



Weiterbildungskurs Metrologie

Modul-Nr.: MU-07

**Grundlagen der Messunsicherheit**

Dozent: Dr. F. Pythoud

## Vereinfachtes Verfahren

Lernziel:

Abschätzung der Unsicherheit eines meist komplexen Messprozesses ohne mathematisches Modell mit einem vereinfachten, in der Praxis leicht umzusetzenden Verfahren.

### Inhalt

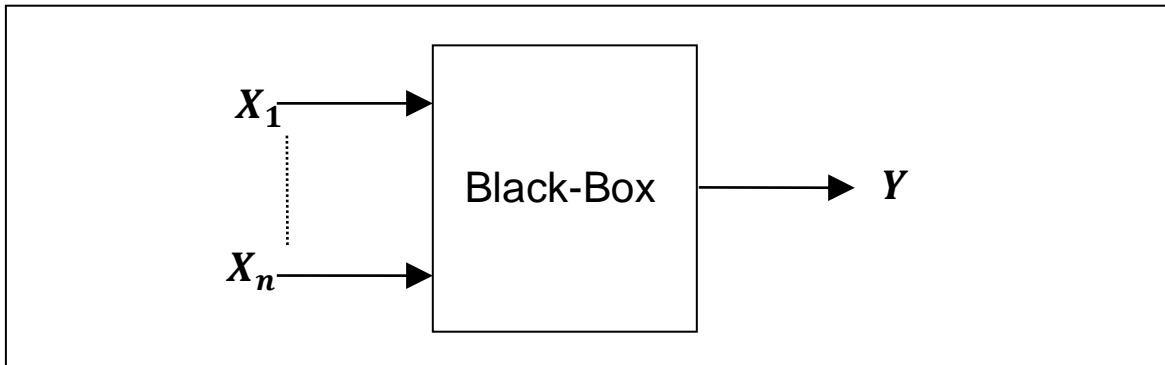
1.	Einleitung.....	2
1.1	Beispiel Rauheitsmessung.....	2
1.2	Beispiel Koordinatenmessgerät.....	3
1.3	Ansätze für ein vereinfachtes Verfahren .....	3
2.	Das Messmodell .....	4
2.1	Kalibrierung durch ein Normal.....	4
2.2	Verifikation durch einen kalibrierten Prüfling .....	4
2.3	Wiederholbarkeit .....	4
2.4	Reproduzierbarkeit .....	5
2.5	Weitere quantifizierbare Beiträge .....	5
2.6	Das Messmodell.....	5
3.	Beispiel Rauheitsmessung.....	6
3.1	Messprinzip.....	6
3.2	Messmodell.....	6
3.3	Kalibrierung der Empfindlichkeit des Messgerätes .....	7
3.4	Verifikation des Messgerätes .....	8
3.5	Wiederholpräzision.....	8
3.6	Reproduzierbarkeit und Einfluss des Prüflings .....	9
3.7	Weitere Einflussgrößen .....	9
3.8	Messunsicherheitsbilanz.....	9
3.9	Alternative Möglichkeit.....	10

# 1. Einleitung

Bei Messprozessen mit einem komplizierten und oft auch nur ungenau bekannten Zusammenhang zwischen den Eingangsgrössen und dem Messresultat lässt sich kein detailliertes (feines) mathematisches Modell formulieren. Eine detaillierte Untersuchung aller relevanten Eigenschaften eines Messgerätes ist kaum durchführbar und meist nicht wirtschaftlich.

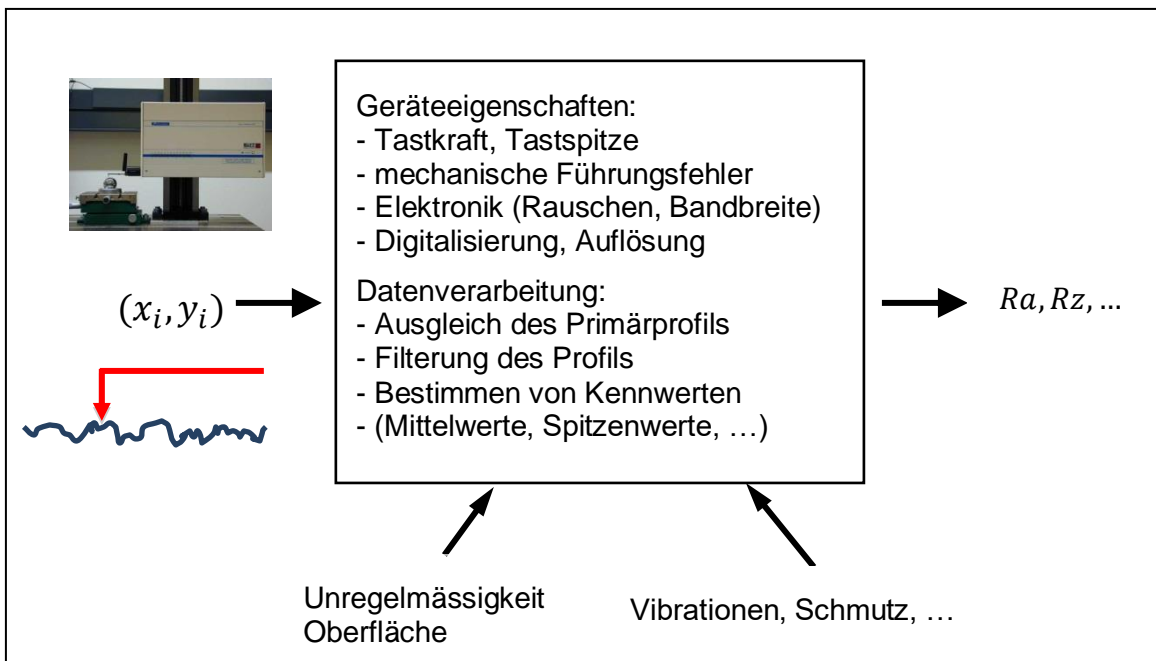
Häufig werden komplexe abgeleitete Kenngrössen bestimmt, deren Berechnung aus den gemessenen Eingangsgrössen zwar genau bekannt und zum Teil normativ beschrieben ist, die sich aber nicht in einer Gleichung darstellen lassen können.

In solchen Fällen lässt sich die Messunsicherheit durch ein vereinfachtes Modell (Black-Box-Ansatz) abschätzen. Dieses Modell lässt sich durch wenige gemessene Eingangsgrössen charakterisieren:



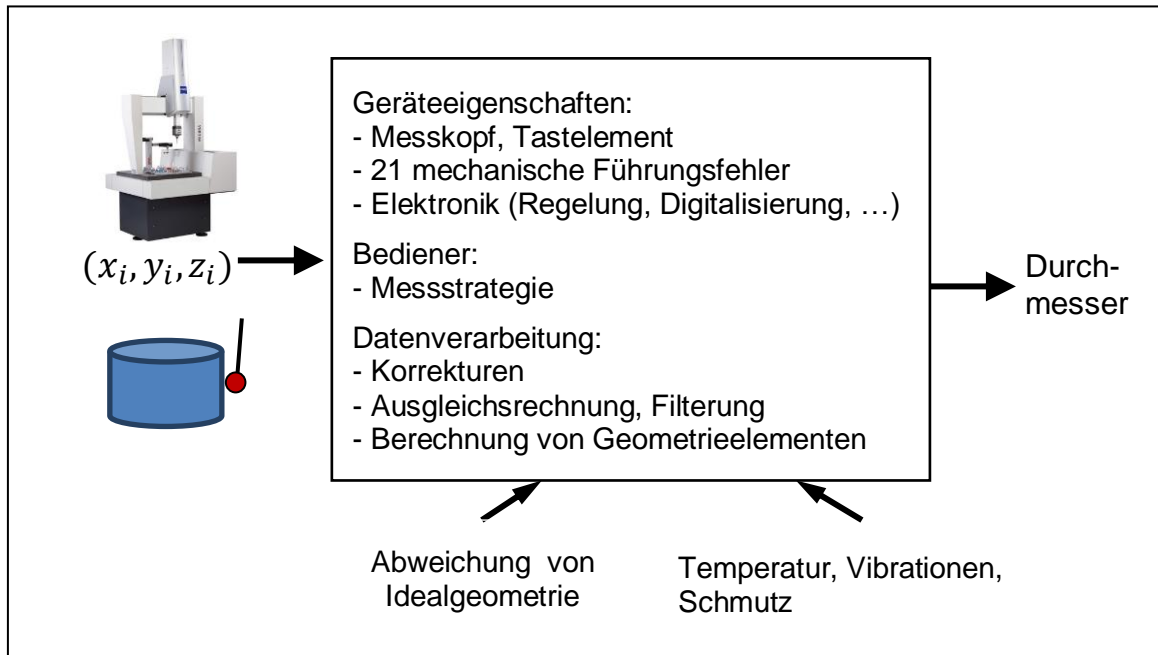
## 1.1 Beispiel Rauheitsmessung

Messung von Rauheitskenngrössen auf einer technischen Oberfläche mit Hilfe eines Tastschnittgerätes.



## 1.2 Beispiel Koordinatenmessgerät

Bestimmung von Geometrieelementen (Abstand zweier Ebenen, Durchmesser einer Bohrung, Formabweichung einer Kugelkalotte, Winkel eines Konus, ...) eines Werkstückes aus einer Punktwolke, resultierend aus Abtastungen eines Koordinatenmessgerätes.



## 1.3 Ansätze für ein vereinfachtes Verfahren

In den Fällen, wo sich der Zusammenhang zwischen den gemessenen Eingangsgrößen und der resultierenden Messgröße nur in einem einfachen oder groben Modell mathematisch darstellen lässt, wo die Geräteeigenschaften a priori nur unzulänglich bekannt sind, ist es sinnvoll, den gesamten Messprozess (Messobjekt, Gerät, Datenverarbeitung, Bediener, Umgebung etc.) als Black-Box zu betrachten und dieses grobe Modell mit zusätzlichen Einflussgrößen zu vervollständigen.

Die Einflussgrößen werden durch Wiederholversuche und summarische Überlegungen abgeschätzt, damit die Messunsicherheit quantifiziert werden kann. Im Folgenden werden die typischen Einflussgrößen vorgestellt.

## 2. Das Messmodell

Je nach Messverfahren müssen unterschiedliche Einflussgrößen berücksichtigt werden. Jedoch, in der Regel, müssen immer mindestens die folgenden Einflussgrößen berücksichtigt werden.

### 2.1 Kalibrierung durch ein Normal

Mit einem Normal, dessen Eigenschaften mit denen des Prüflings möglichst ähnlich sind und dessen Wert durch eine unabhängige und rückführbare Kalibrierung bestimmt wurde, wird der Messprozess möglichst unter Idealbedingungen kalibriert. Die Kalibrierung liefert zwei Informationen die nachher für die Messunsicherheitsabschätzung nützlich sind:

- Die Messunsicherheit des Kalibriertkits / Normals
- Die restliche Abweichung nach Kalibrierung (in gewissen Fällen lässt sich die Abweichung nicht voll kompensieren)

### 2.2 Verifikation durch einen kalibrierten Prüfling

Die Kalibrierung mit einem Normal ist in der Regel nicht ausreichend, um ein Messsystem mit vollen Vertrauen brauchen zu können. Eine Verifikation der Messfähigkeit des Systems muss anhand eines kalibrierte Prüfling durchgeführt werden, dessen Eigenschaften mit denen des zu messenden Prüflings möglichst ähnlich sind.

Die Verifikation liefert zwei Informationen:

- Die Messunsicherheit des Verifikationstkits oder des Verifikationsnormals
- Die Abweichung der Verifikation

### 2.3 Wiederholbarkeit

Die Wiederholbarkeit oder Wiederholpräzision ist das „Ausmass der gegenseitigen Annäherung zwischen Ergebnissen aufeinanderfolgender Messungen derselben Messgrösse, ausgeführt **unter denselben Messbedingungen**“. Wiederholbedingungen umfassen:

- dasselbe Messverfahren
- denselben Beobachter
- dasselbe Messgerät, benutzt unter denselben Bedingungen
- denselben Ort
- Wiederholung innerhalb einer kurzen Zeitspanne

Die Wiederholpräzision ist vorwiegend eine Eigenschaft des Messgerätes und Charakterisiert die Schwankung der Anzeige, das Rauschen o.ä. Die digitale Auflösung des Gerätes ist meist in der Angabe der Wiederholpräzision enthalten. Sollte die Anzeigeauflösung grösser sein als die beobachtete Streuung, so ist der Beitrag zur Messunsicherheit für die Wiederholbarkeit zumindest auf den Wert des Digitalschrittes zu erhöhen oder dieser separat zu berücksichtigen.

Die Wiederholbarkeit muss unbedingt evaluiert werden, idealerweise am selben Objekt, in einem ziemlich kurzen Intervall. Die Wiederholbarkeit muss auch evaluiert werden, wenn im normalen Betrieb die Objekte nur einmal gemessen werden.

## 2.4 Reproduzierbarkeit

Die Reproduzierbarkeit oder Vergleichspräzision ist das „Ausmass der gegenseitigen Annäherung zwischen Messergebnissen derselben Messgrösse, gewonnen **unter veränderten Messbedingungen**“. Die veränderten Bedingungen können nach VIM Folgendes umfassen:

- Messprinzip oder Messmethode
- Beobachter
- Messgerät
- Bezugsnorm
- Ort
- Benutzungsbedingungen
- Zeit

Einige dieser Bedingungen lassen sich in der Praxis allerdings kaum ändern, insbesondere die Messmethode (meist vorgegeben und validiert), das Messgerät und das Bezugsnorm (meist kein anderes verfügbar). Durchaus variieren lassen sich jedoch:

- Umgebungsbedingungen
- Beobachter
- Messstrategie
- Zeit und Ort
- Einfluss des Prüflings
- Probenahme
- Los
- Messstelle

Ein typisches Merkmal für die Reproduzierbarkeit ist die Zeit der Messung. Wie streuen die Messwerte zwischen zwei Kalibrierungen, wenn das Messsystem täglich (z. B. um 07:00), wöchentlich (z. B. jeden Montag), oder alle zwei Jahre kalibriert wird? Weitere Merkmale für die Reproduzierbarkeit sind Eigenschaften des Prüflings, wie z. B. die Homogenität des Messobjekts.

## 2.5 Weitere quantifizierbare Beiträge

Oft gibt es Einflussgrössen, die sich durchaus auch durch wiederholte Messungen bei verschiedenen Bedingungen (siehe Reproduzierbarkeit) ermitteln liessen, dies jedoch zu aufwändig wäre. So kann z.B. der Temperatureinfluss auf das Messresultat summarisch abgeschätzt werden, unter Kenntnis oder Annahme eines Temperaturkoeffizienten  $\alpha$  und der grössten annehmbaren Abweichung  $\Delta T$  von den Bezugsbedingungen.

## 2.6 Das Messmodell

Somit kann das Messmodell für ein Messverfahren mit zwei zu messenden Eingangsgrössen  $X_1$  und  $X_2$  folgenderweise aufgeschrieben werden:

$$Y = f(X_1, X_2) + \delta Y_{\text{cal}} + \delta Y_{\text{ver}} + \delta Y_{\text{repeat}} + \delta Y_{\text{reprod}} + \delta \dots$$

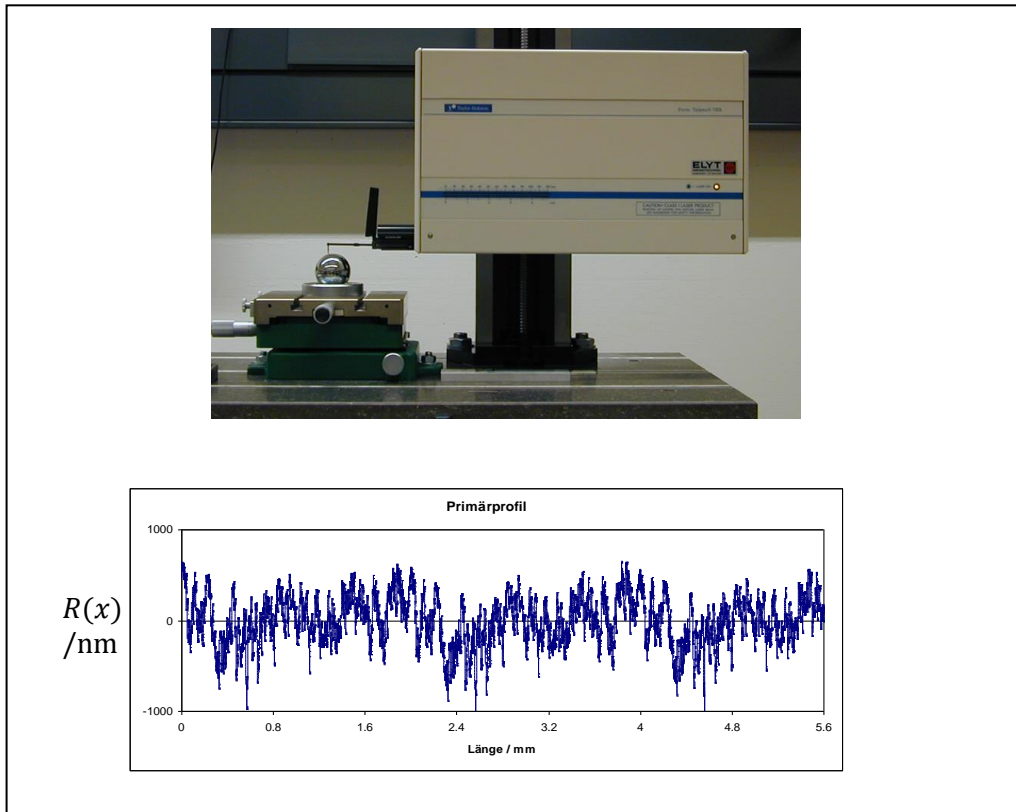
mit

- $\delta Y_{\text{cal}}$  Beitrag des Kalibrierkits
- $\delta Y_{\text{ver}}$  Beitrag des Verifikationsnormal
- $\delta Y_{\text{repeat}}$  Wiederholbarkeit
- $\delta Y_{\text{reprod}}$  Reproduzierbarkeit
- $\delta \dots$  Weitere Einflüsse

### 3. Beispiel Rauheitsmessung

#### 3.1 Messprinzip

Auf einem Werkstück soll mit Hilfe eines Tastschnittgerätes die Rauheitskenngrösse  $Ra$  bestimmt werden.



$Ra$  ist gemäss EN ISO 4287 der arithmetische Mittelwert des Betrages der Ordinatenwerte  $R(x)$  innerhalb der Wegstrecke  $l$  des gemessenen Profils:

$$Ra = \frac{1}{l} \int_1^l |R(x)| dx$$

Der zu erwartende Messwert liege in unserem Beispiel bei  $Ra \approx 2 \mu\text{m}$ .

#### 3.2 Messmodell

Das Messmodell lässt sich folgenderweise schreiben

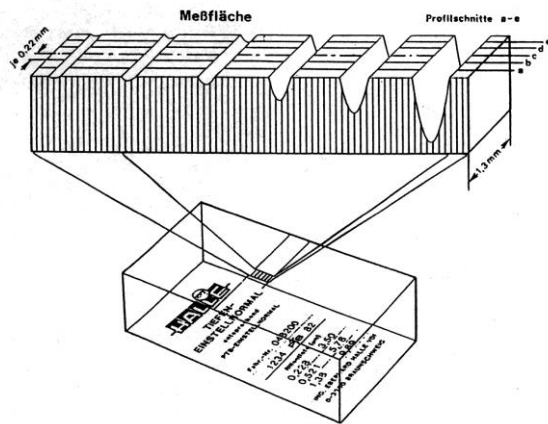
$$Ra = Ra_{\text{gemessen}} + \delta Ra_{\text{cal}} + \delta Ra_{\text{ver}} + \delta Ra_{\text{repeat}} + \delta Ra_{\text{reprod}}$$

mit

- $\delta Ra_{\text{cal}}$  Beitrag des Kalibrierkits
- $\delta Ra_{\text{ver}}$  Beitrag des Verifikationsnormal
- $\delta Ra_{\text{repeat}}$  Wiederholbarkeit
- $\delta Ra_{\text{reprod}}$  Reproduzierbarkeit

### 3.3 Kalibrierung der Empfindlichkeit des Messgerätes

Die Auslenkung des Tasters eines Tastschnittgerätes wird mit einem Rillennormal eingestellt. Dazu kann in der Regel die Empfindlichkeit des Gerätes so abgestimmt werden, dass der gemessene Wert möglichst mit dem kalibrierten Wert des Rillennormals übereinstimmt.



Die Unsicherheit des kalibrierten Wertes des Rillennormals sei  $U = 10 \text{ nm} + 2 \cdot 10^{-4} \cdot d$ , wobei  $d$  der Kalibrierwert der Profiltiefe des Normals ist. Bei einer Rillentiefe von  $10 \text{ µm}$  ergibt sich für die Standardunsicherheit des Kalibrierwertes  $u = 5 \text{ nm} + 10^{-4} \cdot 10 \text{ µm} = 6 \text{ nm}$ . Die wird so abgestimmt, dass der gemessene Wert möglichst mit dem kalibrierten Wert des Rillennormals übereinstimmt.

Diese Information wird folgendermassen interpretiert:

- Eine Standardunsicherheit von  $u = 6 \text{ nm}$  für eine Auslenkung des Tastkopf von  $10 \text{ µm}$  bedeutet eine fünf Mal kleinere Unsicherheit für eine mittlere Auslenkung von  $2 \text{ µm}$ , das heisst:

$$u(\delta Ra_{cal}) = 6 \text{ nm} \cdot \frac{2 \text{ µm}}{10 \text{ µm}} = 1.2 \text{ nm}$$

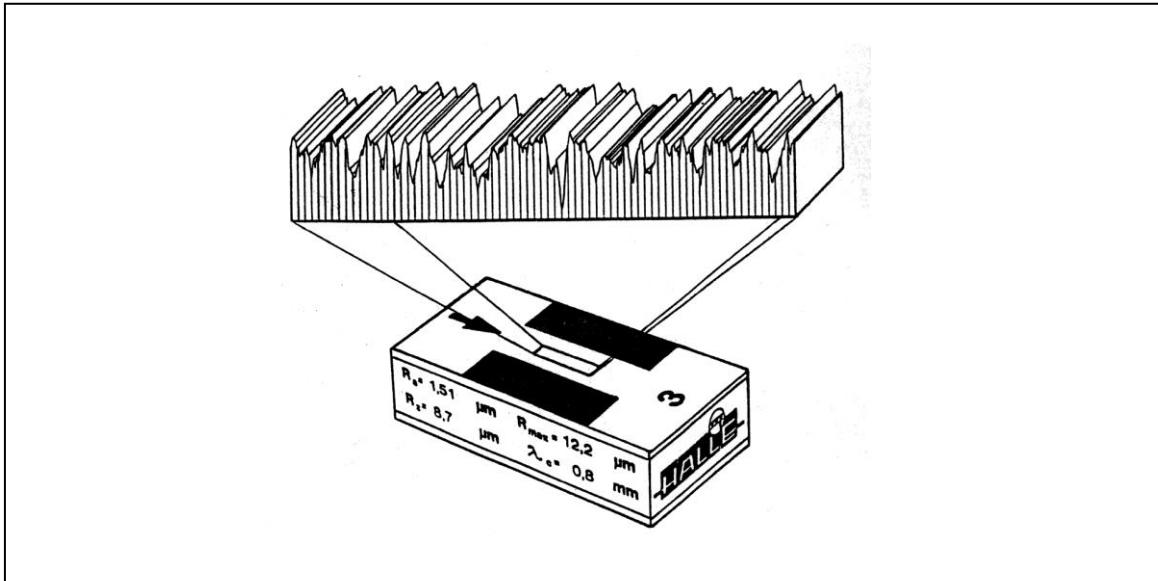
- Weil die Empfindlichkeit so abgestimmt wird, dass der gemessene Wert möglichst mit dem kalibrierten Wert des Rillennormals übereinstimmt, gibt es keine zusätzliche Korrektur:

$$\delta Ra_{cal} = 0 \text{ nm}$$

Sollte die Wiederholbarkeit der Messung und Einstellung des Empfindlichkeitswertes vergleichbar oder gar schlechter sein als die Unsicherheit des Kalibrierwertes, so ist die Unsicherheit entsprechend zu erhöhen.

### 3.4 Verifikation des Messgerätes

Das Messgerät wird mit seiner gesamten Messfunktion, also bis zur Ausgabe eines Rauheitskennwertes  $Ra$ , möglichst nahe beim zu messenden Wert kalibriert bzw. überprüft. Dies geschieht mit einem Raunormal mit kalibrierter Kenngrösse  $Ra$ .



Das Kalibrierzertifikat des Raunormals weist einen Wert von  $Ra = (1.510 \pm 0.024) \mu\text{m}$  aus, wobei die Messunsicherheit mit einem Erweiterungsfaktor von  $k = 2$  angegeben ist.

Die Messung dieses Normals auf dem Tastschnittgerät ergibt einen Wert von  $Ra = 1.530 \mu\text{m}$ . Die festgestellte Abweichung von  $\Delta Ra = 0.02 \mu\text{m}$  zum Kalibrierwert des Normals lässt sich nicht korrigieren und ist in der Messunsicherheitsbilanz betragsmässig linear zu addieren. Diese Information wird folgendermassen interpretiert:

- $|\delta Ra_{\text{ver}}| = 20 \text{ nm}$
- $u(\delta Ra_{\text{ver}}) = \frac{0.024 \mu\text{m}}{2} = 12 \text{ nm}$

### 3.5 Wiederholpräzision

Die Wiederholpräzision kann durch wiederholtes Messen des Raunormals (§ 3.4) oder des Prüflings an gleicher Stelle ermittelt werden, wird aber meist in anderen Beiträgen bereits enthalten sein. In obigen Beispiel nimmt man an, dass die wiederholte Messung des Normals eine Streuung (Standardabweichung) von 4 nm ergeben hat, also

- $u(Ra_{\text{gemessen}}) = 4 \text{ nm}$

In anderen Worten wird die Wiederholbarkeit direkt am Prüfling gemessen und aus diesem Grund wird die Variable  $\delta Ra_{\text{gemessen}}$  berücksichtigt. Deshalb wird die Wiederholbarkeit nicht separat gemessen und somit

- $\delta Ra_{\text{repeat}} = 0 \text{ nm}$
- $u(\delta Ra_{\text{repeat}}) = 0 \text{ nm}$

Hätte man die Messung nur einmal durchgeführt, dann wäre  $u(\delta Ra_{\text{gemessen}}) = 0 \text{ nm}$ , dafür hätte man die Wiederholpräzision an einem ähnlichen Prüfling separat auswerten müssen.



### 3.6 Reproduzierbarkeit und Einfluss des Prüflings

Bei einer Rauheitsmessung auf einer technischen Oberfläche ist die Reproduzierbarkeit im Wesentlichen durch die Gleichmässigkeit der Oberflächentextur gegeben. Diese wird ermittelt aus wiederholten Messungen an verschiedenen Messstellen. In unserem Beispiel nehmen wir an, dass die wiederholte Messung des Prüflings an verschiedenen Stellen auf der Oberfläche einen Mittelwert  $Ra = 2.042 \mu\text{m}$  mit einer Streuung (Standardabweichung) von  $0.024 \mu\text{m}$  ergibt. Dies ergibt:

- $Ra_{\text{gemessen}} = 2.042 \mu\text{m}$
- $\delta Ra_{\text{reprod}} = 24 \text{ nm}$

Wenngleich die Unsicherheit des Mittelwertes durch die Wiederholungsmessungen sich mit zunehmender Anzahl  $n$  von Messungen um  $1/\sqrt{n}$  verbessert, will man die Unsicherheit einer Einzelmessung angeben, denn nur diese charakterisiert die Gleichmässigkeit der Oberflächentextur, also  $24 \text{ nm}$ .

### 3.7 Weitere Einflussgrössen

Selbstverständlich gibt es weitere Einflussgrössen, von denen wir wissen, dass sie das Resultat der Oberflächenmessung entscheidend beeinflussen, so z. B. der Radius der Tastspitze, die Tastkraft, die Bandbreite der Elektronik und die digitale Datenverarbeitung. Diese Bedingungen sind jedoch in den relevanten Normen vorgegeben und müssen bei einer Messung möglichst eingehalten werden. Lediglich der Einfluss signifikanter Abweichungen von den Normbedingungen müsste allenfalls separat abgeschätzt werden. Zudem werden gerätespezifische Unzulänglichkeiten bereits in der anwendungsnahen Kalibrierung des Gerätes (§ 3.4) berücksichtigt.

### 3.8 Messunsicherheitsbilanz

Grösse	$X_i$	Messwert		$u(k=1) [\text{nm}]$
Gemessene Rauheit	$Ra_{\text{gemessen}}$	2.042	$\mu\text{m}$	4.0
Kalibrierung	$\delta Ra_{\text{cal}}$	0.0	$\mu\text{m}$	1.2
Verifikation	$\delta Ra_{\text{ver}}$	0.020	$\mu\text{m}$	12.0
Wiederholbarkeit	$\delta Ra_{\text{repeat}}$	0.0	$\mu\text{m}$	0.0
Reproduzierbarkeit	$\delta Ra_{\text{reprod}}$	0.0	$\mu\text{m}$	24.0
Kombinierte Standardunsicherheit $u_c(Ra)$				27.2

Für die Bestimmung der kombinierten Unsicherheit werden alle Standardunsicherheiten quadratisch addiert:

$$u_c(Ra) = \sqrt{u(Ra_{\text{gemessen}})^2 + u(\delta Ra_{\text{cal}})^2 + u(\delta Ra_{\text{ver}})^2 + u(\delta Ra_{\text{repeat}})^2 + u(\delta Ra_{\text{reprod}})^2}$$

Für die Bestimmung der erweiterten Messunsicherheit muss die nicht angewandte Korrektur ( $\delta Ra_{\text{ver}} = 20 \text{ nm}$ ) zur kombinierten Unsicherheit linear addiert werden (§ F.2.4.5 des GUM):

$$U(Ra) = 2 \cdot u_c(Ra) + |\delta Ra_{\text{ver}}| = (2 \cdot 27 + 20) \text{ nm} = 0.074 \text{ } \mu\text{m}.$$

Angabe des Resultates:  $Ra = (2.04 \pm 0.08) \text{ } \mu\text{m}$

### 3.9 Alternative Möglichkeit

Der Verifikationsfehler wurde nicht korrigiert, weil dies «im Widerspruch zur Kalibrierung ist». Dabei wird indirekt akzeptiert, dass es unmöglich ist, fehlerfreie Verifikationen zu produzieren.

Eine **interessante Variante**, um die Messunsicherheit in diesem Fall zu behandeln, besteht darin, dass man für die Verifikation eine maximale **vordefinierte** Toleranz (grösster Verifikationsfehler) definiert, im obigen Beispiel ist es 32 nm.

Das Modell wird mit einer zusätzlichen Grösse  $\delta Ra_{\text{ver-tol}}$  vervollständigt. Das folgende Verfahren muss angewendet werden:

- Ist der Verifikationsfehler (im Beispiel 20 nm) kleiner als die vorgegebene Toleranz (32 nm), dann darf gemessen werden. Die entsprechende Messunsicherheit wird als Typ B mit Rechteckverteilung berücksichtigt.
  - $\delta Ra_{\text{ver-tol}} = 0 \text{ nm}$
  - $u(\delta Ra_{\text{ver-tol}}) = \frac{32 \text{ nm}}{\sqrt{3}} = 18.5 \text{ nm}$
- Ist der Verifikationsfehler grösser als 32 nm, dann muss die Infrastruktur kontrolliert und eventuell gewartet werden bis sie innerhalb der Toleranz kommt (nach frischer Kalibrierung!).

Dieses Prinzip ist nur anwendbar, falls die festgestellte Abweichung von + 20 nm von Kalibrierungen zu Kalibrierung einigermassen "zufällig" ist. Wäre diese Abweichung immer konstant, müsste man den Grund für diese systematische Abweichung näher untersuchen.

Grösse	$X_i$	Messwert		$u(k=1) [\text{nm}]$
Gemessene Rauheit	$Ra_{\text{gemessen}}$	2.042	$\mu\text{m}$	4.0
Kalibrierung	$\delta Ra_{\text{cal}}$	0.0	$\mu\text{m}$	1.2
Verifikation	$\delta Ra_{\text{ver}}$	0.0	$\mu\text{m}$	12.0
Verifikationstoleranz	$\delta Ra_{\text{ver-tol}}$	0.0	$\mu\text{m}$	18.5
Wiederholbarkeit	$\delta Ra_{\text{repeat}}$	0.0	$\mu\text{m}$	0.0
Reproduzierbarkeit	$\delta Ra_{\text{reprod}}$	0.0	$\mu\text{m}$	24.0
Kombinierte Standard Unsicherheit $u_c(Ra)$				32.9

Die erweiterte Unsicherheit ist

$$U(Ra) = 2 \cdot u_c(Ra) = (2 \cdot 33) \text{ nm} = 0.066 \text{ } \mu\text{m}$$

Angabe des Resultates:  $Ra = (2.04 \pm 0.07) \text{ } \mu\text{m}$

Dieses Messergebnis weicht vom anderen Messergebnis leicht ab. Basierend auf der Tatsache, dass die Messunsicherheit nicht beliebig genau bestimmt werden kann, ist diese Differenz von  $(7 - 8)/8 = 12.5 \%$  total befriedigend.