

Statistik 1

Seminar

Einheit 5

18.07.2025 | Janika Saretzki, MSc.

Termine

~~Einheit 1~~ ~~02.05.25~~ ~~14:45-16:15 Uhr~~ ~~A + B~~ ~~HS Audimax / P3~~

~~Einheit 2~~ ~~15.05.25~~ ~~13:05-15:30 Uhr~~ ~~A + B~~ ~~HS Audimax / P3~~

~~Einheit 3~~ ~~12.06.25~~ ~~13:05-15:30 Uhr~~ ~~A~~ ~~HS P5 005~~

~~Einheit 3~~ ~~13.06.25~~ ~~13:50-16:15 Uhr~~ ~~B~~ ~~HS P1 105~~

~~Einheit 4~~ ~~26.06.25~~ ~~13:20-15:45 Uhr~~ ~~A~~ ~~HS P5 005~~

~~Einheit 4~~ ~~27.06.25~~ ~~13:50-16:15 Uhr~~ ~~B~~ ~~HS P1 105~~

Einheit 5 17.07.25 13:20-15:45 Uhr A HS P5 005

Einheit 5 18.07.25 13:50-16:15 Uhr B HS P1 105

Tutorium **21.07.25** **10:00-15:30 Uhr** **A + B** **HS Audimax / P3**

Tutorium **22.07.25** **10:00-15:30 Uhr** **B + B** **HS Audimax / P3**

Klausur

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

- **1/3** Multiple-Choice-Fragen
- **2/3** Rechenaufgaben

Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, Gestellte Formelsammlung (inkl. Verteilungstabellen), Selbst erstelltes Din-A4-Blatt (einseitig handgeschrieben), Geodreieck/Lineal, Schreibzeug (Kugelschreiber, Bleistift etc.)

| Klausurlänge | | | | | | | | | |
|--------------------------|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|------|
| | 120 Minuten | 90 Minuten | 80 Minuten | 60 Minuten | 45 Minuten | 40 Minuten | 30 Minuten | 20 Minuten | |
| %-Wert/ Sollpunktzahl | 120 | 90 | 80 | 60 | 45 | 40 | 30 | 20 | Note |
| 100 – 95 | 114 | 85,5 | 76 | 57 | 42,5 | 38 | 28,5 | 19 | 1,0 |
| 94 - 90 | 108 | 81 | 72 | 54 | 40,5 | 36 | 27 | 18 | 1,3 |
| 89 – 85 | 102 | 76,5 | 68 | 51 | 38 | 34 | 25,5 | 17 | 1,7 |
| 84 – 80 | 96 | 72 | 64 | 48 | 36 | 32 | 24 | 16 | 2,0 |
| 79 - 75 | 90 | 67,5 | 60 | 45 | 33,5 | 30 | 22,5 | 15 | 2,3 |
| 74 – 70 | 84 | 63 | 56 | 42 | 31,5 | 28 | 21 | 14 | 2,7 |
| 69 – 65 | 78 | 58,5 | 52 | 39 | 29 | 26 | 19,5 | 13 | 3,0 |
| 64 - 60 | 72 | 54 | 48 | 36 | 27 | 24 | 18 | 12 | 3,3 |
| 59 – 55 | 66 | 49,5 | 44 | 33 | 24,5 | 22 | 16,5 | 11 | 3,7 |
| 54 - 50 | 60 | 45 | 40 | 30 | 22,5 | 20 | 15 | 10 | 4,0 |
| Unter 50 | <60 | <45 | <40 | <30 | <22,5 | <20 | <15 | <10 | 5,0 |

Statistik Trainer

Was möchten Sie trainieren?

Kreuztabelle ▼

Go

Übungsaufgaben - Quantitative Methoden I

Willkommen

Einheit 1 - Grundlagen der
Datenanalyse

Einheit 2 - Skalenniveaus und
statistische Kennwerte

Einheit 3 - Statistische Kennwerte
(2)

Einheit 4 - Visualisierung

Einheit 5 - Stichprobe,
Grundgesamtheit -
Wahrscheinlichkeitstheorie und
Verteilungen

Willkommen

Was können Sie von dieser Übung erwarten?

Im Folgenden finden Sie Übungsaufgaben zur Vorlesung Statistik I (B-P 9.3-VO) im Modul Quantitative Methoden I (B-P 9.3).

Dazu verwenden wir das Paket `learnr`.

Dieses Paket gibt uns u.a. die Möglichkeit, `R` Aufgaben direkt über Ihren Browser zu üben. Sie müssen dafür die Programme `R` und `RStudio` nicht auf dem eigenen Computer installieren.

Zusätzlich finden Sie im Rahmen der Lektionen Quizaufgaben, um Ihr Wissen zu überprüfen.



Continue

Statistiktrainer, Übungsaufgaben

Wiederholung

Zur Durchführung eines Hypothesentests sind folgende Schritte notwendig:

1. Formulierung der Hypothesen:

H_0 : Kein Effekt H_1 : Es liegt ein Effekt vor

2. Auswahl der zugrunde liegenden Verteilung

3. Festlegung von Annahme- und Ablehnungsbereich: Bestimmung des kritischen Werts

4. Einordnung des Beobachtungswerts in die Verteilung

- **Binomialverteilung**: Wahrscheinlichkeiten
- **z-Verteilung**: Mittelwerte bei bekanntem σ
- **t-Verteilung**: Mittelwerte bei unbekanntem σ
- **F-Verteilung**: Varianzvergleiche
- **Chi-Quadrat-Verteilung**: Häufigkeiten / Proportionen

5. Vergleich von Teststatistik und kritischem Wert

6. Entscheidung: Test signifikant oder nicht signifikant

Wiederholung

Ein-Stichproben Test für Mittelwerte

Hypothesenpaar

Hypothese über μ einer normalverteilten Variable, wobei die Populationsvarianz bekannt ist

Statistische Hypothesenpaare:

| | | | |
|------------------------|-----------------------|---------------|----------------------------|
| $H_0: \mu = \mu_0,$ | $H_1: \mu \neq \mu_0$ | (ungerichtet) | → zweiseitig |
| $H_0: \mu \leq \mu_0,$ | $H_1: \mu > \mu_0$ | (gerichtet) | → einseitig (rechtsseitig) |
| $H_0: \mu \geq \mu_0,$ | $H_1: \mu < \mu_0$ | (gerichtet) | → einseitig (linksseitig) |

μ = Populationsmittelwert; μ_0 = hypothetischer Populationsparameter

Bestimmung einer zugrundeliegenden Verteilung

- Wenn wir an Mittelwerten interessiert sind UND die Populationsvarianz bekannt ist: **z-Verteilung**
- Wenn wir an Mittelwerten interessiert sind und die Populationsvarianz NICHT bekannt ist: **t-Verteilung**

t-Test

Ein-Stichproben t-Test, Zwei-Stichproben t-Test (unabhängige vs. abhängige Stichproben)

Ein-Stichproben t-Test

- Hypothesen über μ einer normalverteilten Variable, wobei σ^2 unbekannt ist
- Statistische Hypothesen:
 - o Ungerichtet: $H_0: \mu = \mu_0$; $H_1: \mu \neq \mu_0$
 - o Gerichtet: $H_0: \mu \leq \mu_0$; $H_1: \mu < \mu_0$ bzw. $H_0: \mu \geq \mu_0$; $H_1: \mu > \mu_0$
- Prüft anhand des Mittelwerts einer Stichprobe, ob der Erwartungswert in der entsprechenden Population gleich einem vorgegebenen Wert ist (dem unter H_0 erwarteten μ_0)
- Vergleich eines Stichprobenmittelwertes mit einem hypothetischen Populationsparameter μ_0

T-Test für abhängige Stichproben (abhängiger t-Test)

- Elemente der zwei Stichproben können einander paarweise zugeordnet werden
- z.B. Messwiederholungen ($t_0 - t_1$), Paare, Parallelisierung
- Betrachtet nicht die Mittelwerte beider Zeitpunkte, sondern die Differenz der Werte **jeder einzelnen Untersuchungsperson**
 - Es geht nur der Unterschied der Messwerte zwischen 1. Und 2. Messung in die Auswertung mit ein
- Allgemeine Unterschiede, die zwischen den Personen zu beiden Messzeitpunkten wirken, gehen nicht mit ein
- Der relevante Effekt für den abhängigen t-Test ist also $\bar{x}_d = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N}$
- Statistische Hypothesen:
 - o Ungerichtet: $H_0: \mu_d = 0$; $H_1: \mu_d \neq 0$
 - o Gerichtet: $H_0: \mu_d \leq 0$; $H_1: \mu_d > 0$ bzw. $H_0: \mu_d \geq 0$; $H_1: \mu_d < 0$
- Berechnung der Teststatistik: $t_{abhängig} = \frac{\bar{x}_d}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}}$
- Berechnung des Standardfehlers der Differenzen $\hat{\sigma}_{\bar{x}_d} = \frac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{N}}$
- Schätzung der Streuung der Differenzen $\hat{\sigma}_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (d_i - \bar{x}_d)^2}{N - 1}}$
- Berechnung der Freiheitsgrade: $df = N - 1$ (Anzahl der Messwertpaare – 1)

Zwei-Stichproben t-Test

t-Test

Ein-Stichproben t-Test, Zwei-Stichproben t-Test (unabhängige vs. abhängige Stichproben)

Zwei-Stichproben t-Test

T-Test für unabhängige Stichproben (unabhängiger t-Test)

- Unabhängige Gruppen, d.h. es besteht keine Beziehung zwischen den Elementen der Stichproben
- Werte in der einen Stichprobe erlauben keine Vorhersage über Werte in der anderen Stichprobe (unkorreliert)
- z.B. zufällige Gruppenzuteilung (Kontroll- vs. Untersuchungsbedingung) in Experiment, Zufallsstichproben aus unterschiedlichen Populationen

- Voraussetzungen: Unabhängigkeit der Stichproben, metrische AV, Normalverteilung beider Populationen, **Homogene Varianzen**

- Wichtigster Wert für t-Test (Effekt von Interesse): Mittelwertsdifferenz $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$
- Die dichotome Gruppenvariable ist beim t-Test die UV, die numerische Variable, deren Mittelwerte berechnet werden, die AV

- Statistische Hypothesen
 - o Ungerichtet: $H_0: \mu_1 = \mu_2$; $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$
 - o Gerichtet: $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$; $H_1: \mu_1 > \mu_2$ bzw. $H_0: \mu_1 > \mu_2$; $H_1: \mu_1 \leq \mu_2$

- Prüfgröße t als Wert, welcher auf der t-Verteilung liegt und uns eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung für die Mittelwertsdifferenz erlaubt

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1) * \hat{\sigma}_1^2 + (n_2 - 1) * \hat{\sigma}_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} * \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

- Zweiseitige H_0 wird verworfen, wenn $|t| > t(df; 1-\alpha/2)$ (kritischer Wert)
- Einseitige H_0 wird verworfen, wenn Abweichung in die erwartete Richtung und $|t| > t(df; 1-\alpha)$

- Standardfehler der Mittelwertsdifferenz bei $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\sigma^2 * \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

- Varianzschätzung innerhalb der Stichproben $\hat{\sigma}^2 = \frac{(n_1 - 1) * \hat{\sigma}_1^2 + (n_2 - 1) * \hat{\sigma}_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$
- Schätzung des Standardfehlers der Mittelwertsdifferenz $\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) * \hat{\sigma}_1^2 + (n_2 - 1) * \hat{\sigma}_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} * \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$

Übungsaufgabe 1

Ein Medikamentenhersteller gibt an, dass jede Dose eines Psychopharmakums 200 Gramm (g) enthält. Es besteht der Verdacht, dass systematisch weniger abgefüllt wird. Wir kaufen daher 20 Dosen und wiegen den Inhalt. Die empirische Standardabweichung beträgt 7,28 g. Es wird angenommen, dass die Füllmengen normalverteilt sind.

| Packung | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Gewicht (g) | 200,3 | 184,8 | 192,2 | 207,1 | 187,5 | 204,0 | 200,1 | 199,9 | 188,5 | 200,0 |
| Packung | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Gewicht (g) | 191,1 | 196,3 | 206,1 | 200,7 | 199,0 | 189,3 | 183,4 | 186,2 | 200,2 | 192,0 |

- Formulieren Sie die statistischen Hypothesen, um die Herstellerangabe zu überprüfen.
- Entscheiden Sie, welcher Testtyp für diese Fragestellung angemessen ist.
- Berechnen Sie den empirischen Testwert auf Basis der Stichprobendaten.
- Bestimmen Sie den kritischen Wert für ein Signifikanzniveau von 5%.
- Treffen Sie auf Basis der Ergebnisse eine Schlussfolgerung.

Übungsaufgabe 1 - Lösung

Ein Medikamentenhersteller gibt an, dass jede Dose eines Psychopharmakums 200 Gramm (g) enthält. Es besteht der Verdacht, dass systematisch weniger abgefüllt wird. Wir kaufen daher 20 Dosen und wiegen den Inhalt. Die empirische Standardabweichung beträgt 7,28 g. Es wird angenommen, dass die Füllmengen normalverteilt sind.

| Packung | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Gewicht (g) | 200,3 | 184,8 | 192,2 | 207,1 | 187,5 | 204,0 | 200,1 | 199,9 | 188,5 | 200,0 |
| Packung | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Gewicht (g) | 191,1 | 196,3 | 206,1 | 200,7 | 199,0 | 189,3 | 183,4 | 186,2 | 200,2 | 192,0 |

a) Formulieren Sie die statistischen Hypothesen, um die Herstellerangabe zu überprüfen.

Übungsaufgabe 1 - Lösung

Ein Medikamentenhersteller gibt an, dass jede Dose eines Psychopharmakums 200 Gramm (g) enthält. Es besteht der Verdacht, dass systematisch weniger abgefüllt wird. Wir kaufen daher 20 Dosen und wiegen den Inhalt. Die empirische Standardabweichung beträgt 7,28 g. Es wird angenommen, dass die Füllmengen normalverteilt sind.

| Packung | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Gewicht (g) | 200,3 | 184,8 | 192,2 | 207,1 | 187,5 | 204,0 | 200,1 | 199,9 | 188,5 | 200,0 |
| Packung | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Gewicht (g) | 191,1 | 196,3 | 206,1 | 200,7 | 199,0 | 189,3 | 183,4 | 186,2 | 200,2 | 192,0 |

b) Entscheiden Sie, welcher Testtyp für diese Fragestellung angemessen ist.

Übungsaufgabe 1 - Lösung

Ein Medikamentenhersteller gibt an, dass jede Dose eines Psychopharmakums 200 Gramm (g) enthält. Es besteht der Verdacht, dass systematisch weniger abgefüllt wird. Wir kaufen daher 20 Dosen und wiegen den Inhalt. Die empirische Standardabweichung beträgt 7,28 g. Es wird angenommen, dass die Füllmengen normalverteilt sind.

| Packung | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Gewicht (g) | 200,3 | 184,8 | 192,2 | 207,1 | 187,5 | 204,0 | 200,1 | 199,9 | 188,5 | 200,0 |
| Packung | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Gewicht (g) | 191,1 | 196,3 | 206,1 | 200,7 | 199,0 | 189,3 | 183,4 | 186,2 | 200,2 | 192,0 |

c) Berechnen Sie den empirischen Testwert auf Basis der Stichprobendaten.

Übungsaufgabe 1 - Lösung

Ein Medikamentenhersteller gibt an, dass jede Dose eines Psychopharmakums 200 Gramm (g) enthält. Es besteht der Verdacht, dass systematisch weniger abgefüllt wird. Wir kaufen daher 20 Dosen und wiegen den Inhalt. Die empirische Standardabweichung beträgt 7,28 g. Es wird angenommen, dass die Füllmengen normalverteilt sind.

| Packung | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Gewicht (g) | 200,3 | 184,8 | 192,2 | 207,1 | 187,5 | 204,0 | 200,1 | 199,9 | 188,5 | 200,0 |
| Packung | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Gewicht (g) | 191,1 | 196,3 | 206,1 | 200,7 | 199,0 | 189,3 | 183,4 | 186,2 | 200,2 | 192,0 |

d) Bestimmen Sie den kritischen Wert für ein Signifikanzniveau von 5%.

Übungsaufgabe 1 - Lösung

d) Bestimmen Sie den kritischen Wert für ein Signifikanzniveau von 5%.

| Fläche* | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|------------|------------|
| df | 0,55 | 0,60 | 0,65 | 0,70 | 0,75 | 0,80 | 0,85 | 0,90 | 0,95 | 0,975 | 0,990 | 0,995 | 0,9995 | $r_{0,05}$ | $r_{0,01}$ |
| 1 | 0,158 | 0,325 | 0,510 | 0,727 | 1,000 | 1,376 | 1,963 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 | 636,619 | 0,997 | 1,000 |
| 2 | 0,142 | 0,289 | 0,445 | 0,617 | 0,816 | 1,061 | 1,386 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 | 31,598 | 0,950 | 0,990 |
| 3 | 0,137 | 0,277 | 0,424 | 0,584 | 0,765 | 0,978 | 1,250 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 | 12,941 | 0,878 | 0,959 |
| 4 | 0,134 | 0,271 | 0,414 | 0,569 | 0,741 | 0,941 | 1,190 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 8,610 | 0,811 | 0,917 |
| 5 | 0,132 | 0,267 | 0,408 | 0,559 | 0,727 | 0,920 | 1,156 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 6,859 | 0,754 | 0,874 |
| 6 | 0,131 | 0,265 | 0,404 | 0,553 | 0,718 | 0,906 | 1,134 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 5,959 | 0,707 | 0,834 |
| 7 | 0,130 | 0,263 | 0,402 | 0,549 | 0,711 | 0,896 | 1,119 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 5,405 | 0,666 | 0,798 |
| 8 | 0,130 | 0,262 | 0,399 | 0,546 | 0,706 | 0,889 | 1,108 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 5,041 | 0,632 | 0,765 |
| 9 | 0,129 | 0,261 | 0,398 | 0,543 | 0,703 | 0,883 | 1,100 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 4,781 | 0,602 | 0,735 |
| 10 | 0,129 | 0,260 | 0,397 | 0,542 | 0,700 | 0,879 | 1,093 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 | 4,587 | 0,576 | 0,708 |
| 11 | 0,129 | 0,260 | 0,396 | 0,540 | 0,697 | 0,876 | 1,088 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 4,437 | 0,553 | 0,684 |
| 12 | 0,128 | 0,259 | 0,395 | 0,539 | 0,695 | 0,873 | 1,083 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 | 4,318 | 0,532 | 0,661 |
| 13 | 0,128 | 0,259 | 0,394 | 0,538 | 0,694 | 0,870 | 1,079 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 | 4,221 | 0,514 | 0,641 |
| 14 | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,537 | 0,692 | 0,868 | 1,076 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 | 4,140 | 0,497 | 0,623 |
| 15 | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,536 | 0,691 | 0,866 | 1,074 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 | 4,073 | 0,482 | 0,606 |
| 16 | 0,128 | 0,258 | 0,392 | 0,535 | 0,690 | 0,865 | 1,071 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 4,015 | 0,468 | 0,590 |
| 17 | 0,128 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,689 | 0,863 | 1,069 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 | 3,965 | 0,456 | 0,575 |
| 18 | 0,127 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,688 | 0,862 | 1,067 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,922 | 0,444 | 0,561 |
| 19 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,688 | 0,861 | 1,066 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,883 | 0,433 | 0,549 |
| 20 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,687 | 0,860 | 1,064 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,850 | 0,423 | 0,537 |
| 21 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,532 | 0,686 | 0,859 | 1,063 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,819 | 0,413 | 0,526 |
| 22 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,686 | 0,858 | 1,061 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,792 | 0,404 | 0,515 |
| 23 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,685 | 0,858 | 1,060 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,767 | 0,396 | 0,505 |
| 24 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,685 | 0,857 | 1,059 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,745 | 0,388 | 0,496 |
| 25 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,725 | 0,381 | 0,487 |
| 26 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 | 3,707 | 0,374 | 0,478 |
| 27 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,531 | 0,684 | 0,855 | 1,057 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 | 3,690 | 0,367 | 0,470 |
| 28 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,855 | 1,056 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 | 3,674 | 0,361 | 0,463 |
| 29 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 | 3,659 | 0,355 | 0,456 |
| 30 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,646 | 0,349 | 0,449 |
| 40 | 0,126 | 0,255 | 0,388 | 0,529 | 0,681 | 0,851 | 1,050 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 3,551 | 0,304 | 0,393 |
| 60 | 0,126 | 0,254 | 0,387 | 0,527 | 0,679 | 0,848 | 1,046 | 1,296 | 1,671 | 2,000 | 2,390 | 2,660 | 3,460 | 0,250 | 0,325 |
| 120 | 0,126 | 0,254 | 0,386 | 0,526 | 0,677 | 0,845 | 1,041 | 1,289 | 1,658 | 1,980 | 2,358 | 2,617 | 3,373 | 0,178 | 0,232 |
| z | 0,126 | 0,253 | 0,385 | 0,524 | 0,674 | 0,842 | 1,036 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 | 3,291 | | |

* Die Flächenanteile für negative t -Werte ergeben sich nach der Beziehung $P(-t_{df}) = 1 - P(t_{df})$

Übungsaufgabe 1 - Lösung

Ein Medikamentenhersteller gibt an, dass jede Dose eines Psychopharmakums 200 Gramm (g) enthält. Es besteht der Verdacht, dass systematisch weniger abgefüllt wird. Wir kaufen daher 20 Dosen und wiegen den Inhalt. Die empirische Standardabweichung beträgt 7,28 g. Es wird angenommen, dass die Füllmengen normalverteilt sind.

| Packung | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Gewicht (g) | 200,3 | 184,8 | 192,2 | 207,1 | 187,5 | 204,0 | 200,1 | 199,9 | 188,5 | 200,0 |
| Packung | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Gewicht (g) | 191,1 | 196,3 | 206,1 | 200,7 | 199,0 | 189,3 | 183,4 | 186,2 | 200,2 | 192,0 |

e) Treffen Sie auf Basis der Ergebnisse eine Schlussfolgerung.

Übungsaufgabe 1 - Lösung

e) Treffen Sie auf Basis der Ergebnisse eine Schlussfolgerung.

Übungsaufgabe 2

Ordnen Sie die Fragestellungen den richtigen Tests zu. Für alle Fragestellungen gilt, dass die Populationsvarianz der gesuchten Variable unbekannt ist.

Sind Studierende durchschnittlich zufriedener mit Ihrem Leben als Auszubildende?

Verbessert sich das Statistikverständnis von CFH-Studierenden im Verlauf des ersten Semesters?

Weichen die mittleren Symptomwerte von Patient:innen mit Psychotherapie von denen mit medikamentöser Behandlung ab?

Unterschreitet die durchschnittliche Schlafdauer von Eltern die empfohlene Richtdauer von 8 Stunden?

Unterscheidet sich das durchschnittliche Stressniveau von CFH-Studierenden vom Populationsmittelwert ($\mu = 50$)?

Unterscheiden sich die Extraversionswerte von Zwillingspaaren, bei denen ein:e Schüler:in eine städtische und der/die andere eine ländliche Schule besucht?

Ungerichteter Ein-Stichproben t-Test

Gerichteter Ein-Stichproben t-Test

Ungerichteter t-Test für unabhängige Stichproben

Gerichteter t-Test für unabhängige Stichproben

Ungerichteter t-Test für abhängige Stichproben

Gerichteter t-Test für abhängige Stichproben

Übungsaufgabe 2 - Lösung

Ordnen Sie die Fragestellungen den richtigen Tests zu. Für alle Fragestellungen gilt, dass die Populationsvarianz der gesuchten Variable unbekannt ist.

Sind Studierende durchschnittlich zufriedener mit Ihrem Leben als Auszubildende?

Verbessert sich das Statistikverständnis von CFH-Studierenden im Verlauf des ersten Semesters?

Weichen die mittleren Symptomwerte von Patient:innen mit Psychotherapie von denen mit medikamentöser Behandlung ab?

Unterschreitet die durchschnittliche Schlafdauer von Eltern die empfohlene Richtdauer von 8 Stunden?

Unterscheidet sich das durchschnittliche Stressniveau von CFH-Studierenden vom Populationsmittelwert ($\mu = 50$)?

Unterscheiden sich die Extraversionswerte von Zwillingspaaren, bei denen ein:e Schüler:in eine städtische und der/die andere eine ländliche Schule besucht?

Ungerichteter Ein-Stichproben t-Test

Gerichteter Ein-Stichproben t-Test

Ungerichteter t-Test für unabhängige Stichproben

Gerichteter t-Test für unabhängige Stichproben

Ungerichteter t-Test für abhängige Stichproben

Gerichteter t-Test für abhängige Stichproben

Übungsaufgabe 3

Ein Gesundheitspsychologe möchte untersuchen, ob ein edukativer Film Kinder zu besserer Zahnhygiene motivieren kann. Dafür werden 16 Kinder zufällig auf zwei Gruppen aufgeteilt: Acht Kinder sehen den Film, acht Kinder nicht. Im Folgemonat wird festgehalten, an wie vielen Tagen jedes Kind seine Zähne geputzt hat. Es wird eine Normalverteilung der Daten angenommen, und der Levene-Test ist nicht signifikant.

| Bedingung | Durchschnittliche Anzahl an Tagen an denen Zähne geputzt wurde (Stichprobenebene) | Varianz der Anzahl an Tagen an denen Zähne geputzt wurde (Stichprobenebene) |
|-----------|---|---|
| Mit Film | 23 | 80 |
| Ohne Film | 14 | 120 |

Analysieren Sie, ob der Film im Mittel zu einer höheren Anzahl an Tagen mit Zähneputzen führt.

- Welcher statistische Test ist für die Fragestellung angemessen?
- Formulieren Sie die statistischen Hypothesen.
- Treffen Sie auf Basis der Stichprobendaten eine Testentscheidung bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,20$.

Übungsaufgabe 3 - Lösung

Ein Gesundheitspsychologe möchte untersuchen, ob ein edukativer Film Kinder zu besserer Zahnhygiene motivieren kann. Dafür werden 16 Kinder zufällig auf zwei Gruppen aufgeteilt: Acht Kinder sehen den Film, acht Kinder nicht. Im Folgemonat wird festgehalten, an wie vielen Tagen jedes Kind seine Zähne geputzt hat. Es wird eine Normalverteilung der Daten angenommen, und der Levene-Test ist nicht signifikant.

| Bedingung | Durchschnittliche Anzahl an Tagen an denen Zähne geputzt wurde (Stichprobenebene) | Varianz der Anzahl an Tagen an denen Zähne geputzt wurde (Stichprobenebene) |
|-----------|---|---|
| Mit Film | 23 | 80 |
| Ohne Film | 14 | 120 |

Analysieren Sie, ob der Film im Mittel zu einer höheren Anzahl an Tagen mit Zähneputzen führt.

a) Welcher statistische Test ist für die Fragestellung angemessen?

Übungsaufgabe 3 - Lösung

Ein Gesundheitspsychologe möchte untersuchen, ob ein edukativer Film Kinder zu besserer Zahnhygiene motivieren kann. Dafür werden 16 Kinder zufällig auf zwei Gruppen aufgeteilt: Acht Kinder sehen den Film, acht Kinder nicht. Im Folgemonat wird festgehalten, an wie vielen Tagen jedes Kind seine Zähne geputzt hat. Es wird eine Normalverteilung der Daten angenommen, und der Levene-Test ist nicht signifikant.

| Bedingung | Durchschnittliche Anzahl an Tagen an denen Zähne geputzt wurde (Stichprobenebene) | Varianz der Anzahl an Tagen an denen Zähne geputzt wurde (Stichprobenebene) |
|-----------|---|---|
| Mit Film | 23 | 80 |
| Ohne Film | 14 | 120 |

Analysieren Sie, ob der Film im Mittel zu einer höheren Anzahl an Tagen mit Zähneputzen führt.

b) Formulieren Sie die statistischen Hypothesen.

Übungsaufgabe 3 - Lösung

Ein Gesundheitspsychologe möchte untersuchen, ob ein edukativer Film Kinder zu besserer Zahnhygiene motivieren kann. Dafür werden 16 Kinder zufällig auf zwei Gruppen aufgeteilt: Acht Kinder sehen den Film, acht Kinder nicht. Im Folgemonat wird festgehalten, an wie vielen Tagen jedes Kind seine Zähne geputzt hat. Es wird eine Normalverteilung der Daten angenommen, und der Levene-Test ist nicht signifikant.

| Bedingung | Durchschnittliche Anzahl an Tagen an denen Zähne geputzt wurde (Stichprobenebene) | Varianz der Anzahl an Tagen an denen Zähne geputzt wurde (Stichprobenebene) |
|-----------|---|---|
| Mit Film | 23 | 80 |
| Ohne Film | 14 | 120 |

Analysieren Sie, ob der Film im Mittel zu einer höheren Anzahl an Tagen mit Zähneputzen führt.

c) Treffen Sie auf Basis der Stichprobendaten eine Testentscheidung bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,20$.

Übungsaufgabe 3 - Lösung

c) Treffen Sie auf Basis der Stichprobendaten eine Testentscheidung bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,20$.

Übungsaufgabe 3 - Lösung

c) Treffen Sie auf Basis der Stichprobendaten eine Testentscheidung bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,20$.

| Fläche* | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|------------|------------|
| df | 0,55 | 0,60 | 0,65 | 0,70 | 0,75 | 0,80 | 0,85 | 0,90 | 0,95 | 0,975 | 0,990 | 0,995 | 0,9995 | $r_{0,05}$ | $r_{0,01}$ |
| 1 | 0,158 | 0,325 | 0,510 | 0,727 | 1,000 | 1,376 | 1,963 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 | 636,619 | 0,997 | 1,000 |
| 2 | 0,142 | 0,289 | 0,445 | 0,617 | 0,816 | 1,061 | 1,386 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 | 31,598 | 0,950 | 0,990 |
| 3 | 0,137 | 0,277 | 0,424 | 0,584 | 0,765 | 0,978 | 1,250 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 | 12,941 | 0,878 | 0,959 |
| 4 | 0,134 | 0,271 | 0,414 | 0,569 | 0,741 | 0,941 | 1,190 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 8,610 | 0,811 | 0,917 |
| 5 | 0,132 | 0,267 | 0,408 | 0,559 | 0,727 | 0,920 | 1,156 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 6,859 | 0,754 | 0,874 |
| 6 | 0,131 | 0,265 | 0,404 | 0,553 | 0,718 | 0,906 | 1,134 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 5,959 | 0,707 | 0,834 |
| 7 | 0,130 | 0,263 | 0,402 | 0,549 | 0,711 | 0,896 | 1,119 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 5,405 | 0,666 | 0,798 |
| 8 | 0,130 | 0,262 | 0,399 | 0,546 | 0,706 | 0,889 | 1,108 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 5,041 | 0,632 | 0,765 |
| 9 | 0,129 | 0,261 | 0,398 | 0,543 | 0,703 | 0,883 | 1,100 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 4,781 | 0,602 | 0,735 |
| 10 | 0,129 | 0,260 | 0,397 | 0,542 | 0,700 | 0,879 | 1,093 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 | 4,587 | 0,576 | 0,708 |
| 11 | 0,129 | 0,260 | 0,396 | 0,540 | 0,697 | 0,876 | 1,088 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 4,437 | 0,553 | 0,684 |
| 12 | 0,128 | 0,259 | 0,395 | 0,539 | 0,695 | 0,873 | 1,083 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 | 4,318 | 0,532 | 0,661 |
| 13 | 0,128 | 0,259 | 0,394 | 0,538 | 0,694 | 0,870 | 1,079 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 | 4,221 | 0,514 | 0,641 |
| 14 | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,537 | 0,692 | 0,868 | 1,076 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 | 4,140 | 0,497 | 0,623 |
| 15 | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,536 | 0,691 | 0,866 | 1,074 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 | 4,073 | 0,482 | 0,606 |
| 16 | 0,128 | 0,258 | 0,392 | 0,535 | 0,690 | 0,865 | 1,071 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 4,015 | 0,468 | 0,590 |
| 17 | 0,128 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,689 | 0,863 | 1,069 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 | 3,965 | 0,456 | 0,575 |
| 18 | 0,127 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,688 | 0,862 | 1,067 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,922 | 0,444 | 0,561 |
| 19 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,688 | 0,861 | 1,066 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,883 | 0,433 | 0,549 |
| 20 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,687 | 0,860 | 1,064 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,850 | 0,423 | 0,537 |
| 21 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,532 | 0,686 | 0,859 | 1,063 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,819 | 0,413 | 0,526 |
| 22 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,686 | 0,858 | 1,061 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,792 | 0,404 | 0,515 |
| 23 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,685 | 0,858 | 1,060 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,767 | 0,396 | 0,505 |
| 24 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,685 | 0,857 | 1,059 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,745 | 0,388 | 0,496 |
| 25 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,725 | 0,381 | 0,487 |
| 26 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 | 3,707 | 0,374 | 0,478 |
| 27 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,531 | 0,684 | 0,855 | 1,057 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 | 3,690 | 0,367 | 0,470 |
| 28 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,855 | 1,056 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 | 3,674 | 0,361 | 0,463 |
| 29 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 | 3,659 | 0,355 | 0,456 |
| 30 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,646 | 0,349 | 0,449 |
| 40 | 0,126 | 0,255 | 0,388 | 0,529 | 0,681 | 0,851 | 1,050 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 3,551 | 0,304 | 0,393 |
| 60 | 0,126 | 0,254 | 0,387 | 0,527 | 0,679 | 0,848 | 1,046 | 1,296 | 1,671 | 2,000 | 2,390 | 2,660 | 3,460 | 0,250 | 0,325 |
| 120 | 0,126 | 0,254 | 0,386 | 0,526 | 0,677 | 0,845 | 1,041 | 1,289 | 1,658 | 1,980 | 2,358 | 2,617 | 3,373 | 0,178 | 0,232 |
| z | 0,126 | 0,253 | 0,385 | 0,524 | 0,674 | 0,842 | 1,036 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 | 3,291 | | |

* Die Flächenanteile für negative t -Werte ergeben sich nach der Beziehung $P(-t_{df}) = 1 - P(t_{df})$

Übungsaufgabe 4

Sie interessieren sich dafür, ob sich Eltern in ihrer Kreativität systematisch von ihren Kindern unterscheiden. Eine Kinderärztin ermöglicht Ihnen den Zugang zu Vorsorgeuntersuchungen, bei denen jeweils ein Elternteil und ein Kind gemeinsam erscheinen. Zur Erhebung der Kreativität werden Elternteil und Kind getrennt gebeten, innerhalb von 5 Minuten möglichst viele Verwendungsmöglichkeiten für einen Ziegelstein zu notieren.

| Paar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|----|----|---|----|---|---|
| Elternteil | 8 | 9 | 4 | 10 | 5 | 6 |
| Kind | 10 | 10 | 8 | 4 | 5 | 8 |
| Differenz | 2 | 1 | 4 | -6 | 0 | 2 |

$$\hat{\sigma}_d = 3,45$$

- a) Welcher Test ist angemessen?
- b) Wie lauten die statistischen Hypothesen?
- c) Wie lautet der empirische t-Wert?
- d) Welche Testentscheidung treffen Sie bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$?

Übungsaufgabe 4 - Lösung

Sie interessieren sich dafür, ob sich Eltern in ihrer Kreativität systematisch von ihren Kindern unterscheiden. Eine Kinderärztin ermöglicht Ihnen den Zugang zu Vorsorgeuntersuchungen, bei denen jeweils ein Elternteil und ein Kind gemeinsam erscheinen. Zur Erhebung der Kreativität werden Elternteil und Kind getrennt gebeten, innerhalb von 5 Minuten möglichst viele Verwendungsmöglichkeiten für einen Ziegelstein zu notieren.

| Paar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|----|----|---|----|---|---|
| Elternteil | 8 | 9 | 4 | 10 | 5 | 6 |
| Kind | 10 | 10 | 8 | 4 | 5 | 8 |
| Differenz | 2 | 1 | 4 | -6 | 0 | 2 |

$$\hat{\sigma}_d = 3,45$$

a) Welcher Test ist angemessen?

Übungsaufgabe 4 - Lösung

Sie interessieren sich dafür, ob sich Eltern in ihrer Kreativität systematisch von ihren Kindern unterscheiden. Eine Kinderärztin ermöglicht Ihnen den Zugang zu Vorsorgeuntersuchungen, bei denen jeweils ein Elternteil und ein Kind gemeinsam erscheinen. Zur Erhebung der Kreativität werden Elternteil und Kind getrennt gebeten, innerhalb von 5 Minuten möglichst viele Verwendungsmöglichkeiten für einen Ziegelstein zu notieren.

| Paar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|----|----|---|----|---|---|
| Elternteil | 8 | 9 | 4 | 10 | 5 | 6 |
| Kind | 10 | 10 | 8 | 4 | 5 | 8 |
| Differenz | 2 | 1 | 4 | -6 | 0 | 2 |

$$\hat{\sigma}_d = 3,45$$

b) Wie lauten die statistischen Hypothesen?

Übungsaufgabe 4 - Lösung

Sie interessieren sich dafür, ob sich Eltern in ihrer Kreativität systematisch von ihren Kindern unterscheiden. Eine Kinderärztin ermöglicht Ihnen den Zugang zu Vorsorgeuntersuchungen, bei denen jeweils ein Elternteil und ein Kind gemeinsam erscheinen. Zur Erhebung der Kreativität werden Elternteil und Kind getrennt gebeten, innerhalb von 5 Minuten möglichst viele Verwendungsmöglichkeiten für einen Ziegelstein zu notieren.

| Paar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|----|----|---|----|---|---|
| Elternteil | 8 | 9 | 4 | 10 | 5 | 6 |
| Kind | 10 | 10 | 8 | 4 | 5 | 8 |
| Differenz | 2 | 1 | 4 | -6 | 0 | 2 |

$$\hat{\sigma}_d = 3,45$$

c) Wie lautet der empirische t-Wert?

Übungsaufgabe 4 - Lösung

c) Wie lautet der empirische t-Wert?

Übungsaufgabe 4 - Lösung

Sie interessieren sich dafür, ob sich Eltern in ihrer Kreativität systematisch von ihren Kindern unterscheiden. Eine Kinderärztin ermöglicht Ihnen den Zugang zu Vorsorgeuntersuchungen, bei denen jeweils ein Elternteil und ein Kind gemeinsam erscheinen. Zur Erhebung der Kreativität werden Elternteil und Kind getrennt gebeten, innerhalb von 5 Minuten möglichst viele Verwendungsmöglichkeiten für einen Ziegelstein zu notieren.

| Paar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|----|----|---|----|---|---|
| Elternteil | 8 | 9 | 4 | 10 | 5 | 6 |
| Kind | 10 | 10 | 8 | 4 | 5 | 8 |
| Differenz | 2 | 1 | 4 | -6 | 0 | 2 |

$$\hat{\sigma}_d = 3,45$$

d) Welche Testentscheidung treffen Sie bei einem Signifikanzniveau von Alpha = 0,01?

Übungsaufgabe 4 - Lösung

d) Welche Testentscheidung treffen Sie bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$?

| Fläche* | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|-------------------|-------------------|--|
| df | 0,55 | 0,60 | 0,65 | 0,70 | 0,75 | 0,80 | 0,85 | 0,90 | 0,95 | 0,975 | 0,990 | 0,995 | 0,9995 | r _{0,05} | r _{0,01} | |
| 1 | 0,158 | 0,325 | 0,510 | 0,727 | 1,000 | 1,376 | 1,963 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 | 636,619 | 0,997 | 1,000 | |
| 2 | 0,142 | 0,289 | 0,445 | 0,617 | 0,816 | 1,061 | 1,386 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 | 31,598 | 0,950 | 0,990 | |
| 3 | 0,137 | 0,277 | 0,424 | 0,584 | 0,765 | 0,978 | 1,250 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 | 12,941 | 0,878 | 0,959 | |
| 4 | 0,134 | 0,271 | 0,414 | 0,569 | 0,741 | 0,941 | 1,190 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 8,610 | 0,811 | 0,917 | |
| 5 | 0,132 | 0,267 | 0,408 | 0,559 | 0,727 | 0,920 | 1,156 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 6,859 | 0,754 | 0,874 | |
| 6 | 0,131 | 0,265 | 0,404 | 0,553 | 0,718 | 0,906 | 1,134 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 5,959 | 0,707 | 0,834 | |
| 7 | 0,130 | 0,263 | 0,402 | 0,549 | 0,711 | 0,896 | 1,119 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 5,405 | 0,666 | 0,798 | |
| 8 | 0,130 | 0,262 | 0,399 | 0,546 | 0,706 | 0,889 | 1,108 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 5,041 | 0,632 | 0,765 | |
| 9 | 0,129 | 0,261 | 0,398 | 0,543 | 0,703 | 0,883 | 1,100 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 4,781 | 0,602 | 0,735 | |
| 10 | 0,129 | 0,260 | 0,397 | 0,542 | 0,700 | 0,879 | 1,093 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 | 4,587 | 0,576 | 0,708 | |
| 11 | 0,129 | 0,260 | 0,396 | 0,540 | 0,697 | 0,876 | 1,088 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 4,437 | 0,553 | 0,684 | |
| 12 | 0,128 | 0,259 | 0,395 | 0,539 | 0,695 | 0,873 | 1,083 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 | 4,318 | 0,532 | 0,661 | |
| 13 | 0,128 | 0,259 | 0,394 | 0,538 | 0,694 | 0,870 | 1,079 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 | 4,221 | 0,514 | 0,641 | |
| 14 | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,537 | 0,692 | 0,868 | 1,076 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 | 4,140 | 0,497 | 0,623 | |
| 15 | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,536 | 0,691 | 0,866 | 1,074 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 | 4,073 | 0,482 | 0,606 | |
| 16 | 0,128 | 0,258 | 0,392 | 0,535 | 0,690 | 0,865 | 1,071 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 4,015 | 0,468 | 0,590 | |
| 17 | 0,128 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,689 | 0,863 | 1,069 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 | 3,965 | 0,456 | 0,575 | |
| 18 | 0,127 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,688 | 0,862 | 1,067 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,922 | 0,444 | 0,561 | |
| 19 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,688 | 0,861 | 1,066 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,883 | 0,433 | 0,549 | |
| 20 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,687 | 0,860 | 1,064 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,850 | 0,423 | 0,537 | |
| 21 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,532 | 0,686 | 0,859 | 1,063 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,819 | 0,413 | 0,526 | |
| 22 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,686 | 0,858 | 1,061 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,792 | 0,404 | 0,515 | |
| 23 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,685 | 0,858 | 1,060 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,767 | 0,396 | 0,505 | |
| 24 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,685 | 0,857 | 1,059 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,745 | 0,388 | 0,496 | |
| 25 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,725 | 0,381 | 0,487 | |
| 26 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 | 3,707 | 0,374 | 0,478 | |
| 27 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,531 | 0,684 | 0,855 | 1,057 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 | 3,690 | 0,367 | 0,470 | |
| 28 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,855 | 1,056 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 | 3,674 | 0,361 | 0,463 | |
| 29 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 | 3,659 | 0,355 | 0,456 | |
| 30 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,646 | 0,349 | 0,449 | |
| 40 | 0,126 | 0,255 | 0,388 | 0,529 | 0,681 | 0,851 | 1,050 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 3,551 | 0,304 | 0,393 | |
| 60 | 0,126 | 0,254 | 0,387 | 0,527 | 0,679 | 0,848 | 1,046 | 1,296 | 1,671 | 2,000 | 2,390 | 2,660 | 3,460 | 0,250 | 0,325 | |
| 120 | 0,126 | 0,254 | 0,386 | 0,526 | 0,677 | 0,845 | 1,041 | 1,289 | 1,658 | 1,980 | 2,358 | 2,617 | 3,373 | 0,178 | 0,232 | |
| z | 0,126 | 0,253 | 0,385 | 0,524 | 0,674 | 0,842 | 1,036 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 | 3,291 | | | |

* Die Flächenanteile für negative t -Werte ergeben sich nach der Beziehung $P(-t_{df}) = 1 - P(t_{df})$

Korrelation

Kovarianz, Produkt-Moment Korrelation, Rangkorrelation

Der Begriff des (bivariaten) Zusammenhangs: Was bedeutet es, wenn zwei Variablen miteinander zusammenhängen?

Die Ausprägung, die eine Person auf der einen Variable aufweist, gibt zu gewissen Teilen auch Auskunft darüber, welche Ausprägung diese Person auf der anderen Variable erreicht. Beide Variablen variieren dann systematisch miteinander.

Die **Stärke des Zusammenhangs** ist davon abhängig, wie zwingend von der einen Variable auf die andere geschlossen werden kann.

Zusammenhänge können in **zwei Richtungen** vorliegen: positiv oder negativ

- **Positiver Zusammenhang:** Hohe Werte auf der einen Variable entsprechen hohen Werten auf der anderen Variable
- **Negativer Zusammenhang:** Hohe Werte auf der einen Variable entsprechen niedrigen Werten auf der anderen Variable

$$\text{Kovarianz (cov}_{x,y}\text{): } cov_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{n - 1}$$

- Unstandardisiertes Maß, dass den Zusammenhang zweier Variablen erfasst (bivariat)
- Ist in ihrer Berechnung der Varianz nicht unähnlich
- Varianz: Erfasst die Abweichungen einer Variable um ihren Mittelwert **und liefert aufgrund der Quadrierung nur positive Ergebnisse**
- Kovarianz: Gleichgerichtete Abweichungen zweier Variablen von deren Mittelwerten, **kann jedoch auch negative Werte annehmen!**
- Wertespektrum: Betrag der Kovarianz zwischen zwei Variablen kann beliebige Werte zwischen 0 und einer maximalen Kovarianz $|cov_{max}|$ annehmen
- $|cov_{max}|$ ist für positive und negative Zusammenhänge identisch und definiert als das Produkt der beiden Merkmalsstreuungen: $|cov_{max}| = \hat{\sigma}_x * \hat{\sigma}_y$
 - o Die Kovarianz ist positiv, wenn positive Abweichungen vom Mittelwert in x mit positiven in y bzw. negativen Abweichungen in x mit negativen Abweichungen in y einhergehen.
 - o Die Kovarianz ist negativ, wenn positive Abweichungen vom Mittelwert in x mit negativen in y einhergehen und umgekehrt.
 - o Eine Kovarianz von 0 besagt, dass beide Variablen in keinem Zusammenhang zueinander stehen.
- Abweichungen, die in der Formel zur Berechnung der Kovarianz eingehen, **sind abhängig von der Skalierung (Maßstab) der Merkmale.**

Korrelation

Kovarianz, Produkt-Moment Korrelation, Rangkorrelation

Produkt-Moment Korrelation

- Standardisiertes Maß für den Zusammenhang zweier intervallskaliert Variablen
- Gebräuchlichstes Maß für die Stärke eines Zusammenhangs
- Stärke des Zusammenhangs wird mit dem Korrelationskoeffizienten r angegeben.
- Anderer Name für die Korrelation: Pearson-Korrelation

- Berechnung als Standardisierung der Kovarianz
- Die berechnete Kovarianz wird anhand der maximalen Kovarianz relativiert
- Dadurch wird die Kovarianz von der Streuung der Merkmale bereinigt.
- Das resultierende r (Korrelationskoeffizient) ist maßstabsunabhängig

$$r_{x,y} = \frac{cov_{emp}}{cov_{max}} = \frac{cov_{x,y}}{\hat{\sigma}_x * \hat{\sigma}_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{(n-1) * \hat{\sigma}_x * \hat{\sigma}_y}$$

- Der Korrelationskoeffizient kann nur Werte zwischen ± 1 annehmen
 - o $r = 1$ Perfekt positiver Zusammenhang
 - o $r = -1$ Perfekt negativer Zusammenhang
 - o $r = 0$ Kein Zusammenhang (Nullkorrelation)
 - o $r > 0$ Positiver Zusammenhang
 - o $r < 0$ Negativer Zusammenhang
- Einteilung der Größe des Effekts nach Cohen (1992):
 - o $|.10|$ bis $|.30|$ Kleiner Effekt
 - o $|.30|$ bis $|.50|$ Mittlerer Effekt
 - o Ab $|.50|$ Großer Effekt

Rangkorrelation

- Standardisiertes Maß für den Zusammenhang zweier ordinalskaliert Variablen
- Stellt eine Analogie zur Produkt-Moment-Korrelation dar
- **Anstelle intervallskalierter Messwerte werden Rangplätze von ordinalskalierten Rangreihen verwendet**
- Erfasst, inwieweit zwei Rangreihen systematisch miteinander variieren.
- Stärke des Zusammenhangs wird mit dem Korrelationskoeffizienten r_s angegeben.
- Anderer Name für dieselbe Korrelation: Spearman-Korrelation

$$r_s = 1 - \frac{6 * \sum_{i=1}^n d_i^2}{N * (N^2 - 1)}$$

- d_i ist die Differenz der Ranglistenplätze einer Untersuchungseinheit i bezüglich der Variablen x und y

Korrelation als Signifikanztest:

$$t = \frac{r * \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}}; df = N-2$$

Korrelation impliziert keine Kausalität!

Übungsaufgabe 5

Die Variablen x und y sind intervallskaliert. Prüfen Sie, ob ein Zusammenhang zwischen den beiden Variablen besteht. Es wird angenommen, dass keine Ausreißer in den Daten enthalten sind.

| x | y |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 1 | 2 |
| 9 | 6 |
| 5 | 4 |
| 3 | 2 |

$$\bar{x} = 4 \quad s_x = 3,16$$

$$\bar{y} = 3 \quad s_y = 2$$

a) Stellen Sie die statistischen Hypothesen auf.

b) Besteht ein Zusammenhang zwischen den beiden Variablen?

Falls ja: Wie würden Sie die gefundene Korrelation bzw. den Effekt bewerten?

c) Falls eine Korrelation besteht: Würden Sie diese als signifikant bezeichnen (Alpha = 0,05)?

Übungsaufgabe 5 - Lösung

Die Variablen x und y sind intervallskaliert. Prüfen Sie, ob ein Zusammenhang zwischen den beiden Variablen besteht. Es wird angenommen, dass keine Ausreißer in den Daten enthalten sind.

| x | y |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 1 | 2 |
| 9 | 6 |
| 5 | 4 |
| 3 | 2 |

$$\bar{x} = 4 \quad s_x = 3,16$$

$$\bar{y} = 3 \quad s_y = 2$$

a) Stellen Sie die statistischen Hypothesen auf.

Übungsaufgabe 5 - Lösung

Die Variablen x und y sind intervallskaliert. Prüfen Sie, ob ein Zusammenhang zwischen den beiden Variablen besteht. Es wird angenommen, dass keine Ausreißer in den Daten enthalten sind.

| x | y |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 1 | 2 |
| 9 | 6 |
| 5 | 4 |
| 3 | 2 |

$$\bar{x} = 4 \quad s_x = 3,16$$

$$\bar{y} = 3 \quad s_y = 2$$

b) Besteht ein Zusammenhang zwischen den beiden Variablen?

Falls ja: Wie würden Sie die gefundene Korrelation bzw. den Effekt bewerten?

Übungsaufgabe 5 - Lösung

b) Besteht ein Zusammenhang zwischen den beiden Variablen?

Falls ja: Wie würden Sie die gefundene Korrelation bzw. den Effekt bewerten?

Übungsaufgabe 5 - Lösung

Die Variablen x und y sind intervallskaliert. Prüfen Sie, ob ein Zusammenhang zwischen den beiden Variablen besteht. Es wird angenommen, dass keine Ausreißer in den Daten enthalten sind.

| x | y |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 1 | 2 |
| 9 | 6 |
| 5 | 4 |
| 3 | 2 |

$$\bar{x} = 4 \quad s_x = 3,16$$

$$\bar{y} = 3 \quad s_y = 2$$

c) Falls eine Korrelation besteht: Würden Sie diese als signifikant bezeichnen (Alpha = 0,05)?

Übungsaufgabe 5 - Lösung

c) Falls eine Korrelation besteht: Würden Sie diese als signifikant bezeichnen ($\alpha = 0,05$)?

| Fläche* | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|------------|------------|
| df | 0,55 | 0,60 | 0,65 | 0,70 | 0,75 | 0,80 | 0,85 | 0,90 | 0,95 | 0,975 | 0,990 | 0,995 | 0,9995 | $r_{0,05}$ | $r_{0,01}$ |
| 1 | 0,158 | 0,325 | 0,510 | 0,727 | 1,000 | 1,376 | 1,963 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 | 636,619 | 0,997 | 1,000 |
| 2 | 0,142 | 0,289 | 0,445 | 0,617 | 0,816 | 1,061 | 1,386 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 | 31,598 | 0,950 | 0,990 |
| 3 | 0,137 | 0,277 | 0,424 | 0,584 | 0,765 | 0,978 | 1,250 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 | 12,941 | 0,878 | 0,959 |
| 4 | 0,134 | 0,271 | 0,414 | 0,569 | 0,741 | 0,941 | 1,190 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 8,610 | 0,811 | 0,917 |
| 5 | 0,132 | 0,267 | 0,408 | 0,559 | 0,727 | 0,920 | 1,156 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 6,859 | 0,754 | 0,874 |
| 6 | 0,131 | 0,265 | 0,404 | 0,553 | 0,718 | 0,906 | 1,134 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 5,959 | 0,707 | 0,834 |
| 7 | 0,130 | 0,263 | 0,402 | 0,549 | 0,711 | 0,896 | 1,119 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 5,405 | 0,666 | 0,798 |
| 8 | 0,130 | 0,262 | 0,399 | 0,546 | 0,706 | 0,889 | 1,108 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 5,041 | 0,632 | 0,765 |
| 9 | 0,129 | 0,261 | 0,398 | 0,543 | 0,703 | 0,883 | 1,100 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 4,781 | 0,602 | 0,735 |
| 10 | 0,129 | 0,260 | 0,397 | 0,542 | 0,700 | 0,879 | 1,093 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 | 4,587 | 0,576 | 0,708 |
| 11 | 0,129 | 0,260 | 0,396 | 0,540 | 0,697 | 0,876 | 1,088 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 4,437 | 0,553 | 0,684 |
| 12 | 0,128 | 0,259 | 0,395 | 0,539 | 0,695 | 0,873 | 1,083 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 | 4,318 | 0,532 | 0,661 |
| 13 | 0,128 | 0,259 | 0,394 | 0,538 | 0,694 | 0,870 | 1,079 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 | 4,221 | 0,514 | 0,641 |
| 14 | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,537 | 0,692 | 0,868 | 1,076 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 | 4,140 | 0,497 | 0,623 |
| 15 | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,536 | 0,691 | 0,866 | 1,074 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 | 4,073 | 0,482 | 0,606 |
| 16 | 0,128 | 0,258 | 0,392 | 0,535 | 0,690 | 0,865 | 1,071 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 4,015 | 0,468 | 0,590 |
| 17 | 0,128 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,689 | 0,863 | 1,069 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 | 3,965 | 0,456 | 0,575 |
| 18 | 0,127 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,688 | 0,862 | 1,067 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,922 | 0,444 | 0,561 |
| 19 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,688 | 0,861 | 1,066 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,883 | 0,433 | 0,549 |
| 20 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,687 | 0,860 | 1,064 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,850 | 0,423 | 0,537 |
| 21 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,532 | 0,686 | 0,859 | 1,063 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,819 | 0,413 | 0,526 |
| 22 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,686 | 0,858 | 1,061 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,792 | 0,404 | 0,515 |
| 23 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,685 | 0,858 | 1,060 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,767 | 0,396 | 0,505 |
| 24 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,685 | 0,857 | 1,059 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,745 | 0,388 | 0,496 |
| 25 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,725 | 0,381 | 0,487 |
| 26 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 | 3,707 | 0,374 | 0,478 |
| 27 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,531 | 0,684 | 0,855 | 1,057 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 | 3,690 | 0,367 | 0,470 |
| 28 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,855 | 1,056 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 | 3,674 | 0,361 | 0,463 |
| 29 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 | 3,659 | 0,355 | 0,456 |
| 30 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,646 | 0,349 | 0,449 |
| 40 | 0,126 | 0,255 | 0,388 | 0,529 | 0,681 | 0,851 | 1,050 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 3,551 | 0,304 | 0,393 |
| 60 | 0,126 | 0,254 | 0,387 | 0,527 | 0,679 | 0,848 | 1,046 | 1,296 | 1,671 | 2,000 | 2,390 | 2,660 | 3,460 | 0,250 | 0,325 |
| 120 | 0,126 | 0,254 | 0,386 | 0,526 | 0,677 | 0,845 | 1,041 | 1,289 | 1,658 | 1,980 | 2,358 | 2,617 | 3,373 | 0,178 | 0,232 |
| z | 0,126 | 0,253 | 0,385 | 0,524 | 0,674 | 0,842 | 1,036 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 | 3,291 | | |

* Die Flächenanteile für negative t -Werte ergeben sich nach der Beziehung $P(-t_{df}) = 1 - P(t_{df})$

Übungsaufgabe 6

Zwei Kunstkritiker bringen zwölf Gemälde nach ihrem Wert in eine Rangreihe.

| Gemälde | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|------------|---|---|---|----|---|---|---|---|----|----|----|----|
| Kritiker 1 | 8 | 7 | 3 | 11 | 4 | 1 | 5 | 6 | 10 | 2 | 12 | 9 |
| Kritiker 2 | 6 | 9 | 1 | 12 | 5 | 4 | 8 | 3 | 11 | 2 | 10 | 7 |

Korreliert die Rangfolge der beiden Kritiker?

- a) Welcher Korrelationskoeffizient sollte bestimmt werden? Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- b) Beantworten Sie die Forschungsfrage.
- c) Ist die Korrelation auf einem Signifikanzniveau von 1% signifikant?

Übungsaufgabe 6 - Lösung

Zwei Kunstkritiker bringen zwölf Gemälde nach ihrem Wert in eine Rangreihe.

| Gemälde | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|------------|---|---|---|----|---|---|---|---|----|----|----|----|
| Kritiker 1 | 8 | 7 | 3 | 11 | 4 | 1 | 5 | 6 | 10 | 2 | 12 | 9 |
| Kritiker 2 | 6 | 9 | 1 | 12 | 5 | 4 | 8 | 3 | 11 | 2 | 10 | 7 |

Korreliert die Rangfolge der beiden Kritiker?

a) Welcher Korrelationskoeffizient sollte bestimmt werden? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Übungsaufgabe 6 - Lösung

Zwei Kunstkritiker bringen zwölf Gemälde nach ihrem Wert in eine Rangreihe.

| Gemälde | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|------------|---|---|---|----|---|---|---|---|----|----|----|----|
| Kritiker 1 | 8 | 7 | 3 | 11 | 4 | 1 | 5 | 6 | 10 | 2 | 12 | 9 |
| Kritiker 2 | 6 | 9 | 1 | 12 | 5 | 4 | 8 | 3 | 11 | 2 | 10 | 7 |

Korreliert die Rangfolge der beiden Kritiker?

b) Beantworten Sie die Forschungsfrage.

Übungsaufgabe 6 - Lösung

Zwei Kunstkritiker bringen zwölf Gemälde nach ihrem Wert in eine Rangreihe.

| Gemälde | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|------------|---|---|---|----|---|---|---|---|----|----|----|----|
| Kritiker 1 | 8 | 7 | 3 | 11 | 4 | 1 | 5 | 6 | 10 | 2 | 12 | 9 |
| Kritiker 2 | 6 | 9 | 1 | 12 | 5 | 4 | 8 | 3 | 11 | 2 | 10 | 7 |

Korreliert die Rangfolge der beiden Kritiker?

c) Ist die Korrelation auf einem Signifikanzniveau von 1% signifikant?

| Fläche* | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|------------|------------|
| df | 0,55 | 0,60 | 0,65 | 0,70 | 0,75 | 0,80 | 0,85 | 0,90 | 0,95 | 0,975 | 0,990 | 0,995 | 0,9995 | $r_{0,05}$ | $r_{0,01}$ |
| 1 | 0,158 | 0,325 | 0,510 | 0,727 | 1,000 | 1,376 | 1,963 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 | 636,619 | 0,997 | 1,000 |
| 2 | 0,142 | 0,289 | 0,445 | 0,617 | 0,816 | 1,061 | 1,386 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 | 31,598 | 0,950 | 0,990 |
| 3 | 0,137 | 0,277 | 0,424 | 0,584 | 0,765 | 0,978 | 1,250 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 | 12,941 | 0,878 | 0,959 |
| 4 | 0,134 | 0,271 | 0,414 | 0,569 | 0,741 | 0,941 | 1,190 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 8,610 | 0,811 | 0,917 |
| 5 | 0,132 | 0,267 | 0,408 | 0,559 | 0,727 | 0,920 | 1,156 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 6,859 | 0,754 | 0,874 |
| 6 | 0,131 | 0,265 | 0,404 | 0,553 | 0,718 | 0,906 | 1,134 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 5,959 | 0,707 | 0,834 |
| 7 | 0,130 | 0,263 | 0,402 | 0,549 | 0,711 | 0,896 | 1,119 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 5,405 | 0,666 | 0,798 |
| 8 | 0,130 | 0,262 | 0,399 | 0,546 | 0,706 | 0,889 | 1,108 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 5,041 | 0,632 | 0,765 |
| 9 | 0,129 | 0,261 | 0,398 | 0,543 | 0,703 | 0,883 | 1,100 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 4,781 | 0,602 | 0,735 |
| 10 | 0,129 | 0,260 | 0,397 | 0,542 | 0,700 | 0,879 | 1,093 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 | 4,587 | 0,576 | 0,708 |
| 11 | 0,129 | 0,260 | 0,396 | 0,540 | 0,697 | 0,876 | 1,088 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 4,437 | 0,553 | 0,684 |
| 12 | 0,128 | 0,259 | 0,395 | 0,539 | 0,695 | 0,873 | 1,083 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 | 4,318 | 0,532 | 0,661 |
| 13 | 0,128 | 0,259 | 0,394 | 0,538 | 0,694 | 0,870 | 1,079 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 | 4,221 | 0,514 | 0,641 |
| 14 | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,537 | 0,692 | 0,868 | 1,076 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 | 4,140 | 0,497 | 0,623 |
| 15 | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,536 | 0,691 | 0,866 | 1,074 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 | 4,073 | 0,482 | 0,606 |
| 16 | 0,128 | 0,258 | 0,392 | 0,535 | 0,690 | 0,865 | 1,071 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 4,015 | 0,468 | 0,590 |
| 17 | 0,128 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,689 | 0,863 | 1,069 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 | 3,965 | 0,456 | 0,575 |
| 18 | 0,127 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,688 | 0,862 | 1,067 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,922 | 0,444 | 0,561 |
| 19 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,688 | 0,861 | 1,066 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,883 | 0,433 | 0,549 |
| 20 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,687 | 0,860 | 1,064 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,850 | 0,423 | 0,537 |
| 21 | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,532 | 0,686 | 0,859 | 1,063 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,819 | 0,413 | 0,526 |
| 22 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,686 | 0,858 | 1,061 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,792 | 0,404 | 0,515 |
| 23 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,685 | 0,858 | 1,060 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,767 | 0,396 | 0,505 |
| 24 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,685 | 0,857 | 1,059 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,745 | 0,388 | 0,496 |
| 25 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,725 | 0,381 | 0,487 |
| 26 | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 | 3,707 | 0,374 | 0,478 |
| 27 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,531 | 0,684 | 0,855 | 1,057 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 | 3,690 | 0,367 | 0,470 |
| 28 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,855 | 1,056 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 | 3,674 | 0,361 | 0,463 |
| 29 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 | 3,659 | 0,355 | 0,456 |
| 30 | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,646 | 0,349 | 0,449 |
| 40 | 0,126 | 0,255 | 0,388 | 0,529 | 0,681 | 0,851 | 1,050 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 3,551 | 0,304 | 0,393 |
| 60 | 0,126 | 0,254 | 0,387 | 0,527 | 0,679 | 0,848 | 1,046 | 1,296 | 1,671 | 2,000 | 2,390 | 2,660 | 3,460 | 0,250 | 0,325 |
| 120 | 0,126 | 0,254 | 0,386 | 0,526 | 0,677 | 0,845 | 1,041 | 1,289 | 1,658 | 1,980 | 2,358 | 2,617 | 3,373 | 0,178 | 0,232 |
| z | 0,126 | 0,253 | 0,385 | 0,524 | 0,674 | 0,842 | 1,036 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 | 3,291 | | |

* Die Flächenanteile für negative t -Werte ergeben sich nach der Beziehung $P(-t_{df}) = 1 - P(t_{df})$

Chi-Quadrat-Test

Verfahren für Nominaldaten

Chi-Quadrat (χ^2)-Test

- Relative Häufigkeit in der Stichprobe dient als Schätzer für die Auftretenswahrscheinlichkeit in der Population
- H_0 : Kategorien sind gleich verteilt (Gleichverteilungshypothese)
- Die unter H_0 erwarteten Häufigkeiten werden mit den beobachteten Häufigkeiten in der Stichprobe verglichen
- **Testverteilung ist Chi-Quadrat-Verteilung (eigene Tabelle)**
 - o Vergleich des empirischen Chi-Quadrat-Werts (Berechnung aus den Daten) vs. kritischer Chi-Quadrat-Wert (aus der Tabelle)
 - o Wenn der empirischen Chi-Quadrat-Wert größer ist als der kritische Chi-Quadrat-Wert, dann ist der Test signifikant

Eindimensionaler Chi-Quadrat (χ^2)-Test

- Prüft Hypothesen über die Verteilung einer kategorialen Variablen
- Untersuchungspersonen wurden hinsichtlich eines Merkmals mit k Stufen kategorisiert
- Es liegt eine Verteilung mit absoluten, beobachteten Häufigkeiten vor
- Aufgabe des Chi-Quadrat-Tests: **Ermitteln, ob die Verteilung in der Stichprobe der Annahme in der Population entspricht**
- Gleichverteilungsannahme (häufig):
 - o H_0 : Die Verteilung des Merkmals x ist in der Population ist 50% vs. 50%. | H_1 : Das Merkmal x ist in der Population ungleich verteilt.
- Nicht gleich verteilte Annahmen (denkbar):
 - o H_0 : Die Verteilung des Merkmals x ist in der Population 30% vs. 70%. | H_1 : Die Verteilung des Merkmals x weicht von dieser Annahme ab.

Wir benötigen die beobachteten und erwarteten abs. Häufigkeiten für alle Merkmalsstufen. Der Chi-Quadrat Wert gibt dann die Abweichung dieser an.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_{bi} - f_{ei})^2}{f_{ei}}, df = k - 1$$

k: Anzahl der Merkmalskategorien (Index i), f_{bi} : Beobachtete absolute Häufigkeit von Kategorie i, f_{ei} : Unter H_0 erwartete absolute Häufigkeit von Kategorie i

Effektstärke, Konventionen nach Cohen (1988):

0.01: Kleiner Effekt | 0.09: Mittlerer Effekt | 0.25: Großer Effekt

Übungsaufgabe 7

Eine Bildungsforscherin interessiert sich dafür, wie Schülerinnen zur Schule kommen. Sie vermutet, dass das Verkehrsmittel "Fahrrad" und "Öffentliche Verkehrsmittel" gleich häufig genutzt werden. Aus einer Stichprobe von $N = 150$ Schülerinnen ergibt sich folgendes Ergebnis:

Anzahl Schülerinnen (Fahrrad): 94

Anzahl Schülerinnen (Öffentliche Verkehrsmittel): 56

- a) Berechnen Sie die unter der Hypothese der Forscherin erwarteten Häufigkeiten für die gewählten Verkehrsmittel der Schülerinnen.
- b) Prüfen Sie, ob sich die angenommene Verteilung in den Daten zeigt oder ob es signifikante Unterschiede gibt. Berechnen Sie dazu die empirische und kritische Teststatistik bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$.
- c) Geben Sie das Ergebnis mit einer statistischen Begründung an und ordnen Sie das Ergebnis kurz inhaltlich ein.

Übungsaufgabe 7 - Lösung

Eine Bildungsforscherin interessiert sich dafür, wie Schülerinnen zur Schule kommen. Sie vermutet, dass das Verkehrsmittel "Fahrrad" und "Öffentliche Verkehrsmittel" gleich häufig genutzt werden. Aus einer Stichprobe von $N = 150$ Schülerinnen ergibt sich folgendes Ergebnis:

Anzahl Schülerinnen (Fahrrad): 94

Anzahl Schülerinnen (Öffentliche Verkehrsmittel): 56

a) Berechnen Sie die unter der Hypothese der Forscherin erwarteten Häufigkeiten für die gewählten Verkehrsmittel der Schülerinnen.

Übungsaufgabe 7 - Lösung

Eine Bildungsforscherin interessiert sich dafür, wie Schülerinnen zur Schule kommen. Sie vermutet, dass das Verkehrsmittel "Fahrrad" und "Öffentliche Verkehrsmittel" gleich häufig genutzt werden. Aus einer Stichprobe von $N = 150$ Schülerinnen ergibt sich folgendes Ergebnis:

Anzahl Schülerinnen (Fahrrad): 94

Anzahl Schülerinnen (Öffentliche Verkehrsmittel): 56

b) Prüfen Sie, ob sich die angenommene Verteilung in den Daten zeigt oder ob es signifikante Unterschiede gibt. Berechnen Sie dazu die empirische und kritische Teststatistik bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$.

| Fläche df | 0,750 | 0,900 | 0,950 | 0,975 | 0,990 | 0,995 | 0,999 |
|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| 1 | 1,32330 | 2,70554 | 3,84146 | 5,02389 | 6,63490 | 7,87944 | 10,828 |
| 2 | 2,77259 | 4,60517 | 5,99147 | 7,37776 | 9,21034 | 10,5966 | 13,816 |
| 3 | 4,10835 | 6,25139 | 7,81473 | 9,34840 | 11,3449 | 12,8381 | 16,266 |
| 4 | 5,38527 | 7,77944 | 9,48773 | 11,1439 | 13,2767 | 14,8602 | 18,467 |
| 5 | 6,62568 | 9,23635 | 11,0705 | 12,8325 | 15,0863 | 16,7496 | 20,515 |
| 6 | 7,84080 | 10,6446 | 12,5916 | 14,4494 | 16,8119 | 18,5476 | 22,458 |
| 7 | 9,03715 | 12,0170 | 14,0671 | 16,0128 | 18,4753 | 20,2777 | 24,322 |
| 8 | 10,2188 | 13,3616 | 15,5073 | 17,5346 | 20,0902 | 21,9550 | 26,125 |
| 9 | 11,3887 | 14,6837 | 16,9190 | 19,0228 | 21,6660 | 23,5893 | 27,877 |
| 10 | 12,5489 | 15,9871 | 18,3070 | 20,4831 | 23,2093 | 25,1882 | 29,588 |
| 11 | 13,7007 | 17,2750 | 19,6751 | 21,9200 | 24,7250 | 26,7569 | 31,264 |
| 12 | 14,8454 | 18,5494 | 21,0261 | 23,3367 | 26,2170 | 28,2995 | 32,909 |
| 13 | 15,9839 | 19,8119 | 22,3621 | 24,7356 | 27,6883 | 29,8194 | 34,528 |
| 14 | 17,1170 | 21,0642 | 23,6848 | 26,1190 | 29,1413 | 31,3193 | 36,123 |
| 15 | 18,2451 | 22,3072 | 24,9958 | 27,4884 | 30,5779 | 32,8013 | 37,697 |
| 16 | 19,3688 | 23,5418 | 26,2962 | 28,8454 | 31,9999 | 34,2672 | 39,252 |
| 17 | 20,4887 | 24,7690 | 27,5871 | 30,1910 | 33,4087 | 35,7185 | 40,790 |
| 18 | 21,6049 | 25,9894 | 28,8693 | 31,5264 | 34,8053 | 37,1564 | 42,312 |
| 19 | 22,7178 | 27,2036 | 30,1435 | 32,8523 | 36,1908 | 38,5822 | 43,820 |
| 20 | 23,8277 | 28,4120 | 31,4104 | 34,1696 | 37,5662 | 39,9968 | 45,315 |
| 21 | 24,9348 | 29,6151 | 32,6705 | 35,4789 | 38,9321 | 41,4010 | 46,797 |
| 22 | 26,0393 | 30,8133 | 33,9244 | 36,7807 | 40,2894 | 42,7956 | 48,268 |
| 23 | 27,1413 | 32,0069 | 35,1725 | 38,0757 | 41,6384 | 44,1813 | 49,728 |
| 24 | 28,2412 | 33,1963 | 36,4151 | 39,3641 | 42,9798 | 45,5585 | 51,179 |
| 25 | 29,3389 | 34,3816 | 37,6525 | 40,6465 | 44,3141 | 46,9278 | 52,620 |
| 26 | 30,4345 | 35,5631 | 38,8852 | 41,9232 | 45,6417 | 48,2899 | 54,052 |
| 27 | 31,5284 | 36,7412 | 40,1133 | 43,1944 | 46,9630 | 49,6449 | 55,476 |
| 28 | 32,6205 | 37,9159 | 41,3372 | 44,4607 | 48,2782 | 50,9933 | 56,892 |
| 29 | 33,7109 | 39,0875 | 42,5569 | 45,7222 | 49,5879 | 52,3356 | 58,302 |

Übungsaufgabe 7 - Lösung

Eine Bildungsforscherin interessiert sich dafür, wie Schülerinnen zur Schule kommen. Sie vermutet, dass das Verkehrsmittel "Fahrrad" und "Öffentliche Verkehrsmittel" gleich häufig genutzt werden. Aus einer Stichprobe von $N = 150$ Schülerinnen ergibt sich folgendes Ergebnis:

Anzahl Schülerinnen (Fahrrad): 94

Anzahl Schülerinnen (Öffentliche Verkehrsmittel): 56

c) Geben Sie das Ergebnis mit einer statistischen Begründung an und ordnen Sie das Ergebnis kurz inhaltlich ein.

Beispiel Multiple-Choice-Frage

Aufgabe ## (5 Punkte)

Welche Aussagen zum Konfidenzintervall sind richtig?

- ☐ Die Breite des Konfidenzintervalls bestimmt sich unter anderem durch den Standardfehler der Schätzfunktion.
- ☐ Ein schmales Konfidenzintervall weist auf eine genaue Schätzung hin.
- ☐ Ein breites Konfidenzintervall weist auf eine hohe Konfidenz in den geschätzten Wert hin.
- ☐ Die Breite des Konfidenzintervalls hängt unter anderem von der Irrtumswahrscheinlichkeit ab.
- ☐ Je größer die Stichprobengröße n , desto breiter das Konfidenzintervall.

