Kreis gilt

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Dies kann man auch schreiben als

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad \text{oder} \qquad y^2 = r^2 - x^2.$$

Nun soll ein Gegenstand vom Punkt P_0 in x-Richtung bewegt werden. Der Gegenstand hat die Geschwindigkeit v. Wir bewegen den Gegenstand nur ein sehr kleines Stück Δx.

$$\Delta x = v \cdot \Delta t$$

In der Zeit Δt fällt der Gegenstand in Richtung Kreismittelpunkt (siehe Skizze)

$$r - y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \rightarrow y = r - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2.$$

$$
\begin{aligned}
r^2 =& x^2 + y^2 \\
=& (v \cdot \Delta t)^2 + (r - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2)^2 \\
=& (v \cdot \Delta t)^2 + r^2 - r \cdot a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot (\Delta t)^4 \\
0 =& (v \cdot \Delta t)^2 - r \cdot a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot (\Delta t)^4 \\
r \cdot a \cdot (\Delta t)^2 =& (v \cdot \Delta t)^2 + \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot (\Delta t)^4 \\
r \cdot a =& v^2 + \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot (\Delta t)^2
\end{aligned}
$$

Wir schauen nach sehr kurzer Zeit. Δt ist also fast Null. Der zweite Term ist damit auch Null und es folgt

$$a = \frac{v^2}{r}$$

a nennt man Zentripetalbeschleunigung.

Zu jeder Beschleunigung kann auch immer eine Kraft bestimmt werden (zur Erinnerung: $F = m \cdot a$). Die hier vorkommende Kraft ist die Zentripetalkraft F_Z.

AUFGABE 65:

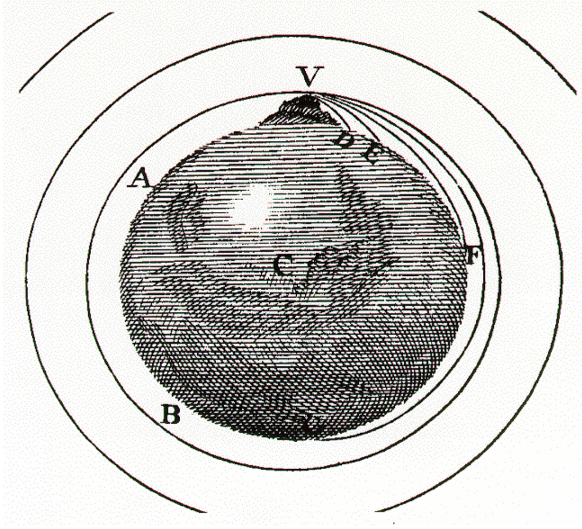
a) Um einen Körper auf eine Kreisbahn zu zwingen benötigt man eine Kraft. Erklären Sie dies.

b) In welche Richtung zeigt diese Kraft?

c) Von welchen Grössen hängt diese Kraft ab?

d) Wie gross ist die Kraft?

AUFGABE 66: Das erste Newtonsche Gesetz besagt, dass die gleichmässig gleichförmige Geschwindigkeit der natürliche Bewegungszustand jedes Körpers ist. Ohne äussere Kräfte ändert sich die Geschwindigkeit eines Körpers nicht. Schon Newton erkannte das Prinzip. Nehmen Sie an, Sie stehen auf einem 8000 m hohen Berg, und schiessen mit einer Kanone. Welche Geschwindigkeit brauch die Kanonenkugel, um einmal um die Erde zu kommen. Jede Art von Reibung soll vernachlässigt werden.



AUFGABE 67:

Haben Sie schon einmal einen mit Wasser gefüllten Eimer vertikal über den Kopf schwingen lassen? Schwingt man den Eimer schnell genug, dann wird man dabei nicht nass.

a) Machen Sie eine Skizze der Situation in der der Eimer an der untersten bzw. obersten Position ist und zeichnen Sie die wirkenden Kräfte ein.

b) Mit welcher Geschwindigkeit müssen Sie den Eimer mindestens schwingen, damit kein Wasser raus läuft? Nehmen Sie einen Radius von einem Meter an. Lösung v=3,2 m/s

AUFGABE 68: Ein Auto fährt auf einem Kreis mit 25 m Radius. Die Haftreibungszahl von Pneu auf Strasse sei 0,85. Wie schnell kann das Auto maximal fahren bevor es mit rutschen anfängt? Lösung 14,4 m/s

AUFGABE 69: Beim Hammerwurf schwingen Sie eine Metallkugel an einem Drahtseil im Kreis. Die Metallkugel wiegt 7,26 kg. Das Drahtseil ist 2,10 m lang.

a) Wie hoch ist die Geschwindigkeit der Kugel wenn die Seilkraft 2000 N beträgt?

b) Wie viele Umbrehungen machen Sie in der Sekunde bei dieser Geschwindigkeit?

Lösung a) $v = 24\,\text{m/s}$, b)1,82 Hz

Arbeit

AUFGABE 70: Den Begriff Arbeit hört man sehr häufig. Gleichzeitig ist der Begriff in der Alltagswelt nicht eindeutig definiert.

Überlegen Sie sich die folgenden Fragen schriftlich.

a) Was verstehen Sie unter Arbeit?

b) Wann arbeiten (Verb) Sie?

In der Physik ist die *Arbeit* klar definiert. *Arbeit* ist das Skalarprodukt aus *Kraft* und *Weg*. Die Einheit der Arbeit ist das **Joule**.

Um die Arbeit zu berechnen multipliziert man also die Kraftkomponente die parallel zum Weg verläuft mit dem zurückgelegten Weg.

$$\text{Arbeit} = \text{Kraft} \cdot \text{Weg} \quad \text{oder} \quad W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$$
$$\text{Einheit}: [W] = \text{Newton} \cdot \text{Meter} = \text{N} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{Joule} = \text{J}$$

So wie es unterschiedliche Kräfte gibt, unterscheidet man in der Physik auch unterschiedliche Formen von Arbeit.

Hubarbeit

Um einen Körper der Masse m um eine Höhe h anzuheben, ist eine *Hubarbeit* erforderlich.

$$W_{\text{Hub}} = F \cdot h = F_{\text{G}} \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

AUFGABE 71: Eine Masse von 5 kg wird um 3 m angehoben. Berechnen Sie die erforderliche Hubarbeit?

Beschleunigungsarbeit

Um einen Körper zu beschleunigen ist eine Kraft nötig. Es gilt das zweite Newtonsche Gesetz $F = m \cdot a$. Damit ist klar, dass es auch eine Beschleunigungsarbeit gibt.

$$W_{\text{Bew}} = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(v^2 - v_0^2\right)$$

Dabei ist m die Masse, a die Beschleunigung, s der Weg und v die Geschwindigkeit. Im letzten Schritt haben wir für $a \cdot s$ einen Ausdruck eingesetzt, den wir durch umstellen aus der Formel $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s$ bekommen haben.

AUFGABE 72: Ein Auto mit der Masse von 1500 kg beschleunigt nach der roten Ampel auf 50 km/h. Welche Arbeit muss der Motor dafür leisten?

Verformungsarbeit

In diesem Abschnitt werden wir lernen, wie man die Arbeit für eine nicht konstante Kraft bestimmen kann. Arbeit ist Kraft mal Weg. Ändert sich die Kraft über den Weg, muss man dies berücksichtigen.

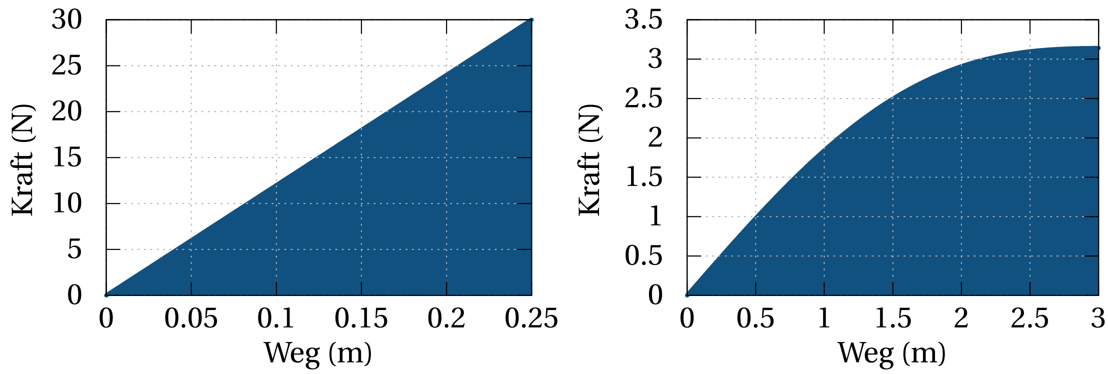


Abbildung 2: Arbeitsdiagramm für eine ideale Feder und für eine reale Feder.

In Abbildung 2 sehen wir zwei verschiedene Arbeitsdiagramme. Das erste Arbeitsdiagramm zeigt die Arbeit zum spannen einer idealen Feder. Die Federkraft ist ein Beispiel für eine nicht konstante Kraft. Wie wir früher schon gesehen haben, gilt für die Federkraft $F_\text{F} = -D \cdot (\Delta x)$. Dabei ist D die Federkonstante und Δx ist die Auslenkung aus der Ruhelage der Feder. Die Federkraft nimmt linear mit der Auslenkung der Feder zu. Das heisst, am Anfang ist relativ wenig Arbeit nötig um die Feder auszulenken. Die Arbeit die nötig ist, um die Feder auszulenken ist die Fläche unter dem Arbeitsdiagramm. Im Fall der idealen Feder, können wir eine Formel dafür angeben.

$$W_\text{Feder} = \frac{1}{2} \cdot F_\text{F} \cdot (\Delta x) = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2$$

Um die Arbeit für das zweite Diagramm zu bestimmen gibt es keine Formel. Es gilt aber immer, dass die Fläche im Arbeitsdiagramm die verrichtete Arbeit repräsentiert. Die Fläche im zweiten Diagramm lässt sich näherungsweise durch auszählen der Kästchen bestimmen.

AUFGABE 73: Um eine Feder um 15 cm auszulenken ist eine Kraft von 5 N nötig. Wie viel Arbeit ist es die Feder auszulenken? Lösung 0,375 J

Musterlösungen

LÖSUNG 1: Der Weg s_1 sollte 3,43 cm lang sein.
Der Weg s_2 beschreibt einen Kreis mit einem Radius von 1 cm. Sollte also 6,28 cm lang sein. Der Weg s_3 beschreibt dreiviertel eine Ellipse mit einem Radius von 1 cm und einem Radius von 3 cm. Dieser Weg sollte etwa 10 cm lang sein.

LÖSUNG 2:

a) Der Umfang am Äquator wäre $4 \cdot 10^7$ m. Das sind $4 \cdot 10^4$ km, also 40 000 km.

b)

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow r = \frac{U}{2 \cdot \pi} = \frac{40\,000\,\text{km}}{2 \cdot \pi} = 6366{,}2\,\text{km}$$

c)

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 1{,}08 \cdot 10^{12}\,\text{km}^3 = 1{,}08 \cdot 10^{21}\,\text{m}^3$$

LÖSUNG 3: Ein Zoll sind 2,54 cm. Damit sind 15,6″ gleich 39,624 cm.

LÖSUNG 4: Ein Inch sind 2,54 cm (so wie ein Zoll). Dann kommen 118 Punkte auf einen Zentimeter. Das bedeutet 13 924 Punkte auf einen Quadratzentimeter.

LÖSUNG 6:

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 7 = 604\,800$$

LÖSUNG 7: Ein Jahr hat etwa 365,25 Tage. Das sind 31 557 600 Sekunden. Damit ist das Universum etwa $1{,}36 \cdot 10^{10}$ Jahre alt. Das sind 13,6 Milliarden Jahre.

LÖSUNG 8:

$$m = 1{,}6\,\text{T} = 1600\,\text{kg} = 1\,600\,000\,\text{g}$$

LÖSUNG 9:

$$\frac{3\,\mu\text{g}}{10\,\text{g}} \cdot 30\,\text{Fr} = \frac{3 \cdot 10^{-9}\,\text{kg}}{10 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}} \cdot 30\,\text{Fr} = 9 \cdot 10^{-6}\,\text{Fr}$$

LÖSUNG 10: 1 Mol dieses Silizium Isotops wiegt 28 g. Also benötigt man $\frac{1000\,\text{g}}{28\,\text{g/mol}} = 35{,}714$ mol dieses Isotops. Das sind $35{,}714\,\text{mol} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1} = 2{,}1500 \cdot 10^{25}$ Atome.

LÖSUNG 13:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18\,\text{km}}{0{,}75\,\text{h}} = 24\,\text{km/h}$$

LÖSUNG 14:

$$\Delta s = \bar{v} \cdot \Delta t = 1\,\mathrm{m/s} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 3600\,\mathrm{m}$$

LÖSUNG 15:

a)

$$\Delta t = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = 500\,\mathrm{s}$$

b)

$$\Delta t = \frac{3{,}84 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = 1{,}28\,\mathrm{s}$$

LÖSUNG 16:

$$\Delta t = 1\,\mathrm{a} = 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 31\,536\,000\,\mathrm{s}$$
$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s} \cdot 31\,536\,000\,\mathrm{s} = 9{,}4608 \cdot 10^{15}\,\mathrm{m}$$

LÖSUNG 17:

a) $v_1 > v_2$ $\quad |v_1| > |v_2|$

b) $v_1 = v_2$ $\quad |v_1| = |v_2|$

c) $v_1 < v_2$ $\quad |v_1| > |v_2|$

d) $v_1 > v_2$ $\quad |v_1| < |v_2|$

LÖSUNG 20:

a)

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t = 2\,\mathrm{m/s^2} \cdot 60\,\mathrm{s} = 120\,\mathrm{m/s}$$

b)

$$\Delta s = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 = 0.5 \cdot 2\,\mathrm{m/s^2} \cdot (60\,\mathrm{s})^2 = 3600\,\mathrm{m}$$

LÖSUNG 21:

$$\Delta v = v_1 - v_0 = 100\,\mathrm{km/h} = 27{,}8\,\mathrm{m/s}$$
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}8\,\mathrm{m/s}}{5\,\mathrm{s}} = 5{,}56\,\mathrm{m/s^2}$$

LÖSUNG 22:

a) Das Auto kommt 100 m weit.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \to \Delta s = v \cdot \Delta s = 33{,}3\,\mathrm{m/s} \cdot 3\,\mathrm{s} = 100\,\mathrm{m}$$

b) Die Beschleunigung ist $-2{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-5{,}5\,\mathrm{m/s}}{2\,\mathrm{s}} = -2{,}8\,\mathrm{m/s}$$

c) Das Auto braucht 5 Sekunden durch den Tunnel.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \to \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{140\,\mathrm{m}}{27{,}8\,\mathrm{m/s}} = 5\,\mathrm{s}$$

LÖSUNG 28:

a)

b) Am höchsten Punkt ist die Geschwindigkeit $v = 0$. Wir können also schreiben

$$0 = v_0 + a \cdot t \to t = -\frac{v_0}{a} = \frac{30\,\mathrm{m/s}}{9.81 m/s^2} = 3{,}06\,\mathrm{s}.$$

c) Dies kann auf drei unterschiedlichen Wegen bestimmt werden.

- $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 30\mathrm{m/s} \cdot 3{,}06\mathrm{s} + 0.5 \cdot (-9{,}81\,\mathrm{m/s^2}) \cdot (3{,}06\mathrm{s})^2 = 91{,}743\mathrm{m} - 45{,}872\mathrm{m} = 45{,}872\,\mathrm{m}$
- $\bar{v} = \frac{1}{2} \cdot (v_0 + v_1) \to s = \bar{v} \cdot t = 15\,\mathrm{m/s} \cdot 3{,}06\,\mathrm{s} = 45{,}872\,\mathrm{m}$
- Oder man bestimmt die Fläche im v-t-Diagramm.

d) Der Ball braucht genauso viel Zeit um von unten nach oben aufzusteigen, wie um von oben nach unter herabzufallen. Wir berechnen nun die Zeit um 50 Meter zu fallen.

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \to t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{100\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}} = 3{,}2\,\mathrm{s}$$

Mit

$$v = v_0 + a \cdot t \to v_0 = -a \cdot t = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 3{,}2\,\mathrm{s} = 31{,}321\,\mathrm{m/s}.$$

Alternativ kann man auch folgendes rechnen:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \to v_0 = \sqrt{v^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta s} = \sqrt{0\,\mathrm{m/s} - 2 \cdot (-9{,}81\,\mathrm{m/s^2}) \cdot 50\,\mathrm{m}} = \\ = \sqrt{981\,\mathrm{m^2/s^2}} = 31{,}321\,\mathrm{m/s}$$

LÖSUNG 29:

a) Zuerst berechnen wir das Fallen des Kaugummi im Schwerefeld der Erde. Es gilt: (v_{0z} die Anfangsgeschwindigkeit in Richtung Boden ist Null.

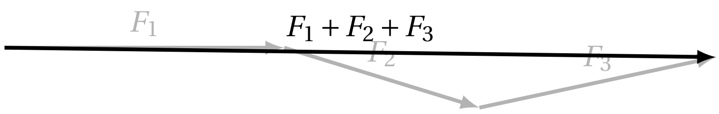
$$s = v_{0z} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}} = 0{,}78\,\mathrm{s}$$

Das Kaugummi hat die gleiche Geschwindigkeit wie der Zug $v_x = 120\mathrm{km/h} = 33{,}3\mathrm{m/s}$.

$$s_x = v_x \cdot t = 33{,}3\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}78\,\mathrm{s} = 26{,}069\,\mathrm{m}$$
$$s_y = v_y \cdot t = 3\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}78\,\mathrm{s} = 2{,}3462\,\mathrm{m}$$

b) Aus Sicht des Spuckers fällt das Kaugummi senkrecht zu Boden.

LÖSUNG 33: Durch verschieben der Vektoren bekommen wir den resultierenden Vektor. Seine Länge und sein Winkel können gemessen werden.



LÖSUNG 37: Die gesamte Masse ist $70\,\mathrm{kg} + 15\,\mathrm{kg} = 85\,\mathrm{kg}$. Mit dem zweiten Newtonschen Gesetz ergibt sich das folgende:

$$F = m \cdot a = 85\,\mathrm{kg} \cdot 2\,\mathrm{m/s} = 170\,\mathrm{N}.$$

LÖSUNG 38: Gegeben: $m = 0{,}1\,\mathrm{kg}$, $v_0 = 3\,\mathrm{m/s}$, $\Delta s = 1{,}25\,\mathrm{m}$.

a)

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot s} = \frac{0\,\mathrm{m/s} - 9\,\mathrm{m/s}}{2 \cdot 1{,}25\,\mathrm{m}} = -3{,}6\,\mathrm{m/s^2}$$

b)

$$F = m \cdot a = 0{,}1\,\mathrm{kg} \cdot (-3{,}6\,\mathrm{m/s^2}) = -0{,}36\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 39: Die beschleunigende Kraft ist $F = m_2 \cdot g$ die zu beschleunigende Masse ist $(m_1 + m_2)$.

$$F = m \cdot a$$
$$m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \rightarrow a = g \cdot \frac{m_2}{m1 + m_2} = 9{,}81 \cdot \frac{2\,\mathrm{kg}}{5\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg}} = 2{,}8\,\mathrm{m/s^2}$$

LÖSUNG 41: Der Körper bewegt sich dann, wenn die horizontal angreifende Zugkraft grösser als die maximale Reibungskraft ist. Die maximale Reibungskraft ergibt sich aus

$$F_\mathrm{R} = \mu \cdot F_\mathrm{N} = 0{,}6 \cdot 0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} = 2{,}94\,\mathrm{N}.$$

Da die maximale Reibunskraft grösser als die Zugkraft ist, bewegt sich der Holzblock nicht.

LÖSUNG 42: Die Normalkraft ist gleich der Gewichtskraft. $F_N = m \cdot g = 75\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} = 735{,}75\,\mathrm{N}$. Die Reibungszahlen entnimmt man einer Tabelle.

a) Haftreibung Stahl auf Eis $\mu = 0.027$ aus Tabelle.

$$F_R = \mu \cdot F_N = 0{,}027 \cdot 735{,}75\,\mathrm{N} = 19{,}865\,\mathrm{N}$$

b) Gleitreibung: Stahl auf Eis $\mu = 0.014$ aus Tabelle.

$$F_R = \mu \cdot F_N = 0{,}014 \cdot 735{,}75\,\mathrm{N} = 10{,}30\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 43: Die maximale Kraft, die auf die Strasse übertragen werden kann ist begrenzt durch die Reibung. Die Reibung ist proportional zur Normalkraft. In der Formelsammlung findet man die Proportionalitätskonstante für dieses Problem. Die Haftreibungszahl ist

---

LÖSUNG 44: Die Zugkraft Z hat Komponenten in x- und z-Richtung.

$$Z_\mathrm{z} = \sin(40°) \cdot Z = 0{,}6428 \cdot 100\,\mathrm{N} = 64{,}28\,\mathrm{N}$$
$$Z_\mathrm{x} = \cos(40°) \cdot Z = 0{,}7660 \cdot 100\,\mathrm{N} = 76{,}60\,\mathrm{N}$$

In z-Richtung bewegt sich der Schlitten nicht. Das heisst, die Summe der Kräfte in z-Richtung ist Null. Damit bekommen wir die Normalkraft.

$$0 = F_\mathrm{N} + Z_z - F_G \rightarrow F_N = F_G - Z_z = m \cdot g - Z_z = 40\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} - 64{,}28\,\mathrm{N} = 328{,}12\,\mathrm{N}$$

Die Reibungskraft ist proportional zur Normalkraft. Haftreibung: $\mu = 0.027$ aus Tabelle.

$$F_\mathrm{R} = \mu \cdot F_\mathrm{N} = 0{,}027 \cdot 328{,}12\,\mathrm{N} = 8{,}86\,\mathrm{N}$$

Gleitreibung: $\mu = 0.014$ aus Tabelle.

$$F_\mathrm{R} = \mu \cdot F_\mathrm{N} = 0{,}014 \cdot 328{,}12\,\mathrm{N} = 4{,}59\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 48:

a) Skizze wie über der Aufgabe.

b) Um Normalkraft und Reibungskraft zu erhalten, muss die Gewichtskraft in eine Komponente senkrecht zur Ebene (Normalkraft) und eine parallel zur Ebene (Reibungskraft) zerlegt werden.

$$F_\mathrm{N} = \cos\alpha F_\mathrm{G}$$

und

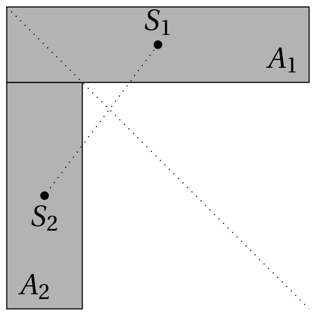
$$F_\mathrm{R} = \sin\alpha F_\mathrm{G}.$$

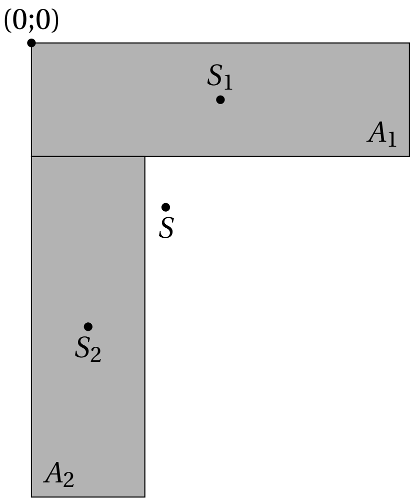
c) Mit der Formel für die Reibungskraft ergibt sich die Haftreibungszahl:

$$F_\mathrm{R} = \mu \cdot F_\mathrm{N} \rightarrow \mu = \frac{F_\mathrm{R}}{F_\mathrm{N}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 0{,}7.$$

LÖSUNG 61: Der Schwerpunkt liegt am Schnittpunkt der zwei gepunkteten Linien.

a)





Den Urspring des Koordinatensystems lege ich an die ober linke Ecke der Gesamtfläche.
Mit dem gewählten Ursprung des Koordinatensystems liegt der Teilschwerpunkt S_1 bei der Koordinate $(2{,}5; -0{,}75)$, S_2 liegt bei $(0{,}75; -3{,}75)$.
Der Schwerpunkt der Gesamtfläche liegt bei

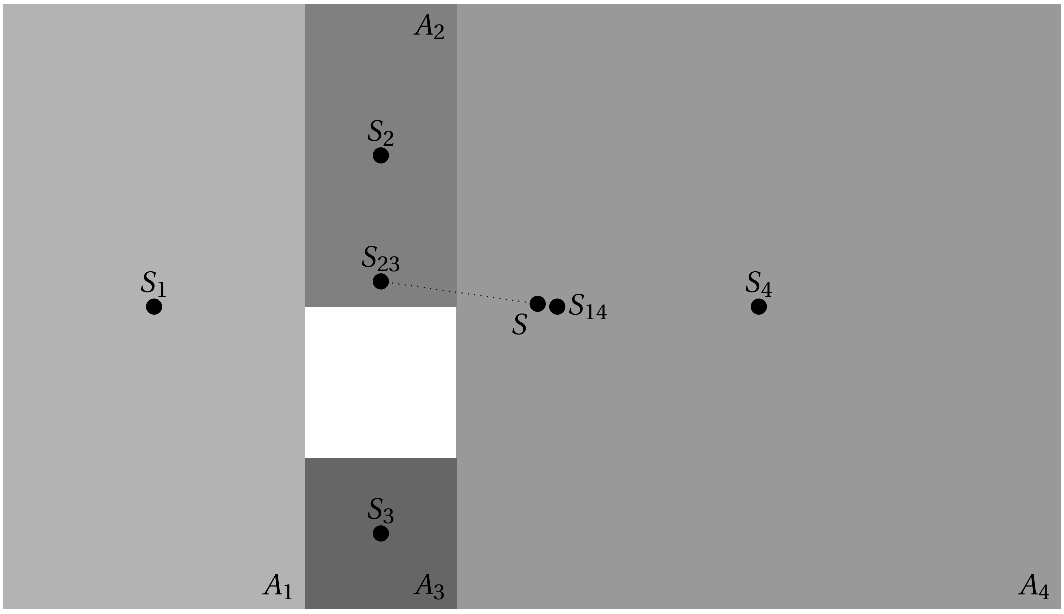
$$r_s = \frac{r_1 \cdot A_1 + r_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} =$$

$$= \frac{\begin{pmatrix} 2.5 \\ -0.75 \end{pmatrix} \cdot 7{,}5\,\mathrm{cm}^2 + \begin{pmatrix} 0.75 \\ -3.75 \end{pmatrix} \cdot 6{,}75\,\mathrm{cm}^2}{14{,}25\,\mathrm{cm}^2} =$$

$$= \frac{\begin{pmatrix} 20.25 \\ -5.625 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5.0625 \\ -25.3125 \end{pmatrix}}{14{,}25\,\mathrm{cm}^2} == \frac{\begin{pmatrix} 25.3125 \\ -30.9375 \end{pmatrix}}{14{,}25\,\mathrm{cm}^2} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1.77632 \\ -2.17105 \end{pmatrix}$$

c)



Die Flächen haben die folgenden Grössen:

- $A_1 = 8\,\text{cm}^2$
- $A_2 = 2\,\text{cm}^2$
- $A_3 = 1\,\text{cm}^2$
- $A_4 = 16\,\text{cm}^2$

Zuerst bestimme ich den gemeinsamen Schwerpunkt der Fläche A_1 und A_4. Der Teilschwerpunkt S_{14} liegt auf der Geraden zwischen den Teilschwerpunkten S_1 und S_4. Der Abstand zum Punkt S_1 ist

$$S_{14} = \frac{A_4}{A_1 + A_4} \cdot d = \frac{16\,\text{cm}^2}{24\,\text{cm}^2} \cdot 4\,\text{cm} = 2{,}667\,\text{cm}$$

Der Teilschwerpunkt S_{23} liegt auf der Geraden zwischen den Teilschwerpunkten S_2 und S_3. Der Abstand zum Punkt S_2 ist

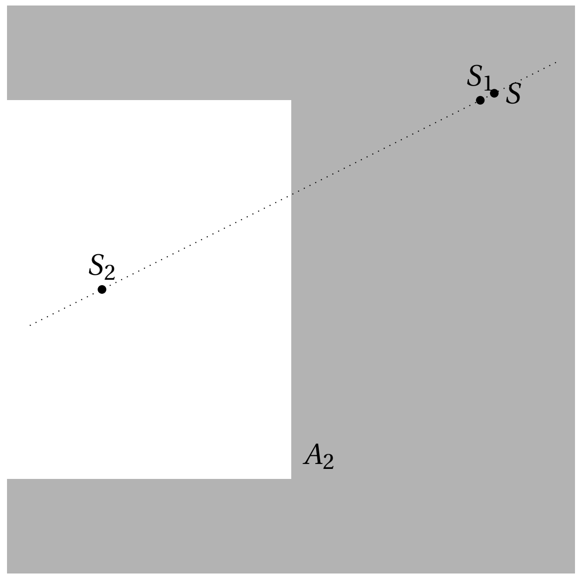
$$S_{23} = \frac{A_3}{A_2 + A_3} \cdot d = \frac{1\,\text{cm}^2}{3\,\text{cm}^2} \cdot 2{,}5\,\text{cm} = 0{,}833\,\text{cm}$$

Der Schwerpunkt S der gesamten Fläche liegt auf der Geraden zwischen den Teilschwerpunkten S_{14} und S_{23}. Der Abstand zum Punkt S_{23} ist

$$S = \frac{A_{14}}{A} = \frac{24\,\text{cm}^2}{27\,\text{cm}^2} = \frac{8}{9}$$

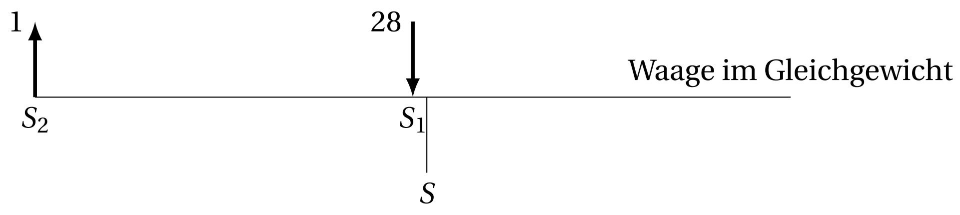
vom Gesamtabstand der Punkte S_{14} und S_{23}.

Man kann die Fläche auch aus zwei Teilflächen zusammensetzen. Das wäre einmal die gesamte Fläche ohne das Loch (diese Fläche wird von der Erde angezogen) und als zweite Fläche das Loch, das aus einem Material besteht, das von der Erde abgestossen wird. Damit vereinfacht sich die Schwerpunktsbestimmung erheblich.

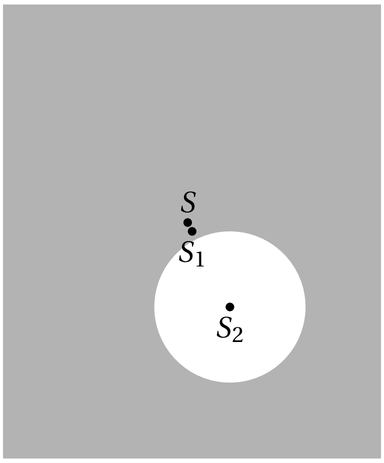


$$S = \frac{A_2}{A_1 + A_2} = \frac{-1\,\text{cm}^2}{27\,\text{cm}^2} = -\frac{1}{27}$$

Der Schwerpunkt der Fläche liegt auf der Geraden, die durch die Teilschwerpunkte S_1 und S_2 verläuft in einem Abstand von 1/27 des Abstandes von S_1 zu S_2 hinter dem Punkt S_1 (vergleiche Zeichnung).



d)



Den Urspring des Koordinatensystems lege ich an die ober linke Ecke der Gesamtfläche.

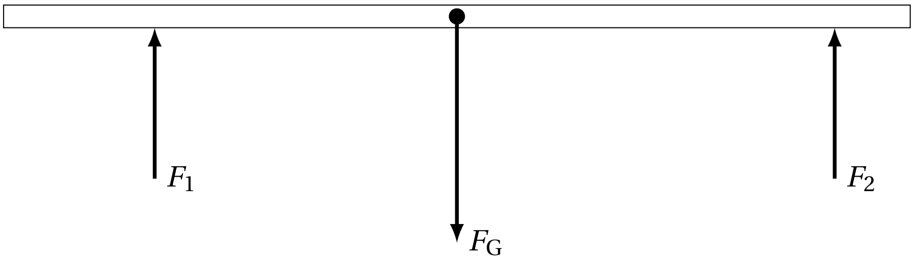
Mit dem gewählten Ursprung des Koordinatensystems liegt der Teilschwerpunkt S_1 (Gesamtfläche ohne Loch) bei der Koordinate $(2{,}5;-3)$, diese Fläche ist $30\,\mathrm{cm}^2$ gross. Der Teilschwerpunkt S_2 (Kreisfläche) liegt bei $(3;-4)$, der Radius dieser Fläche ist $1\,\mathrm{cm}$ gross, damit ist diese Fläche $\pi\,\mathrm{cm}^2$ gross.

Der Schwerpunkt der Gesamtfläche liegt bei

$$\begin{aligned}
r_s &= \frac{r_1 \cdot A_1 + r_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} = \\
&= \frac{\begin{pmatrix} 2.5 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot 30\,\mathrm{cm}^2 + \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot (-3{,}1415\,\mathrm{cm}^2)}{30\,\mathrm{cm}^2 - 3{,}1415\,\mathrm{cm}^2} = \\
&= \frac{\begin{pmatrix} 75 \\ 90 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9.4248 \\ +12.5664 \end{pmatrix}}{26{,}858\,\mathrm{cm}^2} = \\
&= \frac{\begin{pmatrix} 65.575 \\ -77.434 \end{pmatrix}}{26{,}858\,\mathrm{cm}^2} = \\
&= \begin{pmatrix} 2.4415 \\ -2.8830 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

LÖSUNG 62:

a) Die Skizze könnte so aussehen:



b) Als Drehachse wähle ich den Schwerpunkt des Balken. Die zwei Gleichgewichtsbedingungen lauten:

$$F_1 + F_2 - F_G = 0$$

und

$$0 \cdot F_G - 4\,\mathrm{m} \cdot F_1 + 5\,\mathrm{m} \cdot F_2 = 0$$

c) Aus der Bedingung für die Drehmomente lässt sich F_1 in Abhängigkeit von F_2 auflösen.

$$0 \cdot F_G - 4\,\mathrm{m} \cdot F_1 + 5\,\mathrm{m} \cdot F_2 = 0 \rightarrow F_1 = \frac{5}{4} \cdot F_2$$

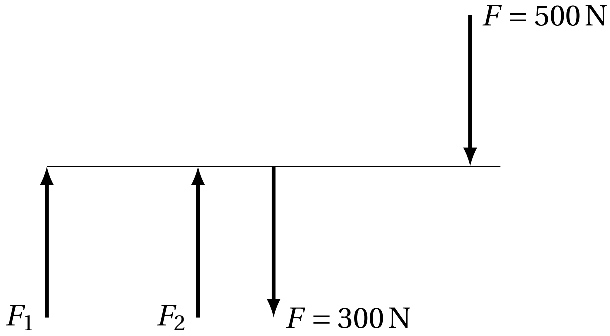
Dies kann man dann in die Kraftbedingung einsetzen und auflösen.

$$F_1 + F_2 - F_G = 0 \rightarrow \frac{5}{4} \cdot F_2 + F_2 - F_G = 0 \rightarrow \frac{9}{4} \cdot F_2 = F_G \rightarrow F_2 = \frac{4}{9} \cdot F_G = \frac{4}{9} \cdot 0{,}6\,\mathrm{kN} = 0{,}2667\,\mathrm{kN}$$

F_1 ist dann 0,333 kN gross.

LÖSUNG 63:

a) Eine Skizze des Sprungbretts mit allen wirkenden Kräften könnte so aussehen.



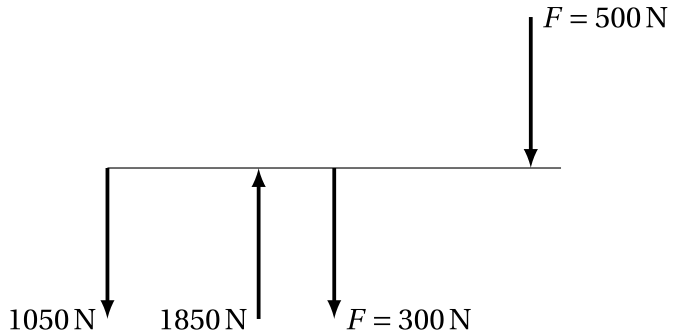
b) Um die Kräfte F_1 und F_2 ermitteln zu können, stellen wir die Summe der Drehmomente auf. Ich wähle als erste Drehachse den Punkt an den die Kraft F_1 angreift.

$$F_2 \cdot 1\,\mathrm{m} - 300\,\mathrm{N} \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} - 500\,\mathrm{N} \cdot 2{,}8\,\mathrm{m} = 0 \rightarrow F_2 = 1850\,\mathrm{N}$$

Um die Kraft F_1 zu bestimmen wähle ich als Drehachse den Punkt an den die Kraft F_2 angreift.

$$-F_1 \cdot 1\,\mathrm{m} - 300\,\mathrm{N} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} - 500\,\mathrm{N} \cdot 1{,}8\,\mathrm{m} = 0 \rightarrow F_1 = -1050\,\mathrm{N}$$

Die Kraft F_1 ist negativ. Das heisst, unsere Annahme F_1 zeigt nach oben ist falsch. F_1 zeigt also nach unten. Abschliessend noch einmal die Kräfteverteilung am Sprungbrett:



LÖSUNG 64:

LÖSUNG 65:

LÖSUNG 66:

LÖSUNG 67:

LÖSUNG 68:

LÖSUNG 69:

a) Die Geschwindigkeit der Kugel kann so bestimmt werden:

$$F_{\text{Res}} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{F_{\text{Res}} \cdot r}{m}} = 24\,\mathrm{m/s}$$

b) Damit ergeben sich 1,82 Umdrehungen pro Sekunde.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{U \cdot n}{\Delta t} \rightarrow n = \frac{v \cdot \Delta t}{U} = 1{,}82\,1/\mathrm{s} = 1{,}82\,\mathrm{Hz}$$

LÖSUNG 71:

$$W_{\text{Hub}} = F_{\text{G}} \cdot s = m \cdot g \cdot s = 5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s}^2 3\,\mathrm{m} = 147{,}15\,\mathrm{J}$$

LÖSUNG 72: Zuerst sollten alle Grössen in den Grundeinheiten vorliegen.

$$v = 50\,\mathrm{km/h} = 13{,}89\,\mathrm{m/s}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0{,}5 \cdot 1500\,\mathrm{kg} \cdot (13{,}89\,\mathrm{m/s})^2 = 144{,}68\,\mathrm{kJ}$$

LÖSUNG 73:

Kraft		Beschreibung	Formel
Gewichtskraft	F_G	Die Kraft, mit der ein Gegenstand (mit einer Masse) von der Erde angezogen wird.	$F_\mathrm{G} = m \cdot g$
Federkraft	F_F	Die Kraft, die von einer Feder gegen ihre Auslenkung aufgebracht wird.	$F_\mathrm{F} = D \cdot y$
Normalkraft	F_N	Die Normalkraft steht senkrecht (normal) auf einer Oberfläche. Liegt ein Gegenstand auf einer waagerechten Oberfläche, so ist die Normalkraft, die die Oberfläche auf den Tisch ausübt gleich gross wie die Gewichtskraft des Gegenstandes (nur ist F_N im Gegensatz zur Gewichtskraft nach oben gerichtet).	
Reibungskraft	F_R	Die Kraft, die einer Bewegung entgegenwirkt. Ein Wiederstand gegen Bewegung.	$F_\mathrm{R} = \mu \cdot F_\mathrm{N}$
Zugkraft	F_Z o. Z	Wenn man an einem Gegenstand zieht, wirkt eine Zugkraft auf den Gegenstand	
Seilkraft		Eine Kraft die entlang eines Seiles wirkt. Eine Seilkraft ist immer eine Zugkraft (da man bei Seilen keine Kraft durch drücken übertragen kann).	

Tabelle 2: Übersicht über verschiedene Kräfte in der Mechanik.

Musterlösungen

LÖSUNG 1: Der Weg s_1 sollte 3,43 cm lang sein.
Der Weg s_2 beschreibt einen Kreis mit einem Radius von 1 cm. Sollte also 6,28 cm lang sein. Der Weg s_3 beschreibt dreiviertel eine Ellipse mit einem Radius von 1 cm und einem Radius von 3 cm. Dieser Weg sollte etwa 10 cm lang sein.

LÖSUNG 2:

a) Der Umfang am Äquator wäre $4 \cdot 10^7$ m. Das sind $4 \cdot 10^4$ km, also 40 000 km.

b)

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow r = \frac{U}{2 \cdot \pi} = \frac{40\,000\,\text{km}}{2 \cdot \pi} = 6366{,}2\,\text{km}$$

c)

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 1{,}08 \cdot 10^{12}\,\text{km}^3 = 1{,}08 \cdot 10^{21}\,\text{m}^3$$

LÖSUNG 3: Ein Zoll sind 2,54 cm. Damit sind 15,6″ gleich 39,624 cm.

LÖSUNG 4: Ein Inch sind 2,54 cm (so wie ein Zoll). Dann kommen 118 Punkte auf einen Zentimeter. Das bedeutet 13 924 Punkte auf einen Quadratzentimeter.

LÖSUNG 6:

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 7 = 604\,800$$

LÖSUNG 7: Ein Jahr hat etwa 365,25 Tage. Das sind 31 557 600 Sekunden. Damit ist das Universum etwa $1{,}36 \cdot 10^{10}$ Jahre alt. Das sind 13,6 Milliarden Jahre.

LÖSUNG 8:

$$m = 1{,}6\,\text{T} = 1600\,\text{kg} = 1\,600\,000\,\text{g}$$

LÖSUNG 9:

$$\frac{3\,\mu\text{g}}{10\,\text{g}} \cdot 30\,\text{Fr} = \frac{3 \cdot 10^{-9}\,\text{kg}}{10 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}} \cdot 30\,\text{Fr} = 9 \cdot 10^{-6}\,\text{Fr}$$

LÖSUNG 10: 1 Mol dieses Silizium Isotops wiegt 28 g. Also benötigt man $\frac{1000\,\text{g}}{28\,\text{g/mol}} = 35{,}714$ mol dieses Isotops. Das sind $35{,}714\,\text{mol} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1} = 2{,}1500 \cdot 10^{25}$ Atome.

LÖSUNG 13:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18\,\text{km}}{0{,}75\,\text{h}} = 24\,\text{km/h}$$

LÖSUNG 14:

$$\Delta s = \bar{v} \cdot \Delta t = 1\,\mathrm{m/s} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 3600\,\mathrm{m}$$

LÖSUNG 15:

a)

$$\Delta t = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = 500\,\mathrm{s}$$

b)

$$\Delta t = \frac{3{,}84 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = 1{,}28\,\mathrm{s}$$

LÖSUNG 16:

$$\Delta t = 1\,\mathrm{a} = 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 31\,536\,000\,\mathrm{s}$$
$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s} \cdot 31\,536\,000\,\mathrm{s} = 9{,}4608 \cdot 10^{15}\,\mathrm{m}$$

LÖSUNG 17:

a) $v_1 > v_2$ $\qquad |v_1| > |v_2|$

b) $v_1 = v_2$ $\qquad |v_1| = |v_2|$

c) $v_1 < v_2$ $\qquad |v_1| > |v_2|$

d) $v_1 > v_2$ $\qquad |v_1| < |v_2|$

LÖSUNG 20:

a)

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t = 2\,\mathrm{m/s^2} \cdot 60\,\mathrm{s} = 120\,\mathrm{m/s}$$

b)

$$\Delta s = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 = 0.5 \cdot 2\,\mathrm{m/s^2} \cdot (60\,\mathrm{s})^2 = 3600\,\mathrm{m}$$

LÖSUNG 21:

$$\Delta v = v_1 - v_0 = 100\,\mathrm{km/h} = 27{,}8\,\mathrm{m/s}$$
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}8\,\mathrm{m/s}}{5\,\mathrm{s}} = 5{,}56\,\mathrm{m/s^2}$$

LÖSUNG 22:

a) Das Auto kommt 100 m weit.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta s = 33{,}3\,\mathrm{m/s} \cdot 3\,\mathrm{s} = 100\,\mathrm{m}$$

b) Die Beschleunigung ist $-2{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-5{,}5\,\mathrm{m/s}}{2\,\mathrm{s}} = -2{,}8\,\mathrm{m/s}$$

c) Das Auto braucht 5 Sekunden durch den Tunnel.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{140\,\mathrm{m}}{27{,}8\,\mathrm{m/s}} = 5\,\mathrm{s}$$

LÖSUNG 28:

a)

b) Am höchsten Punkt ist die Geschwindigkeit $v = 0$. Wir können also schreiben

$$0 = v_0 + a \cdot t \rightarrow t = -\frac{v_0}{a} = \frac{30\,\mathrm{m/s}}{9.81 m/s^2} = 3{,}06\,\mathrm{s}.$$

c) Dies kann auf drei unterschiedlichen Wegen bestimmt werden.

- $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 30\mathrm{m/s} \cdot 3{,}06\mathrm{s} + 0.5 \cdot (-9{,}81\,\mathrm{m/s^2}) \cdot (3{,}06\mathrm{s})^2 = 91{,}743\mathrm{m} - 45{,}872\mathrm{m} = 45{,}872\,\mathrm{m}$
- $\bar{v} = \frac{1}{2} \cdot (v_0 + v_1) \rightarrow s = \bar{v} \cdot t = 15\,\mathrm{m/s} \cdot 3{,}06\,\mathrm{s} = 45{,}872\,\mathrm{m}$
- Oder man bestimmt die Fläche im v-t-Diagramm.

d) Der Ball braucht genauso viel Zeit um von unten nach oben aufzusteigen, wie um von oben nach unter herabzufallen. Wir berechnen nun die Zeit um 50 Meter zu fallen.

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{100\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}} = 3{,}2\,\mathrm{s}$$

Mit

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v_0 = -a \cdot t = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 3{,}2\,\mathrm{s} = 31{,}321\,\mathrm{m/s}.$$

Alternativ kann man auch folgendes rechnen:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \rightarrow v_0 = \sqrt{v^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta s} = \sqrt{0\,\mathrm{m/s} - 2 \cdot (-9{,}81\,\mathrm{m/s^2}) \cdot 50\,\mathrm{m}} = \\ = \sqrt{981\,\mathrm{m^2/s^2}} = 31{,}321\,\mathrm{m/s}$$

LÖSUNG 29:

a) Zuerst berechnen wir das Fallen des Kaugummi im Schwerefeld der Erde. Es gilt: (v_{0z} die Anfangsgeschwindigkeit in Richtung Boden ist Null.

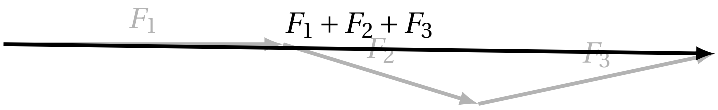
$$s = v_{0z} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}} = 0{,}78\,\mathrm{s}$$

Das Kaugummi hat die gleiche Geschwindigkeit wie der Zug $v_x = 120\mathrm{km/h} = 33{,}3\mathrm{m/s}$.

$$s_x = v_x \cdot t = 33{,}3\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}78\,\mathrm{s} = 26{,}069\,\mathrm{m}$$
$$s_y = v_y \cdot t = 3\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}78\,\mathrm{s} = 2{,}3462\,\mathrm{m}$$

b) Aus Sicht des Spuckers fällt das Kaugummi senkrecht zu Boden.

LÖSUNG 33: Durch verschieben der Vektoren bekommen wir den resultierenden Vektor. Seine Länge und sein Winkel können gemessen werden.



LÖSUNG 37: Die gesamte Masse ist $70\,\mathrm{kg} + 15\,\mathrm{kg} = 85\,\mathrm{kg}$. Mit dem zweiten Newtonschen Gesetz ergibt sich das folgende:

$$F = m \cdot a = 85\,\mathrm{kg} \cdot 2\,\mathrm{m/s} = 170\,\mathrm{N}.$$

LÖSUNG 38: Gegeben: $m = 0{,}1\,\mathrm{kg}$, $v_0 = 3\,\mathrm{m/s}$, $\Delta s = 1{,}25\,\mathrm{m}$.

a)

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot s} = \frac{0\,\mathrm{m/s} - 9\,\mathrm{m/s}}{2 \cdot 1{,}25\,\mathrm{m}} = -3{,}6\,\mathrm{m/s^2}$$

b)

$$F = m \cdot a = 0{,}1\,\mathrm{kg} \cdot (-3{,}6\,\mathrm{m/s^2}) = -0{,}36\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 39: Die beschleunigende Kraft ist $F = m_2 \cdot g$ die zu beschleunigende Masse ist $(m_1 + m_2)$.

$$F = m \cdot a$$
$$m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \rightarrow a = g \cdot \frac{m_2}{m1 + m_2} = 9{,}81 \cdot \frac{2\,\mathrm{kg}}{5\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg}} = 2{,}8\,\mathrm{m/s^2}$$

LÖSUNG 41: Der Körper bewegt sich dann, wenn die horizontal angreifende Zugkraft grösser als die maximale Reibungskraft ist. Die maximale Reibungskraft ergibt sich aus

$$F_\mathrm{R} = \mu \cdot F_\mathrm{N} = 0{,}6 \cdot 0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} = 2{,}94\,\mathrm{N}.$$

Da die maximale Reibunskraft grösser als die Zugkraft ist, bewegt sich der Holzblock nicht.

LÖSUNG 42: Die Normalkraft ist gleich der Gewichtskraft. $F_N = m \cdot g = 75\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} = 735{,}75\,\mathrm{N}$. Die Reibungszahlen entnimmt man einer Tabelle.

a) Haftreibung Stahl auf Eis $\mu = 0.027$ aus Tabelle.

$$F_R = \mu \cdot F_N = 0{,}027 \cdot 735{,}75\,\mathrm{N} = 19{,}865\,\mathrm{N}$$

b) Gleitreibung: Stahl auf Eis $\mu = 0.014$ aus Tabelle.

$$F_R = \mu \cdot F_N = 0{,}014 \cdot 735{,}75\,\mathrm{N} = 10{,}30\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 43: Die maximale Kraft, die auf die Strasse übertragen werden kann ist begrenzt durch die Reibung. Die Reibung ist proportional zur Normalkraft. In der Formelsammlung findet man die Proportionalitätskonstante für dieses Problem. Die Haftreibungszahl ist

---

LÖSUNG 44: Die Zugkraft Z hat Komponenten in x- und z-Richtung.

$$Z_\mathrm{z} = \sin(40°) \cdot Z = 0{,}6428 \cdot 100\,\mathrm{N} = 64{,}28\,\mathrm{N}$$
$$Z_\mathrm{x} = \cos(40°) \cdot Z = 0{,}7660 \cdot 100\,\mathrm{N} = 76{,}60\,\mathrm{N}$$

In z-Richtung bewegt sich der Schlitten nicht. Das heisst, die Summe der Kräfte in z-Richtung ist Null. Damit bekommen wir die Normalkraft.

$$0 = F_\mathrm{N} + Z_z - F_G \rightarrow F_N = F_G - Z_z = m \cdot g - Z_z = 40\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} - 64{,}28\,\mathrm{N} = 328{,}12\,\mathrm{N}$$

Die Reibungskraft ist proportional zur Normalkraft. Haftreibung: $\mu = 0.027$ aus Tabelle.

$$F_\mathrm{R} = \mu \cdot F_\mathrm{N} = 0{,}027 \cdot 328{,}12\,\mathrm{N} = 8{,}86\,\mathrm{N}$$

Gleitreibung: $\mu = 0.014$ aus Tabelle.

$$F_\mathrm{R} = \mu \cdot F_\mathrm{N} = 0{,}014 \cdot 328{,}12\,\mathrm{N} = 4{,}59\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 48:

a) Skizze wie über der Aufgabe.

b) Um Normalkraft und Reibungskraft zu erhalten, muss die Gewichtskraft in eine Komponente senkrecht zur Ebene (Normalkraft) und eine parallel zur Ebene (Reibungskraft) zerlegt werden.

$$F_N = \cos\alpha F_G$$

und

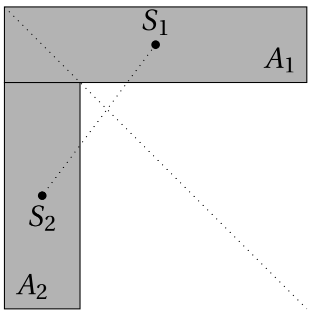
$$F_R = \sin\alpha F_G.$$

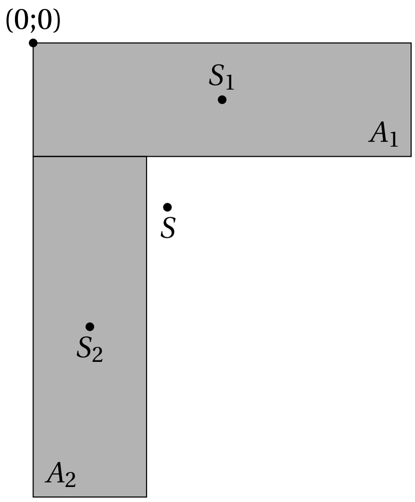
c) Mit der Formel für die Reibungskraft ergibt sich die Haftreibungszahl:

$$F_R = \mu \cdot F_N \to \mu = \frac{F_R}{F_N} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 0{,}7.$$

LÖSUNG 61: Der Schwerpunkt liegt am Schnittpunkt der zwei gepunkteten Linien.

a)





Den Urspring des Koordinatensystems lege ich an die ober linke Ecke der Gesamtfläche.
Mit dem gewählten Ursprung des Koordinatensystems liegt der Teilschwerpunkt S_1 bei der Koordinate $(2{,}5;-0{,}75)$, S_2 liegt bei $(0{,}75;-3{,}75)$.
Der Schwerpunkt der Gesamtfläche liegt bei

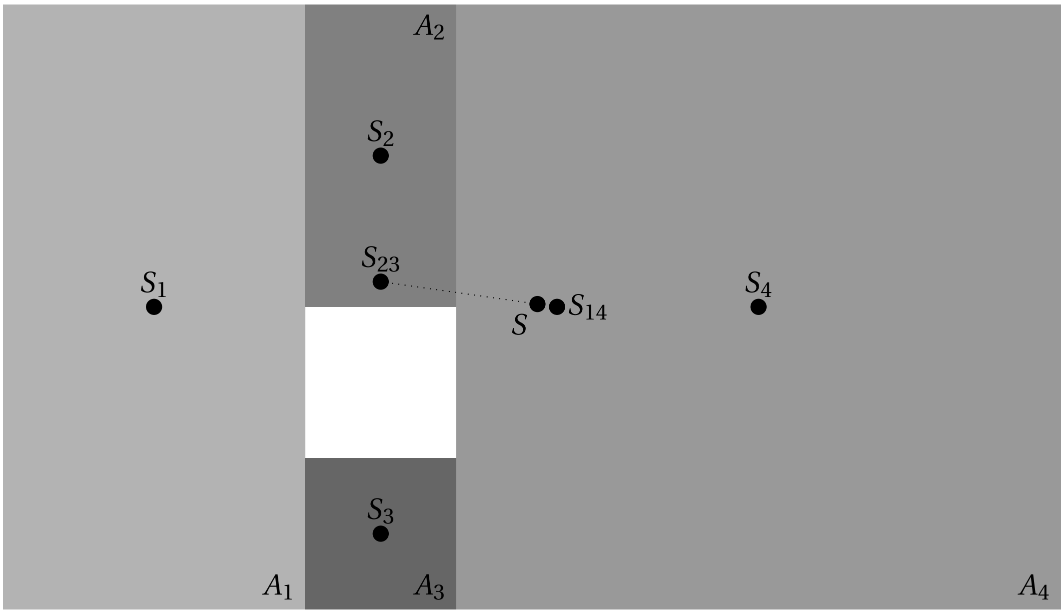
$$r_s = \frac{r_1 \cdot A_1 + r_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} =$$

$$= \frac{\begin{pmatrix} 2.5 \\ -0.75 \end{pmatrix} \cdot 7{,}5\,\mathrm{cm}^2 + \begin{pmatrix} 0.75 \\ -3.75 \end{pmatrix} \cdot 6{,}75\,\mathrm{cm}^2}{14{,}25\,\mathrm{cm}^2} =$$

$$= \frac{\begin{pmatrix} 20.25 \\ -5.625 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5.0625 \\ -25.3125 \end{pmatrix}}{14{,}25\,\mathrm{cm}^2} == \frac{\begin{pmatrix} 25.3125 \\ -30.9375 \end{pmatrix}}{14{,}25\,\mathrm{cm}^2} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1.77632 \\ -2.17105 \end{pmatrix}$$

c)



Die Flächen haben die folgenden Grössen:

- $A_1 = 8\,\text{cm}^2$
- $A_2 = 2\,\text{cm}^2$
- $A_3 = 1\,\text{cm}^2$
- $A_4 = 16\,\text{cm}^2$

Zuerst bestimme ich den gemeinsamen Schwerpunkt der Fläche A_1 und A_4. Der Teilschwerpunkt S_{14} liegt auf der Geraden zwischen den Teilschwerpunkten S_1 und S_4. Der Abstand zum Punkt S_1 ist

$$S_{14} = \frac{A_4}{A_1 + A_4} \cdot d = \frac{16\,\text{cm}^2}{24\,\text{cm}^2} \cdot 4\,\text{cm} = 2{,}667\,\text{cm}$$

Der Teilschwerpunkt S_{23} liegt auf der Geraden zwischen den Teilschwerpunkten S_2 und S_3. Der Abstand zum Punkt S_2 ist

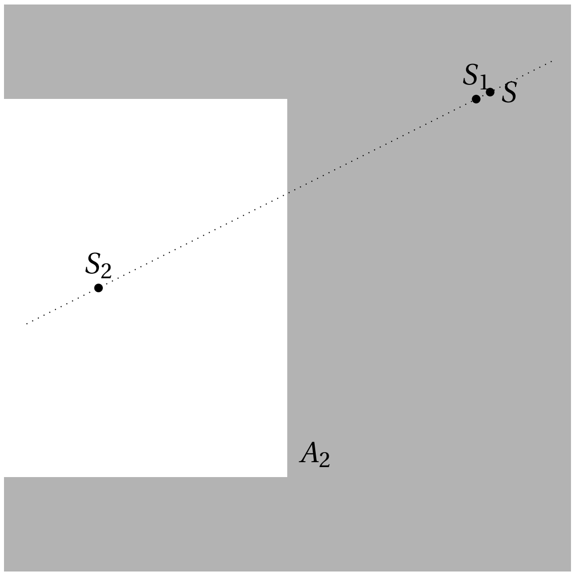
$$S_{23} = \frac{A_3}{A_2 + A_3} \cdot d = \frac{1\,\text{cm}^2}{3\,\text{cm}^2} \cdot 2{,}5\,\text{cm} = 0{,}833\,\text{cm}$$

Der Schwerpunkt S der gesamten Fläche liegt auf der Geraden zwischen den Teilschwerpunkten S_{14} und S_{23}. Der Abstand zum Punkt S_{23} ist

$$S = \frac{A_{14}}{A} = \frac{24\,\text{cm}^2}{27\,\text{cm}^2} = \frac{8}{9}$$

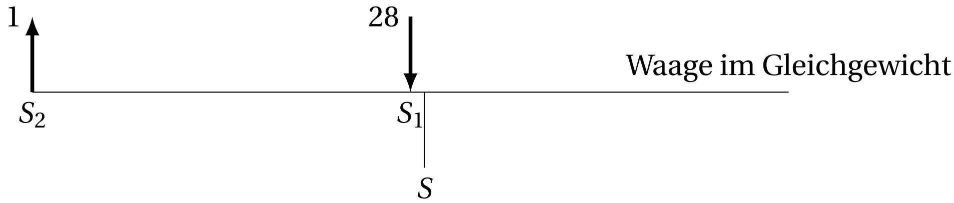
vom Gesamtabstand der Punkte S_{14} und S_{23}.

Man kann die Fläche auch aus zwei Teilflächen zusammensetzen. Das wäre einmal die gesamte Fläche ohne das Loch (diese Fläche wird von der Erde angezogen) und als zweite Fläche das Loch, das aus einem Material besteht, das von der Erde abgestossen wird. Damit vereinfacht sich die Schwerpunktsbestimmung erheblich.

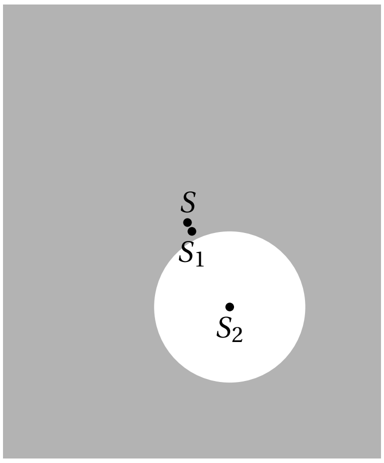


$$S = \frac{A_2}{A_1 + A_2} = \frac{-1\,\mathrm{cm}^2}{27\,\mathrm{cm}^2} = -\frac{1}{27}$$

Der Schwerpunkt der Fläche liegt auf der Geraden, die durch die Teilschwerpunkte S_1 und S_2 verläuft in einem Abstand von $^1/_{27}$ des Abstandes von S_1 zu S_2 hinter dem Punkt S_1 (vergleiche Zeichnung).



d)



Den Urspring des Koordinatensystems lege ich an die ober linke Ecke der Gesamtfläche.

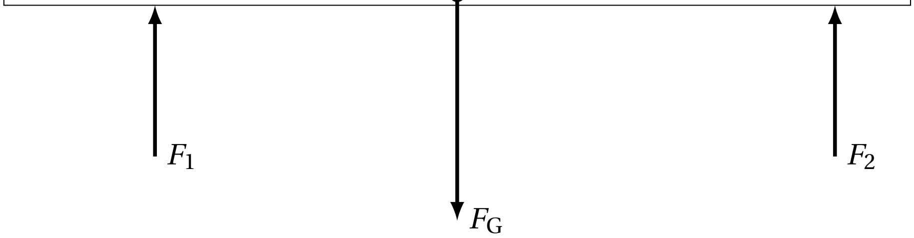
Mit dem gewählten Ursprung des Koordinatensystems liegt der Teilschwerpunkt S_1 (Gesamtfläche ohne Loch) bei der Koordinate $(2{,}5; -3)$, diese Fläche ist $30\,\text{cm}^2$ gross. Der Teilschwerpunkt S_2 (Kreisfläche) liegt bei $(3; -4)$, der Radius dieser Fläche ist $1\,\text{cm}$ gross, damit ist diese Fläche $\pi\,\text{cm}^2$ gross.

Der Schwerpunkt der Gesamtfläche liegt bei

$$
\begin{aligned}
r_s = \frac{r_1 \cdot A_1 + r_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} &= \\
&= \frac{\begin{pmatrix} 2.5 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot 30\,\text{cm}^2 + \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot (-3{,}1415\,\text{cm}^2)}{30\,\text{cm}^2 - 3{,}1415\,\text{cm}^2} = \\
&= \frac{\begin{pmatrix} 75 \\ 90 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9.4248 \\ +12.5664 \end{pmatrix}}{26{,}858\,\text{cm}^2} = \\
&= \frac{\begin{pmatrix} 65.575 \\ -77.434 \end{pmatrix}}{26{,}858\,\text{cm}^2} = \\
&= \begin{pmatrix} 2.4415 \\ -2.8830 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

LÖSUNG 62:

a) Die Skizze könnte so aussehen:



b) Als Drehachse wähle ich den Schwerpunkt des Balken. Die zwei Gleichgewichtsbedingungen lauten:

$$F_1 + F_2 - F_G = 0$$

und

$$0 \cdot F_G - 4\,\mathrm{m} \cdot F_1 + 5\,\mathrm{m} \cdot F_2 = 0$$

c) Aus der Bedingung für die Drehmomente lässt sich F_1 in Abhängigkeit von F_2 auflösen.

$$0 \cdot F_G - 4\,\mathrm{m} \cdot F_1 + 5\,\mathrm{m} \cdot F_2 = 0 \rightarrow F_1 = \frac{5}{4} \cdot F_2$$

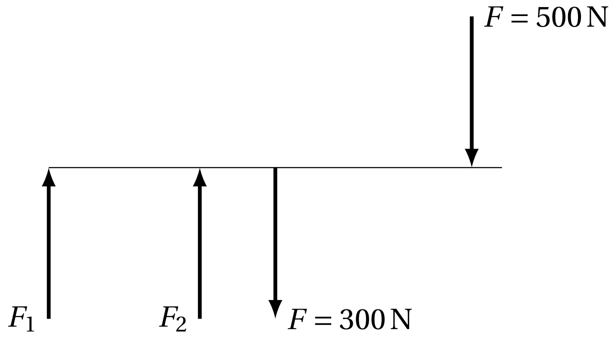
Dies kann man dann in die Kraftbedingung einsetzen und auflösen.

$$F_1 + F_2 - F_G = 0 \rightarrow \frac{5}{4} \cdot F_2 + F_2 - F_G = 0 \rightarrow \frac{9}{4} \cdot F_2 = F_G \rightarrow F_2 = \frac{4}{9} \cdot F_G = \frac{4}{9} \cdot 0{,}6\,\mathrm{kN} = 0{,}2667\,\mathrm{kN}$$

F_1 ist dann $0{,}333\,\mathrm{kN}$ gross.

LÖSUNG 63:

a) Eine Skizze des Sprungbretts mit allen wirkenden Kräften könnte so aussehen.



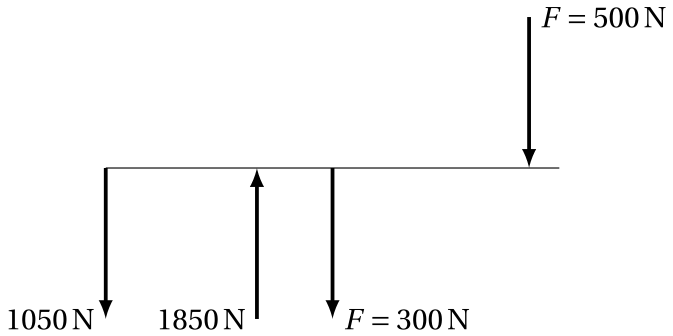
b) Um die Kräfte F_1 und F_2 ermitteln zu können, stellen wir die Summe der Drehmomente auf. Ich wähle als erste Drehachse den Punkt an den die Kraft F_1 angreift.

$$F_2 \cdot 1\,\mathrm{m} - 300\,\mathrm{N} \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} - 500\,\mathrm{N} \cdot 2{,}8\,\mathrm{m} = 0 \rightarrow F_2 = 1850\,\mathrm{N}$$

Um die Kraft F_1 zu bestimmen wähle ich als Drehachse den Punkt an den die Kraft F_2 angreift.

$$-F_1 \cdot 1\,\mathrm{m} - 300\,\mathrm{N} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} - 500\,\mathrm{N} \cdot 1{,}8\,\mathrm{m} = 0 \rightarrow F_1 = -1050\,\mathrm{N}$$

Die Kraft F_1 ist negativ. Das heisst, unsere Annahme F_1 zeigt nach oben ist falsch. F_1 zeigt also nach unten. Abschliessend noch einmal die Kräfteverteilung am Sprungbrett:



LÖSUNG 64:

LÖSUNG 65:

LÖSUNG 66:

LÖSUNG 67:

LÖSUNG 68:

LÖSUNG 69:

a) Die Geschwindigkeit der Kugel kann so bestimmt werden:

$$F_{\mathrm{Res}} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{F_{\mathrm{Res}} \cdot r}{m}} = 24\,\mathrm{m/s}$$

b) Damit ergeben sich 1,82 Umdrehungen pro Sekunde.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{U \cdot n}{\Delta t} \rightarrow n = \frac{v \cdot \Delta t}{U} = 1{,}82\,1/\mathrm{s} = 1{,}82\,\mathrm{Hz}$$

LÖSUNG 71:

$$W_{\mathrm{Hub}} = F_{\mathrm{G}} \cdot s = m \cdot g \cdot s = 5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s}^2 3\,\mathrm{m} = 147{,}15\,\mathrm{J}$$

LÖSUNG 72: Zuerst sollten alle Grössen in den Grundeinheiten vorliegen.

$$v = 50\,\mathrm{km/h} = 13{,}89\,\mathrm{m/s}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0{,}5 \cdot 1500\,\mathrm{kg} \cdot (13{,}89\,\mathrm{m/s})^2 = 144{,}68\,\mathrm{kJ}$$

LÖSUNG 73: