Tieteellinen laskenta harjoitustyöraportti

Itsenäisten komponenttien analyysi

Harjoitustyö toteutettu Matlab veriolla R2017b (9.3.0.713579)
Testattu myös Matlab versiolla R2015b

Mikael Janhonen 510217
Miika Tulkki 514106

Harjoitustyön aihe

Harjoitustyön aiheena oli itsenäisten komponenttien analyysifunktioiden tutkiminen ja testaus.

Itsenäisten komponenttien analyysi (ICA) pyrkii etsimään syötesignaalijoukosta X tietyn määrän itsenäisiä signaaleja, minimoimalla tulossignaalien normaalijakautuneisuutta. Pääkomponenttianalyysi (PCA) pyrkii etsimään syötesignaalijoukosta X tietyn määrän signaaleja niin, että informaatio säilyy mahdollisimman suurena.

Harjoitustyössä käytössä on 4 signaalia, joita merkitään $\{ s_1, s_2, s_3, s_4\}$. Pidetään signaaleja matriisissa S, jossa rivit ovat eri signaaleja. Signaalit s_1 ja s_2 ovat informaatiota, joista ollaan kiinnostuneita ja s_3 ja s_4 ovat kohinaa. Näistä on muodostettu 4 uutta signaalia, joihin on summattu signaalit S eri painoarvoilla kerrottuna. Merkitään näitä signaaleja $\{ x_1, x_2, x_3, x_4\}$, ja pidetään niitä matriisissa X. Siis

$$x_n = \ a_{n1}s_1 + \ a_{n2}s_2 + a_{n3}s_3 + a_{n4}s_4, \quad a_{nm} \in \mathbb{R} \quad n \in \{1, 2, 3, 4\}$$

Signaalit matriisissa X sisältävät siis signaaleja s_1 ja s_2, mutta myös kohinasignaaleja s_3 ja s_4.

Tarkoitus on etsiä alkuperäiset signaalit s_1 ja s_2 signaalijoukosta X. Tähän käytetään Matlabiin saatavilla olevaa pakettia [1]. Paketissa ovat funktiot `fastICA()` ja `kICA()`, jotka molemmat suorittavat itsenäisten komponenttien analyysin annetulle matriisille. Paketissa on myös funktio `PCA()`, joka suorittaa pääkomponenttianalyysin matriisille. Paketista löytyy myös apufunktioita, kuten `normalizeAudio()`, joka skaalaa matriisien arvot välille [-1, 1].

Funktiot palauttavat joukon signaaleja, jotka tallennetaan matriiseihin Y1, Y2 ja Y3. Saatuja signaaleja verrataan alkuperäisiin signaaleihin s_1 ja s_2. Vertailussa käytetään euklidista etäisyyttä (L2 normi), joka lasketaan kaavalla

$$etäisyys = \sqrt{(s[1] - y[1])^2 + \ (s[2] - y[2])^2 + \cdots + (s[n] - y[n])^2}$$

missä $s[m]$ on alkuperäisen signaalin m:s näyte ja $y[m]$ on analyysistä saadun signaalin m:s näyte. Mitä pienempi signaalien välinen etäisyys on, sitä paremmin alkuperäiset funktiot on saatu eroteltua signaalijoukosta X.

Koodin toiminta

Testaus suoritetaan ajamalla ica.m tiedosto. Koodi testaa yhdellä ajokerralla signaalien erottelun jokaisen funktion (`fastICA()`, `kICA()` ja `PCA()`) avulla. Lähdekooditiedoston alussa voidaan määrittää, kuinka monta signaalia analysoidaan ja kuinka monta signaalia pyritään etsimään. Voidaan määrittää myös analysoitavien näytteiden määrä, ICA erottelun tyyppi ja minkä menetelmän tulokset halutaan piirtää.

Muuttujat koodin alussa:

```
% setup variables
L = 50000; % samples per vector
RowsToAnalyze = 4; % rows of the matricies to input to the analysing
functions
RowsToFind = 3; % rows to output from the analysing functions (number of
signals we are looking for)
ICAType = 'kurtosis'; % Type of ica for function fastICA. 'kurtosis' or
'negentropy'
PlotFunction = 'fastICA'; % The function results to plot {'fastICA',
'kICA', 'PCA'}
```

ICAType määrittelee minkälaista riippumattomuutta (nongaussianity) algoritmi pyrkii lisäämään. Se voi olla joko ’kurtosis’ eli huipukkuus, jolloin algoritmi pyrkii lisäämään käyrien terävyyttä, tai ’negentropy’, jolloin algoritmi minimoi käyrien entropiaa.

Koodissa erilaisia tehtäviä on jaettu omiin funktioihin, jotka löytyvät omista tiedostoistaan. Tehtävät on lyhyesti esitelty alla.

`plotMatrix()`	Helpottaa signaalijoukon piirtämistä piirtämällä signaaleja sisältävän matriisin tietylle riville monta kuvaajaa sisältävään näkymään.
`matchMatrices()`	Lajittelee annetun signaaleja sisältävän matriisin toisen signaaleja sisältävän matriisin signaalien mukaan niin, että samalla rivillä olevat signaalit ovat mahdollisimman lähellä toisiaan.
`findClosest()`	Etsii signaaleja sisältävästä matriisista signaalin, joka on lähinnä annettua signaalia.
`calculateDifference()`	Laskee kahden signaalin välisen euklidisen etäisyyden.

Tarkemmat rajapinnat ja määrittelyt löytyvät lähdekoodista jokaisen funktion yläpuolelta.

Analyysifunktiot eivät ota kantaa signaalien järjestykseen, eikä niiden skaalaukseen. Tämä vuoksi kaikki signaalit skaalataan aina välille [-1, 1]. Tulossignaalit matriisissa Y saattavat myös olla eri järjestyksessä kuin alkuperäiset signaalit matriisissa S. Tämän vuoksi tulossignaalit täytyy lajitella vastaamaan samaa järjestystä alkuperäisten signaalien kanssa. `matchMatrices()` on juuri tätä varten. `matchMatrices()` käyttää `findClosest()` funktiota etsimään jokaiselle tulossignaalille lähimmän alkuperäisen signaalin. Analyysissä signaalit on myös saatettu skaalata negatiivisella luvulla, jolloin tulossignaalit ovat käänteisiä alkuperäisiin signaaleihin nähden. Tämän vuoksi oikeaa signaalia etsittäessä huomioidaan myös käänteiset signaalit.

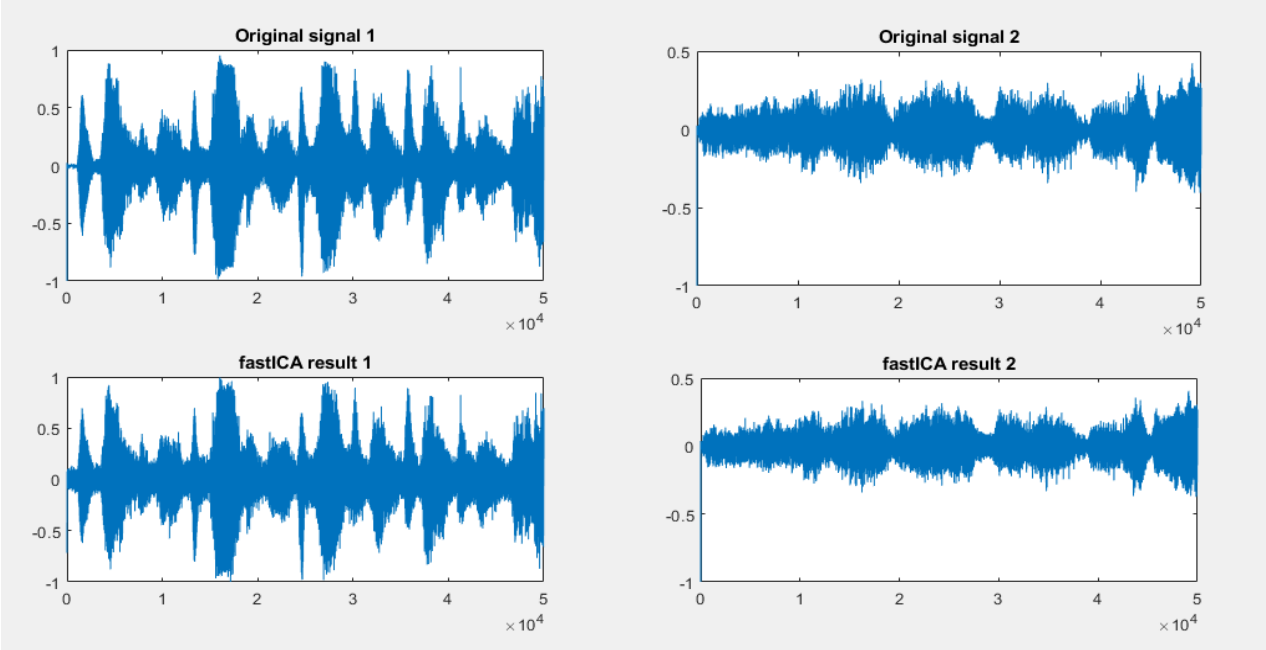
Tulokset

Suorittamalla koodia huomataan selvästi, että funktioista `fastICA()` antaa parhaimmat tulokset. `kICA()` ja `PCA()` antamat tulossignaalit eroavat huomattavasti enemmän alkuperäisistä signaaleista kuin fastICA():n antamat.

Taulukko 1 - Tulossignaalien etäisyydet alkuperäisistä signaaleista. Näkyvillä olevat arvot ovat saatu, kun on etsitty 2 signaalia 4 signaalin joukosta ICA tyypillä 'negentropy'.

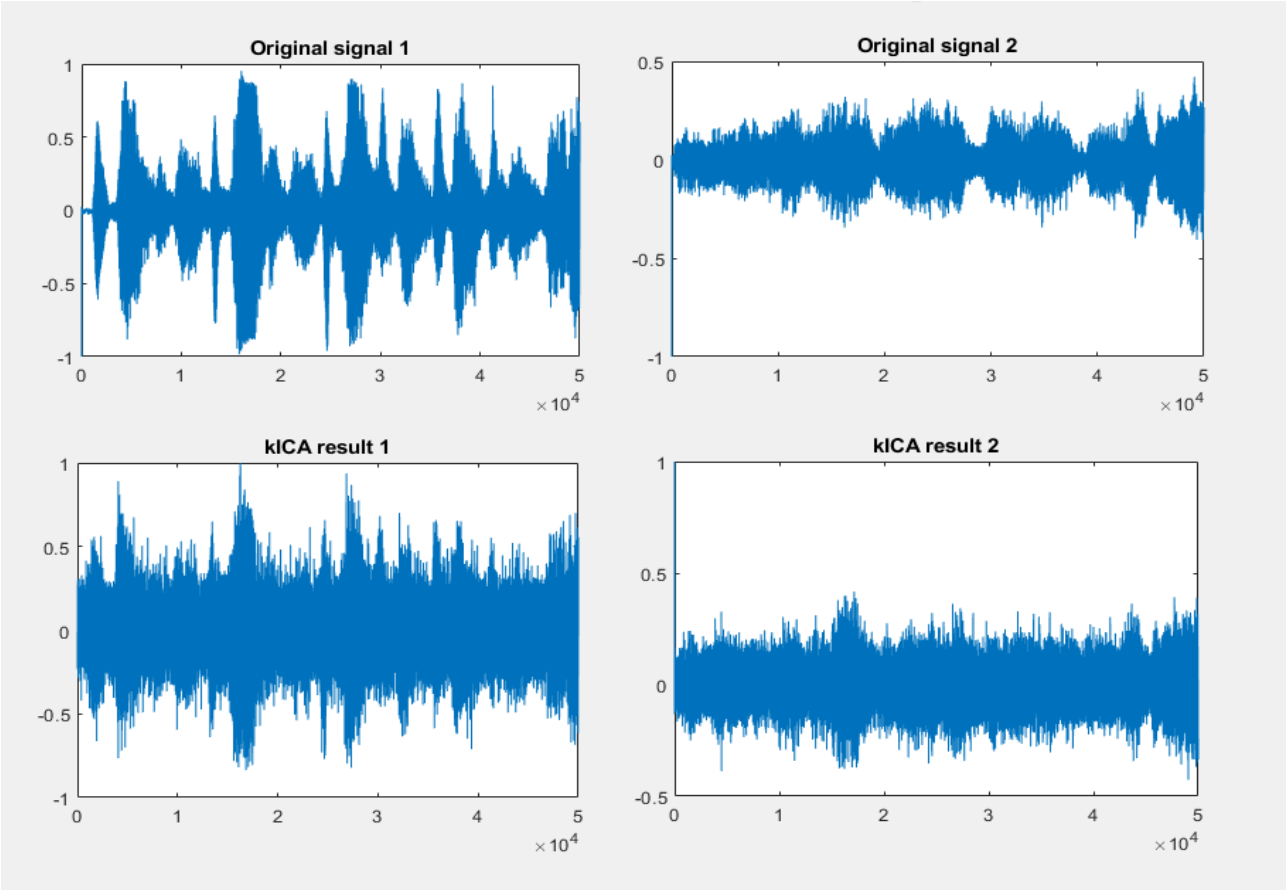
analyysifunktioilla saatu tulossignaali	etäisyys alkuperäiseen
signal #1 from `fastICA()`	9.177979
signal #2 from `fastICA()`	2.068266
signal #1 from `kICA()`	33.098347
signal #2 from `kICA()`	36.563862
signal #1 from `PCA()`	47.567326
signal #2 from `PCA()`	21.481082

Signaaleita voidaan kuunnella Matlabin komennolla `sound()`. Kun tuloksia kuunnellaan ja verrataan alkuperäisiin signaaleihin S ja syötesignaaleihin X, huomataan että signaaleita ei olla saatu vastaamaan täysin alkuperäisiä signaaleja, vaan niissä esiintyy vieläkin kohinaa, varsinkin ensimmäisessä signaalissa. Signaalit on kuitenkin saatu paljon selkeämmin eroteltua kuin syötteinä käytetyt signaalit, ja tulossignaaleissa ei esiinny kuultavasti toista informaatiosignaalia.



Kuva 1 - fastICA funktion tulokset näyttävät olevan kohtalaisen lähellä alkuperäisiä signaaleja. Tarkasti katsoen niissä esiintyy kuitenkin jonkin verran kohinaa.

Taulukosta 1 nähdään, että `kICA()` antaa huomattavasti huonompia tuloksia kuin `fastICA()`. Paketin dokumentaatiossa käy ilmi, että `fastICA()` käyttää ”nopeaa” ICA algoritmia ja `kICA()` käyttää ”huipukkuuden maksimointi” -algoritmiä. Siitä miksi nopea algoritmi toimii tässä tapauksessa huomattavasti paremmin meillä ei ole tietoa, mutta se johtuu todennäköisesti alkuperäisten signaalien rakenteesta.

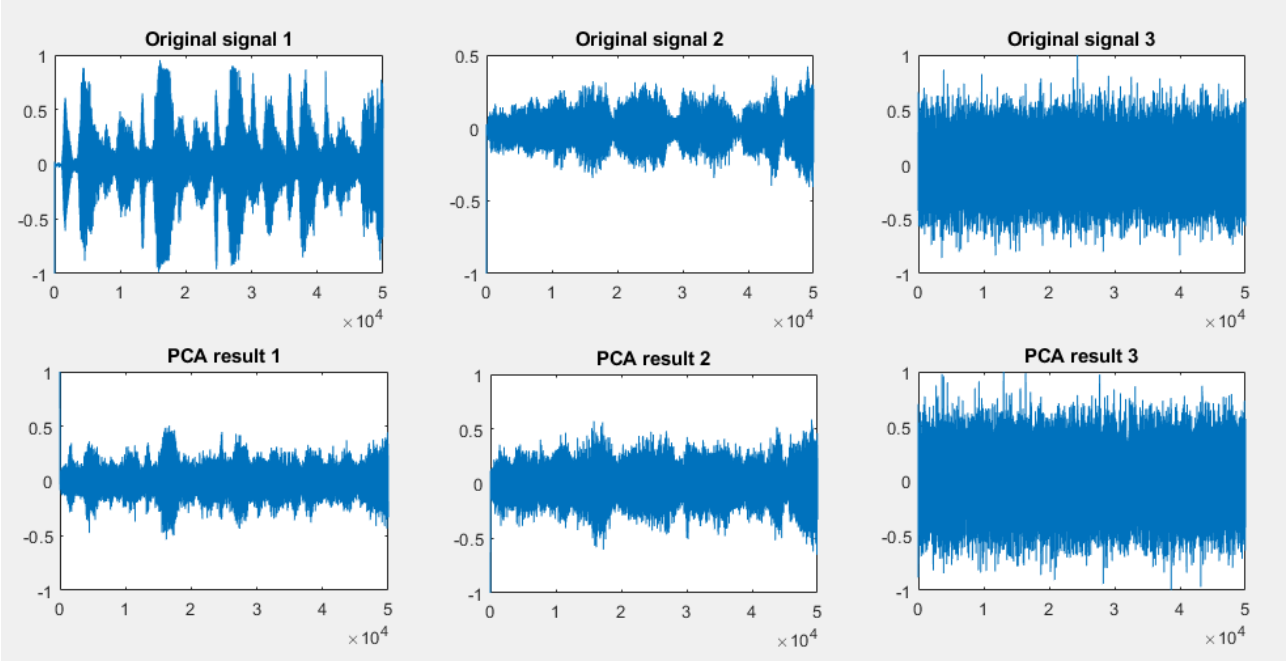


Kuva 2 – kICA funktiolla saadut tulossignaalit muistuttavat jollain tasolla alkuperäisiä signaaleja, mutta ovat kuitenkin paljon kauempana niistä, kuin fastICA menetelmällä saadut signaalit.

`PCA()` funktio antaa myös huonompia tuloksia kuin `fastICA()`. Jos PCA:n signaalit piirretään, voidaan huomata toisen löydetyistä signaaleista muistuttavan kohinasignaalia. Jos 2 signaalin sijasta etsitään 3 signaalia, saadaan tulokseksi kolme signaalia, joista kaksi näyttää sisältävän informaatiota (Kuva 3). Etäisyyksiksi näille kolmelle signaalille saadaan seuraavat arvot:

```
The difference in signal #1 from PCA: 67.230939
The difference in signal #2 from PCA: 16.939757
The difference in signal #3 from PCA: 34.125487
```

Signaalin 2 tapauksessa etäisyys alkuperäiseen signaaliin parani, mutta arvot ovat silti kaukana `fastICA()`:lla saaduista arvoista. PCA ei suoranaisesti etsi itsenäisiä komponentteja, ja tämän vuoksi vain kahta signaalia haettaessa toinen tulossignaaleista on kohinaa, eikä itsenäinen signaali.



Kuva 3 – PCA funktiolla löydetyt signaalit muistuttavat alkuperäisiä signaaleja, mutta ovat kuitenkin kaukana niistä, varsinkin signaalin 1 tapauksessa.

Tarkastellaan seuraavaksi ainoastaan parhaita tuloksia antaneen `fastICA()` funktion tuloksia.

Taulukko 2 – fastICA() menetelmällä saatuja etäisyyksiä eri syötesignaalien ja etsittävien signaalien määrillä , sekä eri ICA tyypillä.

ICA tyyppi	Syötesignaalien määrä	Etsittävien signaalien määrä	Etäisyys #1	Etäisyys #2	Etäisyys #3
negentropy	3	1	25.814297		
negentropy	3	2	25.518965	5.177481	
negentropy	4	1	9.092178		
negentropy	4	2	9,177979	2,068266	
negentropy	4	3	36.449770	47.183422	51.414513
kurtosis	3	1	26.647303		
kurtosis	3	2	26.460913	5.005537	
kurtosis	4	1	9.166155		
kurtosis	4	2	10.720318	3.188139	
kurtosis	4	3	36.503781	49.873532	52.316547

Taulukosta 2 käy ilmi, minkälaisia arvoja saadaan eri syötteillä. Huomataan että syötesignaalien määrä vaikuttaa tuloksiin todella paljon. Kun syötesignaalien määrää nostetaan kolmesta neljään, tulokset paranevat huomattavasti. Huomataan myös, että etsittävien signaalien määrän nosto yhdestä kahteen ei juuri vaikuta ensimmäisen signaalin etäisyyteen. Kuitenkin jos etsittävien signaalien määrä nostetaan kolmeen etäisyydet nousevat huimasti. Tämä selittyy sillä, että signaalijoukossa S on vain kaksi itsenäistä signaalia, sekä kaksi kohinasignaalia, jotka ovat normaalijakautuneita. Algoritmi etsii siis epänormaalijaukautuneisuutta sieltä missä sitä ei ole.

Huomataan myös, että käytetty ICA tyyppi vaikuttaa etäisyyksiin, mutta kuitenkin aika vähäisesti. Käytetyille syötesignaleilla keskimäärin paremmat tulokset saadaan käyttämällä ’negentropy’ algoritmia. Eri algoritmien onnistuminen riippuu kuitenkin paljolti syötesignaalien rakenteesta.

Lähdekoodi

ica.m

```
% setup variables
L = 50000; % samples per vector
RowsToAnalyze = 4; % rows of the matricies to input to the analysing functions
RowsToFind = 2; % rows to output from the analysing functions (number of signals
we are looking for)
ICAType = 'kurtosis'; % Type of ica for function fastICA. 'kurtosis' or
'negentropy'
PlotFunction = 'fastICA'; % The function results to plot {'fastICA', 'kICA',
'PCA'}

% constants
f = 44100; % sampling frequency
Ts = 1/f; % sample time

fprintf('Searching for %i signals from the group of %i signals\n', RowsToFind,
RowsToAnalyze);

% Load audio files into matrices
s1 = audioread('samples/wave_1.wav')';
s2 = audioread('samples/wave_2.wav')';
s3 = audioread('samples/wave_3.wav')';
s4 = audioread('samples/wave_4.wav')';
S = [s1(1:L);s2(1:L);s3(1:L);s4(1:L)];
S = normalizeAudio(S);

x1 = audioread('samples/mixed_1.wav')';
x2 = audioread('samples/mixed_2.wav')';
x3 = audioread('samples/mixed_3.wav')';
x4 = audioread('samples/mixed_4.wav')';
X = [x1(1:L);x2(1:L);x3(1:L);x4(1:L)];
X = normalizeAudio(X);

% Plot the original signals
plotMatrix(S, 3, RowsToAnalyze, 1, 'Original signal');

% Plot the mixed signals
plotMatrix(X, 3, RowsToAnalyze, 2, 'Mixed signal');

% Do the different types of analysis
Y1 = fastICA(X(1:RowsToAnalyze, :), RowsToFind, ICAType, 0);
Y2 = kICA(X(1:RowsToAnalyze, :), RowsToFind);
Y3 = PCA(X(1:RowsToAnalyze, :), RowsToFind);

% Normalize results to range [-1, 1]
Y1 = normalizeAudio(Y1);
Y2 = normalizeAudio(Y2);
Y3 = normalizeAudio(Y3);

% The analysis mixes up the order of the signals so we need to match them
% ourselves.
% The matrices outputted from the analysis functions are matched by finding
% the original signal in S that is closest to each of the outputted
% signals.
Y1 = matchMatrices(S, Y1, RowsToFind);
Y2 = matchMatrices(S, Y2, RowsToFind);
```

```
Y3 = matchMatrices(S, Y3, RowsToFind);

if strcmp(PlotFunction,'fastICA')
    plotMatrix(Y1, 3, RowsToAnalyze, 3, 'fastICA result');
elseif strcmp(PlotFunction, 'kICA')
    plotMatrix(Y2, 3, RowsToAnalyze, 3, 'kICA result');
elseif strcmp(PlotFunction, 'PCA')
    plotMatrix(Y3, 3, RowsToAnalyze, 3, 'PCA result');
end

% Print out the results
for i = 1:RowsToFind
    d = calculateDifference(S(i,:), Y1(i,:));
    fprintf('The difference in signal #%i from fastICA: %f\n', i, d);
end
for i = 1:RowsToFind
    d = calculateDifference(S(i,:), Y2(i,:));
    fprintf('The difference in signal #%i from kICA: %f\n', i, d);
end
for i = 1:RowsToFind
    d = calculateDifference(S(i,:), Y3(i,:));
    fprintf('The difference in signal #%i from PCA: %f\n', i, d);
end
```

plotMatrix.m

```
% Plots the individual rows of the given matrix using subplot()
%
% Parameters:
%   mat - the matrix
%   rowCount - the amount of rows in the subplot
%   colCount - the amount of rows to draw from the matrix, each to
%              different column of the subplot
%   row - the row of subplot to draw the rows of the matrix
%
function [] = plotMatrix(mat, rowCount, colCount, row, titl)
    [r, c] = size(mat);
    e = min([colCount, r]);
    for i = 1:e
        subplot(rowCount,colCount,(row-1) * colCount + i);
        plot(mat(i,:));
        title(strcat(titl, {' '}, num2str(i)));
    end
end
```

matchMatrices.m

```
% Matches the rows in the second matrix with the rows of the first one
% by finding the ones that are closest to each other in terms of euclidean
% distance.
% If matrices row counts dont match, add all zero rows to mat2
%
% Parameters:
%   mat1 - first matrix, the one that will be sorted
%   mat2 - second matrix
%   rows - the amount of rows to sort, starting with 1
%
```

```
% Returns:
%   mat - sorted version of mat2
%
function [mat] = matchMatrices(mat1, mat2, rows)
    mat = mat2;
    [r, c] = size(mat);
    [r2, c2] = size(mat1);
    while r2 > r
        r = r + 1;
        mat(r, :) = zeros(1, c);
    end
    for i = rows:-1:1 % start from the end row => priorisize the first rows
        [index, inverse, row] = findClosest(mat1, mat(i, :)); % find the index
of the closest row
        temp = mat(i, :); % swap the rows
        mat(i, :) = mat(index, :);
        mat(index, :) = temp;
        if inverse == 1 % if inverse then inverse the row
            mat(i, :) = mat(i, :) * -1;
        end
    end
end
```

findClosest.m

```
% Finds the row of the given matrix that is closest to the given vector
% Also checks inversed versions of each rows (each sample *= -1)
%
% Parameters:
%   mat - The matrix
%   vec - The vector
%
% Returns:
%   index - The index of the row that is closest to the given vector
%   inverse - True if the row is inversed, False if not
%   row - the closest row in mat, inversed if closest that way
%
function [index, inverse, row] = findClosest(mat, vec)
    [r, c] = size(mat);
    if length(vec) ~= c
        error('Vector length and matrix column count do not match.');
    else
        min = calculateDifference(mat(1,:), vec);
        inverse = 0;
        index = 1;
        row = mat(1,:);
        for i = 2:r
            dif = calculateDifference(mat(i,:), vec);
            if(dif < min)
               min = dif;
               index = i;
               row = mat(i, :);
            end
        end
        for i = 1:r
            dif = calculateDifference(mat(i,:), vec * -1);
            if(dif < min)
               min = dif;
               index = i;
```

```
                inverse = 1;
                row = mat(i, :) * -1;
            end
        end
    end
end
```

calculateDifference.m

```
% Calculates the difference between two vectors.
% The diffenrece is the euclidean distance between the vectors.
% It is calculated with the formula Sqrt((a1 - b1)^2 + (a2 - b2)^2 + .... + (an
- bn)^2)
%
% Parameters:
%   vec1 - first vector
%   vec2 - second vector
%
% Returns:
% diff - The difference between the vectors
%
function [diff] = calculateDifference(vec1, vec2)
    if length(vec1) ~= length(vec2)
        error('Vectors must have the same length.');
    else
        diff = 0;
        for i = 1:length(vec1)
            diff = diff + (vec1(i) - vec2(i))^2;
        end
        diff = sqrt(diff);
    end
end
```

Paketit

[1] https://se.mathworks.com/matlabcentral/fileexchane/38300-pca-and-ica-package