

Übungsstunde 1

Analysis 1

25. September 2020

1 Besprechung Serie 1

Catalanzahlen

Erinnerung. Sei $n \in \mathbb{N}$. Die n -te Catalanzahl ist

$$C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}.$$

Lemma. Sei $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt

$$\frac{C_{n+1}}{C_n} = \frac{4n+2}{n+2}.$$

Beweis. Berechne

$$\begin{aligned} \frac{C_{n+1}}{C_n} &= \frac{n+1}{n+2} \binom{2n+2}{n+1} \bigg/ \binom{2n}{n} \\ &= \frac{n+1}{n+2} \cdot \frac{(2n+2)!(n!)^2}{((n+1)!)^2(2n)!} \\ &= \frac{n+1}{n+2} \cdot \frac{(2n+2)(2n+1)}{(n+1)^2} \\ &= \frac{4n^2+6n+2}{(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{(n+1)(4n+2)}{(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{4n+2}{n+2}. \end{aligned} \quad \square$$