Messunsicherheitsbilanz

Lernziel:
Erstellen einer Messunsicherheitsbilanz für die resultierende Messgrösse unter Berücksichtigung der Standardunsicherheiten der einzelnen Eingangsgrössen und deren Empfindlichkeitskoeffizienten.

Inhalt

1. Die Messunsicherheitsbilanz im Messvorgang

1.1 Der Messvorgang

Zunächst werden die Hauptschritte des Messvorgangs wiederholt:

A) Formulierung (siehe Module MU-01 bis MU-03):

1) Definiere die resultierende Messgrösse (Ausgangsgrösse) Y.
2) Bestimme die Eingangsgrössen X_i, einschliesslich aller Korrekturen, die eine wesentliche Komponente zur Unsicherheit des Messergebnisses darstellen, von denen Y abhängt.
3) Entwickle eine Beziehung $Y = f(X_1, \ldots, X_N)$ zwischen der Messgrösse Y und den Eingangsgrössen X_i.

B) Schätzung der Eingangsgrösse:

1) Ordne jeder Eingangsgrösse X_i eine Verteilung $g_i(x_i)$ zu, die die Werte x_i beschreibt. Man stütze sich dazu auf die verfügbare Information.
2) Ermittle den Schätzwert x_i der Eingangsgrösse X_i, entweder durch eine statistische Analyse von Messwerten oder auf andere Weise.
3) Ermittle die Standardabweichung $u(x_i)$ für jeden Eingangsschätzwert x_i (nach Ermittlungsmethode A oder B).
4) Berechne die Kovarianzen $u(x_i,x_j)$, die eventuell korrelierten X_i zugeordnet sind (siehe Modul MUS-02).

5) Ordne jeder $u(x_i)$ eine Anzahl der Freiheitsgrade ν_i (siehe Modul MU-05).

C) Fortpflanzung (siehe Modul MU-04):

1) Errechne das Messergebnis, das heisst, den Schätzwert y der Messgrösse Y, aus der Funktionsbeziehung f, wobei für die Eingangsgrössen X_i, die im Schritt B)2) ermittelten Schätzwerte x_i zu verwenden sind.

2) Ermittle die kombinierte Standardunsicherheit $u(y)$ für das Messergebnis y unter Verwendung des Unsicherheitsfortpflanzungsgesetzes (quadratische Addition der Unsicherheitsbeiträge $u(x_i)$ der einzelnen Einflussgrössen x_i)

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i{}^2 \cdot u^2(x_i)$$ oder, falls die Kovarianzen nicht verschwinden,

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i{}^2 \cdot u^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} c_i c_j \cdot u\left(x_i, x_j\right) \quad .$$

Dabei sind die in den Schritten B)3) und B)4) ermittelten Standardunsicherheiten $u(x_i)$ und Kovarianzen $u(x_i,x_j)$, die den Eingangsschätzwerten x_i, x_j zugeordnet sind, einzusetzen.

Die c_i sind die Empfindlichkeitskoeffizienten. Sie können durch mathematische Ableitung $c_i = (\partial f / \partial x_i)$, durch experimentelle Untersuchungen, durch numerische Berechnungen oder durch „Expertenwissen“ ermittelt werden.

3) Schätze die effektive Anzahl der Freiheitsgrade ν_{eff} mit der Welch-Satterthwaite Formel (siehe Modul MU-05).

D) Protokollieren:

1) Angabe einer erweiterten Unsicherheit U, die einen Bereich von y-U bis y+U angibt, der einen grossen Anteil der Verteilung von Werten umfasst, die der Messgrösse Y sinnvollerweise zugeordnet werden können. Dazu wird die kombinierte Standardunsicherheit $u_c(y)$ mit einem Erweiterungsfaktor k multipliziert, um $U = k \cdot u_c(y)$ zu erhalten. Der zu k zugehörige Vertrauensgrad p wird unter Annahme einer t-Verteilung mit ν_{eff} Freiheitsgrade oder einer Normalverteilung für Y berechnet (siehe Modul MU-05).

2) Formuliere das Messergebnis mit einem Satz, der alle Informationen über die Messunsicherheitsrechnung und deren Resultat enthält (y, $u_c(y)$, ν_{eff}, k, U, Vertrauensniveau).

1.2 Die Messunsicherheitsbilanz

Die Messunsicherheitsbilanz besteht im Wesentlichen aus einer Tabelle, die eine Übersicht über den ganzen Messprozess bietet. In dieser Tabelle werden typischerweise folgende Grössen für jede Eingangsgrösse X_i eingetragen:

- Schätzwert x_i
- Verwendete Ermittlungsmethode (A oder B)
- Verteilung, die die Werte von X_i am besten beschreibt (Normalverteilung, Rechteckverteilung, usw.)
- Anzahl der Freiheitsgrade ν_i
- Standardunsicherheit $u(x_i)$
- Empfindlichkeitskoeffizient c_i
- Beitrag zur kombinierten Standardunsicherheit $u_c(y)$: $u_i(y) = |c_i| \cdot u(x_i)$
- Prozentualer Beitrag von $u_i^2(y)$ zu $u_c^2(y)$: „$\%u(y)$" $= u_i^2(y) \,/\, u_c^2(y) \cdot 100$

Unten in der Spalte „$|c_i| \cdot u(x_i)$" berechne noch die Quadratwurzel aus der quadratischen Summe aller Beiträge: $u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^2(y)}$.

Tabelle 1: Typische Tabelle für die Unsicherheitsbilanz.

Grösse X_i	x_i	[E]	Typ	Verteilung	ν_i	$u(x_i)$	[E]	c_i	[E]	$\|c_i\| \cdot u(x_i)$	$\%u(y)$
X_1	x_1	...	...	...	ν_1	$u(x_1)$	...	c_1	...	...	...
X_2	x_2	...	...	...	ν_2	$u(x_2)$	...	c_2	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Y =	...	...		ν_{eff} =	...			$u_c(y)$ =		...	
								U_p (k=...) =		...	

Eine Messunsicherheitszusammenstellung in Tabellenform ergibt eine einfache Übersicht über alle Messunsicherheitsbeiträge. Sie ermöglicht den Vergleich der einzelnen Beiträge untereinander und damit die Identifikation der wichtigsten Einflussgrössen.

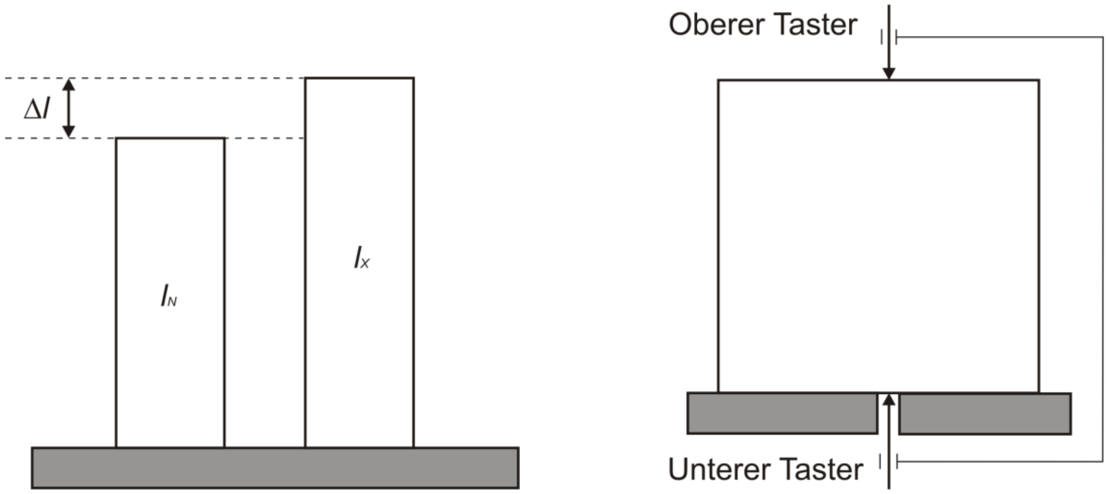
2. Beispiele von Messunsicherheitsbilanz

Folgende Beispiele wurden zum Teil schon im Modul MU-02 erwähnt und stammen aus verschiedenen Gebieten der Metrologie. Sie sind hier zur Illustration ausgeführt, und ihre Behandlung ist entsprechend vereinfacht worden. Ausserdem sind die Zahlenwerte nicht unbedingt als Beschreibung realer Messungen anzusehen. Eine vollständige Behandlung der Einflussgrössen für solche Messungen wird in den fachspezifischen Vertiefungskursen des METAS präsentiert.

2.1 Bestimmung der Länge eines Endmasses

Die Länge l_X eines Endmasses (resultierende Messgrösse bzw. Ausgangsgrösse) soll durch Vergleichsmessung mit einem Endmassnormal der Länge l_N (aus seinem Kalibrierzertifikat bekannt) bestimmt werden, indem der Längenunterschied Δl mit einem Komparator gemessen wird:

$$l_X = l_N + \Delta l$$



Beide Endmasse haben gleiche nominelle Längen von 20 mm. Der Einfachheit halber werden alle Einflüsse (Temperatur, Komparator, Drifts des Normals, usw.) im Rahmen dieses Beispiels weggelassen.

Damit haben wir Phase A) des im Abschnitt 1.1 angegebenen Verfahrens erledigt. Nun zur Phase B):

- Schätzwert l_N und Unsicherheit $u(l_N)$ des Normals (aus seinem Zertifikat): seine Länge beträgt l_N = 20.000 351 mm und die erweiterte Unsicherheit U = 40 nm mit einem Erweiterungsfaktor k = 2. Für die Standardunsicherheit gilt dann $u(l_N)$ = (40 nm)/2 = 20 nm.
  Die Anzahl der Freiheitsgrade, aus der diese erweiterte Unsicherheit gewonnen wurde, ist $\nu_{l_N} = \infty$ (Normalverteilung).
- Der arithmetische Mittelwert aus 5 mehrmaligen Beobachtungen der Längendifferenz beträgt Δl = 319 nm.
  Die Wiederholbarkeit des Vergleichs von l_N und l_X wurde anhand der Streuung von 25 mehrmaligen unabhängigen Beobachtungen der Längendifferenz zweier Normalendmasse zu ±10 nm ermittelt (maximale Streubreite einer Rechteckverteilung).
  Für die dem arithmetischen Mittelwert dieser 5 Ablesungen zugeordnete Standardunsicherheit gilt dann $u(\Delta l) = s(\overline{\Delta l}) = 10\ nm/(\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}) = 2.6\ nm.$

Die Anzahl der Freiheitsgrade für $u(\Delta l)$ ist $\nu_{\Delta l}$ = 25 - 1 = 24, da $u(\Delta l)$ aus 25 Messungen gewonnen wurde.

Nun sind wir zur Phase C) des Messvorgangs angelangt:

Das Messergebnis lautet

$$l_X = l_N + \Delta l = 20.000351 + 0.000319 = 20.000670\ mm.$$

Die Empfindlichkeitskoeffizienten $c_i = (\partial f / \partial x_i)$ haben folgende Werte:

$$c_{l_N} = 1$$
$$c_{\Delta l} = 1$$

und die kombinierte Standardunsicherheit (mit der Unsicherheitsfortpflanzungsformel)

$$u_c(l_X) = \sqrt{c_{l_N}^2 \cdot u^2(l_N) + c_{\Delta l}^2 \cdot u^2(\Delta l)} = \sqrt{1^2 \cdot (20\ nm)^2 + 1^2 \cdot (2.6\ nm)^2} = 20.17\ nm \cong 21\ nm$$

mit effektiver Anzahl der Freiheitsgrade

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(l_X)}{\frac{\left(c_{l_N} \cdot u(l_{l_N})\right)^4}{\nu_{l_N}} + \frac{\left(c_{\Delta l} \cdot u(\Delta l)\right)^4}{\nu_{\Delta l}}} = \frac{(21\ nm)^4}{\frac{(20\ nm)^4}{\infty} + \frac{(2.6\ nm)^4}{24}} = \frac{(21\ nm)^4}{0 + \frac{(2.6\ nm)^4}{24}}$$
$$\approx 100'000 \approx \infty$$

Nun wollen wir eine erweiterte Unsicherheit angeben, die etwa 95% der Verteilung von l_X abdeckt. Aus Tabelle 3-1 im Modul MU-05 findet man, dass für die Normalverteilung (oder *t*-Verteilung mit $\nu = \infty$ Freiheitsgrade) der Erweiterungsfaktor k_{95} = 1.96 ≈ 2 ist. Daher ist $U_{95} = k_{95} \cdot u_c(l_X) \approx 2 \cdot 21$ nm = 42 nm.

Zusammenfassung in Tabellenform:

Grösse X_i	x_i	[E]	Typ	Verteilung	ν_i	$u(x_i)$	[E]	c_i	[E]	$\lvert c_i \rvert \cdot u(x_i)$	% $u(l_X)$
l_N	20.000351	mm	B	Normal	∞	20.000	nm	1	1	20.00	98.34
Δl	0.000319	mm	A	*t*	24	2.600	nm	1	1	2.60	1.66
l_X =	20.000670	mm		ν_{eff} =	∞			$u_c(l_X)$ =		20.17	nm
								U_{95} (k=2) =		42	nm

Das Resultat wird wie folgt angegeben:

l_X = (20.000670 ± 0.000042) mm, wobei die angegebene Messunsicherheit das Produkt der kombinierten Standardunsicherheit u_c = 21 nm mit einem Erweiterungsfaktor k = 2 ist, der auf der Normalverteilung beruht. Der Messwert (l_X) und die dazugehörige erweiterte Messunsicherheit ($U = k \cdot u_c$) geben den Bereich ($l_X \pm U$) an, der den Wert der gemessenen Grösse mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 95 % enthält. Die Unsicherheit wurde in Übereinstimmung mit den Richtlinien der ISO ermittelt.

2.2 Messung eines Stromes

Messung eines Stromes I (Ausgangsgrösse) durch Messung des Spannungsabfalls U (direkt gemessene Eingangsgrösse) über einem Widerstand R.

$I = U / R$ (Ohm'sches Gesetz)

Der aus einem Kalibrierzertifikat übernommene Widerstandswert R gilt für eine bestimmte Bezugstemperatur. Weicht die aktuelle Temperatur des Widerstandes von der Bezugstemperatur ab, so ist mit Hilfe des spezifischen Temperaturkoeffizienten, z.B. vom Hersteller gegeben, eine Korrektur zu berechnen.

Dieser Temperatureffekt, sowie allfällige Störungen bei der Spannungsmessung, Drift der Widerstand seit der letzten Kalibrierung, usw. werden im Rahmen dieses Beispiels nicht berücksichtigt.

Schätzung der Eingangsgrösse:

- Die Spannung U wird mit einem Multimeter gemessen. Im Zertifikat des Gerätes wird eine Unsicherheit U_{95} = 3 µV (k = 2) für den Messbereich 2 V angegeben (Achtung: U ist die Spannung und U_{95} eine erweiterte Unsicherheit mit 95% Vertrauensgrad). Die Standardunsicherheit ist $u_B(U)$ = (3 µV)/2 = 1.5 µV mit $\nu_{U_B} = \infty$ (Normalverteilung).
  Der Mittelwert aus 4 Spannungsmessungen beträgt U = 0.7331 V und seine Standardabweichung
  $$u_A(U) = \frac{1}{\sqrt{4}}\sqrt{\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{4}(U_i - U)^2} = 0.0002\ V$$
  mit $\nu_{U_A} = 4 - 1 = 3$ Freiheitsgraden (t-Verteilung). Die Gesamtunsicherheit von U ist dann
  $$u(U) = \sqrt{u_A^2(U) + u_B^2(U)} = \sqrt{0.2^2 + 0.0015^2} \cong 0.2\ mV$$
  und die effektive Anzahl der Freiheitsgrade für U wird mit der Welch-Satterthwaite Formel ausgerechnet:
  $$\nu_U = \frac{u^4(U)}{\frac{{u_A}^4(U)}{\nu_A} + \frac{{u_B}^4(U)}{\nu_B}} = \frac{(0.2\ mV)^4}{\frac{(0.2\ mV)^4}{3} + \frac{(0.0015\ mV)^4}{\infty}} = \frac{0.0016}{0.000533 + 0} = 3$$
  Man beachte, dass die Anzahl der Freiheitsgrade des dominierenden Beitrags $u_A(U)$ die Anzahl der Freiheitsgraden ν_U bestimmt.
- Widerstandswert (aus ihrem Zertifikat): R = 100.0013 Ω mit erweiterten Unsicherheit U = 2.0 mΩ (k = 2). Für die Standardunsicherheit gilt dann $u(R)$ = (2.0 mΩ)/2 = 1.0 mΩ. Die Anzahl der Freiheitsgrade, aus der diese erweiterte Unsicherheit gewonnen wurde ist $\nu_R = \infty$ (Normalverteilung).

Das Messergebnis lautet

$I = U / R$ = 0.7331 / 100.0013 = 7.331 mA

Die Empfindlichkeitskoeffizienten $c_i = (\partial f / \partial x_i)$ haben folgende Werte:

$$c_U = 1/R = 0.01\ \Omega^{-1}$$
$$c_R = -U/R^2 = -0.7331/100.0013^2 = -7.331 \cdot 10^{-5}\ V \cdot \Omega^{-2}$$

und die kombinierte Standardunsicherheit (mit der Unsicherheitsfortpflanzungsformel)

$$u_c(I) = \sqrt{c_U^2 \cdot u^2(U) + c_R^2 \cdot u^2(R)}$$
$$= \sqrt{\left(0.01\ \Omega^{-1}\right)^2 \cdot (0.2\ mV)^2 + \left(7.331 \cdot 10^{-2}\ mV \cdot \Omega^{-2}\right)^2 \cdot (0.001\ \Omega)^2}$$
$$= 0.002\ \mathrm{mA}$$

Die effektive Anzahl der Freiheitsgrade ist

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(I)}{\frac{\left(c_U \cdot u(U)\right)^4}{\nu_U} + \frac{\left(c_R \cdot u(R)\right)^4}{\nu_R}} = \frac{(0.002\ mA)^4}{\frac{(0.002\ mA)^4}{3} + \frac{(0.00007\ mA)^4}{\infty}} = \frac{1.6 \cdot 10^{-11}}{5.33 \cdot 10^{-12} + 0} = 3$$

Nun wollen wir eine erweiterte Unsicherheit angeben, die etwa 95% der Verteilung von I abdeckt. Aus Tabelle 3-1 im Modul MU-05 findet man, dass für die t-Verteilung mit $\nu = 3$ Freiheitsgrade der Erweiterungsfaktor $k_{95} = 3.18$ ist. Dann gilt
$U_{95} = k_{95} \cdot u_c(I) \approx 3.18 \cdot 0.002$ mA $\approx$ 0.006 mA.

Zusammenfassung in Tabellenform:

Grösse X_i	x_i	[E]	Typ	Verteilung	ν_i	$u(x_i)$	[E]	c_i	[E]	$\lvert c_i \rvert \cdot u(x_i)$	% u(I)
U	0.733	V	A	t	3	0.2000	mV	0.0100	Ω^{-1}	0.00200	99.86
U			B	Normal	∞	0.0015	mV	0.0100	Ω^{-1}	0.00002	0.01
R	100.0013	Ω	B	Normal	∞	0.0010	Ω	-0.0733	$mV\Omega^{-2}$	0.00007	0.13
I =	7.331000	mA		ν_{eff} =	3			$u_c(I)$ =		0.002	mA
								U_{95} (k=3.2) =		0.006	mA

Es ist offensichtlich, dass die kombinierte Standardunsicherheit nur von einem Beitrag bestimmt wird.

Das Resultat wird wie folgt angegeben:

> I = (7.331 ± 0.006) mA, wobei die Zahl nach dem Formelzeichen ± den Zahlenwert einer erweiterten Unsicherheit $U = k \cdot u_c$ angibt; U errechnet sich aus einer kombinierten Standardunsicherheit u = 0.002 mA und einem Erweiterungsfaktor k = 3.18, der auf der t-Verteilung mit ν = 3 Freiheitsgrade beruht und ein Intervall angibt, das einen geschätzten Vertrauensgrad von 95% hat.

2.3 Druckmessung

Druckmessung D_X (Ausgangsgrösse) in einem geschlossenen Behältnis mit einem angeflanschten piezoelektrischen Aufnehmer D_{PA} (direkt gemessene Eingangsgrösse = elektrische Spannung). Das gemessene Spannungssignals des Aufnehmers wird durch Offset-Spannungswert a_{PA} und einen Spannungssensitivitätskoeffizienten b_{PA} beschrieben:

$$D_X = D_{PA} = a_{PA} + b_{PA} \cdot U$$

Hier werden wieder alle anderen Einflussgrössen weggelassen.

Schätzung der Eingangsgrösse:

- Im Zertifikat des piezoelektrischen Aufnehmers wird folgende Tabelle angegeben:

Erzeugungs-druck (bar)	Spannung (V)	Messunsicher-heit (k=2) (V)
99.99	9.8415	0.0062
49.996	4.9213	0.0031
19.999	1.9675	0.0020
9.999	0.9865	0.0010
5	0.4919	0.0019
2	0.1964	0.0016
1	0.0986	0.0008

  Eine lineare Regression (siehe Modul MUS-01) erlaubt es, die Steigung b_{PA} und Achsenabschnitt a_{PA} der Gerade $U(D_{PA})$, die diese Punkte durchläuft, auszurechnen. Der Einfachheit halber wird hier auf die Berücksichtigung der unterschiedlichen Unsicherheiten der einzelnen Tabellenwerte verzichtet. Aus demselben Grund werden die Korrelationskoeffizienten der beiden Regressionsparameter weggelassen.

  Resultat: Steigung: b_{PA} = (10.1602 ± 0.0013) bar·V^{-1}
  Achsenabschnitt: a_{PA} = (-0.0023 ± 0.0056) bar

  Das Bestimmtheitsmass ist R^2 = 0.999999915, was bestätigt, dass dieser piezoelektrischen Aufnehmer sehr linear ist.
  Die 2 Parameter b_{PA} und a_{PA} haben je 7-2 = 5 Freiheitsgrade (Anzahl der Punkte in der Regression minus Anzahl der zu bestimmenden Parameter, siehe Module MUS-01 und MU-05).

- Die Spannung U wird mit einem Digitalmultimeter gemessen. Im Zertifikat des Gerätes wird eine Unsicherheit U_{95} = 30 µV (k = 2) für den Messbereich 20 V angegeben (Achtung: U ist die Spannung und U_{95} eine erweiterte Unsicherheit mit 95% Vertrauensgrad). Die Standardunsicherheit ist $u_B(U)$ = (30 µV)/2 = 15 µV mit $\nu_{U_B} = \infty$ (Normalverteilung). Die Spannungsmessung beträgt U = 7.61816 V und bei Wiederholung der Messung wurde keine Änderung festgestellt. Dann ist $u(U) = u_B(U)$ = 15 µV mit $\nu_U = \nu_{U_B} = \infty$.

Das Messergebnis lautet

$D_X = D_{PA} = a_{PA} + b_{PA} \cdot U$ = -0.0023 bar + 10.1602 bar·V^{-1} · 7.61816 V = 77.400 bar

Die Empfindlichkeitskoeffizienten $c_i = (\partial f / \partial x_i)$ haben folgende Werte:

$$c_{a_{PA}} = 1$$

$$c_{b_{PA}} = U = 7.61816\ V$$

$$c_U = b_{PA} = 10.1602\ bar \cdot V^{-1}$$

und die kombinierte Standardunsicherheit

$$u_c(D_X) = \sqrt{c_{a_{PA}}^2 \cdot u^2(a_{PA}) + c_{b_{PA}}^2 \cdot u^2(b_{PA}) + c_U^2 \cdot u^2(U)}$$

$$= \sqrt{1^2 \cdot (0.0056\ bar)^2 + (7.61816\ V)^2 \cdot (0.0013\ bar \cdot V^{-1})^2 + (10.1602\ bar \cdot V^{-1})^2 \cdot (0.000015\ V)^2}$$

$$= 0.011\ bar$$

Die effektive Anzahl der Freiheitsgrade ist

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(D_X)}{\frac{\left(c_{a_{PA}} \cdot u(a_{PA})\right)^4}{\nu_{a_{PA}}} + \frac{\left(c_{b_{PA}} \cdot u(b_{PA})\right)^4}{\nu_{b_{PA}}} + \frac{\left(c_U \cdot u(U)\right)^4}{\nu_U}}$$

$$= \frac{(0.011\ bar)^4}{\frac{(1 \cdot 0.0056\ \mathrm{bar})^4}{5} + \frac{(7.61816\ V \cdot 0.0013\ \mathrm{bar} \cdot \mathrm{V}^{-1})^4}{5} + \frac{(10.1602\ \mathrm{bar} \cdot \mathrm{V}^{-1} \cdot 0.000015\ V)^4}{\infty}}$$

$$= 6.9 \approx 6$$

Nun wollen wir eine erweiterte Unsicherheit angeben, die etwa 95% der Verteilung von D_X abdeckt. Aus Tabelle 3-1 im Modul MU-05 findet man, dass für die *t*-Verteilung mit $\nu = 6$ Freiheitsgrade der Erweiterungsfaktor $k_{95} = 2.45$ ist und dann $U_{95} = k_{95} \cdot u_c(D_X) \approx$ 0.027 bar.

Zusammenfassung in Tabellenform:

Grösse X_i	x_i	[E]	Typ	Verteilung	ν_i	$u(x_i)$	[E]	c_i	[E]	$\lvert c_i \rvert \cdot u(x_i)$	% $u(y)$
b_{PA}	10.1602	bar V^{-1}	A		5	0.0013	bar V^{-1}	7.6182	V	0.00990	75.76
a_{PA}	-0.0023	bar	A		5	0.0056	bar	1.0	1	0.00560	24.22
U	7.61816	V	B	Normal	∞	0.000015	V	10.1602	bar V^{-1}	0.00015	0.02
D_X =	77.400	bar		ν_{eff} =	6			$u_c(y)$ =		0.0114	bar
								U_{95} (k=2.45) =		0.027	bar

Das Resultat wird wie folgt angegeben:

> D_X = (77.40 ± 0.03) bar, wobei die Zahl nach dem Formelzeichen ± den Zahlenwert einer erweiterten Unsicherheit $U = k \cdot u_c$ angibt; U errechnet sich aus einer kombinierten Standardunsicherheit u_c = 0.011 bar und einem Erweiterungsfaktor k = 2.45, der auf der *t*-Verteilung mit ν = 6 Freiheitsgrade beruht und ein Intervall angibt, das einen geschätzten Vertrauensgrad von 95% hat.