Informatyka, studia dzienne, II st. semestr I

Metody Obliczeniowe Optymalizacji **2010/2011**

Prowadzący: mgr inż. Łukasz Chomątek czwartek, 14:15

Data oddania: ______________ Ocena: ______________

Michał Janiszewski 169485

Leszek Wach 169513

Zadanie 3: Metoda quasi-Newtona w wersji DFP*

1. Cel zadania

Celem zadania było napisanie programu przeprowadzającego minimalizację funkcji dwóch zmiennych według algorytmu Davidon-Fletcher-Powell.

2. Metoda rozwiązania

Metoda Davidona-Fletchera-Powella jest również nazywana metodą przemiennej metryki. Należy do grupy procedur kwazi-newtonowskich, w których kolejne kroki wyliczane są ze wzoru:

$$z_{i+1} = z_i + \tau_i d_i$$

gdzie $d_i = -D_i \nabla f(z_i)$ D_i jest macierzą obliczaną ze wzoru:

$$D_{i+1} = D_i + \frac{p_i p_i^t}{p_i^t q_i} - \frac{D_i q_i q_i^t D_i}{q_i^t D_i q_i}$$

gdzie $p_i = z_{i+1} - x_i$ oraz $q_i = \nabla f(z_{i+1}) - \nabla f(z_i)$.

Wartość τ jest dobierana w każdym kroku tak, aby wartość $f(z_i + \tau_i d_i)$ była najmnijesza. Stosuje się w tym przypadku np. metodę złotego podziału [2], zauważyliśmy jednak, że do poprawnego działania tej metody konieczne jest wyznaczenie przedziałów unimodalności funkcji, co odbywa się przez

* SVN: `https://serce.ics.p.lodz.pl/svn/labs/moo/lcjp_cz1415/wacjan/Zadanie3@118`

próbkowanie. Wykonaliśmy najpierw próbkowanie, pominęliśmy jednak metodę złotego podziału, gdyż uznaliśmy, że wartości pochodzące z próbkowania w zupełności wystarczą, ponieważ metoda „wyższego rzędu”, tj. DFP, i tak poda wystarczająco dobre, jeśli nie lepsze, rozwiązanie.

3. Opis algorytmu

1. **Etap 1:**
   a) ustal dokładność algorytmu ϵ
   b) wybierz punkt startowy x_o
   c) ustal startową postać macierzy D jako macierz jednostkową
   d) podstaw $z_1 = x_0$
   e) podstaw $n = 1$, $s = 1$
2. **Etap 2:**
   a) czy $||\nabla f(z_i)|| < \epsilon$ jeśli tak to stop
   b) podstaw $d_i = -D_i \nabla f(z_s)$
   c) wyznacz τ_i, tak aby $f(z_i + \tau_i d_i)$ było minimalne
   d) podstaw $z_{i+1} = z_i + \tau_i d_i$
   e) oblicz p_i, $\nabla f(z_{i+1})$ oraz q_i
   f) wyznacz D_i ze wzoru 2
   g) podstaw $i = i + 1$
   h) czy $i \leq N$, jeśli tak to wykonaj krok 2a
3. **Etap 3:**
   a) wyświetl kolejne przybliżenia rozwiązania z_x dla $x = 0, 1, \ldots, i$

4. Wyniki

Wyniki funkcji testowych porównane zostały z wynikami podawanymi przez WolframAlpha, przy czym wyniki te musiały zostać „nakierowane” tak aby silnik ten znalazł pewne konkretne minima.

4.1. Funkcja testowa 1

Wykorzystaliśmy funkcję

$$z = sin(x) + cos(y) \tag{1}$$

Punkt startowy: $(20, 20)$.

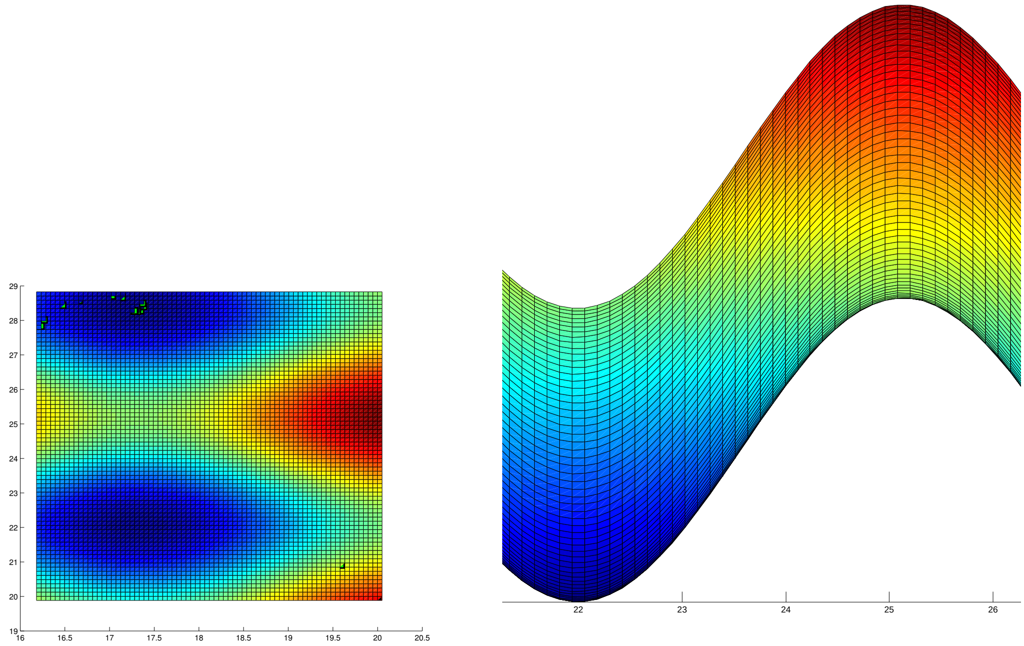
Rozwiązanie znalezione przez WolframAlpha[1]: $(17.2787, 28.2743)$, rozwiązanie znalezione programem (16 iteracji): $(17.2787, 28.2743)$.

4.2. Funkcja testowa 2

Wykorzystaliśmy funkcję

$$z = x^2 + y^2 \tag{2}$$

[1] `http://goo.gl/v0Jj6`



(a) Widok X-Y

(b) Widok Y-Z

Rysunek 1. Wyniki funkcji 1.

Punkt startowy: $(20, 20)$.

Rozwiązanie znalezione przez WolframAlpha[2]: $(0, 0)$, rozwiązanie znalezione programem (2 iteracje): $(0, 0)$.

4.3. Funkcja testowa 3

Wykorzystaliśmy funkcję

$$z = 3 + (x - 1.5 \cdot y)^2 + (y - 2)^2 \tag{3}$$

Punkt startowy: $(20, 20)$.

Rozwiązanie znalezione przez WolframAlpha[3]: $(3, 2)$, rozwiązanie znalezione programem (5 iteracji): $(3, 2)$.

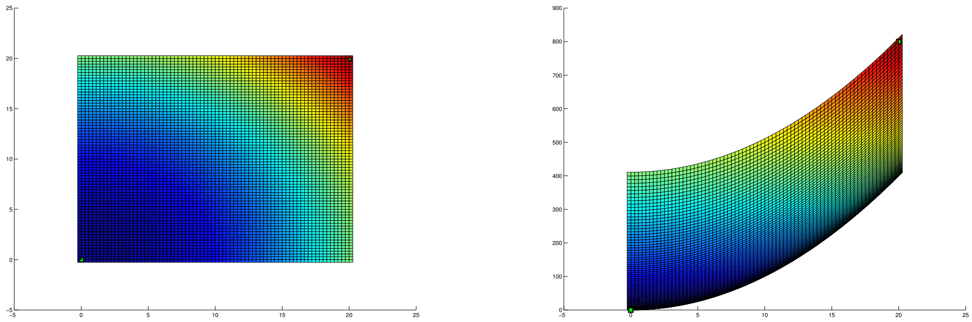
5. Wnioski

Metoda DFP dobrze znajduje rozwiązania dla różnych funkcji.

---

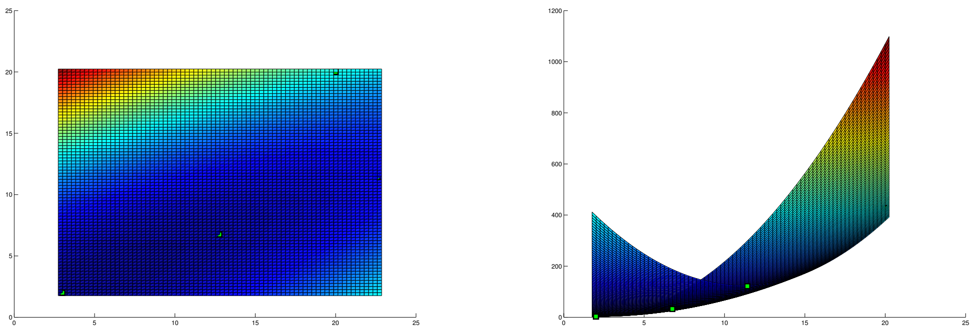
[2] `http://goo.gl/ieXBN`

[3] `http://goo.gl/Mp14x`



(a) Widok X-Y (b) Widok Y-Z

Rysunek 2. Wyniki funkcji 2.



(a) Widok X-Y (b) Widok Y-Z

Rysunek 3. Wyniki funkcji 3.

Literatura

[1] Piotr Beling, Filip Wasilewski. *Metody obliczeniowe optymalizacji* [online]. [dostęp: 18 maja 2011]. Dostępny w Internecie: `http://optymalizacja.w8.pl/QuasiNewton.html`

[2] P. Vankataraman, *Applied optimization with MATLAB Programming*, *John Wiley & Sons*, New York, 2002, ISBN 0-471-34958-5.