# 3.2 JARDUERA

## 3.1.- Dualtasunari buruzko funtsezko teoremak. Lasaiera osagarria

***Zer erlazio dago PL primal eta dualen soluzioen artean?***

Atal honetan dualtasunaren definizioak eta funtsezko teoremak aurkezten dira.

| 3.2 JARDUERA |
|---|

**3.2. J** Dualtasunaren teoria erabiliz, ondoko PL problemaren soluzio optimoa era azkarrean aurkitzeko gai al zara?

$$Min \quad Z = 4x_1 + 12x_2 + 8x_3$$

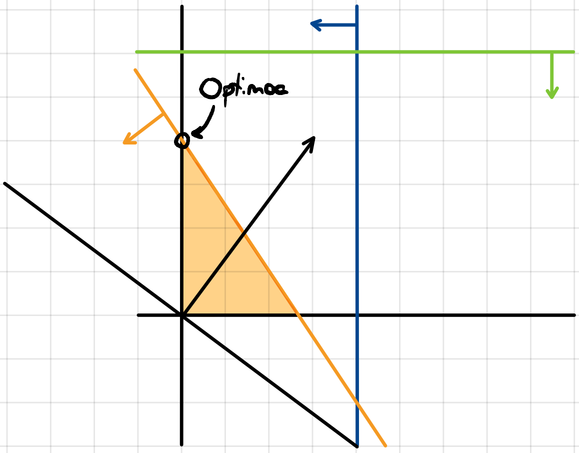
$$\begin{aligned} x_1 \quad + 3x_3 &\geq 3 \\ 2x_2 + 2x_3 &= 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Komenta zure taldekideekin lortutako emaitzak eta idatz itzazue zuen ondorioak prozesu jarraituetan erabilitako urratsak eta teorema adieraziz.

| *Aldagai artifizialak gehitzeko beharrik gabe soluzio optimoa lortzeko algoritmorik badago?* |
|---|

## PROBLEMA DUALA:

$$\max \; 3u_1 + 4u_2 \longrightarrow \nabla f(u_1, u_2) = (3,4)$$
$$u_1 \leq 4 \longrightarrow r: \; u_1 = 4$$
$$2u_2 \leq 12 \longrightarrow s: \; 2u_2 = 12 \longrightarrow u_2 = 6$$
$$3u_1 + 2u_3 \leq 8 \longrightarrow t: \; 3u_1 + 2u_3 = 8 \longrightarrow (0,4), \; (8/3, 0)$$
$u_1 \geq 0$, $u_2$ ez-murriztua




Optimoa: $t \cap OY \longrightarrow A(0,4)$

Era estandarrean idatziz: (D)

$$\max \; 3u_1 + 4u_2$$
$$u_1 + u_3 = 4$$
$$2u_1 + u_4 = 12$$
$$3u_1 + 2u_2 + u_5 = 8$$
$$u_i \geq 0, \; i = 1, \dots, 5$$

Ondorioz, problema dualaren lasaiera aldagaien balioak optimoan:

$$u_3^* = 4 - u_1^* = 4 - 0 \longrightarrow u_3^* = 4$$
$$u_4^* = 12 - 2u_2^* = 12 - 2 \cdot 4 \longrightarrow u_4^* = 4$$
$$u_5^* = 8 - 3u_1^* - 2u_2^* = 8 - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 4 \longrightarrow u_5^* = 0$$

Bukatzeko: $z^* = 3u_1^* + 4u_2^* = 3 \cdot 0 + 4 \cdot 4 \longrightarrow z^* = 16$

Era estandarrean idatziz: (P)

$$\min \; z = 4x_1 + 12x_2 + 8x_3$$
$$x_1 + 3x_3 - x_4 = 3$$
$$2x_1 + 2x_3 = 4$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Oinarrizko lasaiera erabiliz:

$x = (x_1, x_2, x_3)$ $\qquad\qquad$ $u = (u_1, u_2)$

$x^h = (x_4)$ $\qquad\qquad$ $u^h = (u_3, u_4, u_5)$

$$\begin{cases} x_1 \cdot u_3 = 0 \xrightarrow{u_3^* \neq 0} x_1^* = 0 \\ x_2 \cdot u_4 = 0 \xrightarrow{u_4^* \neq 0} x_2^* = 0 \\ x_3 \cdot u_5 = 0 \longrightarrow \forall x_3 \\ x_4 \cdot u_6 = 0 \longrightarrow \forall x_4 \end{cases}$$

Balioak problema primalean ordezkatuz:

$$3x_3 - x_4 = 3 \longrightarrow x_4 = 3$$

$$2x_1 + 2x_3 = 4 \longrightarrow x_3 = 2$$