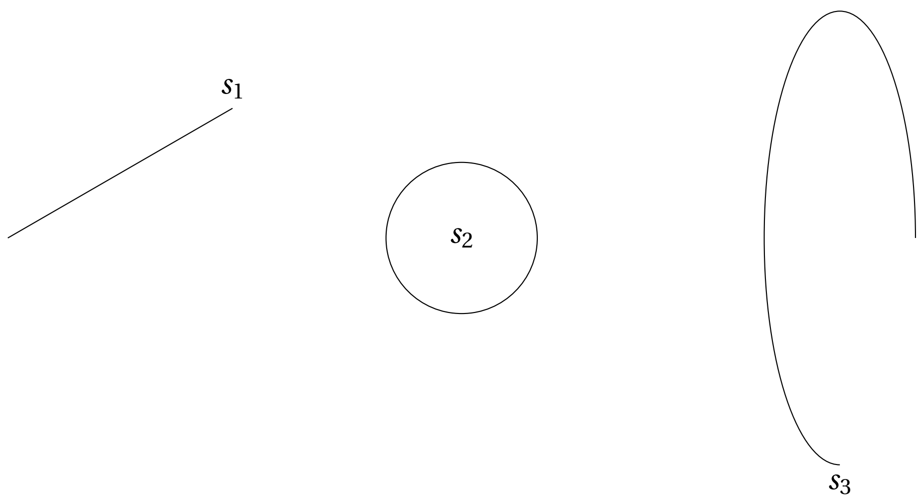
Mechanik

1 Grössen und Einheiten

1.1 Weg

Eine sehr wichtige Grösse in der gesamten Physik ist der Weg. Um die Länge eines Weges zu bestimmen muss man ihn messen. Messen bedeutet vergleichen mit einer Einheit. Das Formelzeichen für den Weg ist s. Die Grundeinheit (SI-Einheit, von französisch Système international d'unités) des Weges ist der Meter. Abgekürzt wird die Einheit mit m. Die Einheit einer physikalischen Grösse schreibt man in eckigen Klammern, also $[s] = \mathrm{m}$.

AUFGABE 1: Bestimmen Sie die Länge der Wege s_1, s_2 und s_3.



AUFGABE 2: Die ursprüngliche Definition des Meters definiert ihn als das $4 \cdot 10^{-7}$-fache des Erdumfangs am Äquator.

a) Welchen Umfang hat die Erde am Äquator (nach dieser Definition)?

b) Wäre die Erde eine ideale Kugel, wie gross wäre ihr Radius?

c) Welches Volumen hätte die Erde?

AUFGABE 3: Ein Bildschirm hat eine Diagonale von $15{,}6''$. Wie vielen Zentimetern entspricht das?

AUFGABE 4: Ein Drucker hat eine Auflösung von 300 dpi (dots per inch). Wie viele Punkte druckt er pro Quadratzentimeter?

1.2 Zeit

Um die Zeit t zu messen, orientiert sich die Menschheit schon seit Jahrtausenden an den Gestirnen. Winter- und Sommersonnenwenden wurden schon in der Steinzeit gefeiert. Das Messgerät zur Zeitmessung ist die Uhr. Die SI-Einheit der Zeit ist die Sekunde (s). Traditionell ist die Sekunde der 86 400-ste Teil ($24 \cdot 60 \cdot 60$) eines Tages. Seit 1967 wird die Sekunde über eine atomare Anregung definiert. Daher auch der Name Atomuhr.

AUFGABE 5: Wie viele Sekunden hat eine Woche?

AUFGABE 6: Das Universum ist etwa $4{,}3 \cdot 10^{17}$ s alt. Wie viele Jahre sind das?

1.3 Masse

Eine weitere häufig gebrauchte Grösse ist die Masse m. Ihre SI-Einheit ist das Kilogramm (kg). Anders als bei den anderen Einheiten, hat das Kilogramm noch keine moderne, ausschliesslich auf Naturkonstanten basierende Definition. Das Urkilogramm besteht aus einer Platin-Iridium-Legierung und wird in Paris verwahrt.

AUFGABE 7: Ein Auto hat ein Gewicht von 1,6 T. Wie viele Gramm sind das?

AUFGABE 8: Eine Tintenpatrone mit 10 g Tinte kostet 30 Fr. Wie viel kostet es einen Buchstaben zu drucken, wenn dafür 3 μg Tinte verbraucht werden.

AUFGABE 9: Eine Idee das Kilogramm neu zu definieren, besteht im Abzählen von Atomen. Jedes Atom hat eine bestimmte Masse. Gesucht ist nun die richtige Anzahl eines bestimmten Atomtyps. Wie viele Atome ${}^{28}_{14}\mathrm{Si}$ (Silizium, mit atomarer Masse 28) benötigt man, für ein Kilogramm?

Gold	19290	Sandstein	2400	Ethanol	789
Quecksilber	13546	Glas	2500	Diesel	830
Aluminium	2700	Diamant	3510	Olivenöl	910
Wasser (0 °C)	1000	Silber	10490	Meerwasser	1025
Eis (0 °C)	917	Uran	19050	Milch	1030
Holz (Kiefer)	520	Platin	21450	Helium (0 °C)	0,1785
Luft	1.2041	Blei	11340	Wasserstoff (0 °C)	0,0899

Tabelle 1: Dichte verschiedener Materialien in ($\mathrm{kg/m^3}$).

2 Die Dichte

Die Dichte (ρ) ist das Verhältnis zwischen Masse (m) und Volumen (V).

$$\boxed{\rho = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}} = \frac{m}{V}, \quad \text{Einheit:}[\rho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}}$$

Die Dichte ist eine Materialkonstante und kann zur Unterscheidung verschiedener Materialien verwendet werden. Sie ist unabhängig von Form und Grösse des Gegenstands. Die Dichte von Festkörpern ist grösser als die Dichte von Gasen. In Tabelle 1 sind die Dichten einiger Materialien angegeben.

AUFGABE 10: Ein Würfel mit einer Kantenlänge von 10 cm wiegt 2,7 kg. Aus welchem Material ist der Würfel? Welche Masse hätte der Würfel, wenn er aus Gold wäre?

AUFGABE 11: Berechnen Sie die Dichte der Erde. Nehmen Sie an, dass die Erde eine Kugel mit einem Umfang von 40 000 km ist. Die Masse der Erde ist $5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg.

AUFGABE 12: Die Dichte der Sonne ist $1{,}4\ \mathrm{g/cm^3}$. Die Masse ist $1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg. Welches Volumen hat die Sonne?.

AUFGABE 13: Ein Neutronenstern mit der dreifachen Sonnenmasse hat einen Durchmesser von etwa 20 km. Wie gross ist seine Dichte?

3 Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit ist eine abgeleitete Grösse. Sie gibt an, wie viel Weg Δs in einem Zeitintervall Δt zurückgelegt werden. Wenn sich weder Betrag noch Richtung der Geschwindigkeit ändern, so spricht man von einer *gradlinig gleichförmig* Geschwindigkeit.

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} \quad \text{oder} \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$
$$\text{Einheit}: [v] = \frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Mit dem Strich über dem $\bar{v}$ wird angedeutet, dass eine durchschnittliche Geschwindigkeit gemeint ist. Diese kann von der *Momentangeschwindigkeit* abweichen, wenn das bewegte Teilchen beschleunigt wird.

AUFGABE 14: Ein Velofahrer braucht für eine 18 km lange Strecke 45 min. Wie hoch ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit?

AUFGABE 15: Ein Floss treibt mit konstanter Geschwindigkeit auf einem Fluss. Die Fliessgeschwindigkeit des Flusses ist 1 m/s. Wie weit ist das Floss nach einer Stunde gekommen?

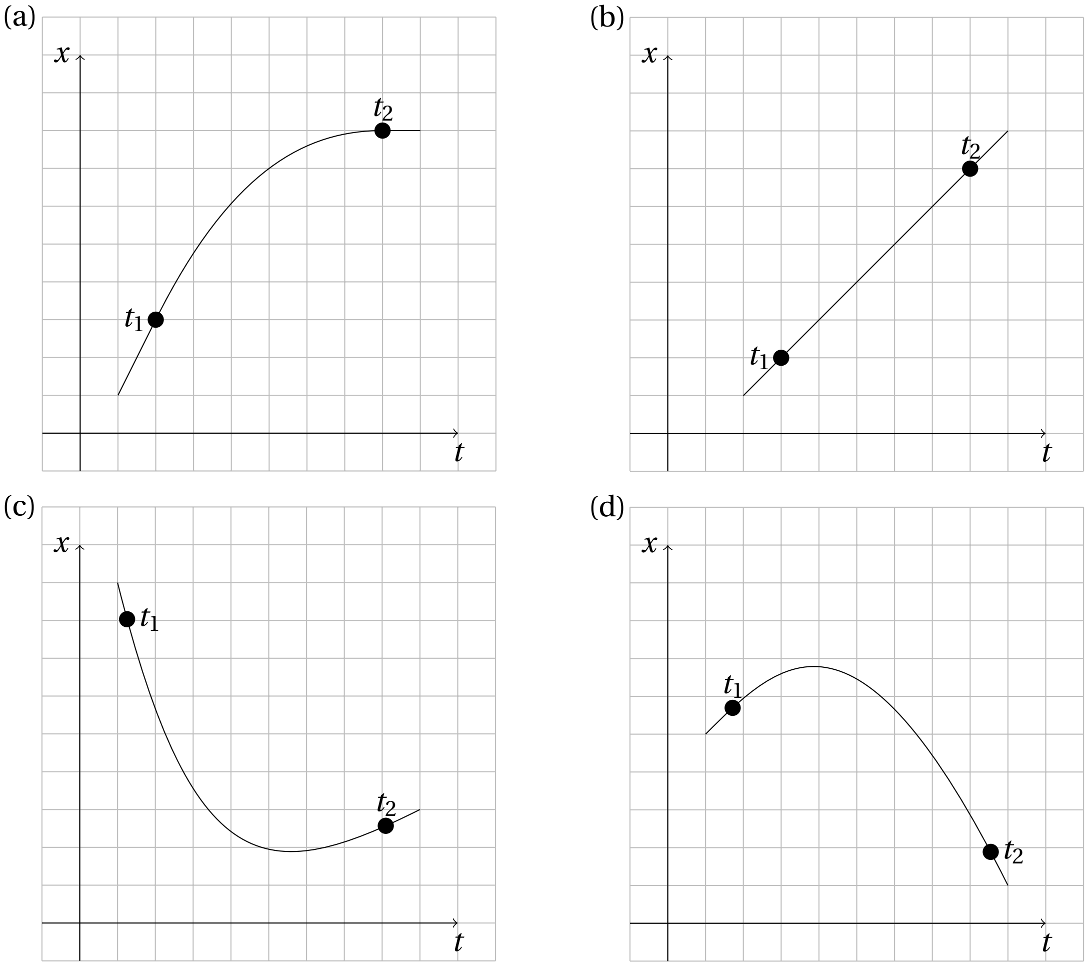
AUFGABE 16: Wie lange braucht das Licht für die Entfernung von

a) der Sonne zur Erde (der mittlere Abstand ist $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m),

b) der Erde zum Mond (mittlerer Abstand $3{,}84 \cdot 10^{8}$ m)?

AUFGABE 17: Wie weit ist ein Lichtjahr (ein Lichtjahr ist die Strecke die das Licht in einem Jahr im Vakuum zurücklegt)?

AUFGABE 18: Geben Sie für die vier folgenden Weg-Zeit-Diagramme an, ob die Geschwindigkeit v_1 zum Zeitpunkt t_1 grösser, kleiner oder gleich der Geschwindigkeit v_2 zum Zeitpunkt t_2 ist.


(a)
x
t
t1
t2
(b)
x
t
t1
t2
(c)
x
t
t1
t2
(d)
x
t
t1
t2

Beschleunigung

Die Beschleunigung ist eine abgeleitete Grösse. Sie gibt an, wie sich die Geschwindigkeit mit der Zeit ändert.

Die Bewegung eines Massenpunktes heisst *gradlinig gleichförmig beschleunigt*, wenn der Körper sich mit einer konstanten Beschleunigung a geradlinig bewegt. Wird er konstant beschleunigt, ändert sich seine Geschwindigkeit linear mit der Zeit.

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeit}}{\text{Zeit}} \quad \text{oder} \quad \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$\text{Einheit}: [a] = \frac{\text{Meter}}{\text{Sekundequadrat}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Mit dem Strich über dem $\bar{a}$ wird angedeutet, dass eine durchschnittliche Beschleunigung gemeint ist.

AUFGABE 19: Ein Zug beschleunigt auf einer Hochgeschwindigkeitsstrecke aus dem Stand mit einer Beschleunigung von $2\,\text{m/s}^2$.

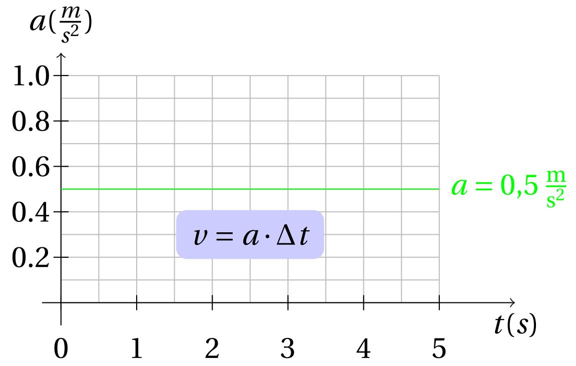
a) Welche Geschwindigkeit hat er nach 1 min erreicht?

b) Welche Strecke hat er bis dahin zurückgelegt?

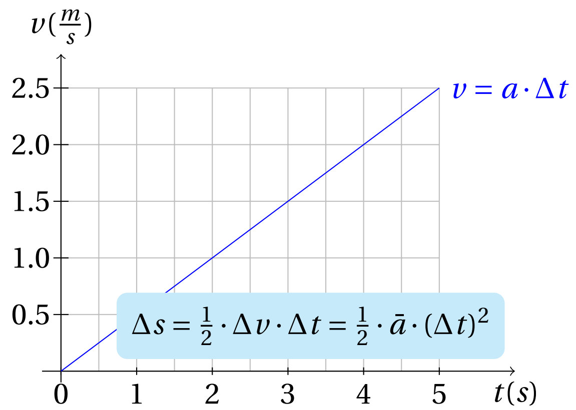
AUFGABE 20: Ein Auto beschleunigt gradlinig gleichförmig in 5s von 0km/h auf 100km/h. Wie gross ist die Beschleunigung?

Bewegungsdiagramme

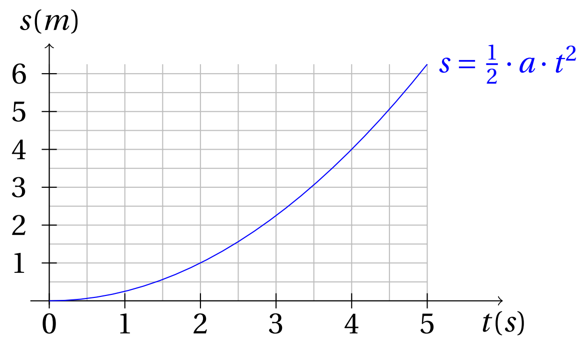
Zeitliche Bewegungsabläufe können übersichtlich in Bewegungsdiagrammen dargestellt werden. Dabei werden die physikalischen Grössen Weg (s), Geschwindigkeit (v) und Beschleunigung (a) als Funktion der Zeit dargestellt.



Eine Masse, die gradlinig gleichförmig beschleunigt wird zeichnet man im Beschleunigungs-Zeit-Diagramm als Gerade ohne Steigung. Die Fläche unter der Kurve $\Delta t \cdot a$ ist die Geschwindigkeitszunahme im Zeitraum Δt.



Im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm wird die Geschwindigkeit durch eine Gerade mit der Steigung a dargestellt. Die Fläche unter der Kurve $\Delta t \cdot v$ ist der zurückgelegte Weg im Zeitraum Δt.



Im Weg-Zeit-Diagramm wird der zurückgelegte Weg Δs durch eine Parabel dargestellt. Die Steigung der Kurve ist $a \cdot t$ und ist die Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t.

Aus den Bewegungsdiagrammen lassen sich zwei wichtige Formeln ablesen.

$$v = v_0 + a \cdot t \qquad s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Durch auflösen der ersten Gleichung $v = v_0 + a \cdot t$ nach t und einsetzen in die zweite bekommen wir eine Gleichung, in der die Zeit t nicht vorkommt.

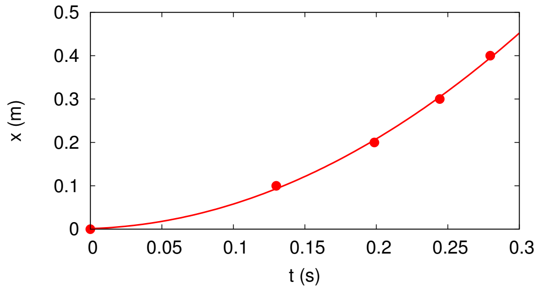
$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (s - s_0)$$

AUFGABE 21: Ein Auto beschleunigt gradlinig gleichförmig in 5s von 0km/h auf 100km/h. Wie gross ist die Beschleunigung?

Der freie Fall

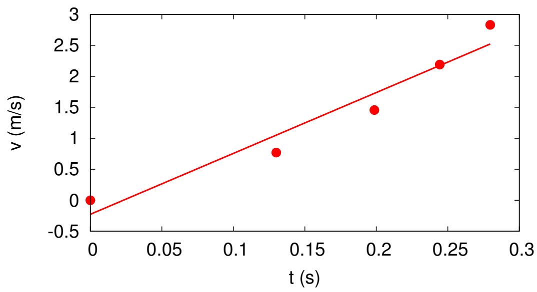
Eine Masse fällt im Schwerefeld der Erde runter. Wie läuft der Fall der Masse ab? Diese Frage kann mit dem Aufbau eines Experimentes beantwortet werden. Dazu lassen wir eine Metallkugel aus einer vorher festgelegten Höhe zu Boden fallen. Die Kugel benötigt für den Fall eine bestimmte Zeit Δt die wir messen. Um Fehler durch die Messung zu verringern, nehmen wir mehrere Zeitmessungen zu jeder Höhenänderung vor und mitteln die Zeitspanne. Dies wird für verschiedene Fallhöhen wiederholt. Die ermittelten Zeiten werden in einem Weg-Zeit-Diagramm eingetragen.

Δs(m)	Δt(ms)	$\overline{\Delta t}$(ms)
0.1	129 131 130	130
0.2	195 200 201	199
0.3	241 248 244	244
0.4	278 285 276	280



Nun wollen wir aus dem Weg-Zeit-Diagramm ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm erstellen. Dabei gibt es einige Schwierigkeiten. Für das v-t-Diagramm wird die Momentangeschwindigkeit benötigt. Durch die Messung kann allerdings nur eine mittlere Geschwindigkeit bestimmt werden. Damit die mittlere Geschwindigkeit möglichst nahe an der Momentangeschwindigkeit ist, sollte eine möglichst kleine Zeitspanne Δt betrachtet werden. Wir berechnen die Geschwindigkeit für die jeweils letzten 10 cm.

Δs	Δt(s)	$\bar{v}$(m/s)
0	0	0
0.1	130 ms − 0 ms = 130 ms	0.77
0.2	199 ms − 130 ms = 69 ms	1.45
0.2	244 ms − 199 ms = 45 ms	2.22
0.2	280 ms − 244 ms = 36 ms	2.78



Die berechneten Durchschnittsgeschwindigkeiten benutzen wir nun als Momentangeschwindigkeiten und tragen die Werte im v-t-Diagramm ein. Die Steigung der Geschwindigkeitskurve im v-t-Diagramm ist 9,92 $\mathrm{m/s^2}$. Damit haben wir mit relativ einfachen Mitteln den Wert für die Fallbeschleunigung auf der Erde reproduziert und gezeigt, dass ein fallendes Objekt gleichmässig gleichförmig beschleunigt wird, wenn es sich im Schwerefeld der Erde befindet. Mit diesem Wissen ist es nicht mehr nötig die Momentangeschwindigkeit durch eine Durchschnittsgeschwindigkeit zu approximieren. Stattdessen kann die Fallbeschleunigung aus dem Weg-Zeit-Diagramm bestimmt werden. Die Geschwindigkeit berechnet sich dann mit $v = g \cdot t$.

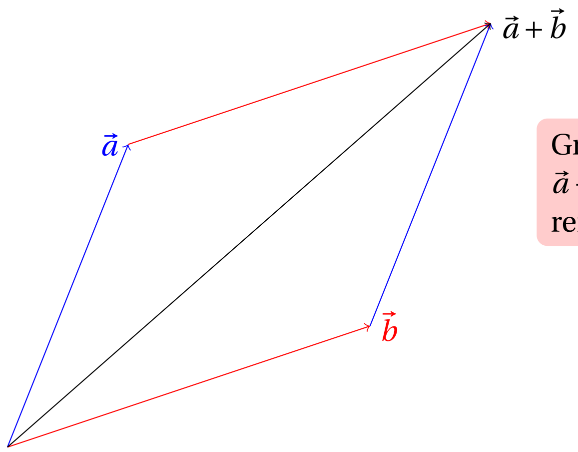
Bewegung in drei Raumrichtungen

Vektoren

Physikalische Grössen wie die Geschwindigkeit v, die Beschleunigung a oder auch der Weg s sind vektorielle Grössen. Ein Vektor hat nicht nur eine Grösse, sondern auch noch eine Richtung. Vektoren werden daher oft als Pfeile gezeichnet. Die Länge des Pfeils ist dann der Betrag des Vektors, die Richtung des Pfeils gibt die Richtung des Vektors an.

Ein Vektor kann mit einem geeigneten Koordinatensystem in Komponenten zerlegt werden.

Vektoren kann man graphisch addieren.



Graphisch kann die Summe der Vektoren $\vec{a}+\vec{b}$ durch Parallelverschiebung der Vektoren $\vec{a}$ oder $\vec{b}$ erreicht werden.

Das bedeutet, dass man eine komplizierte Bewegung, wie zum Beispiel die Bewegung eines geworfenen Balls, oder einer Pistolenkugel für jede Raumrichtung unabhängig voneinander lösen kann. Dies macht es erst möglich Bewegungsabläufe in mehr als einer Dimension zu berechnen.

AUFGABE 22: Ein Kaugummi wird horizontal aus dem Fenster ($h = 3\,\text{m}$) eines fahrenden Zuges ($v_{Zug} = 120\,\text{km/h}$) gespuckt. Die Spuckgeschwindigkeit ist $3\,\text{m/s}$. Wo fällt das Kaugummi zu Boden?

AUFGABE 23: Ein Wasserstrahl tritt mit einer konstanten Geschwindigkeit von $30\,\text{m/s}$ senkrecht nach oben aus.

a) Wie lange braucht ein Wassertropfen ganz nach oben?

b) Wie hoch kommt der Wassertropfen dabei?

c) Welche Anfangsgeschwindigkeit v_0 braucht der Wasserstrahl damit die Fontäne $100\,\text{m}$ hoch ist?

d) Wie lange dauert der Aufstieg dann?

e) Ein konstanter Seitenwind von 1 m/s wirkt auf die Fontäne. Wie gross ist der Ablenkungswinkel?

f) Wie weit weg vom Ursprung der Fontäne kommen die Wassertropfen auf der Wasseroberfläche an?

g) Wie stark muss der Wind wehen, damit die Wassertropfen nach 100 m wieder aufkommen?

h) Wie hoch müsste die Fontäne sein, damit die gleiche Auslenkung (100 m) wie in g) mit einem Seitenwind von 1 m/s erreicht wird?

Kräfte

In der Physik gibt es heute vier fundamentale Kräfte. Die starke und die schwache Kernkraft, die elektromagnetische Kraft und die Gravitation. Kräfte werden in der Physik mit dem Buchstaben F abgekürzt. Die Einheit für alle Kräfte ist das Newton N. Das Newton ist eine zusammengesetzte Einheit

$$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Gravitation

In diesem Kapitel wollen wir uns mit der Gravitation beschäftigen. Sie wirkt auf alle Körper mit einer Masse. Die Anziehungskraft, die ein Körper mit der Masse m_1 auf einen Körper mit der Masse m_2 ausübt, ist proportional zu den Massen m_1 und m_2. Je grösser der Abstand zwischen den zwei Massen, desto kleiner ist die Anziehungskraft zwischen ihnen. Die Abnahme der Anziehungskraft geht quadratisch mit dem Abstand zwischen den Körpern ein ($F \sim 1/r^2$).

AUFGABE 24: Lesen Sie die obige Einführung in die Kräfte, und stellen Sie eine Gleichung für die Anziehungskraft zwischen zwei Massen her.

AUFGABE 25: Welche Einheit hat die Gravitationskonstante?

Die Gravitationskonstante G hat einen Wert von $6{,}674 \cdot 10^{-11}$ .....

AUFGABE 26: Wie gross ist die Anziehungskraft zwischen einer ein Kilogramm schweren Kugel aus Blei, und einer ein Kilogramm schweren Kugel aus Holz, deren Massenmittelpunkte einen Meter von einander entfernt sind.

AUFGABE 27: Wie gross ist die Gravitationskraft zwischen der Erde und einem 80 kg schweren Menschen auf der Erdoberfläche? Nehmen Sie an, die Erde sein ein Kugel mit einem Umfang von 40 000 km und einer Masse von $5{,}9722 \cdot 10^{24}$ kg.

Da es recht aufwendig ist, die Gravitationskraft zwischen Erde und den Objekten auf der Erde zu berechnen, führt man eine Vereinfachung ein. Den Ausdruck für die Gravitationskraft formen wir um und erhalten die Gewichtskraft.

$$F_{\mathrm{G}} = m \cdot g$$

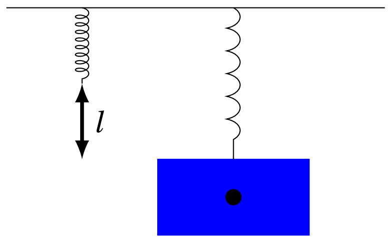
Der Faktor g ist die Fallbeschleunigung. Es ist ein Ortsfaktor, der nicht überall auf der Erde gleich gross ist, aber immer etwa $9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$ gross ist.

AUFGABE 28: Wie gross ist die Gewichtskraft eines 80 kg schweren Menschen auf der Erde?

Das Federgesetz

Kräfte kann man nicht direkt beobachten. Eine Kraft muss auf einen Körper wirken, damit sie "sichtbar" wird. Wirkt eine Kraft zum Beispiel auf eine Metallfeder, dann wird diese aus ihrer Ruhestellung ausgelenkt. Wirkt die Kraft nicht mehr, nimmt die Feder wieder ihre ursprüngliche Form an. Die Verlängerung l der Feder unter Krafteinwirkung wird durch das *Federgesetz* beschrieben.

AUFGABE 29: Betrachten Sie die Skizze welche Kräfte wirken auf die Feder? Zeichnen Sie diese Kräfte ein.



Experiment

Masse (kg)	Gewichtskraft (N)	Auslenkung (cm)

Federgesetz

Kraft oder $F =$

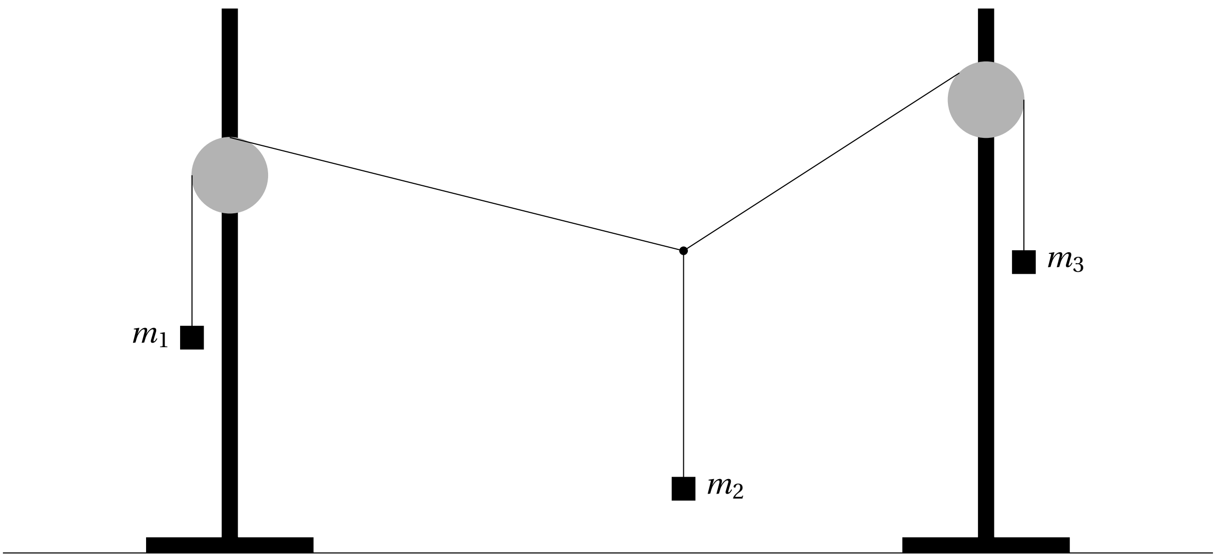
Einheit : $[D] =$

AUFGABE 30: Eine Feder hat eine Federkonstante von $D = 300\,\mathrm{N/m}$. Ein Körper mit der Masse von 4 kg hängt an der Feder. Wie gross ist die Auslenkung der Feder?

AUFGABE 31: Zwei Federn mit unterschiedlichen Federkonstanten werden hintereinander gehängt. Die eine Feder hat eine Federkonstante von $100\,\mathrm{N/m}$, die andere Feder hat eine Federkonstante von $50\,\mathrm{N/m}$. Die Kraft, die auf die Federn wirkt sei 10 N. Wie gross ist die gesamte Auslenkung? Wie gross ist die Federkonstante?

Addition von Kräften

In einem Knoten laufen drei Fäden zusammen. An dem jeweils anderen Ende der Fäden ist eine Masse angehängt. Zwei der drei Fäden werden durch Rollen umgelenkt. Wird der Knoten aus seiner Ruhelage (Gleichgewichtslage) ausgelenkt, so pendelt sich das System wieder in diese Lage zurück. Die Rollen lenken die Fadenkräfte um, ändern aber nicht ihren Betrag. In der Ruhelage ist die Summe aller angreifenden Kräfte Null.



AUFGABE 32:

a) Zeichnen Sie die Gewichtskräfte F_1', F_2' und F_3' der Massen m_1, m_2 und m_3 ein.

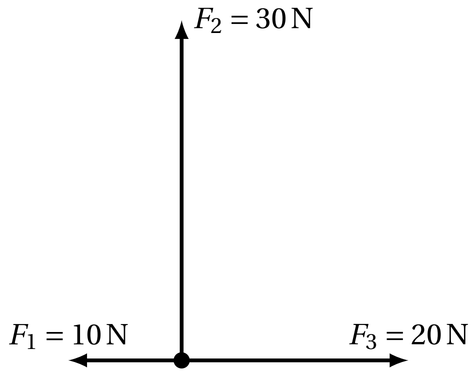
b) Zeichnen Sie die Fadenkräfte F_1, F_2 und F_3 ein, die am Knotenpunkt angreifen.

c) Konstruieren Sie ein Kräfteparallelogramm der Kräfte F_1 und F_3, so dass die resultierende Kraft senkrecht nach oben zeigt.

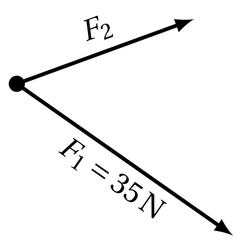
d) Die Kraft F_1 sei 4,5 N. Bestimmen Sie die Beträge der Kräfte F_2 und F_3.

AUFGABE 33:

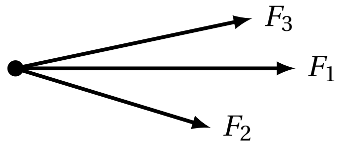
1. Bestimmen Sie die Richtung der resultierenden Kraft in der Abbildung.
2. Es gibt zwei Möglichkeiten den Betrag der resultierenden Kraft zu bestimmen. Welche sind das?
3. Wie gross ist der Betrag?



AUFGABE 34: Die Kräfte F_1 und F_2 haben den selben Angriffspunkt. Der Betrag der Kraft F_1 ist bekannt. Bestimmen Sie Betrag und Richtung jener dritten Kraft mit dem gleichen Angriffspunkt, welche das Gleichgewicht herstellt.



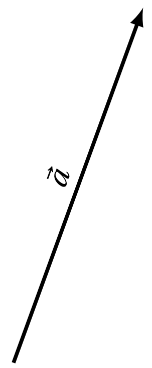
AUFGABE 35: Drei Hunde ziehen einen Hundeschlitten. Der erste Hund zieht mit 37 N, der zweite Hund mit 27 N unter einem Winkel von −17°. Der dritte Hund zieht mit einer Kraft von 32 N und einem Winkel von 12° (siehe Zeichnung). In welche Richtung und mit welcher Kraft wird der Schlitten gezogen. Lösen Sie graphisch.



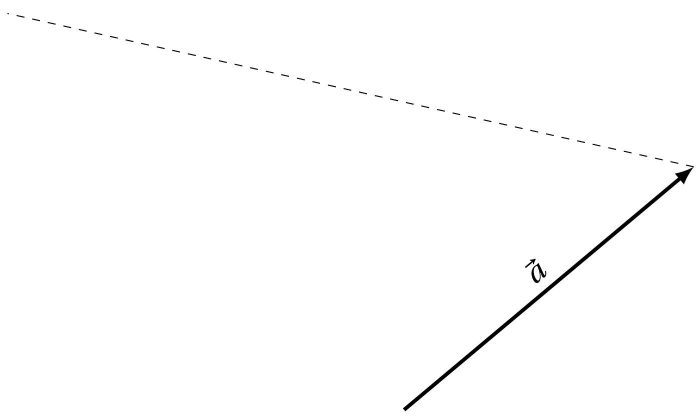
Zerlegung von Kräften

Vektoren lassen sich nicht nur addieren, sondern man kann sie auch in Komponenten zerlegen. Das ist im Prinzip die Umkehrung der Vektoraddition.

AUFGABE 36: Zerlegen Sie den Vektor $\vec{a}$ in zwei beliebige Vektoren.



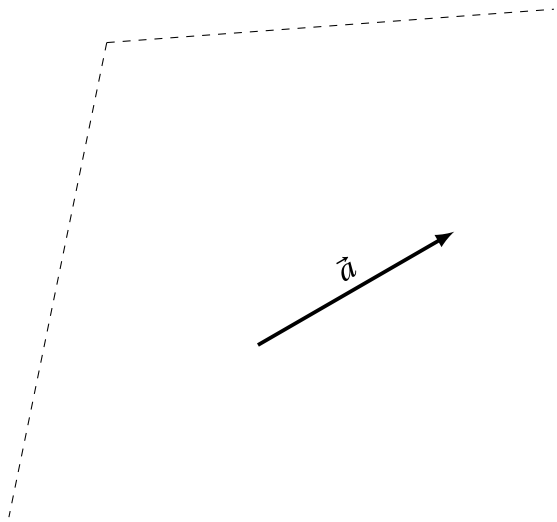
AUFGABE 37: Zerlegen Sie den Vektor $\vec{a}$ in zwei Vektoren, einer der Vektoren soll parallel zur gestrichelten Linie verlaufen.



Ist die Richtung eines Vektors vorgegeben, lässt sich der Vektor noch nicht eindeutig zerlegen. Es gibt immer noch viele verschiedene Möglichkeiten den Vektor zu zerlegen.

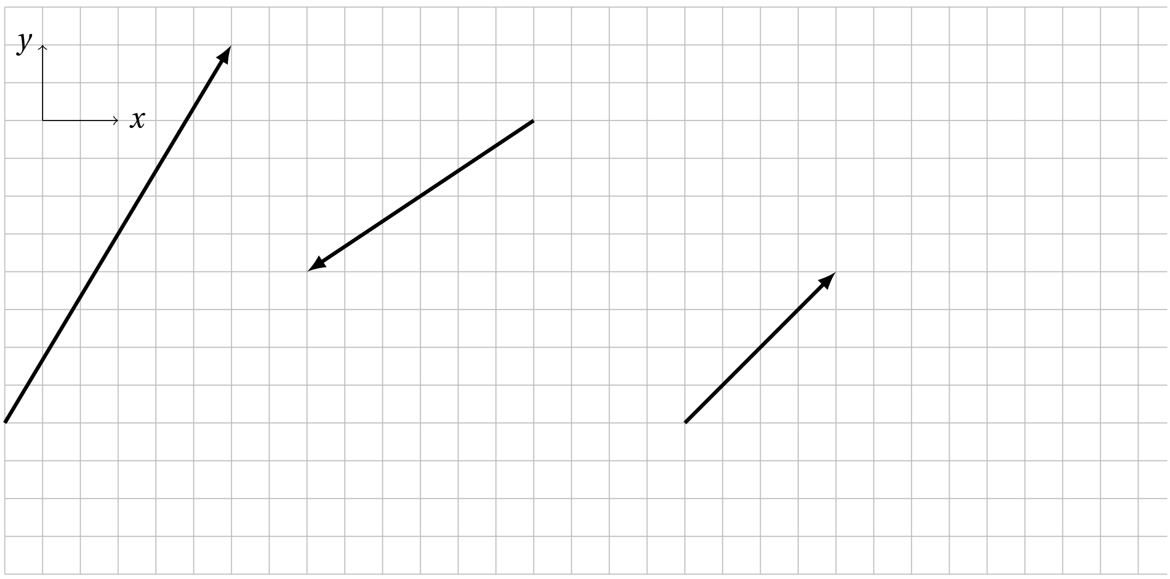
Sind die Richtungen von zwei Vektoren gegeben (in 2D), ist die Zerlegung eindeutig möglich. Allgemein gilt, dass man für jede Raumdimension eine eindeutige Richtung benötigt.

AUFGABE 38: Zerlegen Sie den Vektor $\vec{a}$ in zwei andere Vektoren, die parallel zu den gestrichelten Linien verlaufen.



In der Praxis zerlegt man Vektoren oft in Kartesische Koordinaten, also in eine x-, eine y- und im Fall von drei Dimensionen in eine z-Koordinate.

AUFGABE 39: Zerlegen Sie die eingezeichneten Vektoren in ihre x- und y-Komponente.



AUFGABE 40:

Auf dem Foto ist eine Lampe zu sehen, die in der Freiburger Altstadt montiert ist. Die Lampe ist über eine Befestigung mit der Wand des Ursulinenklosters verbunden.

a) Zeichnen Sie die Gewichtskraft der Lampe an dessen Schwerpunkt an.

b) Die Lampe ist in Ruhe, es müssen also noch zusätzliche Kräfte auf die Lampe wirken. Zeichnen Sie diese ein.

c) Die Lampe sei 20 Kilogramm schwer. Übertragen Sie Kräfte aus dem Foto (Lageplan) in den Kräfteplan und bestimmen Sie zeichnerisch die Grösse der wirkenden Kräfte.

AUFGABE 41:

Kräfte sind ..... Damit ein Leser gleich sieht, dass es sich um eine ....rösse, und nicht um eine ....rösse handelt, schreibt man über dem Formelbuchstaben einen kleinen ..... Zum Beispiel $\vec{F}$.

Ein Vektor hat einen ....nd eine ..... so wie ein Pfeil. Daher benutzt man Pfeile, wenn man einen Vektor zeichnen möchte.

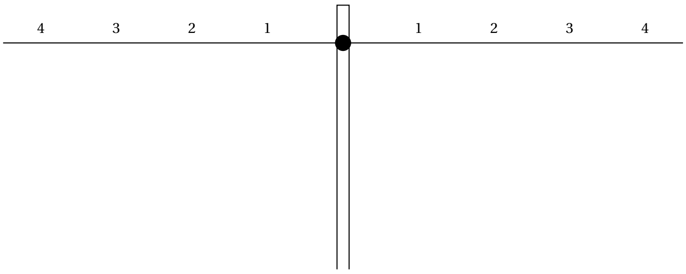
Will man zwei Kräfte, die einen gemeinsamen ....aben, zeichnerisch addieren, so zeichnet man im Kräfteplan ein ..... Allgemein kann man Vektoren mit gemeinsamen Angriffspunkt zeichnerisch durch ....erschieben addieren. Erhält man einen geschlossenen Weg aus Pfeilen, bei dem jeweils eine Spitze ein Ende eines Pfeils berühren, so ist die Summe der Vektoren .....

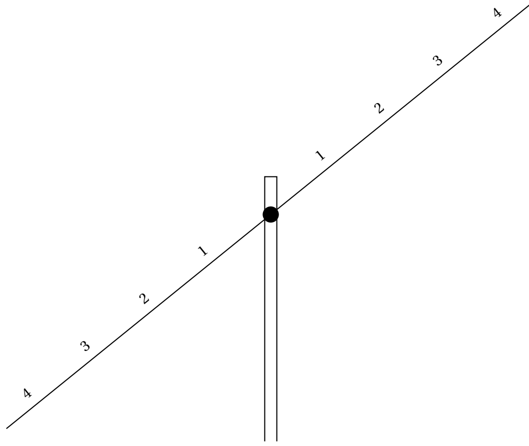
AUFGABE 42: Lösen Sie die Aufgabe 35 indem Sie die Kraftvektoren in eine x- und eine y-Komponente zerlegen. Legen Sie das Koordinatensytem so, dass die Kraft F_1 in x-Richtung zeigt.

Das Drehmoment

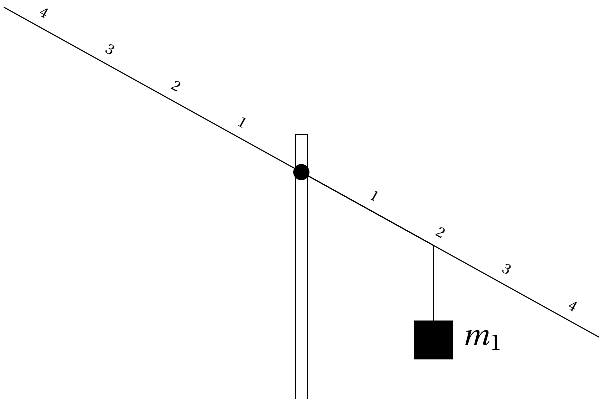
Im vorigen Abschnitt haben wir uns mit Kräften beschäftigt, die in einem Punkt eines Körpers angreifen. Hat man es mit Kräften zu tun, die parallele verlaufen, gibt es keinen gemeinsamen Angriffspunkt mehr. Für diesen Fall gilt die bisherige Theorie nicht mehr.

AUFGABE 43: Was beobachten Sie an diesen Wippen?

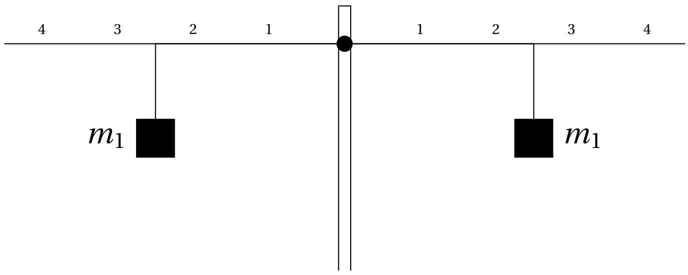




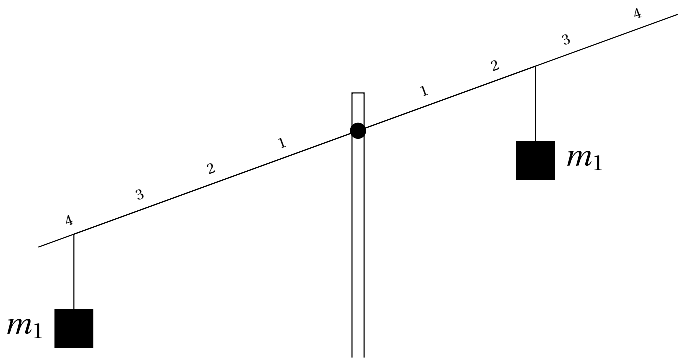
AUFGABE 44: Warum verändert sich die Stellung der Wippe?



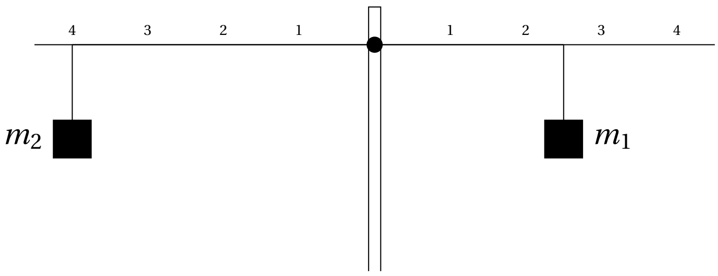
AUFGABE 45: Was sieht man hier?



AUFGABE 46: Was hat sich hier verändert?



AUFGABE 47: Was hat sich hier verändert?



AUFGABE 48: Betrachen Sie die obige Abbildung. Wenn die Masse m_1 200 g hat, wie gross ist dann die Masse m_2?

AUFGABE 49: Auf dem Foto ist ein Nussknacker zu sehen. Seine Länge ist 15 Zentimeter.

a) Finden Sie die Drehachse des Nussknackers im Foto.

b) Beschreiben Sie das Funktionsprinzip dieses Nussknackers.

c) Zum Knacken einer Wallnuss wird eine Kraft von etwa 1000 N benötigt. Wie viel Kraft brauchen Sie mit diesem Nussknacker?

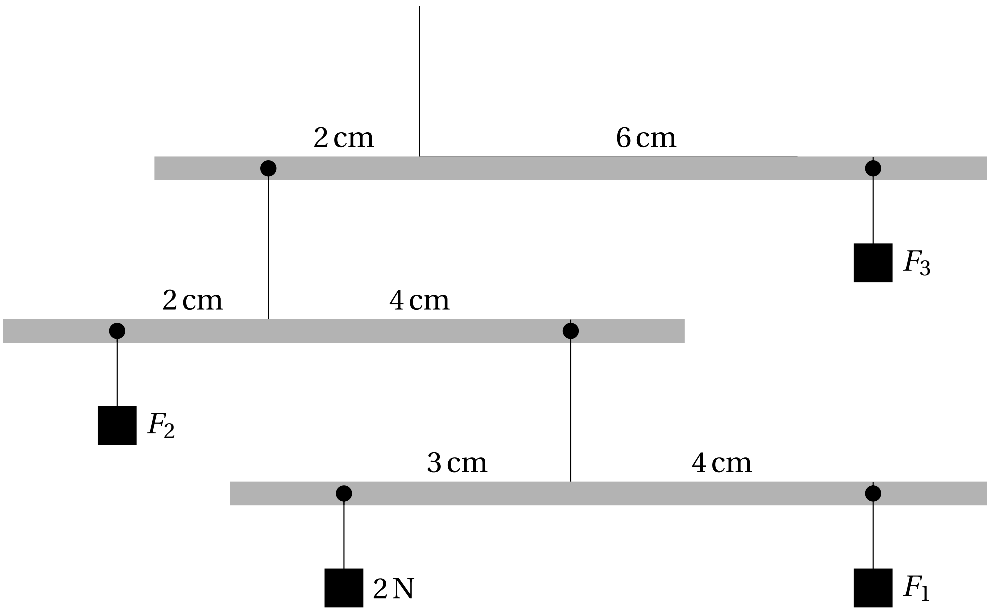
AUFGABE 50: Eine Wippe besteht aus einem fünf Meter langem Rundholz, dass in der Mitte gelagert ist. Ein 25 kg schweres Kind sitzt an einem Ende der Wippe. Wo muss ein anderes Kind mit 37 kg Gewicht sitzen, damit die Wippe ausbalanciert ist?

AUFGABE 51: Auf dem Foto ist eine Zange zu sehen. Sie ist etwa 16 Zentimeter lang. Eine Zange hat gewöhnlich einen Griff, ein Gelenk und einen Zangenkopf. Am Zangenkopf dieser Zange können Sie drei verschieden geformte Bereiche unterscheiden.

a) Kennen Sie die Funktionen dieser Bereiche? Gibt es einen Grund warum die drei Elemente so angeordnet sind?

b) Wie gross ist die Kraftverstärkung in den drei Bereichen des Zangenkopfes?

AUFGABE 52: Bestimmen Sie die unbekannten Kräfte an diesem Mobile.



Der Schwerpunkt

Am Schwerpunkt eines Körpers ist der Angriffspunkt der Gewichtskraft. Lagert man einen Körper an dessen Schwerpunkt, so heben sich alle Drehmomente auf.

Den Schwerpunktes eines Punktes kann man laut Formelsammlung so berechnen:

$$\vec{r} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{m_{\text{tot}}}$$

AUFGABE 53: Bestimmen Sie den Schwerpunkt des Zweikörperproblems von Erde und Sonne. Die Erde hat eine Masse von $5{,}9722 \cdot 10^{24}$kg, die Masse der Sonne ist $1{,}9884 \cdot 10^{30}$kg. Der Abstand zwischen beiden beträgt im Mittel $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m.

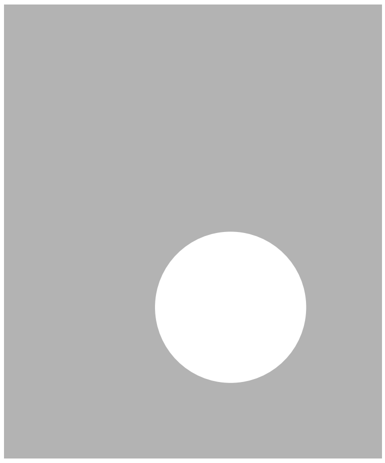
AUFGABE 54: Bestimmen Sie den Schwerpunkt der folgenden Körper.

a)

b)

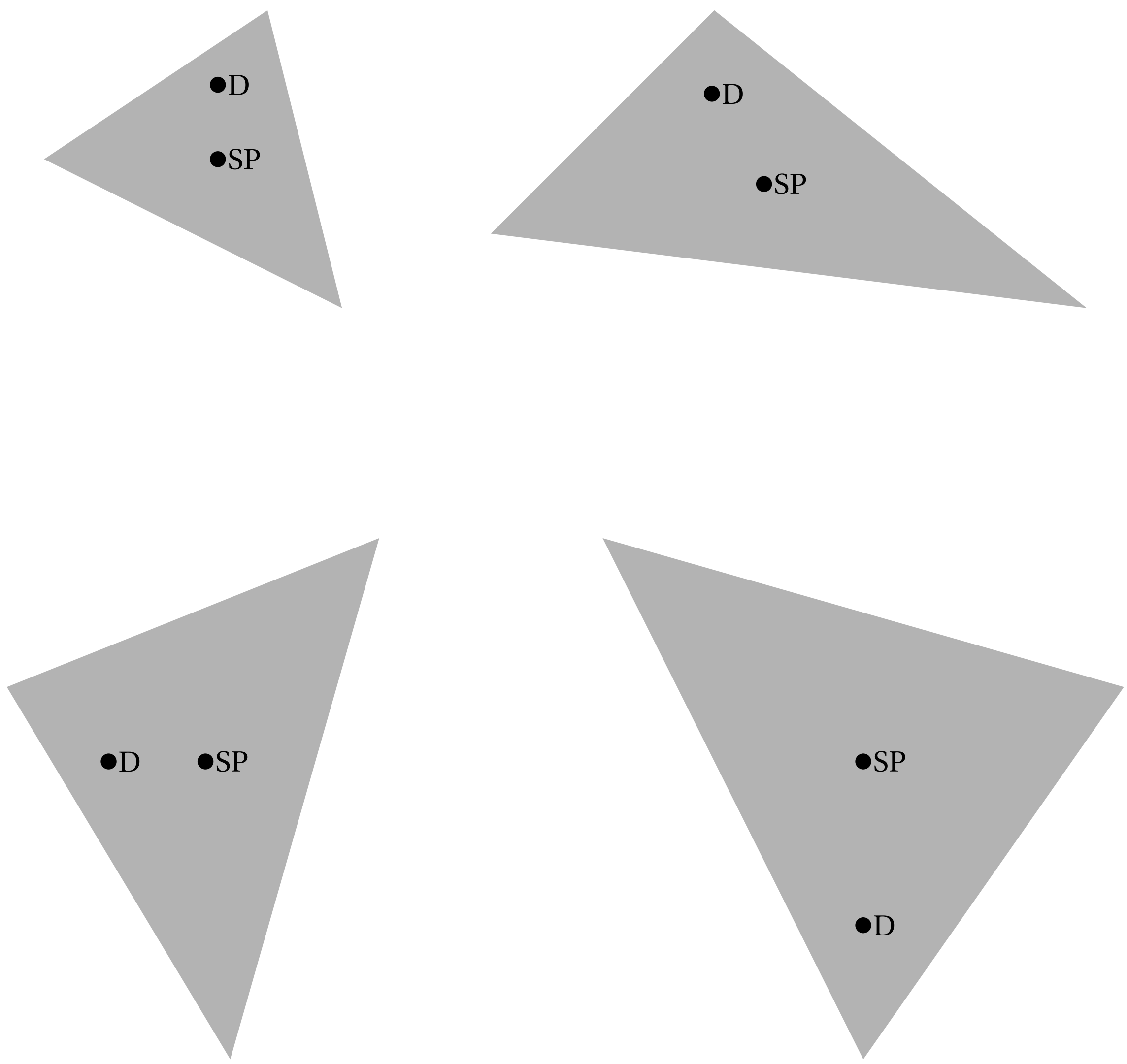
c)

d)



AUFGABE 55: Zeigen die folgenden Abbildungen immer eine Gleichgewichtslage des

Körpers? Wenn ja, ist das Gleichgewicht stabil, labil oder indifferent? Wenn nicht, gibt es ein Drehmoment. Berechnen Sie dieses. Die Gewichtskraft der Dreiecke soll in jedem Fall 10 N betragen.



AUFGABE 56: Bestimmen sie zeichnerisch den Schwerpunkt eines Kreiskegels mit der Höhe von 10 cm und einem maximalen Radius von 3 cm. Überlegen Sie sich ein geeignetes Koordinatensystem, um den Schwerpunkt anzugeben. Tipp: Die Schnittflächen sind Flächen, so wie bei den vorherigen Aufgaben.

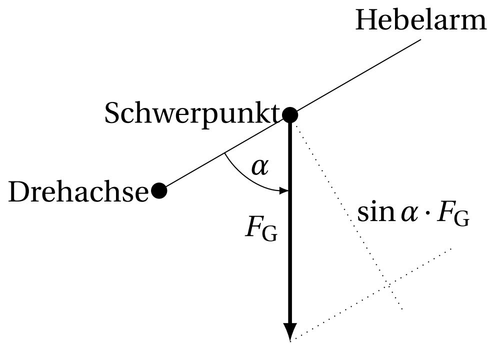
Lösen von Statikproblemen mit dem Drehmoment

Das Drehmoment ist allgemein als Kreuzprodukt zweier Vektoren definiert:

$$\text{Drehmoment} = \text{Kreuzprodukt von Hebelarm und Kraft} \quad \text{oder} \quad \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$\text{Einheit}: [\vec{M}] = \text{Meter} \cdot \text{Kraft} = \text{m} \cdot \text{N} = \text{Nm}$$

Das bedeutet, dass die Komponente der Kraft, die senkrecht auf dem Hebelarm steht mal dem Hebelarm gerechnet werden muss.

BEISPIEL: Ein realer Hebelarm hat immer auch ein Eigengewicht. Seine Gewichtskraft greift am Schwerpunkt an. Die Richtung der Gewichtskraft ist im allgemeinen nicht senkrecht zum Hebelarm. Deshalb muss man die Gewichtskraft zerlegen, in eine Komponente senkrecht zum Hebelarm und eine Komponente parallel zum Hebelarm. Rechnerisch ist dass hier $\sin\alpha \cdot F_G$. Damit ergibt sich für das Drehmoment



$$M = r \cdot F_G \cdot \sin\alpha.$$

Zum Lösen von Problemen aus der Statik kann man das Drehmoment auch benutzen. Im statischen Fall muss die Summe der Kräfte und die Summe der Drehmomente an jedem beliebigen Punkt Null sein.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n = 0$$
$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \cdots + \vec{M}_n = 0$$

AUFGABE 57: Zwei Arbeiter tragen auf ihren Schultern einen 12 m langen und 0,6 kN schweren Balken. Der eine trägt 2 m, der andere 1 m vom jeweiligen Ende des Balkens entfernt.

a) Machen Sie sich eine Skizze und zeichnen Sie alle Kräfte ein.

b) Wählen Sie eine Drehachse und stellen sie die Gleichgewichtsbedingungen auf.

c) Lösen Sie das Gleichungssystem. Welche Last trägt welcher Arbeiter?

Lösung c) 0,2667 kN und 0,333 kN.

AUFGABE 58: Ein 50 kg schwerer Junge steht im Schwimmbad auf dem Sprungbrett 20 cm vom Ende des Brettes entfernt. Das Sprungbrett ist drei Meter lang und hat eine Masse von 30 Kilogramm. Das Sprungbrett liegt vorne und bei einem Meter auf.

a) Machen Sie sich eine Skizze und zeichnen Sie alle Kräfte ein.

b) Wählen Sie eine Drehachse und stellen sie die Gleichgewichtsbedingungen auf.

c) Lösen Sie das Gleichungssystem. Welche Kräfte treten an den Auflagestellen auf?

Lösung c) 1050 N und 1850 N.

Reibung

AUFGABE 59: Auf einen ruhenden Holzblock der Masse 500 g, der auf einer Tischplatte aus Holz liegt, greift eine horizontale Zugkraft von 2 N an. Bewegt sich der Körper? Begründen Sie ihre Antwort.

AUFGABE 60: Ein Schlitten hat eine Masse von 75 kg. Berechnen Sie

a) die Haftreibung.

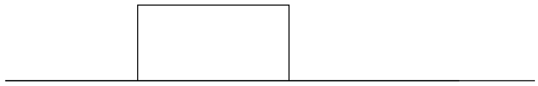
b) die Gleitreibung.

AUFGABE 61: Zwei Kinder werden mit dem Schlitten über eine schneebedeckte Wiese gezogen. Die Kinder wiegen zusammen 35 kg. Der Schlitten wiegt 5 kg. Am Schlitten ist ein Seil befestigt. Zwischen Boden und Seil ist ein Winkel von 40°. Bestimmen Sie die Reibungskraft, die vom Schnee auf den Schlitten wirkt wenn die Zugkraft im Seil 100 N beträgt.

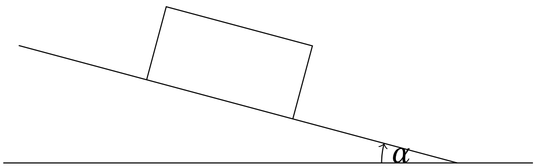
Die schiefe Ebene

In dieser Lektion werden wir uns mit der schiefen Ebene beschäftigen. In einem Versuch werden wir sehen, was mit einem Klotz passiert, der auf einer angewinkelten Ebene liegt. Machen Sie sich neben den Skizzen Notizen und zeichnen Sie alle auftretenden Kräfte ein (Gewichtskraft, Normalkraft, Reibungskraft). Dies ist ein Beispiel, in dem Gewichtskraft und Normalkraft nicht gleich gross sind.

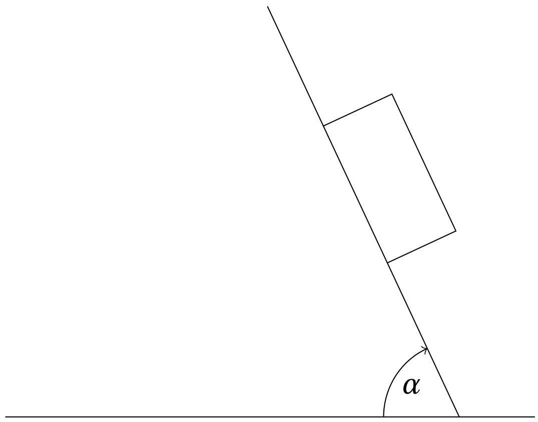
Keine Steigung der Ebene



Geringe Steigung der Ebene



Grosse Steigung der Ebene



AUFGABE 62: Ein Holzklotz mit dem Gewicht von 300 Gramm liegt auf einer schiefen Ebene. Bei einer Steigung von 35° beginnt der Block zu rutschen.

a) Machen Sie sich eine Skizze der Situation und vervollständigen sie diese mit den auftretenden Kräften.

b) Bestimmen Sie die Normalkraft und die Reibungskraft.

c) Wie gross ist die Haftreibungszahl?

Lösung c) $\mu = 0{,}7$

Die Newtonschen Axiome

Bisher haben wir uns mit der Statik beschäftigt. In der Statik ist die Summe aller an einen Körper angreifenden Kräfte Null. Ausserdem verschwinden alle Drehmomente bezüglich einer beliebigen Drehachse. Ist eine dieser Bedingungen nicht erfüllt, bewegt sich der Körper.

Ausserdem haben wir die Bewegung eines Körpers durch Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung beschrieben (Kinematik). Im folgenden Abschnitt wollen wir lernen *warum* ein Körper sich bewegt. Diese Gebiet der Physik wird als Dynamik bezeichnet. Isaac Newton hat im Jahre 1686 drei Grundgesetze (Axiome) aufgestellt, die bis heute die Grundlage der klassischen Mechanik bilden.

Mit den folgenden Versuchen wollen wir die Newtonschen Axiome kennenlernen und selber reproduzieren:

Experiment: Luftkissenbahn

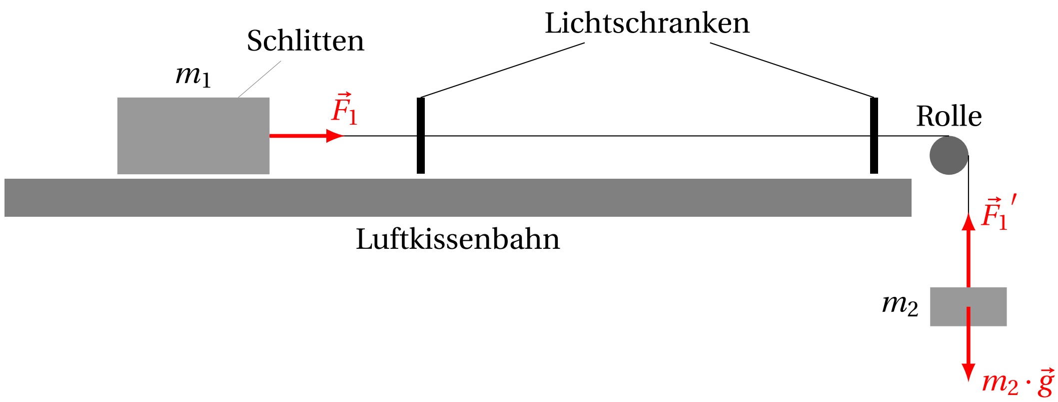


Abbildung 1: Luftkissenbahn

In folgenden wollen wir ein Experiment durchführen. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 skizziert. Ein Schlitten gleitet reibungsfrei auf einer Luftkissenbahn. Im ersten Versuchsteil fehlt die Masse m_2. Ist der Schlitten in Ruhe, so bleibt er an seiner Position. Hat der Schlitten eine von Null verschiedene Geschwindigkeit, so behält er diese bei. Dies haben wir auch schon früher einmal gesehen. Dieses Verhalten wird im ersten Newtonschen Axiom behandelt: Das Trägheitsgesetz.

Das Trägheitsgesetz
"Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird."
oder im lateinischen Original:
"Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare."

Im zweiten Versuchsaufbau verbinden wir den Schlitten mit einem Faden mit der Masse m_2 und untersuchen, wie sich der Bewegungszustand des Schlittens dadurch verändert.

Messwerte		Auswertung
Masse m_2 (kg)	Δt (s)	

AUFGABE 63:

a) Beschreiben Sie den Versuch mit eigenen Worten.

b) Werten Sie die Messwerte aus. Von Interesse sind die auf den Schlitten wirkende Kraft und die Beschleunigung des Schlittens.

c) Tragen Sie die ausgewerteten Daten in ein Diagramm ein.

d) Was haben Sie herausgefunden?

Das Aktionsprinzip
"Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt."
oder im lateinischen Original:
"Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur."

Bekannter als diese ausformulierte Variante des zweiten Newtonschen Axioms ist die dazu gehörige Formel:

$$F = m \cdot a.$$

F ist die auf einen Gegenstand wirkende Kraft, m ist dessen Masse und a ist die von der Kraft F verursachte Beschleunigung des Körpers. Im letzten Experiment (siehe Aufgabe 63) haben wir dieses Gesetz in dieser Form bestätigt.

AUFGABE 64: Eine Masse von 3 kg wird durch eine konstante Kraft in fünf Sekunden um zehn Meter verrückt. Wie gross ist die Kraft?
Lösung $F = 2{,}4\,\mathrm{N}$

AUFGABE 65: Eine Schachtel mit einer Masse von 100g wird über einen Tisch geschoben. Nachdem sie die Hand verlassen hat, hat sie eine Geschwindigkeit von 3m/s. Nach 1,25m bleibt die Schachtel liegen.

a) Wie gross ist die Beschleunigung?

b) Wie gross ist die Bremskraft?

Lösung a) = $a = -3{,}6\,\mathrm{m/s^2}$, b) $F = -0{,}36\,\mathrm{N}$

AUFGABE 66: Auf einer Luftkissenbahn steht ein Schlitten mit einer Masse von 5 kg (m_1). Über eine Schnur ist m_1 mit einer anderen Masse von 2 kg verbunden(siehe Abbildung 1). Durch die Luftkissenbahn kann Reibung vernachlässigt werden. Wie gross ist die Beschleunigung? Lösung $a = 2{,}8\,\mathrm{m/s^2}$

Kreisbewegungen

AUFGABE 67:

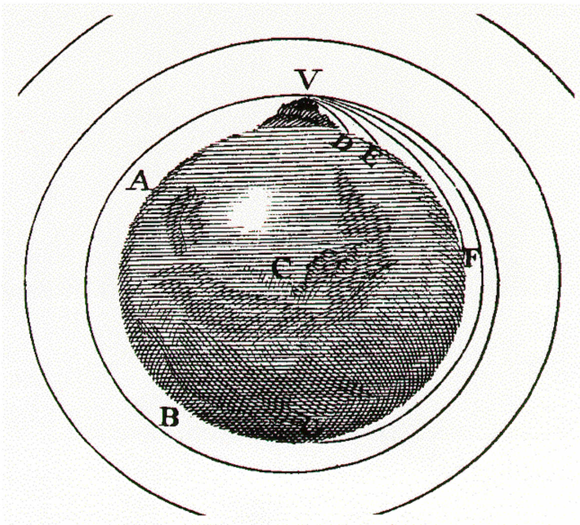
Haben Sie schon einmal einen mit Wasser gefüllten Eimer vertikal über den Kopf schwingen lassen? Schwingt man den Eimer schnell genug, dann wird man dabei nicht nass.

a) Machen Sie eine Skizze der Situation in der der Eimer an der untersten bzw. obersten Position ist und zeichnen Sie die wirkenden Kräfte ein.

b) Mit welcher Geschwindigkeit müssen Sie den Eimer mindestens schwingen, damit kein Wasser raus läuft? Nehmen Sie einen Radius von einem Meter an. Lösung v=3,2 m/s

AUFGABE 68: Ein Auto fährt auf einem Kreis mit 25 m Radius. Die Haftreibungszahl von Pneu auf Strasse sei 0,85. Wie schnell kann das Auto maximal fahren bevor es mit rutschen anfängt? Lösung 14,4 m/s

AUFGABE 69: Das ersten Newtonsche Gesetz besagt, dass die gleichmässig gleichförmige Geschwindigkeit der natürliche Bewegungszustand jedes Körpers ist. Ohne äussere Kräfte ändert sich die Geschwindigkeit eines Körpers nicht. Schon Newton erkannte das Prinzip. Nehmen Sie an, Sie stehen auf einem 8000 m hohen Berg, und schiessen mit einer Kanone. Welche Geschwindigkeit brauch die Kanonenkugel, um einmal um die Erde zu kommen. Jede Art von Reibung soll vernachlässigt werden.



Das Wechselwirkungsgesetz
"Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio)."
oder im lateinischen Original:
"Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi."

AUFGABE 70:

a) Zeichnen Sie in die linke Skizze die Ihnen bekannten Kräfte ein.

b) Lesen Sie sich das Wechselwirkungsgesetz noch einmal genau durch und zeichnen Sie in die rechte Skizze die Reaktionskräfte ein.

c) Welche Kräfte wirken auf den Block?

AUFGABE 71: Stellen Sie sich vor, Sie stehen auf einem Skateboard. Sie fahren nicht, halten aber einen Ball in den Händen. Nun werfen Sie den Ball horizontal weg. Was passiert? Machen Sie eine Skizze und zeichnen Sie die Kräfte ein.

Der Impuls

Der Impuls $\vec{p}$ eines Teilchens ist definiert als das Produkt aus seiner Masse und seiner Geschwindigkeit:

$$\text{Impuls} = \text{Produkt von Masse und Geschwindigkeit} \quad \text{oder} \quad \vec{p} = m \cdot \vec{v}$$
$$\text{Einheit}: [\vec{p}] = \text{Kilogramm} \cdot {}^{\text{Meter}}/_{\text{Sekunde}} = \text{kg} \cdot \text{m/s} = \text{Ns}$$

AUFGABE 72: Ein Auto mit einem Gewicht von 1,5 T fährt 50 km/h schnell. Wie gross ist der Impuls des Autos? Lösung 20 833 kgm/s

Wirken keine äusseren Kräfte auf ein System, so bleibt der Gesamtimpuls erhalten. Schauen Sie sich dazu noch einmal Aufgabe 71 an. Nehmen wir an, der Ball habe eine Masse von 2 kg, Mensch und Skateboard zusammen wiegen 50 kg. Reibung soll vernachlässigt werden. Der Gesamtimpuls vor dem Werfen ist Null, da das Skateboard in Ruhe ist. Nun wird der Ball beschleunigt und erhält eine Geschwindigkeit von 10 m/s. Der Impuls des Balls ist damit

$$p = m \cdot v = 2\,\text{kg} \cdot 10\,\text{m/s} = 20\,\text{kgm/s}.$$

Da der Gesamtimpuls Null bleibt, rollt das Skateboard mit Fahrer in die entgegengesetzte Richtung weg. Die Geschwindigkeit ist:

$$p = m \cdot v \rightarrow v = \frac{p}{m} = \frac{20\,\text{kgm/s}}{50\,\text{kg}} = 0{,}4\,\text{m/s}.$$

Arbeit und Energie

In der Umgangssprache ist der Begriff *Arbeit* nicht klar definiert. Viele Menschen arbeiten im Büro und schreiben, telefonieren und diskutieren. Andere arbeiten auf Baustellen und tragen Steine und schweres Gerät.

In der Physik ist die *Arbeit* klar definiert. *Arbeit* ist das Skalarprodukt aus *Kraft* und *Weg*. Die Einheit der Arbeit ist das **Joule**.

$$\boxed{\begin{gathered}\text{Arbeit} = \text{Kraft} \cdot \text{Weg} \quad \text{oder} \quad W = F \cdot s \cdot \cos\alpha \\ \text{Einheit}: [W] = \text{Newton} \cdot \text{Meter} = \text{N} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{Joule} = \text{J}\end{gathered}}$$

AUFGABE 73: Ein Schrank (50 kg) soll um zwei Meter verrückt werden. Die Gleitreibungszahl ist 0,3.

a) Machen Sie eine Skizze und zeichnen Sie die wirkenden Kräfte ein.

b) Wie viel Arbeit ist das verrücken des Schrankes?

c) Sie benutzen zum Verrücken einen Rollwagen. Die Rollreibungszahl sei 0,05. Müssen Sie mehr oder weniger arbeiten als bei a)?

d) Wie viel Arbeit ist nötig für das Verrücken unter b)?

Lösung b) 294,3 J, d) 49 J

AUFGABE 74: Eine Person zieht einen Schlitten unter einem Winkel von $\alpha = 30°$ mit einer Kraft von $F = 30\,\text{N}$. Wie gross ist die verrichtete Arbeit nach einem Weg von 50 m. Lösung 1299 J

Hubarbeit

Um einen Körper der Masse m um eine Höhe h anzuheben, ist eine *Hubarbeit* erforderlich.

$$W_{\text{Hub}} = F \cdot h = F_{\text{G}} \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Im Vergleich zu seiner ursprünglichen Lage hat der Körper eine höhere potentielle Energie.

$$\boxed{E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h}$$

AUFGABE 75: Eine Masse von 5 kg wird um 3 m angehoben.

a) Berechnen Sie die erforderliche Hubarbeit?

b) Um wie viel hat sich die potentielle Energie der Masse vergrössert?

Lösung a) 147,15 J, b) 147,15 J

Beschleunigungsarbeit

Um einen Körper zu beschleunigen ist eine Kraft nötig. Es gilt $F = m \cdot a$ wie wir auf Seite 31 gesehen haben. Damit ist klar, dass es auch eine Beschleunigungsarbeit gibt.

$$W_{\text{Bew}} = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(v^2 - v_0^2\right)$$

Dabei ist m die Masse, a die Beschleunigung, s der Weg und v die Geschwindigkeit. Im letzten Schritt haben wir für $a \cdot s$ einen Ausdruck eingesetzt, den wir durch umstellen aus der Formel $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s$ bekommen haben.

Hat der Körper die Geschwindigkeit v erreicht, so besitzt er eine *kinetische Energie*.

$$\boxed{E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}$$

AUFGABE 76: Ein Velofahrer (70 kg) möchte aus dem Stand auf 10 km/h beschleunigen. Wie viel muss er dafür arbeiten? Nun möchte er weiter beschleunigen, um auf eine Geschwindigkeit von 20 km/h zu kommen. Wie viel muss er diesmal arbeiten? Entspricht das Ihrer Erfahrung? Lösung 270 J, 810 J

AUFGABE 77: Ein Auto mit der Masse von 1500 kg fährt mit 50 km/h durch die Stadt. Wie gross ist die kinetische Energie des Wagens? Lösung 144,68 kJ

Verformungsarbeit

In diesem Abschnitt werden wir lernen, wie man die Arbeit für eine nicht konstante Kraft bestimmen kann. Arbeit ist Kraft mal Weg. Ändert sich die Kraft über den Weg, muss man dies berücksichtigen.

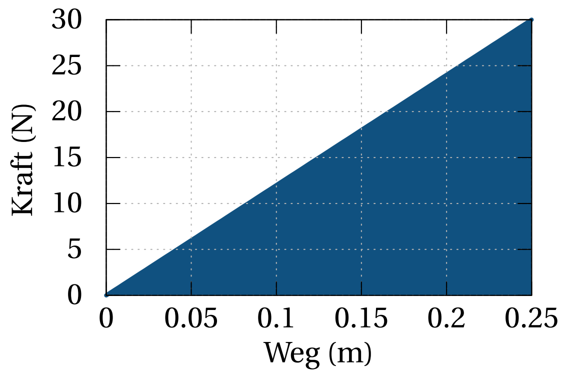


Abbildung 2: Arbeitsdiagramm für eine ideale Feder und für eine reale Feder.

In Abbildung 2 sehen wir zwei verschiedene Arbeitsdiagramme. Das erste Arbeitsdiagramm zeigt die Arbeit zum spannen einer idealen Feder. Die Federkraft ist ein Beispiel für eine nicht konstante Kraft. Wie wir schon früher einmal gesehen haben, gilt für die Federkraft $F_\text{F} = -D \cdot l$. Dabei ist D die Federkonstante und l ist die Auslenkung aus der Ruhelage der Feder. Die Federkraft nimmt linear mit der Auslenkung der Feder zu. Das heisst, am Anfang ist relativ wenig Arbeit nötig um die Feder auszulenken. Die Arbeit, die nötig ist, um die Feder auszulenken ist die Fläche unter dem Arbeitsdiagramm. Im Fall der idealen Feder, können wir eine Formel dafür angeben.

$$W_\text{Feder} = \frac{1}{2} \cdot F_\text{F} \cdot l = \frac{1}{2} \cdot D \cdot l^2$$

Um die Arbeit für das zweite Diagramm zu bestimmen gibt es keine Formel. Es gilt aber immer, dass die Fläche im Arbeitsdiagramm die verrichtete Arbeit repräsentiert. Die Fläche im zweiten Diagramm lässt sich näherungsweise durch auszählen der Kästchen bestimmen.

Die Energie, die in einer gespannten Feder gespeichert ist kann wie folgt berechnet werden:

$$\boxed{E_\text{Feder} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot l^2}$$

AUFGABE 78: Um eine Feder um 15 cm auszulenken ist eine Kraft von 5 N nötig. Wie viel Arbeit ist es die Feder auszulenken? Lösung 0,375 J

AUFGABE 79: Eine Feder mit einer Federkonstanten von 100 N/m wird um 25 cm ausgelenkt. Wie viel Arbeit ist dazu nötig? Lösung 3,125 J

AUFGABE 80:

a) Wie viel Arbeit ist es die reale Feder aus Abbildung 2 um einen Meter auszulenken?

b) Wie viel Energie ist in der Feder gespeichert, wenn sie zwei Meter ausgelenkt ist?

Lösung a) etwa 1 J, b) etwa 3,5 J

Energieerhaltung

Die Energie ist in der Physik eine der wichtigsten Grössen. Die Energie ist eine *Erhaltungsgrösse.* Das heisst Energie lässt sich weder erzeugen noch vernichten. Wenn man das mit den eigenen Erfahrungen vergleicht, klingt das auf den ersten Blick falsch. Man liest oft über Energieerzeugung durch z. B. Kohlekraftwerke. Aber diese Energie wird nicht erzeugt, sondern nur umgewandelt. Wenn Kohle verbrannt wird, brechen chemische Bindungen, in denen Energie gespeichert war. Kohle entsteht, wenn Pflanzen unter Druck kompostieren. Diese Pflanzen sind dank der Sonnenenergie gewachsen. Auf der Sonne verschmelzen zwei Wasserstoffatome in ein Heliumatom, dadurch wird Energie freigesetzt.

Reale Systeme "verlieren" immer Energie durch Reibung. Auch in diesem Fall gilt die Energieerhaltung. Kinetische Energie wird in *innere Energie U* umgewandelt. Das heisst praktisch, dass Energie durch Reibung zu Wärme wird. Innere Energie lässt sich nicht mehr wirkungsvoll in andere Energieformen umwandeln.

$$\boxed{E = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} + E_{\text{Feder}} + U = \text{konstant}}$$

AUFGABE 81: Ein Stein (1,5 kg) fällt von einer 40 m hohen Brücke.

a) Wie hoch ist die potentielle Energie des Steins auf der Brücke?

b) Wie hoch ist die kinetische Energie des Steins auf der Brücke?

c) Wie gross ist seine Gesamtenergie?

d) Mit welcher Geschwindigkeit kommt der Stein unten auf?

AUFGABE 82: Eine Feder mit einer Federkonstanten von 200 N/m wird gestaucht.

a) Wie viel Arbeit ist nötig um die Feder um 15 cm zu stauchen?

b) Wie viel Energie ist nun in der Feder gespeichert?

c) Nun wird ein Schlitten (m = 1,7 kg) vor die gespannte Feder gesetzt, und die Feder entspannt. Auf welche Geschwindigkeit wird der Schlitten beschleunigt, wenn Reibung vernachlässigt wird?

d) Der Schlitten hat Stahlkufen und gleitet auf einer Stahloberfläche. Wie weit kommt der Schlitten, wenn die Reibung nach entspannen der Feder einsetzt?

AUFGABE 83: Ein Wagen (3 kg) rollt eine schiefe Ebene herunter. Die Ebene ist mit einem Winkel von 25° gegen die Horizontale geneigt.

a) Wie schnell ist der Wagen nach 7,5 m?

b) Nach 15 m fährt der Wagen auf eine Feder mit einer Federkonstante von 100 N/m wie stark wird die Feder gestaucht?

c) Der Wagen wird auf eine horizontale Ebene mit Reibung ($\mu = 0.1$) umgelenkt. Wie weit kommt der Wagen?

AUFGABE 84: Im Unterricht sehen Sie ein Experiment. Beantworten Sie dazu die folgenden Fragen.

a) Sie sehen ein mit Wasser gefülltes Gefäss aus dem durch zwei Ausflüsse Wasser ausläuft. Machen Sie eine Zeichnung des Experiments. Was beobachten Sie?

b) Wie können Sie sich das Beobachtete erklären?

c) Im Unterricht behandeln wir gerade Energie und die Umwandlung verschiedener Energieformen. Welche Energieform wird hier abgebaut? In welche andere Energieform wurde es umgewandelt?

Leistung P

Die *Leistung* gibt den Energieverbrauch pro Zeiteinheit an. Das Formelzeichen für die Leistung ist P (engl. power). Die Grundeinheit der Leistung ist das **Watt**. Die Einheit ist zu Ehren von James Watt (1736 - 1819), dem Erfinder der ersten Dampfmaschine benannt. An nahezu allen technischen Geräten ist angegeben, wie viel Watt sie verbrauchen. Im

Lithium-Ionen-Akku	starke Sprengstoffe	Schokolade	Benzin	Plutoniumbatterie
0,5	7	23	43	11 200

Tabelle 2: Energiedichte verschiedener Energieträger in MJ/kg. Plutoniumbatterien werden fast ausschliesslich in der Raumfahrt verwendet.

Sprachgebrauch wird die Leistung von Autos oft in PS angegeben (1 PS = 735,5 W).

$$\text{Leistung} = \frac{\text{verrichtete Arbeit}}{\text{erforderliche Zeit}} \quad \text{oder} \quad P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$
$$\text{Einheit}: [P] = \frac{\text{Joule}}{\text{Sekunde}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{s}} = \text{Watt} = \text{W}$$

AUFGABE 85: Wie viel Joule elektrischer Energie benötigt eine 15 Watt Lampe pro Sekunde?

AUFGABE 86: Mit einem Lastenaufzug sollen 50 kg Steine in 20 Sekunden zehn Meter hochbefördert werden. Für welche Leistung muss der Motor ausgelegt sein?

AUFGABE 87: Der Lithium-Ionen-Akku eines Smartphones hält bei normaler Nutzung etwa einen Tag. Seine Kapazität beträgt 7,98 Wh bei einem Gewicht (mit Schale) von 38 g.

a) Wie gross ist die Energiedichte ($w = \frac{\Delta E}{\Delta m}$) des Akkus? Vergleichen Sie mit dem Tabellenwerte.

b) Wie lange würde das Telefon mit einem anderen Energiespeichermedium halten, wenn es sich für die Nutzung eignen würde?

AUFGABE 88: Um vom Erdgeschoss des Lyceums zum Physikunterricht in den zweiten Stock zu kommen, muss man 56 Treppenstufen von etwa 16,5 cm Höhe nehmen.

a) Wie viel Energie benötigen Sie mindestens, um vom Erdgeschoss in den Physikraum zu gelangen?

b) Beeilt man sich, kann man in 12 Sekunden oben sein. Wie viel müssten Sie dafür leisten?

c) Wie leistungsfähig können Sie beim Treppensteigen sein?

Lösung Die Werte hängen von Ihrem Gewicht ab. Annahme Sie wiegen 60 kg. a) $E = 5438{,}7\,\mathrm{J}$, b) $P = 453{,}2\,\mathrm{W}$

AUFGABE 89: Sie haben sicher schon einmal gehört, dass Licht eine Energieform ist. Wenn nicht, kennen Sie ja sicher Solarzellen. Diese Bauteile wandeln Lichtenergie in elektrische Energie um. Lichtenergie wird in kleinen Paketen übertragen, den sogenannten Photonen. Die Energiemenge, die ein Photon überträgt, ist abhängig von der Farbe des Lichtes. Es gilt $E = h \cdot \nu$. Dabei ist h das Planck'sche Wirkungsquantum, sein Wert ist $6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$ und ν die Frequenz des Lichtes.

Ein roter Laserpointer ($\nu = 4{,}4 \cdot 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$) mit einer Lichtleistung von 3 mW erreicht einen Wirkungsgrad von 80 %.

a) Wie viel Energie wird in einer Sekunde in Laserlicht abgegeben?

b) Schätzen Sie ab, wie viele Photonen vom Laserpointer während einer Sekunde abgegeben werden?

AUFGABE 90: Galileo Galilei (* 1564 in Pisa, † 1641 in Arcetri bei Florenz) untersuchte das Fallen von Körpern und fand dabei als erster das Fallgesetz. Zu seiner Zeit gab es noch keine Uhren, die Bruchteile von Sekunden messen konnten, daher war er darauf angewiesen, dass Fallen stark zu verlangsamen um den Zusammenhang von Weg und Zeit beim Fallen von Körpern trotzdem messen zu können. Um dies zu erreichen, benutzte er eine schiefe Ebene um die Beschleunigung zu verringern. Für die schiefe Ebene hängt die Beschleunigung vom Steigungswinkel ab. Bei kleinen Steigungen, ist die Beschleunigung klein, im Grenzfall eines Winkels von 90° erhält man die Fallbeschleunigung. Benutzten Sie die Energieerhaltung (dieses praktische Konzept kannte Galilei noch nicht), um die Beschleunigung in Abhängigkeit vom Steigungswinkel zu bestimmen.

a) Machen Sie eine Skizze des Versuchsaufbaus.

b) Finden Sie eine Formel für die potentielle Energie, die vom Steigungswinkel abhängt.

c) Berechnen Sie für verschiedene Steigungswinkel (15°, 45 , °, 75° und 90°) die Endgeschwindigkeit eines Schlittens, der 1,5 m auf einer schiefen Ebene gleitet.

d) Wie stark wurde der Schlitten für die oben genannten Winkel beschleunigt? Tragen Sie die Werte in ein Diagramm ein. Stellen Sie eine allgemeine Formel für die Beschleunigung in Abhängigkeit vom Steigungswinkel auf.

Galilei nutzt anstatt eines Schlittens eine Kugeln, die er die schiefe Ebene runter rollen liess. Er ignorierte dabei, dass die Kugel rollend die schiefe Ebene herunterkommt. Dadurch kam er auf einen falschen Wert für die Fallbeschleunigung. Benutzt man eine Kugel, ist die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = {}^{7}/_{10} \cdot m \cdot v^2$.

e) Auf welchen Wert für die Fallbeschleunigung ist Galilei mit einer Messingkugel gekommen?

Original-URL des Artikels: http://www.golem.de/news/flykly-elektrofahrrad-nachruestsatz-steckt-komplett-im-hinterrad-1310-102213.html
Veröffentlicht: 18.10.2013 12:04

Flykly

Elektrofahrrad-Nachrüstsatz steckt komplett im Hinterrad

Das Hinterrad Flykly macht aus jedem normalen Fahrrad ein Pedelec. Neben dem Motor befindet sich auch der Akku in der Radnabe. Gesteuert wird die Elektronik über eine Smartphone-App.

Mit dem Flykly haben New Yorker Erfinder eine Nachrüstmöglichkeit für Fahrräder entwickelt, die dadurch zu Elektrofahrrädern werden sollen. Finanziert wird die Fertigung über Kickstarter.

Auf der Radnabe des mit 4 kg vergleichsweise leichten Hinterrades mit einer 26- oder 29-Zoll-Bereifung steckt zwischen den Speichen nicht nur ein besonders flacher 250-Watt-Elektromotor in einem robusten Gehäuse, sondern auch noch ein 36-Volt-Lithium-Ionen-Akku, der für eine Reichweite von ungefähr 50 Kilometern sorgen soll.

Die maximale Unterstützung reicht bis 25 km/h. Der Akku wird direkt am Rad geladen. Durch Rekuperation lässt sich der Akku, der eine Lebensdauer von 1.000 Ladevorgängen aufweisen soll, auch beim Rollen des Rades füllen. Das Flykly kann allerdings nicht mit einer Ketten- oder Nabenschaltung kombiniert werden, sondern lässt sich nur an Ein-Gang-Fahrrädern nutzen. Das ist ein deutlicher Nachteil gegenüber herkömmlichen Pedelecs.

Der Radfahrer benötigt auch noch ein Smartphone, das mit Hilfe der beigelegten Lenkerhalterung mit eingebautem Akku-Frontlicht befestigt wird. Der Akku kann über den Dynamo geladen werden und versorgt auch das Smartphone mit Strom, das per Bluetooth Kontakt zum Hinterrad hält. Die App soll für iOS, Android und die Pebble-Smartwatch erscheinen.

Die App dient dazu, die maximale Unterstützung des Elektromotors zu programmieren. Das ist bei anderen Pedelecs auch möglich, allerdings nicht mit dem Smartphone, sondern mit einer Steuerung, die am Rad dauerhaft befestigt wird. Daten zur Fahrgeschwindigkeit, dem Akkustand und der zurückgelegten Strecke werden von der App ebenfalls visualisiert. Die Streckendaten können auch mit Freunden geteilt werden. Wer will, kann über die App auch eine Wegfahrsperre aktivieren.

Die Entwickler benötigen für die Serienproduktion des Flykly 100.000 US-Dollar, die über Kickstarter besorgt werden sollen. Dieses Ziel hatten sie in rund zwei Tagen erreicht. Ein Flykly kostet 590 US-Dollar inklusive weltweitem Versand. Beim Import nach Deutschland kommen noch der Zoll und Steuern dazu. Die Auslieferung soll im Mai 2014 beginnen. (ad)

AUFGABE 91:

a) Lesen Sie den Zeitungsartikel und beschreiben Sie in zwei Sätzen worum es darin geht.

b) Berechnen Sie den Rollwiderstand F_{Roll} für ein 20 kg schweres Velo. Die Masse des Fahrers soll 60 kg betragen. Nehmen Sie einen Rollwiderstandsbeiwert von $c = 0.01$ an.

c) Berechnen Sie den Luftwiderstand bei einer Geschwindigkeit von 20 km/h. Die effektive Stirnfläche $c_w \cdot A$ soll 0,75 sein.

d) Zeichnen Sie die Geschwindigkeits-Leistungs-Diagramm. Welche maximale Geschwindigkeit ist demnach mit dem Velo möglich?

e) Ist es möglich die 30 km von Bern (542 m ü. M.) nach Thun (560 m ü. M.) ausschliesslich im Elektrobetrieb zurückzulegen? Wenn ja, wie lange dauert die Fahrt mindestens?

Musterlösungen

LÖSUNG 1: Der Weg s_1 sollte 3,43 cm lang sein.
Der Weg s_2 beschreibt einen Kreis mit einem Radius von 1 cm. Sollte also 6,28 cm lang sein. Der Weg s_3 beschreibt dreiviertel eine Ellipse mit einem Radius von 1 cm und einem Radius von 3 cm. Dieser Weg sollte etwa 10 cm lang sein.

LÖSUNG 2:

a) Der Umfang am Äquator wäre $4 \cdot 10^7$ m. Das sind $4 \cdot 10^4$ km, also 40 000 km.

b)

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow r = \frac{U}{2 \cdot \pi} = \frac{40\,000\,\text{km}}{2 \cdot \pi} = 6366{,}2\,\text{km}$$

c)

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 1{,}08 \cdot 10^{12}\,\text{km}^3 = 1{,}08 \cdot 10^{21}\,\text{m}^3$$

LÖSUNG 3: Ein Zoll sind 2,54 cm. Damit sind 15,6″ gleich 39,624 cm.

LÖSUNG 4: Ein Inch sind 2,54 cm (so wie ein Zoll). Dann kommen 118 Punkte auf einen Zentimeter. Das bedeutet 13 924 Punkte auf einen Quadratzentimeter.

LÖSUNG 5:

$$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 7 = 604\,800$$

LÖSUNG 6: Ein Jahr hat etwa 365,25 Tage. Das sind 31 557 600 Sekunden. Damit ist das Universum etwa $1{,}36 \cdot 10^{10}$ Jahre alt. Das sind 13,6 Milliarden Jahre.

LÖSUNG 7:

$$m = 1{,}6\,\text{T} = 1600\,\text{kg} = 1\,600\,000\,\text{g}$$

LÖSUNG 8:

$$\frac{3\,\mu\text{g}}{10\,\text{g}} \cdot 30\,\text{Fr} = \frac{3 \cdot 10^{-9}\,\text{kg}}{10 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}} \cdot 30\,\text{Fr} = 9 \cdot 10^{-6}\,\text{Fr}$$

LÖSUNG 9: 1 Mol dieses Silizium Isotops wiegt 28 g. Also benötigt man $\frac{1000\,\text{g}}{28\,\text{g/mol}} = 35{,}714$ mol dieses Isotops. Das sind $35{,}714\,\text{mol} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1} = 2{,}1500 \cdot 10^{25}$ Atome.

LÖSUNG 10: $V = 0.1^3 m^3 = 0.001 m^3$ $\rho = m/V = \frac{2{,}7\,\text{kg}}{0{,}001\,\text{m}^3} = 2700\,\text{kg/m}^3$ (Aluminium)
$m = V \cdot \rho = 0{,}001\,\text{m}^3 \cdot 19\,290\,\text{kg/m}^3 = 19{,}29\,\text{kg}$

LÖSUNG 11:

$$U_{\text{Kreis}} = 2\pi \cdot R \rightarrow R = \frac{U_{Kreis}}{2 \cdot \pi} = \frac{40 \cdot 10^6\,\text{m}}{2 \cdot \pi} = 6{,}3662 \cdot 10^6\,\text{m}$$

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = 1{,}0808 \cdot 10^{21}\,\text{m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{5{,}974 \cdot 10^{24}\,\text{kg}}{1{,}0808 \cdot 10^{21}\,\text{m}^3} = 5527{,}4\,\text{kg/m}^3 = 5{,}5\,\text{g/cm}^3$$

LÖSUNG 12:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\rho} \approx \frac{2 \cdot 10^{30}\,\text{kg}}{1400\,\text{kg/m}^3} = 1{,}4286 \cdot 10^{27}\,\text{m}^3$$

LÖSUNG 13:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{3 \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30}\,\text{kg}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{12}\,\text{m}^3} = 1{,}424 \cdot 10^{18}\,\text{kg/m}^3$$

LÖSUNG 14:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18\,\text{km}}{0{,}75\,\text{h}} = 24\,\text{km/h}$$

LÖSUNG 15:

$$\Delta s = \bar{v} \cdot \Delta t = 1\,\text{m/s} \cdot 3600\,\text{s} = 3600\,\text{m}$$

LÖSUNG 16:

a)

$$\Delta t = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}\,\text{m}}{3 \cdot 10^8\,\text{m/s}} = 500\,\text{s}$$

b)

$$\Delta t = \frac{3{,}84 \cdot 10^8\,\text{m}}{3 \cdot 10^8\,\text{m/s}} = 1{,}28\,\text{s}$$

LÖSUNG 17:

$$\Delta t = 1\,\text{a} = 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 31\,536\,000\,\text{s}$$
$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 3 \cdot 10^8\,\text{m/s} \cdot 31\,536\,000\,\text{s} = 9{,}4608 \cdot 10^{15}\,\text{m}$$

LÖSUNG 18:

a) $v_1 > v_2$ $|v_1| > |v_2|$

b) $v_1 = v_2$ $|v_1| = |v_2|$

c) $v_1 < v_2$ $|v_1| > |v_2|$

d) $v_1 > v_2$ $|v_1| < |v_2|$

LÖSUNG 19:

a)

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t = 2\,\mathrm{m/s^2} \cdot 60\,\mathrm{s} = 120\,\mathrm{m/s}$$

b)

$$\Delta s = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 = 0.5 \cdot 2\,\mathrm{m/s^2} \cdot (60\,\mathrm{s})^2 = 3600\,\mathrm{m}$$

LÖSUNG 20:

$$\Delta v = v_1 - v_0 = 100\,\mathrm{km/h} = 27{,}8\,\mathrm{m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}8\,\mathrm{m/s}}{5\,\mathrm{s}} = 5{,}56\,\mathrm{m/s^2}$$

LÖSUNG 21:

$$\Delta v = v_1 - v_0 = 100\,\mathrm{km/h} = 27{,}8\,\mathrm{m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}8\,\mathrm{m/s}}{5\,\mathrm{s}} = 5{,}56\,\mathrm{m/s^2}$$

LÖSUNG 22: Zuerst berechnen wir das Fallen des Kaugummi im Schwerefeld der Erde. Es gilt: $s = v_{0z} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$. Horizontal meint $v_0 z = 0$. $\rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m/s^2}}} = 0{,}77\,\mathrm{s}$ Das Kaugummi hat die gleiche Geschwindigkeit wie der Zug $v_x = 120\,\mathrm{km/h} = 33{,}3\,\mathrm{m/s}$. $\rightarrow s_x = v_x \cdot t = 33{,}3\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}77\,\mathrm{s} = 25{,}7\,\mathrm{m}$. $s_y = v_y \cdot t = 3\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}77\,\mathrm{s} = 2{,}3\,\mathrm{m}$

LÖSUNG 23:

a)

$$v = v_0 - g \cdot t = 0 \rightarrow v_0 = g \cdot t \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{30\,\mathrm{m/s}}{10\,\mathrm{m/s^2}} = 3\,\mathrm{s}$$

b) Entweder mit der Formel $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 30\,\mathrm{m} \cdot 3\,\mathrm{s} - 0{,}5 \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot (3\,\mathrm{s})^2 = 90\,\mathrm{m} - 45\,\mathrm{m} = 45\,\mathrm{m}$
oder man berechnet die Fläche im v-t-Diagramm $s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t = 15\,\mathrm{m/s} \cdot 3\,\mathrm{s} = 45\,\mathrm{m}$.

c) Durch ausprobieren bekommen wir einen Wert zwischen 40 m/s und 50 m/s.
Mit $v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta s = 0\mathrm{m^2/s^2} \rightarrow v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \delta s \rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta s} = \sqrt{2 \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 100\,\mathrm{m}} = 44{,}72\,\mathrm{m/s}$

d) Wie in Teil a) $\rightarrow t = 4{,}5\,\mathrm{s}$.

e) $s_x = v_x \cdot t = 1\,\mathrm{m/s} \cdot 4{,}5\,\mathrm{s} = 4{,}5\,\mathrm{m}$
$\tan\alpha = \frac{4{,}5\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{m}} = 0{,}045 \rightarrow \alpha = 2{,}6°$

f) $s_x = v_x \cdot t = 1\,\mathrm{m/s} \cdot 2 \cdot 4{,}5\,\mathrm{s} = 9\,\mathrm{m}$

g) $v_x = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100\,\mathrm{m}}{9\,\mathrm{s}} = 11{,}1\,\mathrm{m/s}$

h)

$$t = \frac{\Delta s}{v_x} = \frac{100\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{m/s}} = 100\,\mathrm{s} \rightarrow 50\,\mathrm{s}$$

um den höchsten Punkt zu erreichen.
Jetzt wie in a) $v_0 = g \cdot t = 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 50\,\mathrm{s} = 500\,\mathrm{s}$.
Wie in b) $\Delta s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 500\,\mathrm{m/s} \cdot 50\,\mathrm{s} = 25\,000\,\mathrm{m}$.

LÖSUNG 26:

$$F_{\mathrm{Gra}} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot \frac{1\,\mathrm{kg} \cdot 1\,\mathrm{kg}}{(1\,\mathrm{m})^2} = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 27: Der Radius lässt sich aus dem Umfang berechnen.
$U = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow r = 6{,}366 \cdot 10^3\,\mathrm{m}$.

$$F_{\mathrm{Gra}} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot \frac{5{,}9722 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg} \cdot 80\,\mathrm{kg}}{(6366 \cdot 10^3\,\mathrm{m})^2} = 786{,}77\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 28:

$$F_{\mathrm{G}} = m \cdot g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 80\,\mathrm{kg} = 784{,}8\,\mathrm{N}.$$

LÖSUNG 30:

$$F_G = -F_F$$
$$m \cdot g = D \cdot l$$
$$l = \frac{m \cdot g}{D} = \frac{4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}{300\,\mathrm{N/m}} = 0{,}131\,\mathrm{m}$$

LÖSUNG 31:

$$F = D \cdot l \rightarrow l = \frac{F}{D}$$

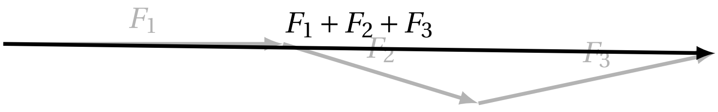
Die Kraft ist für beide Federn gleich gross.

$$l = l_1 + l_2 = \frac{F}{D_1} + \frac{F}{D_2} = \frac{10\,\mathrm{N}}{100\,\mathrm{N/m}} + \frac{10\,\mathrm{N}}{50\,\mathrm{N/m}} = 0{,}1\,\mathrm{m} + 0{,}2\,\mathrm{m} = 0{,}3\,\mathrm{m}.$$

Um die Federkonstante zu bestimmen stellen wir das Federgesetz nach ihr um

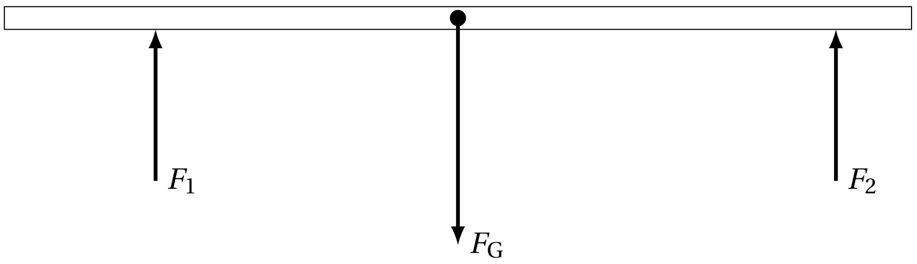
$$F = D \cdot l \rightarrow D = \frac{F}{l} = \frac{10\,\mathrm{N}}{0{,}3\,\mathrm{m}} = 33{,}3\,\mathrm{N/m}.$$

LÖSUNG 35: Durch verschieben der Vektoren bekommen wir den resultierenden Vektor. Seine Länge und sein Winkel können gemessen werden.



LÖSUNG 57:

a) Die Skizze könnte so aussehen:



b) Als Drehachse wähle ich den Schwerpunkt des Balken. Die zwei Gleichgewichtsbedingungen lauten:

$$F_1 + F_2 - F_G = 0$$

und

$$0 \cdot F_G - 4\,\mathrm{m} \cdot F_1 + 5\,\mathrm{m} \cdot F_2 = 0$$

c) Aus der Bedingung für die Drehmomente lässt sich F_1 in Abhängigkeit von F_2 auflösen.

$$0 \cdot F_G - 4\,\mathrm{m} \cdot F_1 + 5\,\mathrm{m} \cdot F_2 = 0 \rightarrow F_1 = \frac{5}{4} \cdot F_2$$

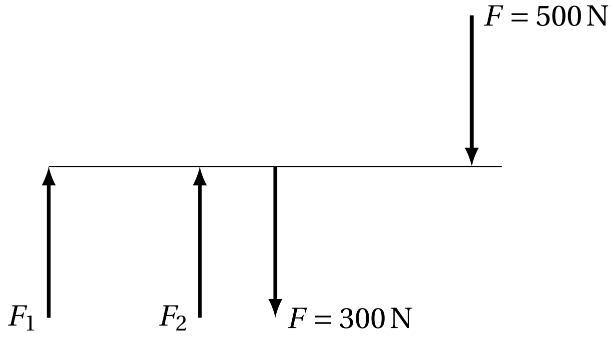
Dies kann man dann in die Kraftbedingung einsetzen und auflösen.

$$F_1 + F_2 - F_G = 0 \rightarrow \frac{5}{4} \cdot F_2 + F_2 - F_G = 0 \rightarrow \frac{9}{4} \cdot F_2 = F_G \rightarrow F_2 = \frac{4}{9} \cdot F_G = \frac{4}{9} \cdot 0{,}6\,\mathrm{kN} = 0{,}2667\,\mathrm{kN}$$

F_1 ist dann 0,333 kN gross.

LÖSUNG 58:

a) Eine Skizze des Sprungbretts mit allen wirkenden Kräften könnte so aussehen.



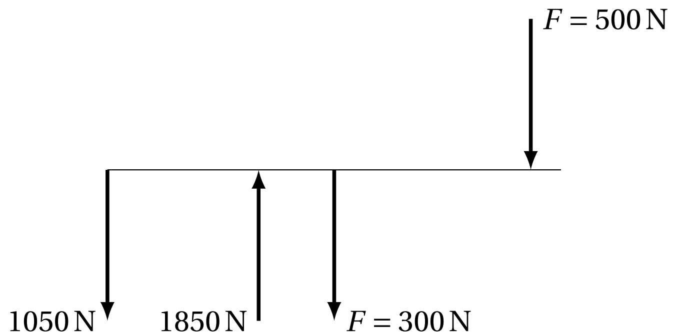
b) Um die Kräfte F_1 und F_2 ermitteln zu können, stellen wir die Summe der Drehmomente auf. Ich wähle als erste Drehachse den Punkt an den die Kraft F_1 angreift.

$$F_2 \cdot 1\,\mathrm{m} - 300\,\mathrm{N} \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} - 500\,\mathrm{N} \cdot 2{,}8\,\mathrm{m} = 0 \rightarrow F_2 = 1850\,\mathrm{N}$$

Um die Kraft F_1 zu bestimmen wähle ich als Drehachse den Punkt an den die Kraft F_2 angreift.

$$-F_1 \cdot 1\,\mathrm{m} - 300\,\mathrm{N} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} - 500\,\mathrm{N} \cdot 1{,}8\,\mathrm{m} = 0 \rightarrow F_1 = -1050\,\mathrm{N}$$

Die Kraft F_1 ist negativ. Das heisst, unsere Annahme F_1 zeigt nach oben ist falsch. F_1 zeigt also nach unten. Abschliessend noch einmal die Kräfteverteilung am Sprungbrett:



LÖSUNG 60: Die Normalkraft ist gleich der Gewichtskraft. $F_N = m \cdot g = 75\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} = 735{,}75\,\mathrm{N}$. Die Reibungszahlen entnimmt man einer Tabelle.

a) Haftreibung Stahl auf Eis $\mu = 0.027$ aus Tabelle.

$$F_R = \mu \cdot F_N = 0{,}027 \cdot 735{,}75\,\mathrm{N} = 19{,}865\,\mathrm{N}$$

b) Gleitreibung: Stahl auf Eis $\mu = 0.014$ aus Tabelle.

$$F_R = \mu \cdot F_N = 0{,}014 \cdot 735{,}75\,\mathrm{N} = 10{,}30\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 61: Die Zugkraft Z hat Komponenten in x- und z-Richtung.

$$Z_z = \sin(40°) \cdot Z = 0{,}6428 \cdot 100\,\mathrm{N} = 64{,}28\,\mathrm{N}$$
$$Z_x = \cos(40°) \cdot Z = 0{,}7660 \cdot 100\,\mathrm{N} = 76{,}60\,\mathrm{N}$$

In z-Richtung bewegt sich der Schlitten nicht. Das heisst, die Summe der Kräfte in z-Richtung ist Null. Damit bekommen wir die Normalkraft.

$$0 = F_N + Z_z - F_G \to F_N = F_G - Z_z = m \cdot g - Z_z = 40\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} - 64{,}28\,\mathrm{N} = 328{,}12\,\mathrm{N}$$

Die Reibungskraft ist proportional zur Normalkraft. Haftreibung: $\mu = 0.027$ aus Tabelle.

$$F_R = \mu \cdot F_N = 0{,}027 \cdot 328{,}12\,\mathrm{N} = 8{,}86\,\mathrm{N}$$

Gleitreibung: $\mu = 0.014$ aus Tabelle.

$$F_R = \mu \cdot F_N = 0{,}014 \cdot 328{,}12\,\mathrm{N} = 4{,}59\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 62:

a) Skizze wie über der Aufgabe.

b) Um Normalkraft und Reibungskraft zu erhalten, muss die Gewichtskraft in eine Komponente senkrecht zur Ebene (Normalkraft) und eine parallel zur Ebene (Reibungskraft) zerlegt werden.

$$F_N = \cos\alpha F_G$$

und

$$F_R = \sin\alpha F_G.$$

c) Mit der Formel für die Reibungskraft ergibt sich die Haftreibungszahl:

$$F_R = \mu \cdot F_N \to \mu = \frac{F_R}{F_N} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 0{,}7.$$

LÖSUNG 64: Eine konstante Kraft bedeutet eine konstante Beschleunigung. Es gilt

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \to a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 10\,\mathrm{m}}{25\,\mathrm{s}^2} = 0{,}8\,\mathrm{m/s^2}$$
$$F = m \cdot a = 3\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}8\,\mathrm{m/s^2} = 2{,}4\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 65: Gegeben: $m = 0{,}1\,\mathrm{kg}$, $v_0 = 3\,\mathrm{m/s}$, $\Delta s = 1{,}25\,\mathrm{m}$.

a)

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot s} = \frac{0\,\mathrm{m/s} - 9\,\mathrm{m/s}}{2 \cdot 1{,}25\,\mathrm{m}} = -3{,}6\,\mathrm{m/s^2}$$

b)

$$F = m \cdot a = 0{,}1\,\mathrm{kg} \cdot (-3{,}6\,\mathrm{m/s^2}) = -0{,}36\,\mathrm{N}$$

LÖSUNG 66: Die beschleunigende Kraft ist $F = m_2 \cdot g$ die zu beschleunigende Masse ist $(m_1 + m_2)$.

$$F = m \cdot a$$

$$m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \rightarrow a = g \cdot \frac{m_2}{m1 + m_2} = 9{,}81 \cdot \frac{2\,\mathrm{kg}}{5\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg}} = 2{,}8\,\mathrm{m/s^2}$$

LÖSUNG 67:

LÖSUNG 68:

LÖSUNG 69:

LÖSUNG 72:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 1500\,\mathrm{kg} \cdot 13{,}89\,\mathrm{m/s} = 20\,833\,\mathrm{kgm/s}$$

LÖSUNG 73:

LÖSUNG 74:

$$W = 30\,\mathrm{N} \cdot \cos 30° \cdot 50\,\mathrm{m} = 25{,}981\,\mathrm{N} \cdot 50\,\mathrm{m} = 1299{,}0\,\mathrm{J}$$

LÖSUNG 75:

a)

$$W_{\mathrm{Hub}} = F_{\mathrm{G}} \cdot s = m \cdot g \cdot s = 5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} 3\,\mathrm{m} = 147{,}15\,\mathrm{J}$$

b)

$$E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h = 5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} 3\,\mathrm{m} = 147{,}15\,\mathrm{J}$$

LÖSUNG 77: Zuerst sollten alle Grössen in den Grundeinheiten vorliegen.

$$v = 50\,\mathrm{km/h} = 13{,}89\,\mathrm{m/s}$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0{,}5 \cdot 1500\,\text{kg} \cdot (13{,}89\,\text{m/s})^2 = 144{,}68\,\text{kJ}$$

LÖSUNG 78:

LÖSUNG 79:

LÖSUNG 80:

LÖSUNG 81:

a)

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = 1{,}5\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\text{m/s}^2 \cdot 40\,\text{m} = 588{,}6\,\text{J}$$

b)

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0{,}5 \cdot 1{,}5\,\text{kg} \cdot 0 m/s = 0\,\text{J}$$

c) Die Gesamtenergie ist konstant.

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = 588{,}6\,\text{J} + 0\,\text{J} = 588{,}6\,\text{J}$$

d) Am Boden ist die Gesamtenergie genauso gross wie auf der Brücke (Energieerhaltung).

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = 1{,}5\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\text{m/s}^2 \cdot 0\,\text{m} = 0\,\text{J}$$
$$E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} \rightarrow E_{\text{kin}} = E_{\text{tot}} - E_{\text{pot}} = 588{,}6\,\text{J} - 0\,\text{J} = 588{,}6\,\text{J}$$
$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m}} = 28{,}0\,\text{m/s}$$

LÖSUNG 82:

a) Die Federkraft ist nicht konstant, sondern steigt linear mit der Auslenkung. Die Fläche unter dem Arbeitsdiagramm ist

$$W = \frac{1}{2} \cdot F_{\text{F}} \cdot (\Delta x) = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2 = 0{,}5 \cdot 200\,\text{N/m} \cdot (0{,}15\,\text{m})^2 = 2{,}25\,\text{J}$$

b) Das spannen der Feder hat 2,25 J gekostet, damit ist die Federenergie $E_{\text{Feder}} = 2{,}25\,\text{J}$.

c) Es gilt Energieerhaltung. Die Federenergie wird vollständig in kinetische Energie umgewandelt.

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}25\,\text{J}}{1{,}7\,\text{kg}}} = 1{,}63\,\text{m/s}$$

d) Wir rechnen zuerst die Reibungskraft aus. Aus der Tabelle finden wir die Reibungszahl μ für Gleitreibung Stahl auf Stahl. Es wirkt nur die Gewichtskraft und die Normalkraft in vertikaler Richtung auf den Schlitten, daraus folgt, dass die Normalkraft gleich der Gewichtskraft ist.

$$F_{\mathrm{R}} = \mu \cdot F_{\mathrm{N}} = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}1 \cdot 1{,}7\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} = 1{,}67\,\mathrm{N}$$

Es gibt nun zwei Möglichkeiten um zu berechnen, wie weit der Schlitten noch kommt.

(1) Im ersten Fall berechnen wir die Arbeit, die die Oberfläche gegen den Schlitten verrichtet. Wenn die kinetische Energie des Wagens vollständig in innere Energie U umgewandelt wurde, kommt dieser zum Stehen.

$$W = F \cdot s = F_{\mathrm{R}} \cdot s \rightarrow s = \frac{W}{F_{\mathrm{R}}} = \frac{2{,}25\,\mathrm{J}}{1{,}67\,\mathrm{N}} = 1{,}35\,\mathrm{m}$$

(2) Mit $F = m \cdot a$ kann man nun die Beschleunigung ausrechnen. F_{R} wirkt entgegen der Bewegungsrichtung, also $-F_{\mathrm{R}}$.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_{\mathrm{R}}}{m} = \frac{-1{,}67\,\mathrm{N}}{1{,}7\,\mathrm{kg}} = -0{,}981\,\mathrm{m/s^2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \rightarrow s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{(0\,\mathrm{m/s})^2 - (1{,}63\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot (-0{,}981\,\mathrm{m/s^2})} = 1{,}35\,\mathrm{m}$$

LÖSUNG 83:

a) Der Wagen wandelt potentielle Energie in kinetische Energie.

$$E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \cdot \Delta s = 3\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0{,}42 \cdot 7{,}5\,\mathrm{m} = 93{,}282\,\mathrm{J}$$

Diese potentielle Energie hat der Wagen verloren. Gleichzeitig hat er denselben Betrag an kinetischer Energie gewonnen (Energieerhaltung). Durch umstellen der kinetischen Energie nach v erhalten wir

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\mathrm{kin}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 93{,}28\,\mathrm{J}}{3\,\mathrm{kg}}} = 7{,}89\,\mathrm{m/s}$$

b) Nun wird die kinetische Energie in Federenergie umgewandelt. Da die kinetische Energie am Startpunkt Null war, ist die kinetische Energie unten, gleich der potentiellen Energie am Startpunkt.

$$E_{\mathrm{tot}} = E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot \sin(25°) \cdot 15\,\mathrm{m} = 3\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0{,}42 \cdot 15\,\mathrm{m} = 186{,}56\,\mathrm{J}$$

Aus der Federenergie kann die Auslenkung Δx bestimmt werden

$$E_{\mathrm{Feder}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2 \rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\mathrm{Feder}}}{D}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 186{,}56\,\mathrm{J}}{100\,\mathrm{N/m}}} = \sqrt{3{,}73\,\mathrm{m^2}} = 1{,}93\,\mathrm{m}$$

c) Zuerst berechnen wir die Reibungskraft. Die Gewichtskraft und die Normalkraft sind die einzigen Kräfte in vertikale Richtung. Daher müssen beide gleich gross sein.

$$F_R = \mu \cdot R_N = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}1 \cdot 3\,\mathrm{m} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} = 2{,}94\,\mathrm{N}$$

Nun gibt es zwei Möglichkeiten auszurechen, wie weit der Schlitten noch fährt.

(1) Wir wandeln die kinetische Energie in innere Energie U um.

$$U = F_R \cdot s \rightarrow s = \frac{U}{F_R} = \frac{186{,}56\,\mathrm{J}}{2{,}94\,\mathrm{N}} = 63{,}39\,\mathrm{m}$$

(2) Wir berechnen aus der Reibungskraft die Beschleunigung und dann damit den Bremsweg.

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{2{,}94\,\mathrm{N}}{3\,\mathrm{kg}} = 0{,}98\,\mathrm{m/s^2}$$

Aus der Gesamtenergie bestimmen wir die Geschwindikeit

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 186{,}56\,\mathrm{J}}{3\,\mathrm{kg}}} = 11{,}15\,\mathrm{m/s}$$

Damit bekommen wir

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \rightarrow s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{(0\,\mathrm{m/s})^2 - (11{,}15\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot (-0{,}98\,\mathrm{m/s^2})} = \frac{124{,}38\,\mathrm{m^2/s^2}}{1{,}96\,\mathrm{m/s^2}} = 63{,}39\,\mathrm{m}$$

LÖSUNG 85:

$$\Delta W = P \cdot \Delta t = 15\,\mathrm{W} \cdot 1\,\mathrm{s} = 15\,\mathrm{J}$$

LÖSUNG 86: Die Kraft ist die Gewichtskraft

$$F_G = m \cdot g = 50\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} = 490{,}5\,\mathrm{N}$$

Eine Hubarbeit von

$$W_{Hub} = F_G \cdot h = 490{,}5\,\mathrm{N} \cdot 10\,\mathrm{m} = 4905\,\mathrm{J}$$

muss der Motor bewältigen. Damit ergibt sich eine minimale Leistung von

$$P = \frac{W_{Hub}}{\Delta t} = \frac{4905\,\mathrm{J}}{20\,\mathrm{s}} = 245{,}25\,\mathrm{W}$$

LÖSUNG 88:

a) Um die Energie berechnen zu können, benötigen Sie die zurückgelegte Höhe:

$$h = 0{,}165\,\mathrm{m} \cdot 56 = 9{,}24\,\mathrm{m}$$

Mit Ihrem Körpergewicht (z.B. 60 kg) kommen Sie auf die potentielle Energie:

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = 60\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 9{,}24\,\mathrm{m} = 5438{,}7\,\mathrm{J}$$

b) Leistung ist verrichtete Arbeit pro Zeit. Damit kommen wir auf:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{5438{,}7\,\mathrm{J}}{12\,\mathrm{s}} = 453{,}2\,\mathrm{W}$$

LÖSUNG 89:

a) Die Lichtleistung und die Zeit sind gegeben. Damit kommt man auf

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \to \Delta E = P \cdot \Delta t = 3\,\mathrm{mW} \cdot 1\,\mathrm{s} = 3\,\mathrm{mWs} = 3\,\mathrm{mJ}.$$

b) Zuerst schätzen wir die Energie eines Photons

$$E = h \cdot \nu \approx= 1 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 1 \cdot 10^{14}\,\mathrm{s^{-1}} = 1 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{J}.$$

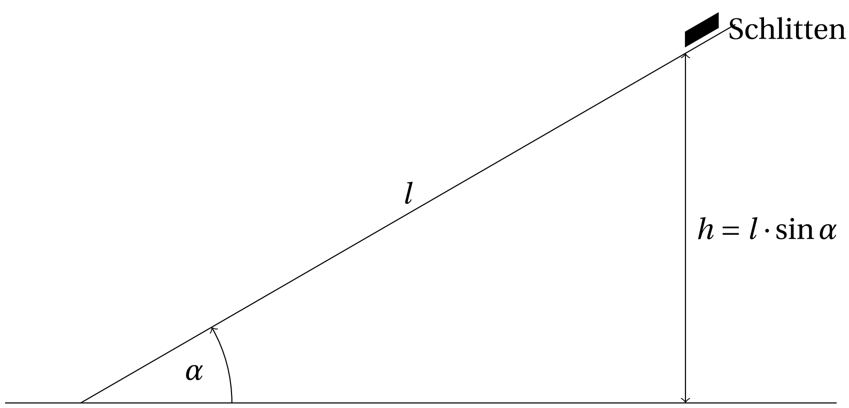
Nun können wir die Anzahl der Photonen schätzen

$$n = \frac{\Delta E}{E_{\text{Photon}}} \approx \frac{1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{J}}{1 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{J}} = 1 \cdot 10^{17}.$$

Rechnen wir mit den exakten Werten bekommen wir eine Anzahl von $1{,}03 \cdot 10^{16}$ Photonen, also etwa 1/10 unseres Schätzwertes.

LÖSUNG 90:

a) Eine Skizze könnte so aussehen:



b) Für die potentielle Energie gilt:

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha.$$

c) Es gilt die Energieerhaltung. Das heisst, die Gesamtenergie bleibt konstant, während der Schlitten die Ebene herunterrutscht. Die potentielle Energie, die der Schlitten oben mehr hat, wandelt sich beim runterrutschen in kinetische Energie um. Oben war die kinetische Energie Null, damit ist sie unten gleich der potentiellen Energie oben.

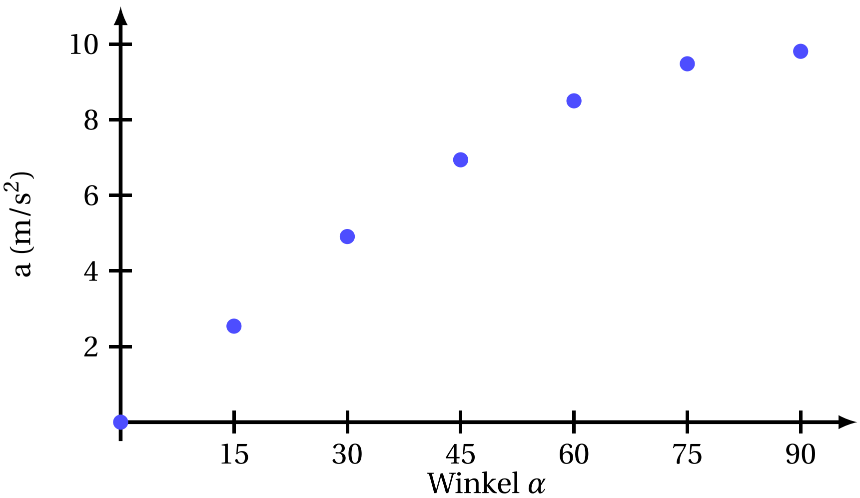
$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$$
$$m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha}.$$

Damit erhält man für 15° eine Geschwindigkeit von 2,76 m/s, für 45° eine Geschwindigkeit von 4,56 m/s, für 75° eine Geschwindigkeit von 5,33 m/s und für 90° eine Geschwindigkeit von 5,42 m/s.

d) Für diesen Aufgabenteil kann eine Formel aus der Kinematik verwendet werden:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta s}.$$

Damit bekommen wir Werte für die Beschleunigung. Bei einem Winkel von 15° ist die Beschleunigung 2,54 m/s^2, bei einem Winkel von 45° ist die Beschleunigung 6,94 m/s^2, bei einem Winkel von 75° ist die Beschleunigung 9,48 m/s^2 und bei einem Winkel von 90° ist die Beschleunigung 9,81 m/s^2.



Setzt man die Formel für die Geschindigkeit (haben wir in Aufgabenteil c) erhalten) in die obige Formel ein, bekommen wir eine allgemeine Formel für die Beschleunigung an der schiefen Ebene

$$a = \sin \alpha \cdot g.$$

e) Wiederholt man die Rechnung, und setzt dabei die kinetische Energie einer Kugel ein, so erhält man die folgend winkelabhängige Beschleunigung

$$a = \frac{5}{7} \cdot g \cdot \sin \alpha.$$

Galilei muss also etwa $7\,\mathrm{m/s^2}$ für die Fallbeschleunigung erhalten haben.
