3.1 JARDUERA

3.0.- Sarrera

Badago erlaziorik Programazio Linealeko problemetan baliabideen eta prezioen banaketen artean?

Atal honetan Programazio Linealeko Dualtasunaren kontzeptua aurkeztuko da, zein teoria erabiltzen den eta bere interesa non errotzen den.

3.1 Jarduera

3.1.J Izan bitez ondoko PL problemak:

$$\text{Min} \quad Z = 12x_1 + 8x_2 + 19x_3 \qquad\qquad \text{Max} \quad Z^* = y_1 + 2y_2$$

$$\begin{aligned} 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 &\geq 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 &\geq 2 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 3y_1 + 3y_2 &\leq 12 \\ 3y_1 + 2y_2 &\leq 8 \\ 3y_1 + 7y_2 &\leq 19 \\ y_1, y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Komenta zure taldekideekin fitxa-gidako galderei erantzuten saiatuz. Azkenik, idatz itzazue zuen ondorioak.

Zein problema iruditzen zaizue errazena ebazteko?

Zer erlaziorik dago bi problemen artean?

Badago PL problema primalaren eta dagokion dualaren soluzioen arteko erlazio-rik?

Baliteke erlazio hau erabiltzea eragiketa-kalkuluak sinplifikatzeko?

Erlazio hau, nola erabili?

ONDORIOAK:

1. Soluzio optimoa finitua bada, helburu funtzioak bat datoz.
2. Forma estandarrean idatzitako PL-ko problemaren oinarrizko soluzio optimo bateko lasaiera-aldagaien kostu murriztuak, balio absolutuan kontsideratuz forma kanonikoan problema dualaren soluzioa da.

PROBLEMA PRIMALA :

$$\min\ 12x_1+8x_2+19x_3 \qquad\qquad \min\ 12x_1+8x_2+19x_3 \qquad\qquad \min\ 12x_1+8x_2+19x_3$$

$$\begin{array}{lcl}
3x_1+3x_2+3x_3\geq 1 & & 3x_1+3x_2+3x_3-x_4=1 & & 3x_1+3x_2+3x_3-x_4+q_1=1\\
3x_1+2x_2+7x_3\geq 2 & \longrightarrow & 3x_1+2x_2+7x_3-x_5=2 & \longrightarrow & 3x_1+2x_2+7x_3-x_5+q_2=2\\
x_1,x_2,x_3\geq 0 & & x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\geq 0 & & x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,q_1,q_2\geq 0
\end{array}$$

LEHENENGO FASEA:

$$\min\ q_1+q_2$$

$$3x_1+3x_2+3x_3-x_4+q_1=1$$

$$2x_1+5x_2+7x_3-x_5+q_2=2$$

$$x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,q_1,q_2\geq 0$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & -1 & 0 & \boxed{1} & \boxed{0}\\ 2 & 5 & 7 & 0 & -1 & \boxed{0} & \boxed{1}\end{pmatrix} \quad B$$

Hasierako oinarrizko soluzio bideragarria:

$$x_B=(q_1,q_2)^T=(1,2)^T$$

$$x_N=(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)^T=(0,0,0,0,0)^T$$

C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1}\cdot b$	0	0	0	0	0	1	1
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	q_1	q_2
1	q_1	1	3	3	$\boxed{3}$	-1	0	1	0
1	q_2	2	2	5	$\boxed{7}$	0	-1	0	1
$z=3$		z_j	5	8	10	-1	-1	1	1
		w_j	5	8	10	-1	-1	0	0

$\exists w_j>0 \longrightarrow$ Jarraitu

Sartze irizpidea: $\max\{5,8,10\}=10 \longrightarrow x_3$ sartu

Irtetze irizpidea: $\min\{1/3, 2/7\}=2/7 \longrightarrow q_2$ irten

C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1}\cdot b$	0	0	0	0	0	1	1
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	q_1	q_2
1	q_1	1/7	$\boxed{15/7}$	6/7	0	-1	3/7	1	-3/7
0	x_3	2/7	$\boxed{2/7}$	5/7	1	0	-1/7	0	1/7
$z=\frac{1}{7}$		z_j	15/7	6/7	0	-1	3/7	1	-3/7
		w_j	15/7	6/7	0	-1	3/7	0	-10/7

$e_{2b}\leftarrow e_2/7$

$e_1\leftarrow e_1-3e_{2b}$

$\exists w_j > 0 \longrightarrow$ Jarraitu

Sartze irizpidea: $\max\{15/7, 6/7, 3/7\} = 15/7 \longrightarrow x_1$ sartu

Irtetze irizpidea: $\min\{1/15, 1\} = 1/15 \longrightarrow g_1$ irten

C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1} \cdot b$	0	0	0	0	0	1	1
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	g_1	g_2
0	x_2	$1/15$	$4/5$	1	0	$-7/15$	$1/5$	$7/5$	$-1/5$
0	x_3	$4/15$	$1/5$	0	1	$2/15$	$-1/5$	$-2/15$	$-1/15$
$z = 0$		z_j	0	0	0	0	0	0	0
		w_j	0	0	0	0	0	-1	-1

$e_{2b} \leftarrow \frac{7}{2} e_2$

$e_1 \leftarrow e_1 - \frac{15}{7} e_{2b}$

$\forall w_j \leq 0 \longrightarrow$ 1. fasea bukatu da. g_1 eta g_2 oinarrian ez daudenez, hasierako soluzio bideragarria aurkitu dugu: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 1/15$, $x_3^* = 4/15 \longrightarrow$ 2. fasera goaz

BIGARREN FASEA:

$$\min \; 12x_1 + 8x_2 + 19x_3$$
$$3x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 1$$
$$3x_1 + 2x_2 + 7x_3 - x_5 = 2$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

C_{oin}	A_{oin}	$B^{-1} \cdot b$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5

$\forall w_j \leq 0 \longrightarrow$ Gelditu, optimoa lortu dugu

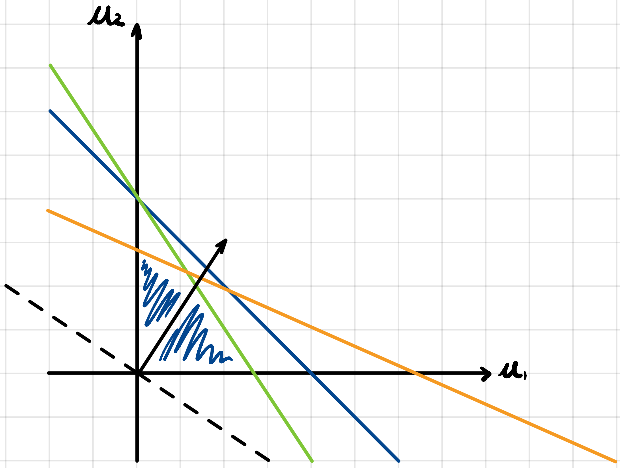
Oinarrizkoak ez diren aldagaien kostu-murriztuak $\neq 0$ direnez, soluzioa bakarra da.

$x_1^* = 0$, $x_2^* = 1/15$, $x_3^* = 4/15$, $z^* = 28/5$

$r: 3u_1 + 3u_2 = 12 \longrightarrow (0,4), (4,0)$

$s: 3u_1 + 2u_2 = 8 \longrightarrow (0,4), (\overset{2'667}{8/3}, 0)$

$t: 3u_1 + 7u_2 = 19 \longrightarrow (0, \overset{2'71}{19/7}, (\overset{6'33}{19/3}, 0)$



Optimoa izateko hautagaiak: A, B, C, D