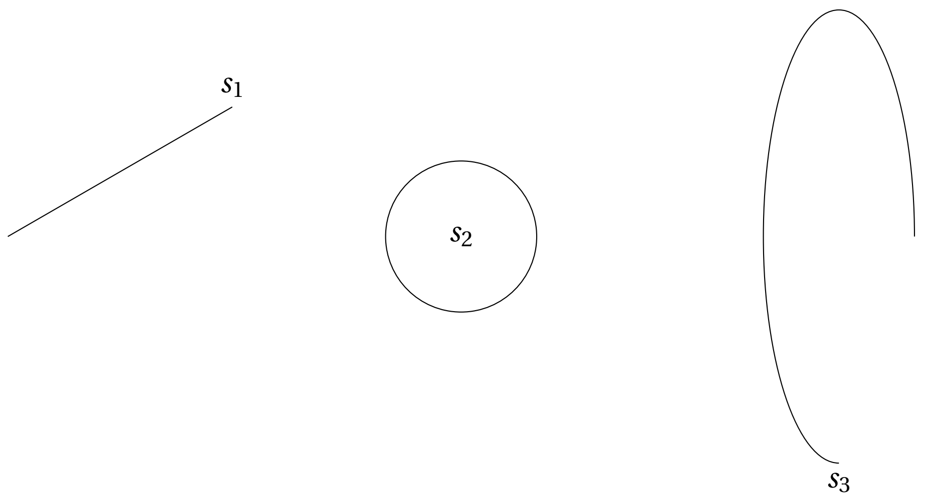
Aufgabensammlung Mechanik

1 Einheiten

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/einheiten01.tex`.

AUFGABE 1: Bestimmen Sie die Länge der Wege s_1, s_2 und s_3.



LÖSUNG 1: Der Weg s_1 sollte 3,43 cm lang sein.
Der Weg s_2 beschreibt einen Kreis mit einem Radius von 1 cm. Sollte also 6,28 cm lang sein. Der Weg s_3 beschreibt dreiviertel eine Ellipse mit einem Radius von 1 cm und einem Radius von 3 cm. Dieser Weg sollte etwa 10 cm lang sein.

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/einheiten02.tex`.

AUFGABE 2: Die ursprüngliche Definition des Meters definiert ihn als das $4 \cdot 10^{-7}$-fache des Erdumfangs am Äquator.

a) Welchen Umfang hat die Erde am Äquator (nach dieser Definition)?

b) Wäre die Erde eine ideale Kugel, wie gross wäre ihr Radius?

c) Welches Volumen hätte die Erde?

LÖSUNG 2:

a) Der Umfang am Äquator wäre $4 \cdot 10^7$ m. Das sind $4 \cdot 10^4$ km, also 40 000 km.

b)

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow r = \frac{U}{2 \cdot \pi} = \frac{40\,000\,\mathrm{km}}{2 \cdot \pi} = 6366{,}2\,\mathrm{km}$$

c)

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 1{,}08 \cdot 10^{12}\,\mathrm{km}^3 = 1{,}08 \cdot 10^{21}\,\mathrm{m}^3$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/einheiten03.tex`.

AUFGABE 3: Ein Bildschirm hat eine Diagonale von 15,6″. Wie vielen Zentimetern entspricht das?

LÖSUNG 3: Ein Zoll sind 2,54 cm. Damit sind 15,6″ gleich 39,624 cm.

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/einheiten04.tex`.

AUFGABE 4: Ein Drucker hat eine Auflösung von 300 dpi (dots per inch). Wie viele Punkte druckt er pro Quadratzentimeter?

LÖSUNG 4: Ein Inch sind 2,54 cm (so wie ein Zoll). Dann kommen 118 Punkte auf einen Zentimeter. Das bedeutet 13 924 Punkte auf einen Quadratzentimeter.

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/einheiten05.tex`.

AUFGABE 5: Wie viele Sekunden hat eine Woche?

LÖSUNG 5:

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 7 = 604\,800$$

AUFGABE 6: Das Universum ist etwa $4{,}3 \cdot 10^{17}$ s alt. Wie viele Jahre sind das?

LÖSUNG 6: Ein Jahr hat etwa 365,25 Tage. Das sind 31 557 600 Sekunden. Damit ist das Universum etwa $1{,}36 \cdot 10^{10}$ Jahre alt. Das sind 13,6 Milliarden Jahre.

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/einheiten06.tex`.

AUFGABE 7: Ein Auto hat ein Gewicht von 1,6 T. Wie viele Gramm sind das?

LÖSUNG 7:

$$m = 1{,}6\,\mathrm{T} = 1600\,\mathrm{kg} = 1\,600\,000\,\mathrm{g}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/einheiten07.tex`.

AUFGABE 8: Eine Tintenpatrone mit 10 g Tinte kostet 30 Fr. Wie viel kostet es einen Buchstaben zu drucken, wenn dafür 3 μg Tinte verbraucht werden.

LÖSUNG 8:

$$\frac{3\,\mu\mathrm{g}}{10\,\mathrm{g}} \cdot 30\,\mathrm{Fr} = \frac{3 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{kg}}{10 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}} \cdot 30\,\mathrm{Fr} = 9 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Fr}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/einheiten08.tex`.

AUFGABE 9: Eine Idee das Kilogramm neu zu definieren, besteht im Abzählen von Atomen. Jedes Atom hat eine bestimmte Masse. Gesucht ist nun die richtige Anzahl eines bestimmten Atomtyps. Wie viele Atome $^{28}_{14}\mathrm{Si}$ (Silizium, mit atomarer Masse 28) benötigt man, für ein Kilogramm?

LÖSUNG 9: 1 Mol dieses Silizium Isotops wiegt 28 g. Also benötigt man $\frac{1000\,\mathrm{g}}{28\,\mathrm{g/mol}} = 35{,}714$ mol dieses Isotops. Das sind $35{,}714\,\mathrm{mol} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1} = 2{,}1500 \cdot 10^{25}$ Atome.

2 Dichte

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/dichte01.tex`.

AUFGABE 10: Ein Würfel mit einer Kantenlänge von 10 cm wiegt 2,7 kg. Aus welchem Material ist der Würfel? Welche Masse hätte der Würfel, wenn er aus Gold wäre?

LÖSUNG 10: $V = 0.1^3 m^3 = 0.001 m^3$ $\rho = m/V = \frac{2{,}7\,\mathrm{kg}}{0{,}001\,\mathrm{m}^3} = 2700\,\mathrm{kg/m}^3$ (Aluminium)
$m = V \cdot \rho = 0{,}001\,\mathrm{m}^3 \cdot 19\,290\,\mathrm{kg/m}^3 = 19{,}29\,\mathrm{kg}$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/dichte02.tex`.

AUFGABE 11: Berechnen Sie die Dichte der Erde. Nehmen Sie an, dass die Erde eine Kugel mit einem Umfang von 40 000 km ist. Die Masse der Erde ist $5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg.

LÖSUNG 11:

$$U_{\text{Kreis}} = 2\pi \cdot R \rightarrow R = \frac{U_{Kreis}}{2 \cdot \pi} = \frac{40 \cdot 10^6\,\text{m}}{2 \cdot \pi} = 6{,}3662 \cdot 10^6\,\text{m}$$

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = 1{,}0808 \cdot 10^{21}\,\text{m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{5{,}974 \cdot 10^{24}\,\text{kg}}{1{,}0808 \cdot 10^{21}\,\text{m}^3} = 5527{,}4\,\text{kg/m}^3 = 5{,}5\,\text{g/cm}^3$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/dichte03.tex`.

AUFGABE 12: Die Dichte der Sonne ist $1{,}4\,\mathrm{g/cm^3}$. Die Masse ist $1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg. Welches Volumen hat die Sonne?.

LÖSUNG 12:

$$\rho = \frac{m}{V} \to V = \frac{m}{\rho} \approx \frac{2 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}}{1400\,\mathrm{kg/m^3}} = 1{,}4286 \cdot 10^{27}\,\mathrm{m^3}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/dichte04.tex`.

AUFGABE 13: Ein Neutronenstern mit der dreifachen Sonnenmasse hat einen Durchmesser von etwa 20 km. Wie gross ist seine Dichte?

LÖSUNG 13:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{3 \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}^3} = 1{,}424 \cdot 10^{18}\,\mathrm{kg/m^3}$$

3 Geschwindigkeit

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/geschwindigkeit01.tex`.

AUFGABE 14: Ein Velofahrer braucht für eine 18 km lange Strecke 45 min. Wie hoch ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit?

LÖSUNG 14:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18\,\mathrm{km}}{0{,}75\,\mathrm{h}} = 24\,\mathrm{km/h}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/geschwindigkeit02.tex`.

AUFGABE 15: Ein Floss treibt mit konstanter Geschwindigkeit auf einem Fluss. Die Fliessgeschwindigkeit des Flusses ist 1 m/s. Wie weit ist das Floss nach einer Stunde gekommen?

LÖSUNG 15:

$$\Delta s = \bar{v} \cdot \Delta t = 1\,\mathrm{m/s} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 3600\,\mathrm{m}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/geschwindigkeit03.tex`.

AUFGABE 16: Wie lange braucht das Licht für die Entfernung von

a) der Sonne zur Erde (der mittlere Abstand ist $1{,}5 \cdot 10^{11}$m),

b) der Erde zum Mond (mittlerer Abstand $3{,}84 \cdot 10^{8}$m)?

LÖSUNG 16:

a)
$$\Delta t = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = 500\,\mathrm{s}$$

b)
$$\Delta t = \frac{3{,}84 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = 1{,}28\,\mathrm{s}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/geschwindigkeit04.tex`.

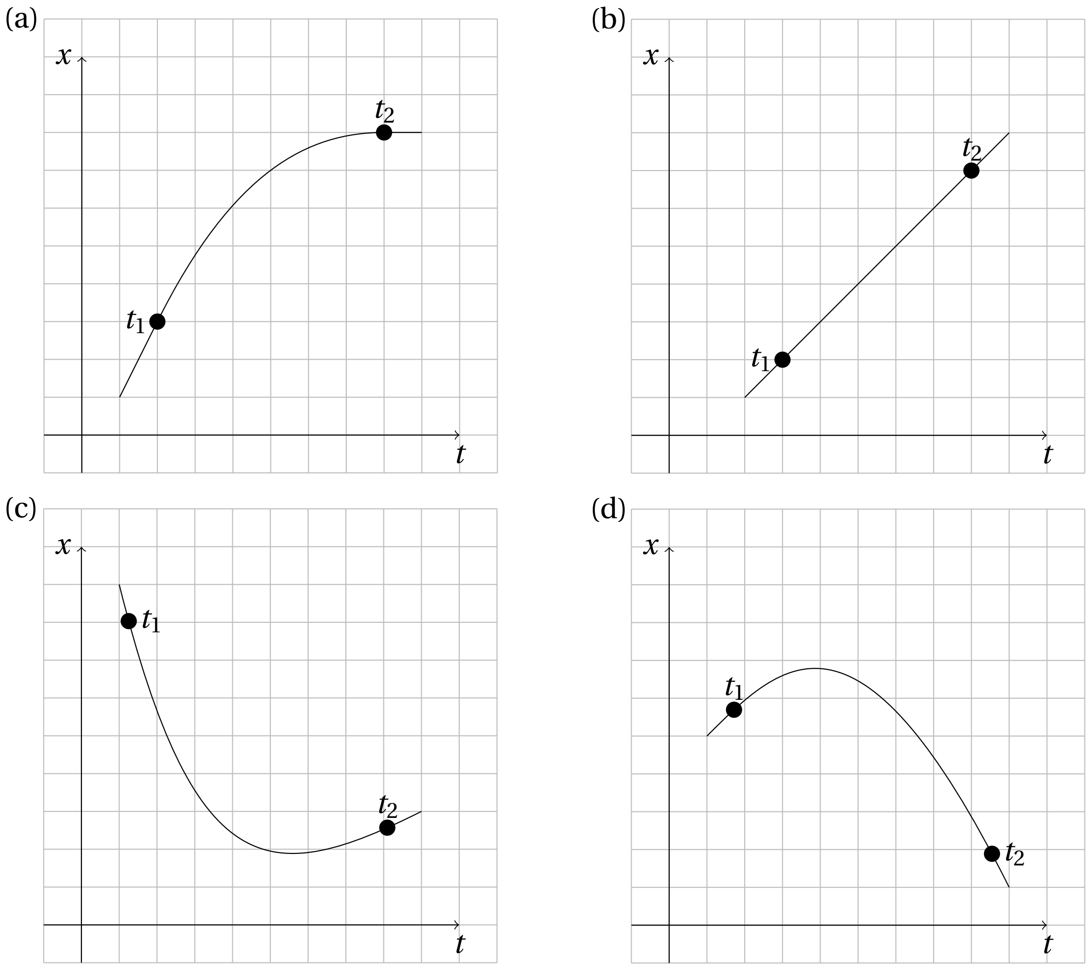
AUFGABE 17: Wie weit ist ein Lichtjahr (ein Lichtjahr ist die Strecke die das Licht in einem Jahr im Vakuum zurücklegt)?

LÖSUNG 17:

$$\Delta t = 1\,\mathrm{a} = 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 31\,536\,000\,\mathrm{s}$$
$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s} \cdot 31\,536\,000\,\mathrm{s} = 9{,}4608 \cdot 10^{15}\,\mathrm{m}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/geschwindigkeit05.tex`.

AUFGABE 18: Geben Sie für die vier folgenden Weg-Zeit-Diagramme an, ob die Geschwindigkeit v_1 zum Zeitpunkt t_1 grösser, kleiner oder gleich der Geschwindigkeit v_2 zum Zeitpunkt t_2 ist.



LÖSUNG 18:

a) $v_1 > v_2 \qquad |v_1| > |v_2|$

b) $v_1 = v_2 \qquad |v_1| = |v_2|$

c) $v_1 < v_2 \qquad |v_1| > |v_2|$

d) $v_1 > v_2 \qquad |v_1| < |v_2|$

4 Beschleunigung

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/beschleunigung01.tex`.

AUFGABE 19: Ein Zug beschleunigt auf einer Hochgeschwindigkeitsstrecke aus dem Stand mit einer Beschleunigung von $2\,\mathrm{m/s^2}$.

a) Welche Geschwindigkeit hat er nach 1 min erreicht?

b) Welche Strecke hat er bis dahin zurückgelegt?

LÖSUNG 19:

a)
$$v = v_0 + a \cdot \Delta t = 2\,\mathrm{m/s^2} \cdot 60\,\mathrm{s} = 120\,\mathrm{m/s}$$

b)
$$\Delta s = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 = 0.5 \cdot 2\,\mathrm{m/s^2} \cdot (60\,\mathrm{s})^2 = 3600\,\mathrm{m}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/beschleunigung02.tex`.

AUFGABE 20: Ein Auto beschleunigt gradlinig gleichförmig in 5s von 0km/h auf 100km/h. Wie gross ist die Beschleunigung?

LÖSUNG 20:

$$\Delta v = v_1 - v_0 = 100\,\mathrm{km/h} = 27{,}8\,\mathrm{m/s}$$
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}8\,\mathrm{m/s}}{5\,\mathrm{s}} = 5{,}56\,\mathrm{m/s^2}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/beschleunigung03.tex`.

AUFGABE 21: Ein Ball wird mit einer Geschwindigkeit von 30 m/s nach oben geworfen, und fällt durch die Fallbeschleunigung wieder zu Boden.

a) Zeichnen Sie den Wurf in ein Beschleunigungs-Zeit-, ein Geschwindigkeits-Zeit- und ein Weg-Zeit-Diagramm.

b) Wie lange braucht der Ball bis zum höchsten Punkt?

c) Wie hoch steigt der Ball insgesamt?

d) Der Ball soll 50 m hoch kommen. Mit welcher Geschwindigkeit v_0 muss er hochgeworfen werden?

LÖSUNG 21:

b) Am höchsten Punkt ist die Geschwindigkeit $v = 0$. Wir können also schreiben $0 = v_0 + a \cdot t \rightarrow t = -\frac{v_0}{a} = \frac{30\,\mathrm{m/s}}{10 m/s^2} = 3\,\mathrm{s}$.

c) Dies kann auf drei unterschiedlichen Wegen bestimmt werden.

- Man bestimmt die Fläche im v-t-Diagramm.
- $\bar{v} = \frac{1}{2} \cdot (v_0 + v_1) \rightarrow s = \bar{v} \cdot t = 15\,\mathrm{m/s} \cdot 3\,\mathrm{s} = 45\,\mathrm{m}$
- Oder $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 30\,\mathrm{m/s} \cdot 3\,\mathrm{s} + 0.5 \cdot (-10\,\mathrm{m/s^2}) \cdot (3\,\mathrm{s})^2 = 90\,\mathrm{m} - 45\,\mathrm{m} = 45\,\mathrm{m}$

d)

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \rightarrow v_0 = \sqrt{v^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta s} = \sqrt{0\,\mathrm{m/s} - 2 \cdot (-10\,\mathrm{m/s^2}) \cdot 50\,\mathrm{m}} =$$
$$= \sqrt{1000\,\mathrm{m^2/s^2}} = 31{,}6\,\mathrm{m/s}$$

5 Bewegung in drei Raumrichtungen

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/bew3d01.tex`.

AUFGABE 22: Ein Kaugummi wird horizontal aus dem Fenster ($h = 3\,\mathrm{m}$) eines fahrenden Zuges ($v_{Zug} = 120\,\mathrm{km/h}$) gespuckt. Die Spuckgeschwindigkeit ist $3\,\mathrm{m/s}$. Wo fällt das Kaugummi zu Boden?

LÖSUNG 22: Zuerst berechnen wir das Fallen des Kaugummi im Schwerefeld der Erde. Es gilt: $s = v_{0z} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$. Horizontal meint $v_0 z = 0$. $\rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m/s^2}}} = 0{,}77\,\mathrm{s}$
Das Kaugummi hat die gleiche Geschwindigkeit wie der Zug $v_x = 120\,\mathrm{km/h} = 33{,}3\,\mathrm{m/s}$.
$\rightarrow s_x = v_x \cdot t = 33{,}3\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}77\,\mathrm{s} = 25{,}7\,\mathrm{m}$. $s_y = v_y \cdot t = 3\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}77\,\mathrm{s} = 2{,}3\,\mathrm{m}$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/bew3d02.tex`.

AUFGABE 23: Ein Wasserstrahl tritt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 30 m/s senkrecht nach oben aus.

a) Wie lange braucht ein Wassertropfen ganz nach oben?

b) Wie hoch kommt der Wassertropfen dabei?

c) Welche Anfangsgeschwindigkeit v_0 braucht der Wasserstrahl damit die Fontäne 100 m hoch ist?

d) Wie lange dauert der Aufstieg dann?

e) Ein konstanter Seitenwind von 1 m/s wirkt auf die Fontäne. Wie gross ist der Ablenkungswinkel?

f) Wie weit weg vom Ursprung der Fontäne kommen die Wassertropfen auf der Wasseroberfläche an?

g) Wie stark muss der Wind wehen, damit die Wassertropfen nach 100 m wieder aufkommen?

h) Wie hoch müsste die Fontäne sein, damit die gleiche Auslenkung (100 m) wie in g) mit einem Seitenwind von 1 m/s erreicht wird?

LÖSUNG 23:

a)

$$v = v_0 - g \cdot t = 0 \rightarrow v_0 = g \cdot t \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{30\,\mathrm{m/s}}{10\,\mathrm{m/s^2}} = 3\,\mathrm{s}$$

b) Entweder mit der Formel $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 30\,\mathrm{m} \cdot 3\,\mathrm{s} - 0{,}5 \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot (3\,\mathrm{s})^2 = 90\,\mathrm{m} - 45\,\mathrm{m} = 45\,\mathrm{m}$
oder man berechnet die Fläche im v-t-Diagramm $s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t = 15\,\mathrm{m/s} \cdot 3\,\mathrm{s} = 45\,\mathrm{m}$.

c) Durch ausprobieren bekommen wir einen Wert zwischen 40 m/s und 50 m/s.
Mit $v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta s = 0\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 \rightarrow v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \delta s \rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta s} = \sqrt{2 \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 100\,\mathrm{m}} = 44{,}72\,\mathrm{m/s}$

d) Wie in Teil a) $\rightarrow t = 4{,}5\,\mathrm{s}$.

e) $s_x = v_x \cdot t = 1\,\mathrm{m/s} \cdot 4{,}5\,\mathrm{s} = 4{,}5\,\mathrm{m}$
$\tan\alpha = \frac{4{,}5\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{m}} = 0{,}045 \rightarrow \alpha = 2{,}6°$

f) $s_x = v_x \cdot t = 1\,\mathrm{m/s} \cdot 2 \cdot 4{,}5\,\mathrm{s} = 9\,\mathrm{m}$

g) $v_x = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100\,\mathrm{m}}{9\,\mathrm{s}} = 11{,}1\,\mathrm{m/s}$

h)

$$t = \frac{\Delta s}{v_x} = \frac{100\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{m/s}} = 100\,\mathrm{s} \to 50\,\mathrm{s}$$

um den höchsten Punkt zu erreichen.
Jetzt wie in a) $v_0 = g \cdot t = 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 50\,\mathrm{s} = 500\,\mathrm{s}$.
Wie in b) $\Delta s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 500\,\mathrm{m/s} \cdot 50\,\mathrm{s} = 25\,000\,\mathrm{m}$.

6 Reibung

Sie finden diese Aufgabe: `./reibung01.tex`.

AUFGABE 24: Geben Sie je ein Beispiel für Gleitreibung, Rollreibung und Haftreibung. Worin besteht der Unterschied zwischen Gleitreibung, Rollreibung und Haftreibung? In welcher Grössenordung ist die Gleitreibungszahl, Rollreibungszahl, Haftreibungszahl? Was bedeutet der Unterschied in den Gleitzahlen?

LÖSUNG 24:

Sie finden diese Aufgabe: `./reibung02.tex`.

AUFGABE 25: Kann die Reibungszahl grösser als 1 sein?Was bedeutet das? Wo könnte so ein Fall auftreten?

LÖSUNG 25:

Sie finden diese Aufgabe: `./reibung03.tex`.

AUFGABE 26: Bremsen in Autos werden mit einem speziellen System, dem ABS (Antiblockiersystem) gesteuert. Drückt der Autofahrer auf sein Bremspedal, sorgt das ABS dafür, dass der Bremsdruck von den Bremsklötzen in rascher Abfolge vermindert wird.

a) Veranschaulichen Sie sich das Bremssystem eines Autos.

b) Warum ist die Nutzung des ABS sinnvoll?

LÖSUNG 26:

Sie finden diese Aufgabe: `./reibung04.tex`.

AUFGABE 27: Ein Auto mit einer Masse von 1,5 T überträgt über die Pneus eine Kraft auf die Strasse. 60 % der Wagenmasse liegen auf der Antriebswelle (und damit auch auf den Antriebsrädern, der Wagen hat kein Allrad).

a) Was passiert, wenn diese Kraft überschritten wird?

b) Wie viel Kraft kann maximal auf die Strasse übertragen werden?

LÖSUNG 27: Die maximale Kraft, die auf die Strasse übertragen werden kann ist begrenzt durch die Reibung. Die Reibung ist proportional zur Normalkraft. In der Formelsammlung findet man die Proportionalitätskonstante für dieses Problem. Die Haftreibungszahl ist

7 Lösen von Statikproblemen mit Hilfe des Drehmomentes

Sie finden diese Aufgabe: `./statik_drehmomente_bruecke01.tex`.

AUFGABE 28: Eine Person (75 kg) geht über einen zehn Meter langen Stahlträger. Der Stahlträger liegt vorne und hinten auf. Nehmen Sie den Stahlträger fürs erste als masselos an.

a) Skizzieren Sie die Situation.

b) Zeichnen Sie einen Kräfteplan.

c) Welche Bedingung muss für die Kräfte gelten?

d) Was gilt für die Drehmomente?

e) Wählen Sie einen der Auflagepunkte als Drehachse und berechnen Sie die Kraft auf den ersten Auflagepunkt wenn der Mensch direkt darauf steht.

f) Wie gross ist die Kraft auf den ersten Auflagepunkt, wenn der Mensch in der Mitte der Brücke steht?

g) Stellen Sie die Kraft auf den ersten Auflagepunkt für beliebige Positionen des Menschen graphisch dar.

h) Berücksichtigen Sie die Masse des Stahlträgers von 150 kg. Wie verläuft die Kraft nun in Abhängigkeit von der Position der Person?

LÖSUNG 28:

Sie finden diese Aufgabe: `./statik_drehmomente_bruecke02.tex`.

AUFGABE 29: Eine Person (75 kg) geht über einen zehn Meter langen Stahlträger. Der Stahlträger liegt vorne und hinten auf. Berechnen Sie die Kraft, die auf den ersten Aufliegepunkt wirkt, während die Person über die Brücke geht. Stellen Sie ihr Ergebnis graphisch dar.

a) Nehmen Sie zuerst an, der Stahlträger sei masselos.

b) Berücksichtigen Sie die Masse des Stahlträgers von 150 kg.

LÖSUNG 29:

8 Kreisbewegungen

Sie finden diese Aufgabe: `./kreisbewegung01.tex`.

AUFGABE 30:

a) Um einen Körper auf eine Kreisbahn zu zwingen benötigt man eine Kraft. Erklären Sie dies.

b) In welche Richtung zeigt diese Kraft?

c) Von welchen Grössen hängt diese Kraft ab?

d) Wie gross ist die Kraft?

LÖSUNG 30:

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/kreisbewegung_eimer.tex`.

AUFGABE 31:

Haben Sie schon einmal einen mit Wasser gefüllten Eimer vertikal über den Kopf schwingen lassen? Schwingt man den Eimer schnell genug, dann wird man dabei nicht nass.

a) Machen Sie eine Skizze der Situation in der der Eimer an der untersten bzw. obersten Position ist und zeichnen Sie die wirkenden Kräfte ein.

b) Mit welcher Geschwindigkeit müssen Sie den Eimer mindestens schwingen, damit kein Wasser raus läuft? Nehmen Sie einen Radius von einem Meter an. KLösung v=3,2m/s

LÖSUNG 31:

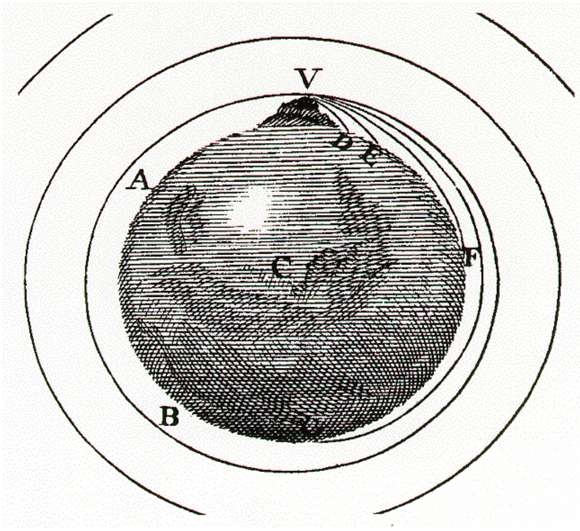
Sie finden diese Aufgabe: `\dir/kreisbewegung_reibung.tex`.

AUFGABE 32: Ein Auto fährt auf einem Kreis mit 25 m Radius. Die Haftreibungszahl von Pneu auf Strasse sei 0,85. Wie schnell kann das Auto maximal fahren bevor es mit rutschen anfängt? KLösung 14,4 m/s

LÖSUNG 32:

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/kreisbewegung_kanone.tex`.

AUFGABE 33: Das ersten Newtonsche Gesetz besagt, dass die gleichmässig gleichförmige Geschwindigkeit der natürliche Bewegungszustand jedes Körpers ist. Ohne äussere Kräfte ändert sich die Geschwindigkeit eines Körpers nicht. Schon Newton erkannte das Prinzip. Nehmen Sie an, Sie stehen auf einem 8000 m hohen Berg, und schiessen mit einer Kanone. Welche Geschwindigkeit brauch die Kanonenkugel, um einmal um die Erde zu kommen. Jede Art von Reibung soll vernachlässigt werden.



LÖSUNG 33:

Sie finden diese Aufgabe: `./hammerwurf.tex`.

AUFGABE 34: Beim Hammerwurf schwingen Sie eine Metallkugel an einem Drahtseil im Kreis. Die Metallkugel wiegt 7,26 kg. Das Drahtseil ist 2,10 m lang.

a) Wie hoch ist die Geschwindigkeit der Kugel wenn die Horizontalkomponente der Seilkraft 2000 N beträgt?

b) Wie viele Umbrehungen machen Sie in der Sekunde bei dieser Geschwindigkeit?

KLösung a) $v = 24\,\mathrm{m/s}$, b) 1,82 Hz

LÖSUNG 34:

a) Die Geschwindigkeit der Kugel kann so bestimmt werden:

$$F_{\mathrm{Res}} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{F_{\mathrm{Res}} \cdot r}{m}} = 24\,\mathrm{m/s}$$

b) Damit ergeben sich 1,82 Umdrehungen pro Sekunde.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{U \cdot n}{\Delta t} \rightarrow n = \frac{v \cdot \Delta t}{U} = 1{,}82\,1/\mathrm{s} = 1{,}82\,\mathrm{Hz}$$

9 Arbeit und Energie

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/arbeit_schrank.tex`.

AUFGABE 35: Ein Schrank (50 kg) soll um zwei Meter verrückt werden. Die Gleitreibungszahl ist 0,3.

a) Machen Sie eine Skizze und zeichnen Sie die wirkenden Kräfte ein.

b) Wie viel Arbeit ist das verrücken des Schrankes?

c) Sie benutzen zum Verrücken einen Rollwagen. Die Rollreibungszahl sei 0,05. Müssen Sie mehr oder weniger arbeiten als bei a)?

d) Wie viel Arbeit ist nötig für das Verrücken unter b)?

KLösung b) 294,3 J, d) 49 J

LÖSUNG 35:

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/arbeit_schlitten.tex`.

AUFGABE 36: Eine Person zieht einen Schlitten unter einem Winkel von $\alpha = 30°$ mit einer Kraft von $F = 30\,\mathrm{N}$. Wie gross ist die verrichtete Arbeit nach einem Weg von 50 m. KLösung 1299 J

LÖSUNG 36:

$$W = 30\,\mathrm{N} \cdot \cos 30° \cdot 50\,\mathrm{m} = 25{,}981\,\mathrm{N} \cdot 50\,\mathrm{m} = 1299{,}0\,\mathrm{J}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/arbeit_hub.tex`.

AUFGABE 37: Eine Masse von 5 kg wird um 3 m angehoben.

a) Berechnen Sie die erforderliche Hubarbeit?

b) Um wie viel hat sich die potentielle Energie der Masse vergrössert?

KLösung a) 147,15 J, b) 147,15 J

LÖSUNG 37:

a)

$$W_{\mathrm{Hub}} = F_{\mathrm{G}} \cdot s = m \cdot g \cdot s = 5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} 3\,\mathrm{m} = 147{,}15\,\mathrm{J}$$

b)

$$E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h = 5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} 3\,\mathrm{m} = 147{,}15\,\mathrm{J}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/Ekin_auto.tex`.

AUFGABE 38: Ein Auto mit der Masse von 1500 kg fährt mit 50 km/h durch die Stadt. Wie gross ist die kinetische Energie des Wagens? KLösung 144,68 kJ

LÖSUNG 38: Zuerst sollten alle Grössen in den Grundeinheiten vorliegen.

$$v = 50\,\mathrm{km/h} = 13{,}89\,\mathrm{m/s}$$

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0{,}5 \cdot 1500\,\mathrm{kg} \cdot (13{,}89\,\mathrm{m/s})^2 = 144{,}68\,\mathrm{kJ}$$

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/arbeit_feder01.tex`.

AUFGABE 39: Um eine Feder um 15 cm auszulenken ist eine Kraft von 5 N nötig. Wie viel Arbeit ist es die Feder auszulenken? KLösung 0,375 J

LÖSUNG 39:

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/arbeit_feder02.tex`.

AUFGABE 40: Eine Feder mit einer Federkonstanten von 100 N/m wird um 25 cm ausgelenkt. Wie viel Arbeit ist dazu nötig? KLösung 3,125 J

LÖSUNG 40:

Sie finden diese Aufgabe: `\dir/arbeit_feder03.tex`.

AUFGABE 41:

a) Wie viel Arbeit ist es die reale Feder aus Abbildung **??** um einen Meter auszulenken?

b) Wie viel Energie ist in der Feder gespeichert, wenn sie zwei Meter ausgelenkt ist?

KLösung a) etwa 1 J, b) etwa 3,5 J

LÖSUNG 41:

10 Energieerhaltung

Sie finden diese Aufgabe: `./energieerhaltung_kugelbahn.tex`.

AUFGABE 42: Galileo Galilei (* 1564 in Pisa, † 1641 in Arcetri bei Florenz) untersuchte das Fallen von Körpern und fand dabei als erster das Fallgesetz. Zu seiner Zeit gab es noch keine Uhren, die Bruchteile von Sekunden messen konnten, daher war er darauf angewiesen, dass Fallen stark zu verlangsamen um den Zusammenhang von Weg und Zeit beim Fallen von Körpern trotzdem messen zu können. Um dies zu erreichen, benutzte er eine schiefe Ebene um die Beschleunigung zu verringern. Für die schiefe Ebene hängt die Beschleunigung vom Steigungswinkel ab. Bei kleinen Steigungen, ist die Beschleunigung klein, im Grenzfall eines Winkels von 90° erhält man die Fallbeschleunigung. Benutzten Sie die Energieerhaltung (dieses praktische Konzept kannte Galilei noch nicht), um die Beschleunigung in Abhängigkeit vom Steigungswinkel zu bestimmen.

a) Machen Sie eine Skizze des Versuchsaufbaus. *Zeichnerisch K1*

b) Finden Sie eine Formel für die potentielle Energie, die vom Steigungswinkel abhängt. *Formale Herleitung K1*

c) Berechnen Sie für verschiedene Steigungswinkel (15°, 45 , °, 75° und 90°) die Endgeschwindigkeit eines Schlittens, der 1,5 m auf einer schiefen Ebene gleitet. *Berechnung mit numerischem Resultat K2*

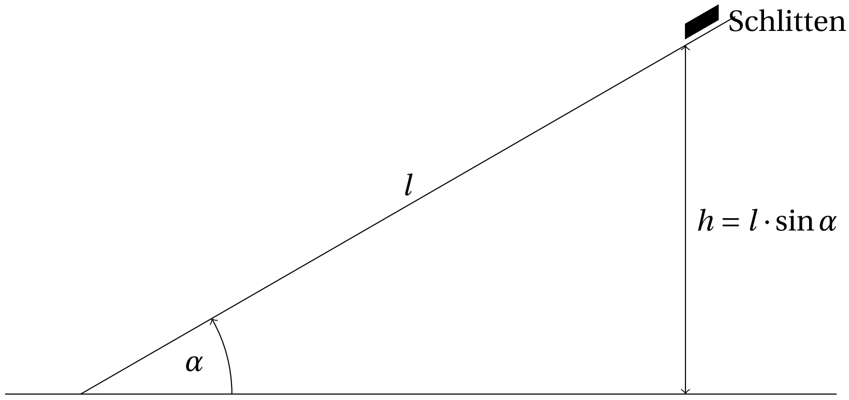
d) Wie stark wurde der Schlitten für die oben genannten Winkel beschleunigt? Tragen Sie die Werte in ein Diagramm ein. Stellen Sie eine allgemeine Formel für die Beschleunigung in Abhängigkeit vom Steigungswinkel auf. *Berechnung mit numerischem Resultat K2*

Galilei nutzt anstatt eines Schlittens eine Kugeln, die er die schiefe Ebene runter rollen liess. Er ignorierte dabei, dass die Kugel rollend die schiefe Ebene herunterkommt. Dadurch kam er auf einen falschen Wert für die Fallbeschleunigung. Benutzt man eine Kugel, ist die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = {}^7\!/_{10} \cdot m \cdot v^2$.

e) Auf welchen Wert für die Fallbeschleunigung ist Galilei mit einer Messingkugel gekommen? *Berechnung mit numerischem Resultat K2*

LÖSUNG 42:

a) Eine Skizze könnte so aussehen:



b) Für die potentielle Energie gilt:

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot l \cdot \sin\alpha.$$

c) Es gilt die Energieerhaltung. Das heisst, die Gesamtenergie bleibt konstant, während der Schlitten die Ebene herunterrutscht. Die potentielle Energie, die der Schlitten oben mehr hat, wandelt sich beim runterrutschen in kinetische Energie um. Oben war die kinetische Energie Null, damit ist sie unten gleich der potentiellen Energie oben.

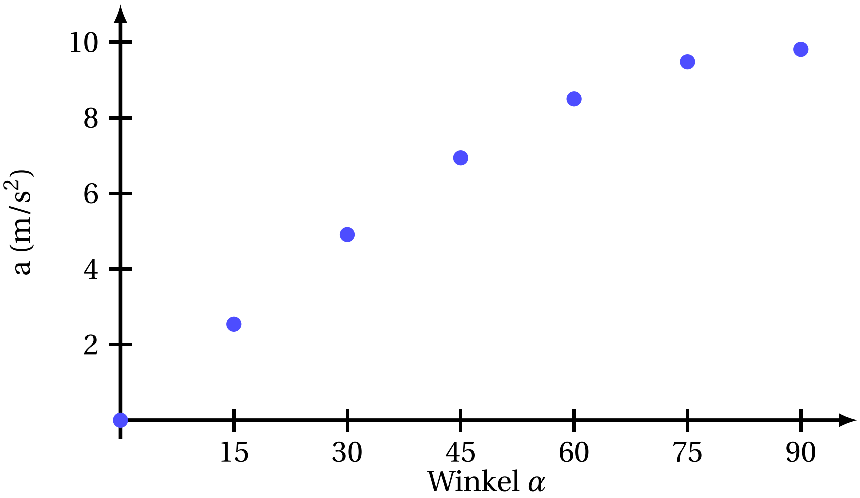
$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$$
$$m \cdot g \cdot l \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot \sin\alpha}.$$

Damit erhält man für 15° eine Geschwindigkeit von 2,76 m/s, für 45° eine Geschwindigkeit von 4,56 m/s, für 75° eine Geschwindigkeit von 5,33 m/s und für 90° eine Geschwindigkeit von 5,42 m/s.

d) Für diesen Aufgabenteil kann eine Formel aus der Kinematik verwendet werden:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta s}.$$

Damit bekommen wir Werte für die Beschleunigung. Bei einem Winkel von 15° ist die Beschleunigung 2,54 m/s^2, bei einem Winkel von 45° ist die Beschleunigung 6,94 m/s^2, bei einem Winkel von 75° ist die Beschleunigung 9,48 m/s^2 und bei einem Winkel von 90° ist die Beschleunigung 9,81 m/s^2.



Setzt man die Formel für die Geschindigkeit (haben wir in Aufgabenteil c) erhalten) in die obige Formel ein, bekommen wir eine allgemeine Formel für die Beschleunigung an der schiefen Ebene

$$a = \sin\alpha \cdot g.$$

e) Wiederholt man die Rechnung, und setzt dabei die kinetische Energie einer Kugel ein, so erhält man die folgend winkelabhängige Beschleunigung

$$a = \frac{5}{7} \cdot g \cdot \sin\alpha.$$

Galilei muss also etwa $7\,\mathrm{m/s^2}$ für die Fallbeschleunigung erhalten haben.